



**HAL**  
open science

## Traitement STAP et Modélisation SIRV : Robustesse et Persymétrie

Jean-Philippe Ovarlez, Frédéric Pascal, Philippe Forster, Guillaume Ginolhac,  
Mélanie Mahot

► **To cite this version:**

Jean-Philippe Ovarlez, Frédéric Pascal, Philippe Forster, Guillaume Ginolhac, Mélanie Mahot. Traitement STAP et Modélisation SIRV : Robustesse et Persymétrie. *Traitement du Signal*, 2011, 28 (1-2), pp.113-142. 10.3166/ts.28.113-142 . hal-00659845

**HAL Id: hal-00659845**

**<https://centralesupelec.hal.science/hal-00659845>**

Submitted on 4 Mar 2020

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

---

# Traitement STAP et Modélisation SIRV : Robustesse et Persymétrie

Jean-Philippe Ovarlez<sup>\*,\*\*\*</sup> — Frédéric Pascal<sup>\*\*\*</sup> — Philippe Forster<sup>\*\*</sup> — Guillaume Ginolhac<sup>\*\*</sup> — Mélanie Mahot<sup>\*\*\*</sup>

<sup>\*</sup> ONERA, the French Aerospace Lab  
DEMR/TSI,  
BP 80100  
F-91123 Palaiseau Cedex, France  
jean-philippe.ovarlez@onera.fr

<sup>\*\*</sup> ENS Cachan  
SATIE, CNRS, UniverSud  
61, av Président Wilson  
F-94230 Cachan, France  
{philippe.forster,guillaume.ginolhac}@satie.ens-cachan.fr

<sup>\*\*\*</sup> Supélec, Plateau du Moulon  
SONDRA  
3 rue Joliot-Curie  
F-91192 Gif-sur-Yvette Cedex, France  
{frederic.pascal,melanie.mahot}@supelec.fr

---

**RÉSUMÉ.** Ce papier décrit l'intérêt de l'apport des processus SIRV (processus gaussiens composés) pour la détection et l'estimation dans le cadre de la détection de cibles mobiles (STAP). Ces processus permettent de manière élégante et efficace d'étendre au problème STAP la théorie de la détection et de l'estimation dans un cadre de bruit additif (fouillis) hétérogène et/ou non gaussien. Nous présentons ainsi les outils théoriques (estimateurs, détecteurs) qui permettent d'améliorer les performances des détecteurs conventionnels ainsi que leurs propriétés (SIRV TFAC, robustesse, réduction du nombre de données secondaires).

**ABSTRACT.** In the STAP framework, this paper proposes a review of SIRV modelling for detection and estimation. These processes allow to extend the detection and estimation theory to the STAP problem in a non-Gaussian and heterogeneous background. Some theoretical tools (estimators, detectors) are presented jointly with their attractive properties (SIRV CFAR, robust-

ness, secondary data number reduction) which allow to significantly outperform conventional, e.g. Gaussian based, ones

*MOTS-CLÉS* : *DÉtection adaptative, STAP, fouillis gaussien et non-gaussien, thÉorie des SIRV, estimation de matrice de covariance, persymÉtrie, estimation robuste*

*KEYWORDS*: *Adaptive signal detection, STAP, Gaussian and non-Gaussian clutter, SIRV theory, covariance matrix estimation, persymmetry, robust estimation*

---

### Extended Abstract

Space Time Adaptive Processing (STAP) is a recent technique used in airborne phased array radar to detect moving targets embedded in an interference background such as jamming or strong clutter. While conventional radars are capable of detecting targets both in the time domain related to target range and in the frequency domain related to target velocity, STAP uses an additional domain (space or information collected by an antennas array) related to the target angular localization. The joint processing of these space-time data, by appropriate two-dimensional adaptive filtering methods, allows stronger interference/clutter rejection and therefore improved target detection. Moreover, STAP can now be used in High Resolution (STAP-HR) for a better classification of the moving target. But in this case, the widely used hypothesis of a Gaussian clutter is not valid anymore because of the spatial heterogeneity of the clutter (clutter power, called the texture, may change spatially) and detection performance significantly decreases. For example, in the area of STAP High Resolution (STAP-HR), the resolution is such that the Central Limit Theorem cannot be applied anymore since the number of backscatters is too small. Equivalently, it is known that reflected signals could be very impulsive in low grazing angle radar. This is why, in the last decades, the radar community has been very interested on problems dealing with non-Gaussian clutter modeling.

To fill these gaps, non-Gaussian models for the clutter have to be considered. In the literature of radar detection and estimation, the Spherically Invariant Random Vector (SIRV) modelling is generally used for its good statistical properties and for its good fitting to real data. More precisely, a SIRV is the product of a Gaussian random process with the square root of a non-negative random scalar variable (the so-called texture). Thus, the SIRV is fully characterized by the texture (representing an unknown power) and the unknown covariance matrix of the zero-mean Gaussian vector. One of the major challenging difficulties in SIRV modeling is to estimate these two unknown quantities and particularly the Clutter Covariance Matrix for STAP applications of our concern, better the accuracy of this estimate, better the detection performance. Furthermore, this model provides a very general framework which includes classical distributions as for example the Gaussian distribution, the K-distribution or the Weibull distribution. The Clutter Covariance Matrix is estimated from signal-free and independent data, called the secondary data. Under non-Gaussian clutter assumptions, this involves several difficulties. First, the spatial heterogeneity of the clutter deteriorates the Clutter Covariance Matrix estimation accuracy. Moreover, if the secondary data are not samples of the same parameterized distribution, i.e. the same covariance matrix, this estimation makes no sense: this is the case for example in non-side looking configuration where the Clutter Covariance Matrix is non stationary from cell to cell: this drawback is called frequency heterogeneity clutter. Secondary data may also be corrupted by a high number of targets, interferences or jamming. The conventional techniques based on the empirical estimation of the Clutter Covariance Matrix are therefore not robust.

We propose in this paper to analyze and to solve, in the SIRV theory framework and more generally in the context of robust statistics, these typical effects (spatial heterogeneity of the clutter intensity, clutter heterogeneity, influence of the number of secondary data, influence of the contaminated secondary data) arising in modern STAP analysis.

In the first part of the paper, we propose to describe the SIRV modelling for clutter background. In this context, all the conventional (Gaussian background) and more recent techniques on detection and parameters estimation in non-Gaussian background are recalled. This leads to define a new kind of detector (Adaptive Normalized Matched Filter) and a new kind of Clutter Covariance Matrix estimation (Fixed Point Covariance Matrix). Jointly combined, they characterize a new STAP detector which has the SIRV-CFAR property. This latter property means that this detector under clutter assumption only does not depend on the texture and on the covariance matrix. It can so be robust when dealing with clutter heterogeneity, clutter transition and so warrants Constant False Alarm Rate. The second part describes the robustness of the proposed detector with respect to targets, jammers, strong echoes present in the contaminated secondary data. The third part will focus on the *a priori* hypothesis that can be made on the structure of the Clutter Covariance Matrix, i.e., the persymmetry property that characterizes the STAP in side-looking configuration. This property will lead to reduce by a factor two the number of secondary data needed to estimate the covariance matrix and this for the same performance. The latter detector, taking into account this property of persymmetry will so be extended in SIRV context. The last part is devoted to the STAP results obtained on experimental data provided by the DGA/MI. They show that the proposed STAP detector has the same performance in a classical Gaussian background but can significantly improves them in non-Gaussian clutter.

All the presented works are here focused on the STAP application. However, since the theoretical tools are very general, they can be easily extended for other radar applications (SAR images classification, MIMO radar, Polarimetry, hyperspectral data, etc.).

## 1. Introduction

La détection STAP des cibles mobiles par un capteur aéroporté de surveillance du sol ou par une antenne de pointe avant de chasseur est un sujet de recherche qui suscite actuellement un grand intérêt opérationnel (?). À l'aide d'un réseau d'antennes, le principe du STAP est d'éliminer conjointement par traitement temporel et spatial les échos fixes du sol (fouillis) pouvant considérablement détériorer les performances de détection d'une cible d'intérêt (?).

Les schémas de détection cohérente de cibles (radar de veille, poursuite, STAP, etc.) dans un environnement de fouillis s'appuient généralement sur le critère de Neyman-Pearson, qui, à taux de fausses alarmes fixé, maximise la probabilité de détection. Le détecteur optimal, basé sur la formation du rapport de vraisemblance, n'est possible qu'à mettre en œuvre que lorsque la statistique du bruit environnant est connue a priori. Lorsque les paramètres régissant le fouillis (matrice de covariance, paramètres de la loi a priori le caractérisant, ...) ne sont pas connus, il est nécessaire de les estimer (généralement par Maximum de Vraisemblance) et de construire le détecteur GLRT associé. La qualité d'estimation de ces paramètres influe fortement sur les performances attendues du détecteur.

Le détecteur le plus couramment rencontré est basé sur une statistique gaussienne du bruit ou du fouillis et caractérise plus communément en radar le filtre adapté après blanchiment. Ce détecteur nécessite l'estimation de la matrice de covariance des signaux temporels collectés sur le réseau de capteurs dans une zone spatiale de fouillis située autour de la cible d'intérêt (caractérisant les données dites secondaires). Cette matrice de covariance est généralement estimée empiriquement et appelée SCM (Sample Covariance Matrix).

Une analyse bibliographique montre toutefois que beaucoup d'algorithmes de détection proposés sont majoritairement basés sur l'hypothèse d'un fouillis gaussien supposé spatialement homogène. Cette hypothèse simplificatrice n'est plus respectée lorsque la zone de fouillis n'est plus homogène, lorsque la cellule d'analyse tend à devenir de plus en plus petite ou encore lorsque l'éclairage du fouillis est en incidence rasante. Ceci entraîne une dégradation des performances de rejet de fouillis et implicitement de détection (?).

Des travaux assez récents ont permis de définir de nouveaux types de détecteurs en environnement non gaussien et non homogène. Ces nouveaux détecteurs sont construits sur l'hypothèse triviale générale d'un fouillis considéré comme processus gaussien composé, c'est-à-dire un processus gaussien (speckle) dont la puissance (texture) est elle-même aléatoire. Ces processus permettent de représenter une zone de fouillis hétérogène spatialement et de prendre en compte des éventuelles fluctuations spectrales dues au vent par exemple. Ce processus composé, appelé SIRP (Spherically Invariant Random Process), possède un nombre de degrés de liberté supérieur au cas Gaussien et englobe de ce fait une infinité de lois statistiques (Weibull, K-distribution, alpha-stable,...). Ces nouveaux détecteurs adaptatifs, basés sur une nouvelle estimation de la matrice de covariance du fouillis (appelée matrice du point

fixe), sont alors invariants à la texture (variation spatiale de la puissance de fouillis) mais également invariants aux éventuelles fluctuations spectrales du fouillis.

Ces nouveaux détecteurs et processus d'estimation des matrices de covariance ont été appliqués dans le cadre de la détection STAP et apportent une amélioration très nette des performances de détection par rapport à celles d'un traitement classique. Ils peuvent également être très efficaces dans le cas de la présence éventuelle de nombreuses cibles ou de brouilleurs dans les données secondaires. L'estimateur classique de la matrice de covariance s'avère alors complètement biaisé par la présence de ces cibles ou brouilleurs et dégrade fortement les performances attendues du détecteur. La matrice de covariance du point fixe possède une propriété statistique très importante : la robustesse. Cette robustesse caractérise le pouvoir d'invariance à un écart sur les hypothèses faites pour le modèle : ici, les données secondaires sont polluées par la présence de cibles et s'écartent de ce fait de l'hypothèse d'homogénéité sur la densité de probabilité les régissant. Même dans le cas conventionnel gaussien, ces estimateurs permettent de s'affranchir des données secondaires polluées. Ces techniques ont encore été étendues (?) pour répondre au problème crucial de la réduction du nombre de cases distance nécessaire à l'estimation de la matrice de covariance du fouillis. Elles s'appuient sur l'information *a priori* que l'on peut donner à cette matrice de covariance. En utilisant la propriété *a priori* de persymétrie (symétrie par rapport à l'antidiagonale) de cette matrice que l'on rencontre en STAP latéral conventionnel, il est possible, à nombre de cases distance donné, d'améliorer encore les performances du détecteur STAP.

Ce papier est organisé comme suit. Dans le paragraphe 2, nous rappelons les techniques utilisées dans le cadre de la détection radar (le STAP étant un cas particulier) et de l'estimation des paramètres de fouillis (matrice de covariance) en environnement gaussien et non gaussien. Le paragraphe 3 s'étend sur la propriété de robustesse qui caractérise ces estimateurs. Dans le paragraphe 4, nous étendons les précédentes techniques à la prise en compte d'une information *a priori* sur la structure de la matrice de covariance du fouillis, la persymétrie, que l'on rencontre dans le cadre du STAP latéral et qui permet de proposer des estimateurs et des détecteurs plus efficaces. Ces techniques sont enfin évaluées dans le paragraphe 5 sur des données issues du club STAP (?).

