Approches parcimonieuses pour l'estimation de la matrice de covariance spatiale et la localisation de sources acoustiques

Gilles Chardon, Francois Ollivier, José Picheral, Sylvie Marcos

▶ **To cite this version:**

Gilles Chardon, Francois Ollivier, José Picheral, Sylvie Marcos. Approches parcimonieuses pour l'estimation de la matrice de covariance spatiale et la localisation de sources acoustiques. GRETSI 2019 - XXVIIème Colloque francophone de traitement du signal et des images, Aug 2019, Lille, France. hal-02271625

HAL Id: hal-02271625

https://centralesupelec.hal.science/hal-02271625

Submitted on 27 Aug 2019

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Approches parcimonieuses pour l'estimation de la matrice de covariance spatiale et la localisation de sources acoustiques

Gilles CHARDON[1], François OLLIVIER[2], José PICHERAL[1], Sylvie MARCOS[1]

[1]L2S, CentraleSupélec - CNRS - Université Paris Sud, Université Paris Saclay, 2 rue Joliot Curie, 91190 Gif sur Yvette, France

[2]Sorbonne Université, CNRS, Institut Jean Le Rond d'Alembert, UMR 7190, F-75005 Paris, France

Gilles.Chardon@centralesupelec.fr

Résumé – Cette communication aborde le problème de l'estimation de la position et la matrice de covariance spatiale de sources acoustiques. Cette approche permet d'améliorer la localisation des sources corrélées et de mieux caractériser les sources en apportant l'information sur leur corrélation. Les sources sont supposées ponctuelles et peu nombreuses. Deux méthodes sont proposées : l'approche pénalisée, avec des termes de régularisation ℓ_1 et de trace, ainsi que l'approche gloutonne (Orthogonal Least Squares), afin de renforcer la parcimonie et le rang faible de la matrice de covariance spatiale. Des résultats expérimentaux montrent l'intérêt des approches proposées pour la localisation de sources corrélées ou en en présence de réflexions.

Abstract – This paper addresses the problem of estimating the spatial covariance matrix of acoustic sources. This approach improves the localization of correlated sources. Since it provides information on their correlation, it also brings a better characterization of their nature. Two methods are proposed: a penalized approach, with ℓ_1 and trace regularization terms, as well as a greedy method (Orthogonal Least Squares), both promoting the sparsity of the coefficients of the matrix and its low rank. Experimental results show the interest of the proposed approaches to locate correlated sources, or in presence of reflections.

1 Introduction

Si la littérature est abondante