## 2. Détection et Estimation pour le STAP

En détection radar, le principal problème consiste généralement à détecter, dans un vecteur d'observation  $\mathbf{x}$  de dimension  $m$  (correspondant par exemple en STAP à la concaténation des  $M$  impulsions émises par  $N$  antennes,  $m = MN$ ), un vecteur  $\alpha \mathbf{a}$ , d'amplitude complexe  $\alpha$  généralement inconnue et de *steering vector*  $\mathbf{a}$  caractérisant les paramètres  $\theta$  inconnus de la cible (position, vitesse, réponse polarimétrique, direction, etc.) corrompu par un bruit additif de fouillis  $\mathbf{c}$  de densité  $p_c(\cdot)$  et caractérisé par un vecteur  $\theta_c$  de paramètres inconnus (moyenne, variance, cova-

riance, paramètres de forme, etc.) . Ce problème se formalise généralement par un test d'hypothèses binaires :

$$\begin{cases} H_0 : \mathbf{x} = \mathbf{c} & \mathbf{x}_i = \mathbf{c}_i \quad i = 1, \dots, K \\ H_1 : \mathbf{x} = \alpha \mathbf{a} + \mathbf{c} & \mathbf{x}_i = \mathbf{c}_i \quad i = 1, \dots, K \end{cases} \quad [1]$$

où les  $\mathbf{x}_i$  sont les  $K$  vecteurs d'observations indépendants appelés *données secondaires*, contenant uniquement le bruit de fouillis et permettant d'estimer les paramètres du fouillis (matrice de covariance, puissance, densité, ...), puis  $\dagger$  terme de construire un détecteur optimal.

Dans le cas de paramètres  $\theta$  et  $\theta_c$  connus, le détecteur optimal, construit selon la théorie de Neyman Pearson, est basé sur le test du rapport de vraisemblance :

$$\Lambda(\mathbf{x}) = \frac{p_c(\mathbf{x} - \alpha \mathbf{a})}{p_c(\mathbf{x}; \theta)}. \quad [2]$$

Dans le cas de paramètres de cibles ou de fouillis inconnus, le détecteur optimal est le détecteur construit par le rapport de vraisemblance généralisé (GLRT) :

$$\Lambda(\mathbf{x}) = \frac{\max_{\alpha, \theta, \theta_c} p_c(\mathbf{x} - \alpha \mathbf{a})}{\max_{\theta_c} p_c(\mathbf{x})}. \quad [3]$$

Cette expression est souvent difficile  $\dagger$  obtenir explicitement. Une alternative consiste  $\dagger$  estimer les paramètres de fouillis directement  $\dagger$  l'aide de données secondaires (ne contenant pas la cible) et de réinjecter ces estimées dans le rapport de vraisemblance (two steps GLRT). Dans le cas gaussien, le détecteur adaptatif de (?; ?) est un vrai détecteur GLRT.

## 2.1. Fouillis gaussien

Dans le contexte statistique gaussien,  $\mathbf{c}$  et  $(\mathbf{c}_k)_{k \in [1, N]}$  sont des vecteurs complexes gaussiens  $\mathcal{CN}_m(\mathbf{0}, \mathbf{M})$ , centrés, circulaires, indépendants deux  $\dagger$  deux, de même matrice de covariance  $\mathbf{M}$ , c'est  $\dagger$  dire distribués selon la loi :

$$p_c(\mathbf{c}) = \frac{1}{\pi^m |\mathbf{M}|} \exp(-\mathbf{c}^H \mathbf{M}^{-1} \mathbf{c}). \quad [4]$$

Lorsque  $\mathbf{M}$  est connue et l'amplitude  $\alpha$  de la cible inconnue, le test du rapport de vraisemblance généralisé est connu sous la dénomination célèbre du test du filtre adapté (Matched Filter) :

$$\Lambda_{MF}(\mathbf{M}, \mathbf{x}) = \frac{|\mathbf{a}^H \mathbf{M}^{-1} \mathbf{x}|^2}{\mathbf{a}^H \mathbf{M}^{-1} \mathbf{a}} \underset{H_0}{\overset{H_1}{\geq}} \lambda_{MF}, \quad [5]$$

o<sup>u</sup>  $\lambda_{MF}$ , le seuil de d $\hat{e}$ tecti $\hat{o}$ n, est reli $\hat{e}$   $\hat{\dagger}$  la PFA  $P_{fa}$  par la relation :

$$\lambda_{MF} = -\ln P_{fa}. \quad [6]$$

Notons que la loi du test ne d $\hat{e}$ pend pas de la matrice  $M$  : ce d $\hat{e}$ tecteur est donc  $\hat{\dagger}$  Taux de Fausse Alarme Constant (CFAR) vis  $\hat{\dagger}$  vis du fouillis.

En pratique, cette matrice  $M$  n'est pourtant pas connue explicitement et il est n $\hat{e}$ cessaire de l'estimer. Dans ce cadre, les tests de d $\hat{e}$ tecti $\hat{o}$ n r $\hat{e}$ pondant  $\hat{\dagger}$  ce besoin sont dits adaptatifs. Les premiers travaux dans ce domaine sont dus  $\hat{\dagger}$  (?; ?), suivis par les travaux de (?; ?; ?; ?). Une solution simple, consiste par exemple,  $\hat{\dagger}$  substituer  $M$  dans [??] par un estimateur  $\widehat{M}$  construit sur les donn $\hat{e}$ es secondaires  $(c_k)_{k \in [1, K]}$ . Lorsqu'aucune information *a priori* n'est connue sur la structure de  $M$ , la matrice de covariance empirique (SCM), estimateur solution du maximum de vraisemblance, est tr $\hat{e}$ s largement utilis $\hat{e}$ e :

$$\widehat{M}_{SCM} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \mathbf{x}_k \mathbf{x}_k^H, \quad [7]$$

et conduit  $\hat{\dagger}$  d $\hat{e}$ finir le test de l'Adaptive Matched Filter (AMF) :

$$\Lambda_{AMF}(\widehat{M}_{SCM}, \mathbf{x}) = \frac{\left| \mathbf{a}^H \widehat{M}_{SCM}^{-1} \mathbf{x} \right|^2}{\mathbf{a}^H \widehat{M}_{SCM}^{-1} \mathbf{a}} \underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}} \lambda_{AMF}. \quad [8]$$

L'AMF est un *two-step* GLRT. La relation analytique liant la PFA  $P_{fa}$  et le seuil de d $\hat{e}$ tecti $\hat{o}$ n  $\lambda_{AMF}$  est ainsi donn $\hat{e}$ e par (?; ?) :

$$P_{fa} = {}_2F_1 \left( K - m + 1, K - m + 2; K + 1; -\frac{\lambda_{AMF}}{K} \right), \quad [9]$$

o<sup>u</sup>  ${}_2F_1(\cdot)$  est la fonction hyperg $\hat{e}$ om $\hat{e}$ trique (?) d $\hat{e}$ finie par

$${}_2F_1(a, b; c; z) = \frac{\Gamma(c)}{\Gamma(b)\Gamma(c-b)} \int_0^1 \frac{t^{b-1} (1-t)^{c-b-1}}{(1-tz)^a} dt.$$

Cette expression montre que la valeur du seuil de d $\hat{e}$ tecti $\hat{o}$ n assurant une PFA donn $\hat{e}$ e est ind $\hat{e}$ pendante de la matrice de covariance  $M$  du fouillis : l'AMF est CFAR par rapport  $\hat{\dagger}$   $M$ . Si le fouillis n'est plus homog $\hat{e}$ ne (cas des transitions de fouillis) ou devient non-gaussien, ce d $\hat{e}$ tecteur ne garantit plus une bonne r $\hat{e}$ gulation de la fausse alarme (r $\hat{e}$ glage du seuil) qui peut varier selon la nature du fouillis rencontr $\hat{e}$ .

## 2.2. Fouillis non-gaussien

De nombreux travaux (?; ?) ont montr $\hat{e}$  que la statistique des donn $\hat{e}$ es de fouillis collect $\hat{e}$ es par un radar s' $\hat{e}$ loignait de la statistique gaussienne. De nombreux papiers

ont ainsi tenté de caractériser la densité de probabilité de ce fouillis par des lois de Weibull, les lois K-distributions, les loi gamma, ... En fait, toutes ces lois peuvent être, de manière élégante, englobées dans une immense famille de processus appelée SIRP (Spherically Invariant Random Process). Ces processus (SIRP), également appelés, gaussiens composés, sont des processus aléatoires gaussiens dont la variance est également aléatoire. On comprend alors immédiatement l'intérêt de ces processus pour la modélisation du fouillis radar. Le fouillis radar provient de la sommation amplitude-phase des différents réflecteurs du sol présents dans la cellule analysée. De par la variabilité de l'environnement, l'angle de vue de la cellule analysée, les réflecteurs changent, d'une cellule à l'autre, d'orientation, de nature, de réflectivité et varient en nombre. La puissance du signal rétrodiffusé par la cellule analysée devient alors aléatoire. C'est cet aspect aléatoire qui rend complexe l'analyse du fouillis.

### 2.2.1. Processus SIRP et Vecteurs SIRV

Les modèles SIRP permettent de prendre en compte de manière générale et élégante cet aspect aléatoire par un double processus aléatoire : un processus gaussien appelé *speckle* dont la puissance, appelée *texture* est elle-même aléatoire. L'exemple de la K-distribution, processus SIRP dont la puissance est gamma-distribuée, illustre en quelque sorte la connexion du modèle avec la physique du radar : si la case d'analyse contient, de par sa taille, une infinité de réflecteurs supposés identiquement distribués, le Théorème Central Limite nous assure un comportement statistique de type gaussien. Si la distribution du nombre de réflecteurs est une loi binomiale négative, l'écho rétrodiffusé est K-distribué.

Il est possible d'étendre la théorie des SIRP au cas multivarié (?). La théorie nous conduit alors à la définition des SIRV (Spherically Invariant Random Vector). Plus précisément, un SIRV  $\mathbf{c}$  est le produit de la racine carrée d'une variable aléatoire scalaire positive  $\tau$ , appelée la texture et caractérisée par sa densité de probabilité  $p_\tau(\cdot)$  et d'un vecteur aléatoire complexe  $\mathbf{g}$ , appelé *speckle*, de dimension  $m$ , gaussien, centré, circulaire et ayant pour matrice de covariance  $\mathbf{M} = \mathcal{E} \{ \mathbf{g} \mathbf{g}^H \}$  telle que  $\text{tr} \{ \mathbf{M} \} = m$  pour des considérations d'identifiabilité et où  $\mathcal{E} \{ \cdot \}$  désigne l'espérance mathématique d'une variable aléatoire :

$$\mathbf{c} = \sqrt{\tau} \mathbf{g}. \quad [10]$$

D'autre part, la densité de probabilité (PDF)  $p_{\mathbf{c}}(\cdot)$  du vecteur  $\mathbf{c}$  est connue et son expression est la suivante :

$$p_{\mathbf{c}}(\mathbf{c}) = \int_0^{+\infty} \frac{1}{(\pi \tau)^m |\mathbf{M}|} \exp \left( -\frac{\mathbf{c}^H \mathbf{M}^{-1} \mathbf{c}}{\tau} \right) p_\tau(\tau) d\tau. \quad [11]$$

Conditionnellement à la case d'analyse ou à  $\tau$ , le vecteur  $\mathbf{c}$  de données collectées est supposé gaussien et la matrice de covariance  $\mathbf{M}$  gère ainsi le degré de corrélation sur ce vecteur. De case d'analyse à case d'analyse, la texture  $\tau$  modélise le fait que la norme du vecteur d'observation  $\mathbf{c}$  varie aléatoirement. On peut comprendre l'interprétation physique de cette matrice et de la texture dans les cas différents suivants :

- pour un radar Émettant pÉriodiquement des impulsions et dÉcoupant l'axe distance en cases de rÉsolution, la matrice de covariance, gÈre, dans une case distance donnÈe, la corrÈlation existant entre les diffÈrentes impulsions. Cette information de corrÈlation est reliÈe au caractÈre spectral (ou Doppler) du fouillis (vent sur une forÊt, fouillis dynamique de la mer) et influe sur les performances de dÈtection. La texture gÈre ici la variation de la norme du vecteur sur l'axe des distances,
- pour un rÈseau de capteurs, la matrice de corrÈlation gÈre la corrÈlation existant sur l'axe angulaire. La texture peut reprÈsenter la variation temporelle de la puissance,
- pour un traitement de type STAP, la matrice de covariance gÈre † la fois l'aspect spectral et angulaire du fouillis, la texture pilotant plutÔt la variation de puissance des Échos collectÈs sur l'axe distance,
- pour une image SAR polarimÈtrique, interfÈromÈtrique voire les deux, la matrice de covariance (dite de cohÈrence), calculÈe sur le domaine spatial des pixels de l'image SAR, gÈre la corrÈlation existant sur ces diffÈrents canaux (?). La texture reprÈsente dans ce cas, la variation spatiale de la puissance de vecteurs collectÈs de pixel † pixel.

Une des nombreuses propriÈtÈs des SIRV est l'invariance de la loi de la texture au filtrage (filtre linÈaire invariant dans le temps). AprÈs passage dans un filtre caractÈrisÈ par sa matrice de transformation  $A$ , le SIRV  $c$  reste un SIRV de mÊme loi  $p_{\tau}(\cdot)$  mais sa matrice de covariance Évolue comme dans le cas gaussien, soit  $AM A^H$ . Pour le traitement radar, qui, gÈnÈralement, commence par comprimer ses impulsions reÁus (filtrage adaptÈ distance) sur l'axe des distances ( $A$  caractÈrise alors le code Émis), cette opÈration ne change pas la nature statistique du fouillis mais seulement son contenu spectral.

Cette modÈlisation des processus SIRV est donc trÈs gÈnÈrale et peut s'adapter † de nombreux problÈmes radar ou autres. L'intÈrÊt de cette modÈlisation est qu'elle englobe Également les processus gaussiens, ce qui la rend encore plus intÈressante dans le sens oÙ tout schÈma de dÈtection basÈ sur ce modÈle Ètendu pourra encore s'appliquer dans le cas classique, c'est † dire s'adapter au cas gaussien.

### 2.2.2. DÈtection dans les SIRV

Pour de nombreux modÈles de texture du processus SIRV, on peut dÈterminer le dÈtecteur optimal associÈ (rapport de formes intÈgrales). Cependant, la forme du rapport de vraisemblance donnÈe en [??] et associÈ au test de dÈtection peut rarement s'expliquer sous forme analytique ce qui le rend difficile † mettre en œuvre (nÈcessitÈ de connaÔtre la loi de la texture  $p_{\tau}(\cdot)$ ). Lorsque la nature du fouillis change (en caractÈristiques, en loi, ...), il est Également nÈcessaire de changer de dÈtecteur ou d'estimer † nouveau les paramÈtres de formes de la loi rÈgissant le fouillis, ce qui est trÈs contraignant pour le radariste. Plusieurs travaux ont nÈanmoins permis d'Ètablir de diffÈrentes maniÈres, une mÊme forme de dÈtecteur trÈs intÈressant :

- le NMF (Normalized Matched Filter) proposÈ par (?; ?) : son problÈme Ètait, dans le contexte gaussien, de dÈterminer un dÈtecteur invariant au paramÈtre

d'échelle (la variance inconnue). Dans le cas des SIRV, ce paramètre d'échelle est ici de manière logique la texture. Antérieurement, ([?; ?]) avaient déjà obtenu cette expression dans des hypothèses de bruit Gaussien,

- le GLRT-LQ (Generalized Likelihood Ratio Test à Linear Quadratic) défini par ([?; ?]). Les détecteurs optimaux basés sur les processus SIRV étant définis par des formes intégrales et dépendantes de la densité de probabilité de la texture, le GLRT-LQ est défini comme approximation asymptotique du détecteur optimal dans un environnement de bruit K-distribué,

- ([?]) l'obtiennent en considérant la texture du SIRV comme un paramètre déterministe et en la remplaçant par son estimation au sens du Maximum de Vraisemblance sous chacune des hypothèses,

- le BORD (Bayesian Optimum Radar Detector) asymptotique défini par ([?]) est obtenu par modélisation bayésienne de la loi de la texture  $p_\tau(\cdot)$  et en faisant tendre le nombre  $K$  de données secondaires vers l'infini.

Lorsque la matrice de covariance  $\mathbf{M}$  du speckle est connue, tous les travaux cités précédemment convergent vers une forme totalement équivalente du test de détection, conduisant au NMF (Normalized Matched Filter) :

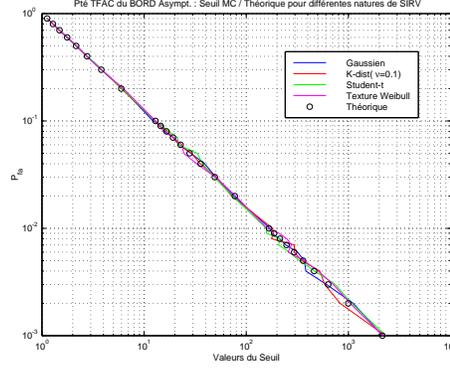
$$\Lambda_{NMF}(\mathbf{M}, \mathbf{x}) = \frac{|\mathbf{a}^H \mathbf{M}^{-1} \mathbf{x}|^2}{(\mathbf{a}^H \mathbf{M}^{-1} \mathbf{a}) (\mathbf{x}^H \mathbf{M}^{-1} \mathbf{x})} \underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}} \lambda_{NMF}, \quad [12]$$

où le seuil de détection  $\lambda_{NMF}$  est relié à la PFA  $\lambda_{NMF}$  par :

$$\lambda_{NMF} = 1 - P_{fa}^{\frac{-1}{1-m}}. \quad [13]$$

Ce détecteur est homogène pour les variables  $\mathbf{x}$ ,  $\mathbf{M}$  et  $\mathbf{a}$  : n'importe quel changement d'échelle sur ces variables ne change pas la quantité. On peut également remarquer que ([??]) est exactement le cosinus carré de l'angle entre le vecteur de test  $\mathbf{x}$  et le *steering vector*  $\mathbf{a}$ . Ce détecteur est quelquefois appelé détecteur d'angle contrairement au détecteur MF donné en ([??]) qui est plutôt un détecteur de puissance. Ce détecteur est connu pour être TFAC vis à vis de la texture inconnue  $\tau$  et de la matrice de covariance  $\mathbf{M}$ , ce qui permet de parfaitement réguler son taux de fausses alarmes (voir figure ??). On dit qu'il est SIRV-TFAC. Cette propriété est très recherchée en environnement hétérogène, dans les transitions de fouillis car ce détecteur s'affranchit ainsi de la variation de puissance (la texture) de case de test à case de test.

Lorsque  $\mathbf{M}$  est inconnue, une solution très simple (procédure qui n'est pas exactement un GLRT) consiste à remplacer la matrice de covariance  $\mathbf{M}$  par une estimation  $\widehat{\mathbf{M}}$  dans ([??]). Cet estimateur, noté  $\widehat{\mathbf{M}}$ , est alors construit sur les données secondaires  $(\mathbf{c}_k)_{k \in [1, N]}$  qui sont supposées ne contenir que le fouillis. Ce nouveau détecteur ([?; ?])



**Figure 1.** Propriété TFAC (CFAR) du BORD asymptotique ou du NMF

est appelé Adaptive Coherence Estimate (ACE) ou encore Adaptive Normalized Matched Filter (ANMF) et prend la forme :

$$\Lambda_{ANMF}(\widehat{\mathbf{M}}, \mathbf{x}) = \frac{|\mathbf{a}^H \widehat{\mathbf{M}}^{-1} \mathbf{x}|^2}{(\mathbf{a}^H \widehat{\mathbf{M}}^{-1} \mathbf{a}) (\mathbf{x}^H \widehat{\mathbf{M}}^{-1} \mathbf{x})} \underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}} \lambda_{ANMF}. \quad [14]$$

### 2.2.3. Estimation dans les processus SIRV

Bien entendu, le choix de l'estimateur  $\widehat{\mathbf{M}}$  est ici primordial. Si l'on souhaite, par exemple, conserver la propriété texture TFAC du détecteur donné en [??], il est nécessaire de trouver un estimateur de matrice de covariance invariant lui aussi à cette texture.

Le premier type d'estimateur de la matrice de covariance que nous avons rencontré est évidemment l'estimateur empirique  $\widehat{\mathbf{M}} = \widehat{\mathbf{M}}_{SCM}$  de la covariance (Sample Covariance Matrix) construit à partir de  $K$   $m$ -vecteurs  $\mathbf{c}_k$  de données secondaires :

$$\widehat{\mathbf{M}}_{SCM} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \mathbf{c}_k \mathbf{c}_k^H. \quad [15]$$

Cet estimateur, la solution du Maximum de Vraisemblance du cas gaussien, distribué selon la loi de Wishart, n'est pourtant pas adapté au cas général des SIRV car sa construction fait intervenir l'information de texture qui biaise l'estimateur. En effet, en remplaçant  $\mathbf{c}_k$  par  $\sqrt{\tau_k} \mathbf{g}_k$ , on obtient :

$$\widehat{\mathbf{M}}_{SCM} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \tau_k \mathbf{g}_k \mathbf{g}_k^H. \quad [16]$$

L'ANMF construit avec cet estimateur n'est donc pas texture-TFAC puisque la SCM est dépendante de la texture. Une solution pour s'affranchir de l'information de texture a été définie par Conte et Gini : un nouvel estimateur, la NSCM (Normalized Sample Covariance Matrix), construit sur l'estimateur empirique des données normalisées par leur puissance, s'est avéré invariant à cette texture :

$$\widehat{\mathbf{M}}_{NSCM} = \frac{m}{K} \sum_{k=1}^K \frac{\mathbf{c}_k \mathbf{c}_k^H}{\mathbf{c}_k^H \mathbf{c}_k} = \frac{m}{K} \sum_{k=1}^K \frac{\mathbf{g}_k \mathbf{g}_k^H}{\mathbf{g}_k^H \mathbf{g}_k}. \quad [17]$$

Le détecteur  $\Lambda_{ANMF}(\mathbf{x}, \widehat{\mathbf{M}}_{NSCM})$  est donc texture-TFAC. Malheureusement, il n'est pas matrice-TFAC car l'estimateur NSCM est biaisé et non consistant (?).

La loi de la matrice de covariance NSCM estimée étant non connue à  $K$  fixe, la loi de l'ANMF donnée par [??] n'était pas si simple à établir. L'idée de (?) fut de remarquer que, puisque le détecteur était texture-TFAC, une solution était de se placer dans le cas purement gaussien (cas où la loi de l'estimateur SCM du sens du Maximum de Vraisemblance est distribuée selon la loi de Wishart). La loi de  $\Lambda_{ANMF}(\mathbf{x}, \widehat{\mathbf{M}}_{SCM})$  conduisant à l'expression de la relation entre le seuil de détection  $\lambda$  et la probabilité de fausse alarme  $P_{fa}$  a pu alors être établie :

$$P_{fa} = (1 - \lambda)^{a-1} {}_2F_1(a, a-1; b-1; \lambda), \quad [18]$$

avec  $a = K - m + 2$  et  $b = K + 2$  et où  ${}_2F_1(\cdot)$  est la fonction hypergéométrique.

Le détecteur  $\Lambda_{ANMF}(\mathbf{x}, \widehat{\mathbf{M}}_{SCM})$  était donc matrice-TFAC mais pas texture-TFAC.

Nos recherches se sont alors axées sur un autre type d'estimateur proposé dans la littérature : l'estimateur  $\widehat{\mathbf{M}} = \widehat{\mathbf{M}}_{FP}$  du point fixe :

$$\widehat{\mathbf{M}}_{FP} = \frac{m}{K} \sum_{k=1}^K \frac{\mathbf{c}_k \mathbf{c}_k^H}{\mathbf{c}_k^H \widehat{\mathbf{M}}_{FP}^{-1} \mathbf{c}_k}. \quad [19]$$

Cet estimateur, solution d'une équation implicite au point fixe, a été proposé par Conte et Gini. Notons que cet estimateur est invariant par changement d'échelle des données  $\mathbf{c}_k$ . Ainsi, quelle que soit la puissance de ces données (texture) régissant les données secondaires, l'estimateur reste invariant et *ne s'occupe que du speckle*. Comme pour le NMF, il peut s'obtenir également de différentes façons :

- **Amélioration empirique de l'approche NSCM**

Connaissant  $\mathbf{M}$ , la meilleure estimation de la puissance n'est pas  $\mathbf{c}_k^H \mathbf{c}_k$  mais  $\mathbf{c}_k^H \mathbf{M}^{-1} \mathbf{c}_k$ . L'estimateur empirique des données normalisées par cette nouvelle estimation de puissance nous conduit alors à l'estimateur du Point Fixe [??].

- **Cas général de la texture aléatoire**

Dans le cas gènÈral des SIRV, on peut dÈterminer l'estimateur  $M_{MV}$  du Maximum de Vraisemblance de la matrice  $M$ . Pour estimer la matrice de covariance  $M$  inconnue du processus SIRV, la fonction de vraisemblance des  $K$  vecteurs  $c_i$  supposÈs indÈpendants † maximiser est donnÈe par :

$$p_C(\mathbf{c}_1, \dots, \mathbf{c}_K; \mathbf{M}) = \prod_{i=1}^K \int_0^{+\infty} \frac{1}{(\pi \tau_i)^m |\mathbf{M}|} \exp\left(-\frac{\mathbf{c}_i^H \mathbf{M}^{-1} \mathbf{c}_i}{\tau_i}\right) p_\tau(\tau_i) d\tau_i. \quad [20]$$

En annulant le gradient de [??] par rapport †  $M$ , (?) ont ainsi obtenu la solution du Maximum de Vraisemblance suivante :

$$\widehat{M}_{MV} = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K \frac{h_{m+1}(\mathbf{c}_i^H \widehat{M}_{MV}^{-1} \mathbf{c}_i)}{h_m(\mathbf{c}_i^H \widehat{M}_{MV}^{-1} \mathbf{c}_i)} \mathbf{c}_i \mathbf{c}_i^H = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K c_m(\mathbf{c}_i^H \widehat{M}_{MV}^{-1} \mathbf{c}_i) \mathbf{c}_i \mathbf{c}_i^H, \quad [21]$$

où  $h_m(q) = \int_0^{+\infty} \tau^{-m} \exp(-q/\tau) p_\tau(\tau) d\tau$  et  $c_m(q) = \frac{h_{m+1}(q)}{h_m(q)}$ .

AprÈs plusieurs approximations, (?) a obtenu un Maximum de Vraisemblance ApprochÈ  $\widehat{M}$  (AML pour Approximate Maximum Likelihood) solution de l'Èquation au point fixe  $\widehat{M} = f(\widehat{M})$  avec  $f$  dÈfinie par :

$$f(\widehat{M}) = \frac{m}{K} \sum_{i=1}^K \frac{\mathbf{c}_i \mathbf{c}_i^H}{\mathbf{c}_i^H \widehat{M}^{-1} \mathbf{c}_i}. \quad [22]$$

Le choix particulier  $c_m(x) = m/x$  qui correspond en fait † utiliser le prior impropre de Jeffrey (?) comme densitÈ de la texture  $p_\tau(\cdot)$ , conduit exactement † l'AML, solution de l'Èquation [??]. Cet AML a l'avantage de ne plus dÈpendre de  $h_m$  qui dÈpend de la loi de la texture.

#### • Cas de la texture dÈterministe

En supposant que le paramÈtre  $\tau$  est dÈterministe inconnu, la solution du Maximum de Vraisemblance GÈnÈralisÈe pour l'estimation de  $M$  est exactement donnÈe l'estimateur du Point Fixe [??]. Cette approche trÈs gènÈrale a ÈtÈ dÈveloppÈe dans (?) où les  $\tau_i$  sont supposÈs Ètre des paramÈtres inconnus. Conditionnellement aux  $\tau_i$ , la densitÈ des donnÈes est gaussienne. Pour des vecteurs  $c_i$  indÈpendants, la fonction de vraisemblance correspondante † maximiser en  $M$  et en  $\tau_i$  est donc donnÈe par :

$$p_C(\mathbf{c}_1, \dots, \mathbf{c}_K; \mathbf{M}, \tau_1, \dots, \tau_K) = \frac{1}{(\pi)^{mK} |\mathbf{M}|^K} \prod_{i=1}^K \frac{1}{\tau_i^m} \exp\left(-\frac{\mathbf{c}_i^H \mathbf{M}^{-1} \mathbf{c}_i}{\tau_i}\right). \quad [23]$$

Maximiser cette fonctionnelle en  $\tau_i$ , pour un  $M$  fixÈ (mais inconnu), conduit † :

$$\hat{\tau}_i = \frac{\mathbf{c}_i^H \mathbf{M}^{-1} \mathbf{c}_i}{m}. \quad [24]$$

En remplaçant les  $\tau_i$  dans [??] par leurs estimateurs du Maximum de Vraisemblance  $\hat{\tau}_i$  définis par [??], la fonction de vraisemblance réduite est donnée par :

$$\hat{p}_C(\mathbf{c}_1, \dots, \mathbf{c}_K; \mathbf{M}) = \frac{1}{(\pi)^{mK} |\mathbf{M}|^K} \prod_{i=1}^K \frac{m^m \exp(-m)}{(\mathbf{c}_i^H \mathbf{M}^{-1} \mathbf{c}_i)^m}.$$

De ce fait, maximiser  $\hat{p}_C(\mathbf{c}_1, \dots, \mathbf{c}_K; \mathbf{M})$  en  $\mathbf{M}$  revient à maximiser la fonction suivante  $F$  :

$$F(\mathbf{M}) = \frac{1}{|\mathbf{M}|^K} \prod_{i=1}^K \frac{1}{(\mathbf{c}_i^H \mathbf{M}^{-1} \mathbf{c}_i)^m}.$$

L'estimateur du Maximum de Vraisemblance de  $\mathbf{M}$  est le  $\widehat{\mathbf{M}}$  qui annule le gradient de  $F$ , ce qui revient encore à l'équation [??] en  $\widehat{\mathbf{M}}$  suivante :

$$\widehat{\mathbf{M}} = f(\widehat{\mathbf{M}}), \quad [25]$$

où la fonction  $f(\cdot)$  est donnée par [??].

(?) ont montré que l'estimateur du Point Fixe [??], solution d'une équation implicite au point fixe, existait, était unique (à un facteur d'échelle près) et pouvait être très facilement atteinte par une approche récursive du type

$$\mathbf{M}_{n+1} = \frac{m}{K} \sum_{k=1}^K \frac{\mathbf{c}_k \mathbf{c}_k^H}{\mathbf{c}_k^H \mathbf{M}_n^{-1} \mathbf{c}_k}, \quad [26]$$

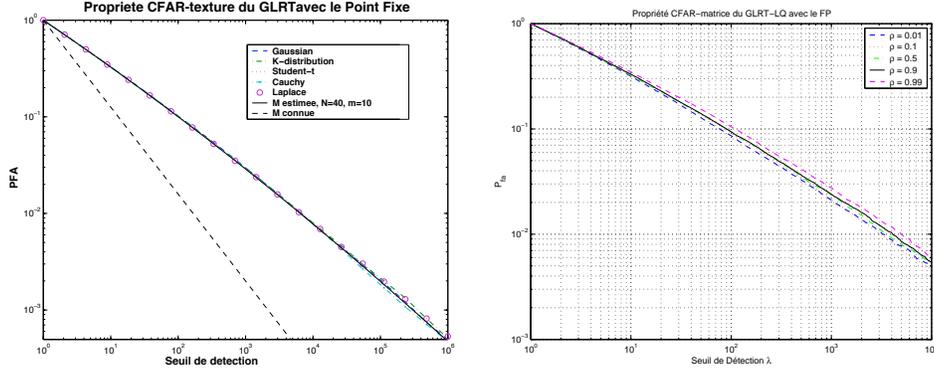
quels que soient le point de départ  $\mathbf{M}_0$  et  $n \geq 0$ . Le choix particulier et judicieux  $\mathbf{M}_0 = \mathbf{I}$ , nous donne, à la première itération,  $\mathbf{M}_1 = \widehat{\mathbf{M}}_{NSCM}$ , soit la matrice empirique des données normalisées NSCM rencontrée en [??] !

On définit alors  $\widehat{\mathbf{M}}_{FP} = \lim_{n \rightarrow \infty} \mathbf{M}_n$ . Cet estimateur possède de remarquables propriétés statistiques (Pascal *et al.*, 2006 ; 2008) :

- (1)  $\widehat{\mathbf{M}}_{FP}$  est un estimateur consistant de  $\mathbf{M}$ ,
- (2)  $\widehat{\mathbf{M}}_{FP}$  est un estimateur non biaisé de  $\mathbf{M}$ ,
- (3) la distribution asymptotique de  $\widehat{\mathbf{M}}_{FP}$  est gaussienne,
- (4) cette distribution est la même que la loi asymptotique de Wishart à  $\left(\frac{m}{m+1}\right) K$  degrés de liberté.

#### 2.2.4. Propriétés SIRV-TFAC des Détecteurs

Le détecteur  $\Lambda_{ANMF}(\mathbf{x}, \widehat{\mathbf{M}}_{FP})$  possède des propriétés vraiment très intéressantes (Pascal *et al.*, 2004 ; 2005 ; 2008). La première est la propriété texture-TFAC illustrée à la figure ?? qui confirme l'invariance du détecteur à la texture. La



**Figure 2.** Propriété TFAC-texture et TFAC-matrice de  $\Lambda_{ANMF}(\mathbf{x}, \widehat{\mathbf{M}}_{FP})$

deuxième est la propriété matrice-TFAC illustrée sur la même figure ?? pour différentes matrices de covariance (ici matrices de Toeplitz du type  $M_{i,j} = \rho^{|i-j|}$ ). Enfin, la loi du test a pu être établie (Pascal *et al.*, 2006) et donne explicitement la valeur du seuil de détection  $\lambda$  nécessaire ‡ la régulation de fausse alarme fixée par la probabilité de fausse alarme  $P_{fa}$  :

$$P_{fa} = (1 - \lambda)^{a-1} {}_2F_1(a, a-1; b-1; \lambda), \quad [27]$$

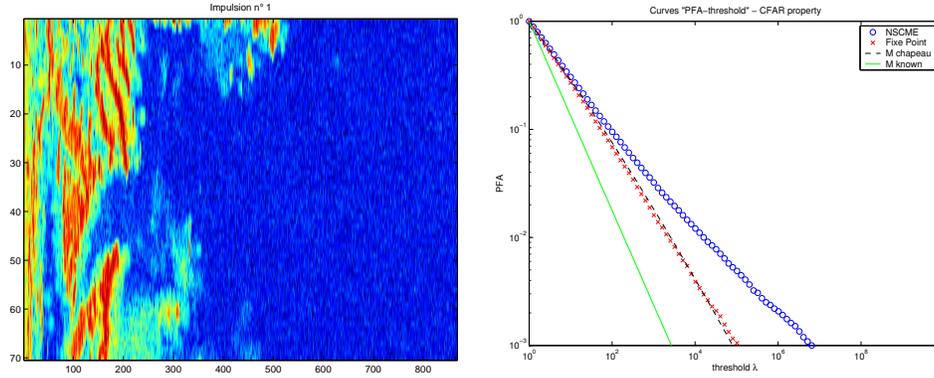
avec  $a = \frac{m}{m+1}K - m + 2$  et  $b = \frac{m}{m+1}K + 2$ .

## 2.2.5. Applications sur données réelles et simulées

### 2.2.5.1. Données réelles

Pour illustrer la puissance de ce détecteur construit avec l'estimateur du point fixe, quelques résultats issus de la régulation de la fausse alarme sur des données réelles provenant de THALES Air Defence sont présentés. La gauche de la figure ?? représente une carte "distance-azimut" d'échos de fouillis de sol collectés par un radar de TAD. Le radar, positionné ‡ 13 mètres au-dessus du niveau de sol, éclaire la zone avec un angle rasant. Les échos du sol ont été collectés pour  $N = 868$  cases distances, pour 70 angles d'azimut et pour  $m = 8$  impulsions. Près du radar, les échos caractérisent un fouillis de sol hétérogène en puissance et non gaussien tandis qu'au delà de l'horizon radio-électrique du radar (environ 15 kilomètres), seul le bruit thermique gaussien est présent (partie de droite en bleu sur l'image).

Le seuil de détection est réalisé par comptage, en déplaçant un masque TFAC carré de dimension  $5 \times 5$ . Pour chaque case centrale  $\mathbf{x}$  du masque (i.e. la case testée), la valeur de  $\Lambda_{ANMF}(\mathbf{x}, \widehat{\mathbf{M}}_{FP})$  est calculée. La matrice de covariance  $\widehat{\mathbf{M}}_{FP}$  est estimée sur les  $K = 24$  autres cases, considérées ainsi comme les données secondaires  $\mathbf{c}_k$ . Ce processus est répété pour chaque pixel sur la carte de fouillis, ici



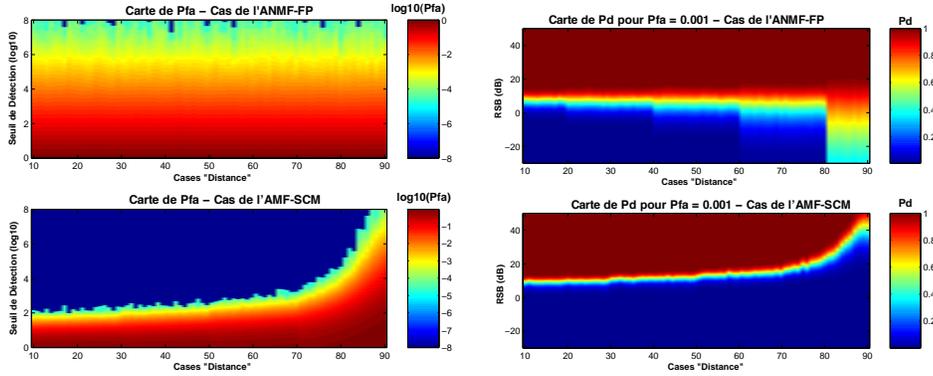
**Figure 3.** Figure de gauche : carte azimuth-distance des Échos radar de fouillis de sol. Figure de droite : comparaison des relations PFA-seuil pour l'ANMF construit avec différents estimateurs. a) Comptage Monte-Carlo de  $\Lambda_{ANMF}(\mathbf{x}, \widehat{\mathbf{M}}_{NSCM})$  en bleu b) Courbe théorique de l'Équation [??] en noir. c) Courbe théorique correspondant à l'idéal (Équation [??]) en vert. d) Comptage Monte-Carlo de  $\Lambda_{ANMF}(\mathbf{x}, \widehat{\mathbf{M}}_{FP})$  en rouge

$868 \times 70 = 60760$ . Le comptage est ainsi effectué et est présenté à la droite de la figure ???. Notons que la courbe de l'ANMF construit avec l'estimateur NSCM,  $\Lambda_{ANMF}(\mathbf{x}, \widehat{\mathbf{M}}_{NSCM})$  ne garantit pas la bonne régulation de fausse alarme puisqu'il n'est pas matrice-TFAC. La courbe rouge du comptage des données effectuée avec l'ANMF construit avec le Point Fixe est en excellente adéquation avec la théorie. La courbe verte est la courbe idéale que l'on obtiendrait si la meilleure des estimations (cas  $K \rightarrow \infty$ ) avait été réalisée (en fait, les performances pour  $M$  connue). Cet écart avec l'estimation idéale définit ce que l'on appelle en radar les *pertes TFAC* (CFAR loss). Ce détecteur montre ici sa capacité de robustesse vis-à-vis de l'hétérogénéité de la zone sur laquelle sont collectées les données secondaires permettant d'estimer la matrice de covariance du fouillis.

#### 2.2.5.2. Données simulées

Cette capacité de robustesse aux transitions de fouillis est encore ici renforcée. Des simulations ont été réalisées pour différentes zones de fouillis, allant du bruit gaussien à un fouillis K-distribué très impulsif. Pour chaque zone, le détecteur  $\Lambda_{ANMF}(\mathbf{x}, \widehat{\mathbf{M}}_{FP})$  est comparé à  $\Lambda_{AMF}(\mathbf{x}, \widehat{\mathbf{M}}_{SCM})$ . La figure ?? de gauche présente l'étape de régulation de fausses alarmes. La taille des vecteurs est  $m = 10$  et le nombre de données secondaires utilisées pour estimer la matrice de covariance est  $K = 20$ . L'axe des ordonnées correspond au seuil de détection, l'axe des abscisses représente l'axe spatial (80 cases distance) correspondant à différentes zones de fouillis : de 1 à 20, le bruit est gaussien pour ensuite être K-distribué avec les paramètres d'échelle  $\nu$  suivants : de la case 20 à 40,  $\nu = 2$ , puis de 40 à 60,  $\nu = 1$ , de

60  $\ddagger$  80,  $\nu = 0, 5$ , et enfin, de 80  $\ddagger$  100,  $\nu = 0.1$  (pour des problÈmes d'effet de bord, les cases 1  $\ddagger$  10 et 90  $\ddagger$  100 n'ont pas ÈtÈ reprÈsentÈes). En fait, plus le paramÈtre d'Èchelle diminue, plus le fouillis devient impulsif.



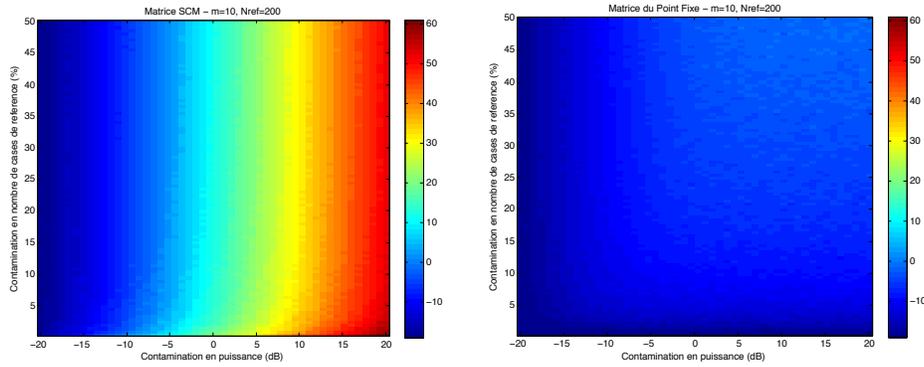
**Figure 4.** Analyse des performances de rÈgulation du taux de fausses alarmes et de dÈtection pour l'AMF  $\Lambda_{AMF}(\mathbf{x}, \mathbf{M}_{SCM})$  et l'ANMF  $\Lambda_{ANMF}(\mathbf{x}, \mathbf{M}_{FP})$  dans 5 diffÈrentes zones de fouillis, allant du bruit gaussien  $\ddagger$  un bruit trÈs impulsif. a)  $\ddagger$  gauche, rÈgulation du taux de fausses alarmes. b)  $\ddagger$  droite, performances de dÈtection.

On peut immÈdiatement remarquer que le dÈtecteur  $\Lambda_{ANMF}(\mathbf{x}, \widehat{\mathbf{M}}_{FP})$ , possÈdant la propriÈtÈ SIRV-TFAC, garantit la mÊme relation PFA-seuil dans toutes les zones de fouillis et est de ce fait robuste aux transitions. L'AMF a un comportement totalement diffÈrent : le seuil de dÈtection doit Ètre rehaussÈ quand le bruit devient plus impulsif pour garantir le mÊme taux de fausses alarmes. La figure ?? de droite prÈsente les performances de dÈtection des deux dÈtecteurs. L'axe des ordonnÈes correspond au rapport signal- $\ddagger$ -bruit (RSB) tandis que l'axe des abscisses reprÈsente  $\ddagger$  nouveau les 80 cases distances. La probabilitÈ de dÈtection  $P_d$  pour une  $P_{fa}$  rÈglÈe  $\ddagger$   $10^{-3}$  est, elle aussi codÈe en couleur.

### 3. Robustesse des Estimateurs

Les nouveaux dÈtecteurs proposÈs plus haut dans le cas SIRV sont dits robustes car ils ne perdent pas leurs propriÈtÈs TFAC lorsque l'on s'Ècarte lÈgÈrement des hypothÈses sous lesquelles ils ont ÈtÈ construits : robustesse  $\ddagger$  l'hÈtÈrogÈnÈitÈ spatiale et la non-gaussianitÈ du fouillis, robustesse aux "outliers" c'est  $\ddagger$  dire  $\ddagger$  la prÈsence Èventuelles de cibles et de brouilleurs dans les cases adjacentes  $\ddagger$  la case de test. De nouveaux travaux ont ainsi pu mettre en Èvidence l'intÈrÊt d'emploi de la matrice FP du point fixe (mÊme en environnement gaussien) de par son trÈs grande robustesse aux donnÈes aberrantes dans les algorithmes de type Music ou Esprit ou dans la mise en œuvre des dÈtecteurs radar (?).

Les données secondaires sont supposées toujours respecter le modèle, c'est à dire que les données secondaires dans le cas de la détection contiennent toujours un bruit respectant les hypothèses de départ. On considère ici le problème d'estimation de la matrice de covariance du processus étant donné  $N$  observations secondaires indépendantes  $\{\mathbf{x}_k\}_{k=1..N}$  contenant du bruit et quelques perturbations additives. Quand  $K$  observations  $\{\mathbf{x}_k\}_{k=1..K}$  contiennent de fortes perturbations déterministes  $\{\mathbf{a}_k\}_{k=1..K}$  et un bruit additif  $\{\mathbf{c}_k\}_{k=1..K}$ , on peut analyser le biais (?) entre l'estimation de la matrice de covariance contaminée et l'estimation de la matrice non contaminée. Supposons ici, pour des raisons de compréhension, que  $\|\mathbf{a}_k\| \gg \|\mathbf{c}_k\|$  et que les  $\{\mathbf{c}_k\}$  soient gaussiens.



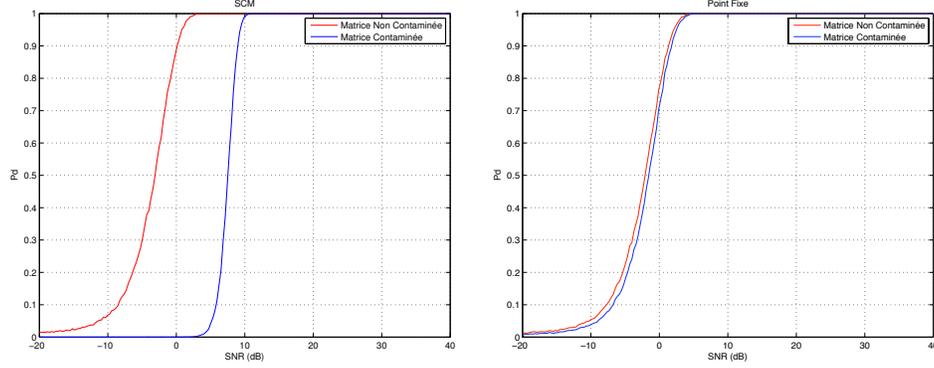
**Figure 5.** Erreur relative (en dB) entre la matrice de covariance estimée non contaminée et la matrice de covariance estimée contaminée. a) gauche, matrice SCM conventionnelle. b) droite, matrice du point fixe.

### 3.1. Analyse du biais de la SCM en présence de perturbations :

La différence  $\Delta_{SCM}$  entre l'espérance statistique de la SCM contaminée et l'espérance statistique  $E[\widehat{\mathbf{M}}_{SCM}] = \mathbf{M}$  de la SCM non contaminée, soit le biais dû à la contamination, s'écrit :

$$\Delta_{SCM} = \frac{m}{N} \sum_{k=1}^K \mathbf{a}_k \mathbf{a}_k^H - \frac{K}{N} \mathbf{M}. \quad [28]$$

On peut noter que plus la norme  $\|\mathbf{a}_k\|$  des perturbations est forte, plus le biais est important. La matrice estimée  $\widehat{\mathbf{M}}_{SCM}$  n'est donc pas robuste.



**Figure 6.** Performances de détection ( $P_{fa}=0.01$ ) d'une cible pour une cellule de référence fortement contaminée (20 dB) ou pas. a) gauche, performances de l'AMF avec SCM biaisée ou pas par la contamination. b) droite, performances de l'ANMF avec l'estimateur robuste du point fixe

### 3.2. Analyse du biais de la NSCM en présence de perturbations :

La différence  $\Delta_{NSCM}$  entre l'espérance statistique de la NSCM contaminée et l'espérance statistique  $E[\widehat{\mathbf{M}}_{NSCM}]$  de la NSCM non contaminée ( $\neq \mathbf{M}$  car l'estimateur NSCM est biaisé), soit le biais dû à la contamination, s'écrit :

$$\Delta_{NSCM} = -\frac{K}{N} E[\widehat{\mathbf{M}}_{NSCM}] + \frac{m}{N} \sum_{k=1}^K \frac{\mathbf{a}_k \mathbf{a}_k^H}{\mathbf{a}_k^H \mathbf{a}_k}. \quad [29]$$

#### 3.2.1. Analyse du biais de la FP en présence de perturbations :

Dans ce cas, le biais  $\Delta_{FP} = E[\widehat{\mathbf{M}}_{FP}] - \mathbf{M}$  de la matrice du point fixe contaminée s'écrit

$$\Delta_{FP} = \frac{m+1}{N} \left( \sum_{k=1}^K \frac{\mathbf{a}_k \mathbf{a}_k^H}{\mathbf{a}_k^H \mathbf{M}^{-1} \mathbf{a}_k} - \frac{K}{m} \mathbf{M} \right). \quad [30]$$

Dans les deux derniers cas, on peut remarquer que la force  $\|\mathbf{a}_k\|$  de la contamination n'influe pas dans le calcul de ces biais. Tout facteur d'échelle scalaire sur les vecteurs  $\{\mathbf{a}_k\}$  laisse le biais invariant. Les estimateurs NSCM et FP sont donc robustes à la présence de perturbations déterministes.

La figure ?? montre l'erreur relative que l'on commet pour l'estimateur classique SCM et l'estimateur robuste du point fixe lorsqu'on estime la covariance avec des données de référence contaminées (en nombre et en puissance). La figure ?? donne une comparaison des performances entre une technique conventionnelle et une technique

robuste pour une seule cellule contaminée dans les données de référence contenant une cible très forte de 20 dB (cible de même *steering vector* que dans la case de test, cas, par exemple, d'un convoi étalé spatialement de plusieurs véhicules de mêmes vitesses). L'axe des abscisses définit la puissance des contaminations et l'axe des ordonnées définit le nombre de cellules contaminées (sur 200 cases).

Cette robustesse est également mise en évidence dans (?) dans le cadre du STAP à rang réduit lorsque les données secondaires contiennent des cibles de même *steering vector* (cas de convois par exemple). Lors du processus de blanchiment, la matrice de covariance SCM estimée avec de fortes cibles présentes dans les données secondaires blanchit également la cible dans la case de test. L'utilisation de la NSCM ou du FP permet d'atténuer très fortement l'influence de leur présence et confère ainsi au détecteur associé une grande robustesse.

Cette problématique, peu connue dans le monde radar, est étudiée depuis de nombreuses années en statistique sous le nom de Statistiques Robustes (SIRV; ?; ?). On y rencontre notamment les  $M$ -estimateurs, estimateurs robustes de matrice de covariance dans le cadre beaucoup plus étendu des processus elliptiques (?), qui contiennent naturellement les processus SIRV. Les  $M$ -estimateurs sont définis comme la solution de l'équation implicite :

$$\widehat{M} = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K u \left( \mathbf{c}_i^H \widehat{M}^{-1} \mathbf{c}_i \right) \mathbf{c}_i \mathbf{c}_i^H, \quad [31]$$

où  $u(\cdot)$  est une fonction devant respecter quelques contraintes. On peut montrer que ces estimateurs (ou des fonctionnelles continues de ces estimateurs), à une normalisation adéquate près, ont les mêmes performances asymptotiques que celle de la matrice SCM, ceci pour un nombre de données secondaires légèrement supérieur (?; ?).

Les recherches que nous menons actuellement portent sur la prise en compte de la non-stationnarité de case distance à case distance de cette matrice de covariance que l'on rencontre en STAP de pointe avant par exemple ou sur du fouillis dynamique comme la mer.

#### 4. Utilisation de la structure de Covariance en détection STAP

Les techniques de détection présentées précédemment ont été étendues (Pailloux *et al.*, 2008; 2009; 2010; 2011) pour répondre au problème crucial de la réduction du nombre de cases distance (réduction du nombre  $K$  de données secondaires) nécessaires à l'estimation de la matrice de covariance du fouillis. Nous nous sommes ainsi appuyés sur l'information *a priori* que l'on pouvait apporter à la matrice de covariance. La prise en compte de la structure particulière de Toeplitz de la matrice de covariance a été largement étudiée par (?) dans le cadre de l'estimation et par (?) dans le cadre de la détection radar. En utilisant la propriété dite de persymétrie (symétrie par rapport à l'antidiagonale) de cette matrice que l'on rencontre en STAP latéral conventionnel, dans tout type de radar à période de répétition constante

ou dans toute application d'antenne de type ULA (Uniform Linear Antenna), (?) et (?) ont respectivement proposé un estimateur du Maximum de Vraisemblance de la matrice de covariance et son détecteur GLRT associé. Dans le cadre des SIRV, des schémas de détection ont été proposés par (?) et (?). Dans (?), la persymétrie est seulement exploitée pour construire deux jeux indépendants de données secondaires nécessaires à l'élaboration d'un détecteur SIRV-TFAC, le *Persymmetric Adaptive Normalized Matched Filter (P-ANMF)*. Dans (?), les jeux de données précédents sont utilisés pour initialiser l'algorithme itératif proposé dans (?; ?) et pour construire le détecteur récursif *RP-ANMF (Recursive P-ANMF)*.

Notre approche exploite une transformation originale déjà présente dans (?) pour le cas gaussien et dans (?). Pour le cas gaussien, il est possible de définir un détecteur de type AMF construit sur l'estimateur du Maximum de Vraisemblance de la matrice de covariance persymétrique : le *PS-AMF (Persymmetric Adaptive Matched Filter)*. Pour le cas SIRV, la méthodologie est basée sur l'utilisation conjointe de la matrice du point fixe (FP) et de l'ANMF, pour définir le *Fixed Point Adaptive Normalized Matched with Persymmetric Fixed Point (ANMF-PFP ou GLRT-PFP)*.

L'intérêt de ces deux approches réside dans le fait que, dans les deux cas, la matrice estimée est réelle plutôt que complexe, conduisant à un nombre de degrés de liberté deux fois moins important. À nombre  $K$  de données secondaires donné, ces deux détecteurs, couplés à l'estimateur associé améliorent fortement les performances de détection.

Soit  $\mathbf{M}$  une matrice de covariance. Cette matrice  $\mathbf{M}$  possède la propriété de persymétrie si et seulement si :

$$\mathbf{M} = \mathbf{J}_m \mathbf{M}^* \mathbf{J}_m, \quad [32]$$

où  $\mathbf{J}_m$  est la matrice de dimension  $m$  constituée de 1 sur l'antidiagonale. Le *steering vector*  $\mathbf{a}$  du problème est également persymétrique si et seulement si :

$$\mathbf{a} = \mathbf{J}_m \mathbf{a}^*. \quad [33]$$

Cette propriété de persymétrie caractérisant la matrice de covariance des signaux, peut s'exploiter en considérant la transformation des données par une matrice unitaire  $\mathbf{T}$  donnée par :

$$\mathbf{T} = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \mathbf{I}_{m/2} & \mathbf{J}_{m/2} \\ i \mathbf{I}_{m/2} & -i \mathbf{J}_{m/2} \end{pmatrix} & \text{pour } m \text{ pair} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \mathbf{I}_{(m-1)/2} & 0 & \mathbf{J}_{(m-1)/2} \\ 0 & \sqrt{2} & 0 \\ i \mathbf{I}_{(m-1)/2} & 0 & -i \mathbf{J}_{(m-1)/2} \end{pmatrix} & \text{pour } m \text{ impair,} \end{cases} \quad [34]$$

où  $\mathbf{I}_m$  est la matrice unité de dimension  $m$ . Les vecteurs et matrices persymétriques sont caractérisés par les propriétés suivantes :

- $\mathbf{a} \in \mathbb{C}^m$  est un vecteur persymétrique si et seulement si  $\mathbf{T} \mathbf{a}$  est un vecteur réel.

•  $M$  est une matrice hermitienne persymétrique si et seulement si  $T M T^H$  est une matrice symétrique réelle.

Notons  $\mathbf{y}$ ,  $\mathbf{y}_k$ ,  $\mathbf{n}$  et  $\mathbf{s}$  les données du problème [??] après la transformation  $T$  :  $\mathbf{y} = T \mathbf{x}$ ,  $\mathbf{y}_k = T \mathbf{x}_k$ ,  $\mathbf{s} = T \mathbf{a}$ ,  $\mathbf{n} = T \mathbf{c}$ ,  $\mathbf{n}_k = T \mathbf{c}_k$ . Il s'ensuit que le *steering vector*  $\mathbf{s}$  et la matrice  $T$  sont tous deux réels. Le problème original de détection présentÉ en [??] peut alors se transformer de manière Équivalente :

$$\begin{cases} H_0 : \mathbf{y} = \mathbf{n} & \mathbf{y}_k = \mathbf{n}_k, \text{ for } 1 \leq k \leq K, \\ H_1 : \mathbf{y} = \alpha \mathbf{s} + \mathbf{n} & \mathbf{y}_k = \mathbf{n}_k, \text{ for } 1 \leq k \leq K, \end{cases} \quad [35]$$

oÙ  $\mathbf{y} \in \mathbb{C}^m$  et  $\mathbf{s}$  est un vecteur réel connu.

Dans le cas gaussien et sous l'hypothÈse  $H_0$ ,  $\mathbf{y}$  et les  $K$  données secondaires transformÉes  $\mathbf{y}_k$  sont identiquement distribuÉes et partagent la même distribution  $\mathcal{CN}(\mathbf{0}, \mathbf{R})$  oÙ  $\mathbf{R} = T M T^H$  est une matrice symétrique réelle.

Dans le cas SIRV, on a :

$$\mathbf{n} = \sqrt{\tau} \mathbf{h}, \quad \mathbf{n}_k = \sqrt{\tau_k} \mathbf{h}_k, \quad [36]$$

oÙ  $\mathbf{h} = T \mathbf{g}$  et  $\mathbf{h}_k = T \mathbf{g}_k$  sont les vecteurs de speckle transformÉs et caractÉrisÉs par la même matrice de covariance réelle  $\mathbf{R} = T M T^H$ . Gr,ce à la propriété d'invariance des SIRV par filtrage linÉaire (?), les vecteurs  $\mathbf{n}$  et  $\mathbf{n}_k$  restent encore SIRV après la transformation avec la même loi de texture  $p_\tau(\cdot)$  mais avec la nouvelle matrice de covariance  $\mathbf{R} = T M T^H$ . Le nouveau problème à résoudre est ainsi celui défini en (??).

#### 4.1. Cas gaussien

Le problème est ici de déterminer, dans le cas gaussien, l'estimÉe du Maximum de Vraisemblance de la matrice de covariance  $\mathbf{R}$  à l'aide des  $K$  données secondaires  $\mathbf{y}_k$ .

L'estimÉe  $\hat{\mathbf{R}}_P$  au sens du Maximum de Vraisemblance de la matrice de covariance  $\mathbf{R}$  est donnÉe par :

$$\hat{\mathbf{R}}_P = \mathcal{Re}(\hat{\mathbf{R}}_{SCM}), \quad [37]$$

oÙ  $\mathcal{Re}(\cdot)$  est la prise de la partie réelle d'un nombre complexe et oÙ :

$$\hat{\mathbf{R}}_{SCM} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \mathbf{x}_k \mathbf{x}_k^H = \mathbf{T} \hat{\mathbf{M}}_{SCM} \mathbf{T}^H. \quad [38]$$

$\hat{\mathbf{R}}_P$  est non biaisÉ et  $K \hat{\mathbf{R}}_P$  est réel, Wishart distribuÉ de paramÈtre  $\frac{1}{2} \mathbf{R}$  et  $2K$  degrés de liberté.

Ainsi, le fait de prendre en compte la structure réelle de  $\mathbf{R}$  (ou de manière équivalente la structure persymétrique de  $\mathbf{M}$ ) dans le processus d'estimation, permet de virtuellement doubler le nombre  $K$  de données secondaires, ce qui n'est pas négligeable  $\ddagger$  faible nombre de données secondaires (assouplissement de la règle de Brennan).

Le détecteur [??] de type AMF sur le problème défini par [??] et basé sur l'estimateur  $\widehat{\mathbf{R}}_P$  défini par [??] est appelé PS-AMF (Persymmetric AMF) et prend la forme :

$$\Lambda_{PS-AMF}(\widehat{\mathbf{R}}_P, \mathbf{y}) = \frac{|\mathbf{s}^\top \widehat{\mathbf{R}}_P^{-1} \mathbf{y}|^2}{\mathbf{s}^\top \widehat{\mathbf{R}}_P^{-1} \mathbf{s}} \underset{H_0}{\underset{H_1}{\gtrless}} \lambda_{PS-AMF}, \quad [39]$$

ou de manière équivalente en fonction des données initiales :

$$\Lambda_{PS-AMF}(\widehat{\mathbf{M}}_{SCM}, \mathbf{x}) = \frac{|\mathbf{a}^H \mathbf{T}^H [\mathcal{R}e(\mathbf{T} \widehat{\mathbf{M}}_{SCM} \mathbf{T}^H)]^{-1} \mathbf{T} \mathbf{x}|^2}{\mathbf{a}^H \mathbf{T}^H [\mathcal{R}e(\mathbf{T} \widehat{\mathbf{M}}_{SCM} \mathbf{T}^H)]^{-1} \mathbf{T} \mathbf{a}} \underset{H_0}{\underset{H_1}{\gtrless}} \lambda_{PS-AMF}. \quad [40]$$

La distribution du test [??] est connue lorsque  $K \widehat{\mathbf{R}}_P$  est complexe, Wishart distribuée  $\mathcal{CW}_m(K \mathbf{R}, K)$  et correspond  $\ddagger$  celle classique de l'AMF (?) donnée par [??]. Dans notre problème,  $K \widehat{\mathbf{R}}_P$  est réel, Wishart distribuée de paramètre  $\frac{1}{2} \mathbf{R}$  et  $2K$  degrés de liberté tandis que  $\mathbf{y}$  est complexe. Il est possible d'établir la distribution du PS-AMF et la relation analytique liant la PFA  $P_{fa}$  et le seuil de détection  $\lambda_{PS-AMF}$ .

- Sous hypothèse  $H_0$ , la distribution  $p(z)$  de  $\Lambda_{PS-AMF}$  défini par [??], prend la forme :

$$p(z) = \frac{(2K - m + 1)(2K - m + 2)}{2K(2K + 1)} {}_2F_1\left(\frac{2K - m + 3}{2}, \frac{2K - m + 4}{2}; \frac{2K + 3}{2}; -\frac{z}{K}\right), \quad [41]$$

- La relation liant la  $P_{fa}$  et le seuil de détection  $\lambda$  est donnée par :

$$P_{fa} = {}_2F_1\left(\frac{2K - m + 1}{2}, \frac{2K - m + 2}{2}; \frac{2K + 1}{2}; -\frac{\lambda_{PS-AMF}}{K}\right). \quad [42]$$

Comme nous le verrons dans la partie expérimentation, le PS-AMF donne de bien meilleures performances que l'AMF, notamment dans le cas d'un petit nombre  $K$  de données secondaires.

#### 4.2. Cas SIRV

Le problème est ici de déterminer, dans le cas SIRV, l'estimée du Maximum de Vraisemblance de la matrice de covariance  $\mathbf{R}$   $\ddagger$  l'aide des  $K$  données secondaires

$\mathbf{y}_k$  et d'établir le détecteur associé au test d'hypothèses (??). Nous rappelons que le bruit additif SIRV  $\mathbf{n}$  est donné par :

$$\mathbf{n} = \sqrt{\tau} \mathbf{h}, \quad [43]$$

où  $\tau$  est une variable aléatoire scalaire positive, et  $\mathbf{h}$  est un vecteur centré gaussien de matrice de covariance  $\mathbf{R}$ . Les  $K$  données secondaires  $\mathbf{n}_k = \sqrt{\tau_k} \mathbf{h}_k$  sont identiquement distribuées et partagent la même distribution que  $\mathbf{n}$ .

Puisque la matrice transformée  $\mathbf{R}$  est réelle, sa structure doit être prise en considération dans la procédure d'estimation en ne retenant que la partie réelle de l'estimateur du point fixe. Ceci conduit à proposer un nouvel estimateur de covariance appelé Persymmetric Fixed Point (PFP) et défini par :

$$\widehat{\mathbf{R}}_{PFP} = \mathcal{R}e(\widehat{\mathbf{R}}_{FP}), \quad [44]$$

avec

$$\widehat{\mathbf{R}}_{FP} = \mathbf{T} \widehat{\mathbf{M}}_{FP} \mathbf{T}^H. \quad [45]$$

Les propriétés intrinsèques et statistiques de  $\widehat{\mathbf{R}}_{PFP}$  peuvent être données :

- La distribution de  $\widehat{\mathbf{R}}_{PFP}$  ne dépend pas de la texture.
- $\widehat{\mathbf{R}}_{PFP}$  est un estimateur consistant de  $\mathbf{R}$ .
- $\widehat{\mathbf{R}}_{PFP}$  est un estimateur non-biaisé de  $\mathbf{R}$ .

•  $\frac{\widehat{\mathbf{R}}_{PFP}}{\text{tr}\{\mathbf{R}^{-1} \widehat{\mathbf{R}}_{PFP}\}}$  possède la même distribution que  $\frac{\widehat{\mathbf{R}}}{\text{tr}\{\mathbf{R}^{-1} \widehat{\mathbf{R}}\}}$ , où  $\widehat{\mathbf{R}}$  est réel, Wishart distribué à  $\frac{m}{m+1} 2K$  degrés de liberté et de paramètre  $\mathbf{R}$ .

Un nouveau détecteur associé au problème [??], appelé ANMF-PFP *Adaptive Normalized Matched Filter - Persymmetric Fixed Point* et basé sur [??] et sur l'estimateur PFP [??], prend la forme :

$$\Lambda_{ANMF-PFP}(\widehat{\mathbf{R}}_{PFP}, \mathbf{y}) = \frac{\left| \mathbf{s}^\top \widehat{\mathbf{R}}_{PFP}^{-1} \mathbf{y} \right|^2}{\left( \mathbf{s}^\top \widehat{\mathbf{R}}_{PFP}^{-1} \mathbf{s} \right) \left( \mathbf{y}^H \widehat{\mathbf{R}}_{PFP}^{-1} \mathbf{y} \right)} \underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}} \lambda_{ANMF-PFP}, \quad [46]$$

ou de manière équivalente avec les données initiales :

$$\Lambda_{ANMF-PFP}(\widehat{\mathbf{M}}_{FP}, \mathbf{x}) = \frac{\left| \mathbf{a}^H \mathbf{T}^H [\mathcal{R}e(\mathbf{T} \widehat{\mathbf{M}}_{FP} \mathbf{T}^H)]^{-1} \mathbf{T} \mathbf{x} \right|^2}{\left( \mathbf{x}^H \mathbf{T}^H [\mathcal{R}e(\mathbf{T} \widehat{\mathbf{M}}_{FP} \mathbf{T}^H)]^{-1} \mathbf{T} \mathbf{x} \right) \left( \mathbf{a}^H \mathbf{T}^H [\mathcal{R}e(\mathbf{T} \widehat{\mathbf{M}}_{FP} \mathbf{T}^H)]^{-1} \mathbf{T} \mathbf{a} \right)}. \quad [47]$$

Ce détecteur possède quelques propriétés très intéressantes :

–  $\Lambda_{ANMF-PFP}$  est SIRV-TFAC,

– Pour  $K$  assez grand, sous hypothèse  $H_0$ ,  $\Lambda_{ANMF-PFP}$  possède la même

distribution que  $\Lambda = \frac{|e_1^\top \widehat{\mathbf{W}}^{-1} \mathbf{w}|^2}{\left(e_1^\top \widehat{\mathbf{W}}^{-1} e_1\right) \left(\mathbf{w}^H \widehat{\mathbf{W}}^{-1} \mathbf{w}\right)}$  où  $\mathbf{w} \sim \mathcal{CN}(\mathbf{0}, \mathbf{I}_m)$ ,  $e_1 = (1, 0, \dots, 0)^\top$  et où  $\widehat{\mathbf{W}}$  est réelle, Wishart distribuée de paramètre  $\mathbf{I}_m$  et  $K' = \frac{m}{m+1} 2K$  degrés de liberté. Cette distribution n'est pas connue analytiquement mais on peut donner quelques indications et identifier les variables indépendantes la constituant : pour  $K$  assez grand,  $\Lambda_{ANMF-PFP}$  possède la même distribution que  $\frac{F}{F+1}$  où :

$$F = \frac{(\alpha_1 l_{22} - \alpha_2 l_{21})^2 + \left(1 + \left(\frac{\beta_3}{l_{33}}\right)^2\right) (a l_{22} - b l_{21})^2}{(\alpha_2 l_{11})^2 + \left(l_{11} l_{22} \frac{\beta_3}{l_{33}}\right)^2 + l_{11}^2 \left(1 + \left(\frac{\beta_3}{l_{33}}\right)^2\right) b^2}, \quad [48]$$

et où toutes les variables aléatoires ci dessous sont indépendantes et distribuées selon :

$$a, b, \alpha_1, l_{21} \sim \mathcal{N}(0, 1), \alpha_2^2 \sim \chi_{m-1}^2, \beta_3^2 \sim \chi_{m-2}^2,$$

et

$$l_{11}^2 \sim \chi_{K'-m+1}^2, l_{22}^2 \sim \chi_{K'-m+2}^2, l_{33}^2 \sim \chi_{K'-m+3}^2,$$

with  $K' = \frac{m}{m+1} 2K$ .

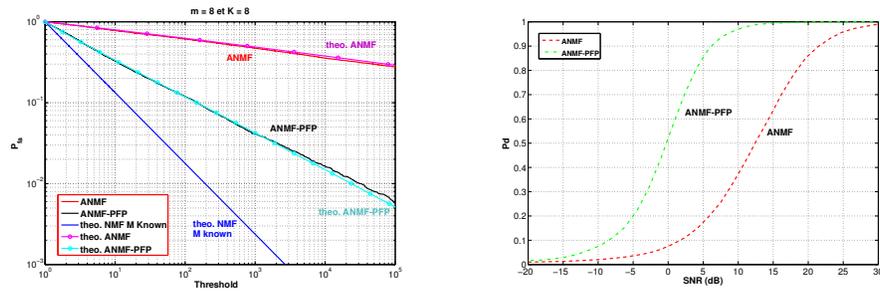
Cette dernière propriété permet, à travers des tirages de type Monte Carlo, d'élaborer très facilement les cartes PFA-seuil de détection de  $\lambda_{ANMF-PFP}$  [??].

À nombre de vecteurs secondaires donné, ces techniques améliorent encore les performances des détecteurs conventionnels de type AMF + SCM (nouveau détecteur PS-AMF) ou les détecteurs de type ANMF+FP (nouveau détecteur ANMF-PFP) (?). Cette technique de persymétrie aliée ou non aux processus SIRV peut également être mise en œuvre de manière très performante dans les détecteurs STAP à rang réduit comme le montre (?).

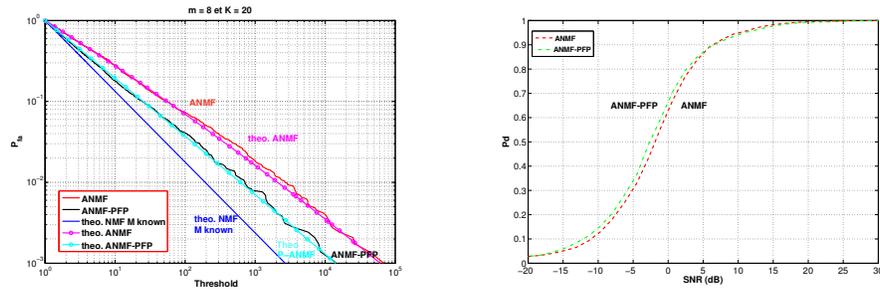
### 4.3. Applications sur données réelles

La figure ?? donne un exemple de résultat obtenu sur les données de THALES de la figure ?? pour  $m = 8$  et  $K = 8$ , soit un nombre  $K$  de données secondaires égal à la dimension  $m$  de la matrice de covariance. En bleu foncé, sont présentées la courbe de fausses alarmes pour une covariance théoriquement connue, en rose et rouge, les courbes de fausses alarmes théorique et estimée (simulation) du détecteur ANMF n'utilisant pas la propriété de persymétrie de la matrice, en noir et bleu clair,

les performances apportées par l'information *a priori* de la persymétrie dans le détecteur ANMF-PFP. La figure ?? donne le même genre d'exemple pour  $m = 8$  et  $K = 20$ , soit un nombre  $K$  de données secondaires supérieur au double de la dimension  $m$  de la matrice de covariance. Sur chaque figure, sont représentés les gains de performance de détection. Il est clair qu'avec un nombre de données secondaires  $K$  égal à la dimension  $m$  du vecteur de données (voir figure ??), les performances sont grandement améliorées.



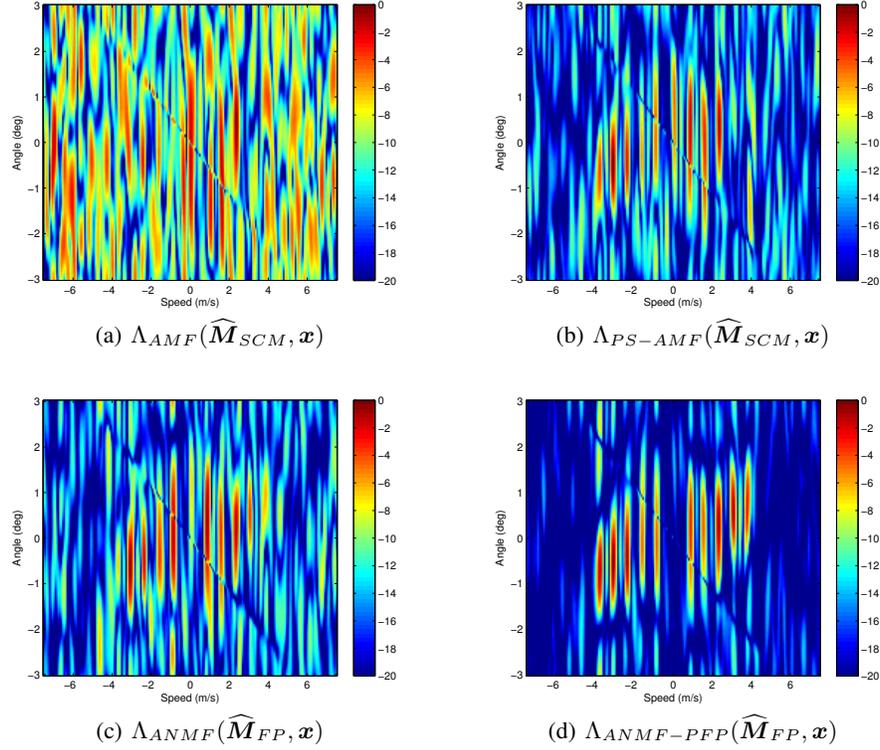
**Figure 7.** Courbes de régulation de fausse alarme et de performance de détection sur les données de THALES (seuil de détection  $\eta = (1 - \lambda)^{-m}$  en fonction de la probabilité de fausse alarme) pour les détecteurs  $\Lambda_{ANMF}(\widehat{M}_{FP}, \mathbf{x})$  et  $\Lambda_{ANMF-PFP}(\widehat{M}_{FP}, \mathbf{x})$ . Cas  $P_{fa} = 10^{-2}$ ,  $m = 8$  et  $K = 8$



**Figure 8.** Courbes de régulation de fausse alarme et de performance de détection sur les données de THALES (seuil de détection  $\eta = (1 - \lambda)^{-m}$  en fonction de la probabilité de fausse alarme) pour les détecteurs  $\Lambda_{ANMF}(\widehat{M}_{FP}, \mathbf{x})$  et  $\Lambda_{ANMF-PFP}(\widehat{M}_{FP}, \mathbf{x})$ . Cas  $P_{fa} = 10^{-2}$ ,  $m = 8$  et  $K = 20$

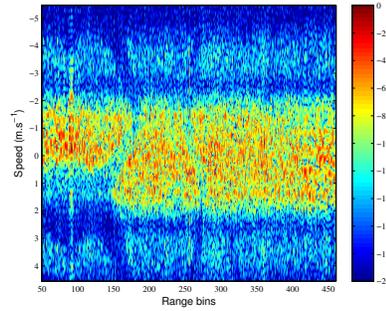
## 5. Applications sur données STAP

La figure ?? montre les résultats obtenus sur des données STAP synthétisées par la DGA Maîtrise de l'information à partir d'images réelles SAR du capteur SETHI



**Figure 9.** Résultats de détection Doppler-azimut dans la case distance 255 pour 10 cibles de vitesses différentes ( $N M = 512$ ,  $K = 410$ ).

de l'ONERA. Dix cibles artificielles dans la même case distance (case 255) mais à des vitesses différentes ont ainsi été ajoutées dans les données synthétisées. La dimension des vecteurs STAP est ici de  $m = M N = 256$  alors que le nombre de données secondaires est  $K = 410$ . La règle de Brennan ( $m > 2 K$ ) et qui garantit, dans le cas gaussien, une perte maximale de 3 dB, n'est pas respectée. L'utilisation de la propriété de persymétrie permet ainsi d'utiliser virtuellement  $2 K$  données secondaires et on peut remarquer que les détecteurs persymétriques AMF-SCM et ANMF-PFP améliorent les résultats. La figure ?? présente la carte Doppler-distance d'un des capteurs (simple transformation de Fourier des données acquises au cours du temps sur un seul capteur) des données contenues dans la case distance.



**Figure 10.** Carte Doppler-distance d'un des capteurs

## 6. Conclusion

Dans le cadre de la détection radar et en particulier pour le STAP, l'estimation de la matrice de covariance du fouillis est généralement une phase très importante et sa qualité d'estimation influe fortement sur les performances de détection. Jusqu'à très récemment, presque tous les développements théoriques étaient basés sur l'hypothèse gaussienne, que l'on peut quelquefois remettre en cause dans les situations opérationnelles particulières (hétérogénéité spatiale du fouillis, site de visée rasant, haute résolution). De ce fait, de nouveaux modèles de fouillis, basés sur des processus gaussiens composés (SIRV) ont été proposés. Ils permettent de manière originale et efficace de prendre en compte l'hétérogénéité et la non-gaussianité du fouillis. Toutes les techniques d'estimation et de détection peuvent être alors revisitées. Dans le cadre générale de la détection et de l'estimation dans le contexte SIRV, nous avons ainsi proposé de nouveaux détecteurs basés sur de nouveaux estimateurs robustes de la matrice de covariance (matrice du point fixe) du fouillis. Ces techniques permettent d'améliorer fortement les performances des détecteurs conventionnels basés sur l'hypothèse gaussienne.

Enfin, dans le cas du STAP latéral, la matrice de covariance exhibe une structure particulière, la persymétrie, que nous avons exploitée pour encore améliorer ces performances et également limiter le nombre de données secondaires nécessaires à son estimation. Les résultats sur les signaux mis à disposition dans le cadre du club STAP par la DGA Maîtrise de l'Information, montrent l'intérêt et la validité de ces nouveaux détecteurs.

## Remerciements

Les auteurs remercient la DGA Maîtrise de l'Information et THALES pour la mise à disposition et l'exploitation de ses données.

## 7. Bibliographie

- Abramowitz, M., Stegun, I. C., (1972). *Handbook of mathematical functions*, New York, Dover.
- Barnard T.J., Weiner D.D., (1996). Non-Gaussian clutter modeling with generalized spherically invariant random vectors, *IEEE Trans. on Signal Processing*, vol. 44, n° 10, p. 2384-2390.
- Bausson S., Pascal F., Forster P., Ovarlez J.P., Larzabal P., (2007). First and second order moments of the normalized sample covariance matrix of spherically invariant random vectors, *IEEE Signal Processing Letters*, vol. 14, n° 6, p. 425-428.
- Bidon S. (2011). Introduction au STAP. Partie II : ModÈle des signaux et principe du filtrage, *Revue Traitement du Signal*.
- Bidon S., MontÈcot M., Savy L., (2011). Introduction au STAP. Partie III : Les donnÈes du club STAP, *Revue Traitement du Signal*.
- Bidon S., Besson O., Tournet J.Y., (2011). SynthÈse des traitements STAP pour la dÈtection en environnement hÈtÈrogÈne, *Revue Traitement du Signal*.
- Billingsley J.B., (1993). *Ground clutter measurements for surface-sited radar*, Technical Report 780, MIT, fÈvrier 1993.
- Billingsley J.B., (2002). *Low-Angle Radar Land Clutter: Measurements and Empirical Models*, Norwiche, NY, William Andrew Publishing.
- Bilodeau M., Brenner D., (1999). *Theory of multivariate statistics*, Springer Verlag.
- Brennan L.E., Reed I.S., (1973). Theory of Adaptive Radar, *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 9, n° 2, p. 237-252.
- Burg J.P., Luenberger D.G., Wenger D.L., (1982). Estimation of Structured Covariance Matrices, *Proc. of the IEEE*, vol. 70, p. 963-974.
- Cai L., Wang H., (1992). A persymmetric multiband GLR algorithm, *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 28, n° 3, p. 806-816.
- Conte E., Lops M., Ricci G., (1995). Asymptotically Optimum Radar Detection in Compound-Gaussian Clutter, *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 31, n° 2, p. 617-625.
- Conte E., Ricci G., (1998). Sensitivity study of GLRT detection in compound-Gaussian clutter, *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 34, n° 1, p. 308-316.
- Conte E., Lops M., Ricci G., (1999). Incoherent radar detection in compound-Gaussian clutter, *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 35, n° 3, p. 790-800.
- Conte E., De Maio A., Galdi, C., (2000). Signal detection in compound-Gaussian noise : Neyman-Pearson and CFAR detectors, *IEEE Trans. on Signal Processing*, vol. 48, n° 2, pp.419-428.
- Conte E., De Maio A., Ricci G., (2002). Recursive estimation of the covariance matrix of a compound-Gaussian process and its application to adaptive CFAR detection, *IEEE Trans. on Signal Processing*, vol. 50, n° 8, p. 1908-1915.
- Conte E., De Maio A., (2003). Exploiting persymmetry for CFAR detection in compound-Gaussian Clutter, *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 39, n° 2, p. 719-724.
- Conte E., De Maio A., (2004). Mitigation techniques for non-Gaussian sea clutter, *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, vol. 29, n° 2, p. 284-302.

- Fuhrmann D.R., (1991). Application of Toeplitz covariance estimation to adaptive beamforming and detection, *IEEE Trans. on Signal Processing*, vol. 39, p. 2194-2198.
- Gini F., (1997). Sub-optimum coherent radar detection in a mixture of K-distributed and Gaussian clutter, *IEE Proc. Radar, Sonar and Navigation*, vol. 144, n° 1, p. 39-48.
- Gini F., Greco M.V., (2002). Covariance matrix estimation for CFAR detection in correlated heavy tailed clutter, *Signal Processing, Special section on Signal Processing with Heavy Tailed Distributions*, vol. 82, n° 12, p. 1847-1859.
- Ginolhac G., Forster P., Ovarlez J.-P., Pascal F., (2011). STAP † rang réduit, robuste et persymétrique, *Revue Traitement du Signal*.
- Huber P.J., Ronchetti E. M., (2009), *Robust statistics*, John Wiley & Sons Inc.
- Jakeman E., (1980). On the Statistics of K-Distributed Noise, *J. Phys. A : Math Gen.*, vol. 13, p. 31-48.
- Jao J.K., (1984). Amplitude distribution of composite terrain radar clutter and the K-distribution, *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, vol. 32, n° 10, p. 1049-1062.
- Jay E., (2002). *DÉtection en environnement non-gaussien*, ThÈse de doctorat. Université de Cergy Pontoise.
- Kelker, D., Distribution theory of spherical distributions and a location-scale parameter generalization, (1970). *Sankhya A*, vol. 32, pp. 419-430.
- Kelly E.J., (1986). An adaptive detection algorithm, *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 23, pp.115-127.
- Korado V.A.,(1968). Optimum detection of signals with random parameters against the background of noise of unknown intensity under conditions of constant false alarm probability, *Radio Engineering and Electronic Physics*, vol. 13, p. 671-679.
- Kraut S., Scharf L.L., (1999). The CFAR adaptive subspace detector is a scale-invariant GLRT, *IEEE Trans. on Signal Processing*, vol. 47, n° 9, p. 2538-2541.
- Kraut S., Scharf L.L., Mc Whorter L.T., (2001). Adaptive subspace detectors, *IEEE Trans. on Signal Processing*, vol. 49, n° 1, p. 1-16.
- Mahot M., Forster P., Ovarlez J.P., Pascal F., (2010). Robustness analysis of covariance matrix estimates, Actes EUSIPCO'10, Aalborg, Danemark, 23-27 août 2010.
- Maronna R. A., (1976). Robust M-estimators of multivariate location and scatter, *Annals of Statistics*, vol. 4, n° 1, pp. 51ñ67.
- MontÈcot M., Le Chevalier F., Savy L., (2011), Introduction au STAP. Partie I : Contexte radar et enjeu du filtrage, *Revue Traitement du Signal*.
- Nitzberg R., Burke J.R., (1980). Application of maximum likelihood estimation of persymmetric covariance matrices to adaptive detection, *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 25, p. 124-127.
- Pailloux, G., Forster P., Ovarlez J.P., Pascal F., (2008). On persymmetric covariance matrices in adaptive detection, *Actes IEEE-ICASSP'08*, Las Vegas, USA, p. 2305-2308.
- Pailloux G., Ovarlez J.P., Pascal F., Forster P., (2008). A SIRV-CFAR adaptive detector exploiting persymmetric clutter covariance structure, *Actes IEEE Radar Conference*, Rome, Italie, p. 1139-1144.
- Pailloux G., Pascal F., Ovarlez J.P., Forster P., (2009). Comparison of various detection schemes for STAP radar based on experimental data, *Actes IEEE-Radar'09*, Bordeaux, France, 12-16 octobre 2009.

- Pailloux G., (2010). *Estimation structurée de la covariance du bruit en détection adaptative*, Thèse de doctorat. Université de Paris 10.
- Pailloux G., Forster P., Ovarlez J.P., Pascal F., (2011). Persymmetric adaptive radar detectors, *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, § paraître.
- Pascal F., Ovarlez J.P., Forster P. et Larzabal P., (2004). Radar detection in compound-Gaussian clutter, *Actes IEEE Radar'04*, Toulouse, France, 18-22 octobre 2004.
- Pascal F., Ovarlez J.P., Forster P. et Larzabal P., (2004). Constant false alarm rate detection in spherically invariant random processes, *Actes EUSIPCO'04*, Vienne, Autriche, 6-10 septembre 2004, p. 2143–2146.
- Pascal F., Ovarlez J.P., Forster P. et Larzabal P., (2005). Theoretical analysis of an improved covariance matrix estimator in non-Gaussian noise, *Actes IEEE-ICASSP'05*, Philadelphie, USA, 18-23 mars 2005.
- Pascal F., (2006). *Détection et estimation en environnement non-gaussien*, Thèse de doctorat. Université de Paris 10.
- Pascal F., Ovarlez J.P., Forster P., Larzabal P., (2006). On a SIRV-CFAR detector with radar experimentations in impulsive noise, *Actes EUSIPCO'06*, Florence, Italie, 4-8 septembre 2006.
- Pascal F., Chitour Y., Ovarlez J.P., Forster P., Larzabal P., (2008). Covariance structure maximum likelihood estimates in compound Gaussian noise : existence and algorithm analysis, *IEEE Trans-SP*, vol. 56, n° 1, p. 34-48.
- Pascal F., Forster P., Ovarlez J.P., Larzabal P., (2008). Performance analysis of covariance matrix estimates in an impulsive noise, *IEEE Trans. on Signal Processing*, vol. 56, n° 6, p. 2206-2217.
- Picinbono B., Vezzosi G., (1970). Détection d'un signal certain dans un bruit non stationnaire et non-gaussien, *Annales des Télécommunications*, vol. 25, p. 433-439.
- Rangaswamy M., Weiner D.D., Öztürk A., (1993). Non-Gaussian random vector identification using spherically invariant random processes", *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 29, n° 1, p. 111-123.
- Reed I.S., Mallet J.D., Brennan L.E., (1974). Rapid convergence rate in adaptive arrays, *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 10, n° 10, p. 853-863.
- Robert C.P., (1994). *The Bayesian Choice : a Decision-Theoretic Motivation*, New York, Springer-Verlag.
- Robey F.C., Fuhrmann D.R., Kelly E.J., Nitzberg R., (1992). A CFAR adaptive matched filter detector, *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 28, n° 1, p. 208-216.
- Sangston K.J., Gini F., Greco M.V., Farina A., (1999). Structures for radar detection in compound gaussian clutter, *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 35, n° 2, p. 445-458.
- Scharf L.L., Lytle D.W., (1971). Signal detection in Gaussian noise of unknown level : an invariance application, *IEEE Trans. on Information Theory*, vol. 17, p. 404-411.
- Scharf L.L., Friedlander B., (1994). Matched subspace detectors, *IEEE Trans. on Signal Processing*, vol. 42, n° 8, p. 2146-2157.
- Tyler D., (1983). Robustness and efficiency properties of scatter matrices, *Biometrika*, vol. 70, n° 2, p. 411.

- Vasile G., Ovarlez J.P., Pascal F., Tison C., (2010). Coherency matrix estimation of heterogeneous clutter in high resolution polarimetric SAR images, *IEEE Trans. on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 48, n° 4, p. 1809-1826.
- Yao K., (1973). A representation theorem and its applications to spherically invariant random processes, *IEEE Trans. on Information Theory*, vol. 19, n° 5, p. 600-608.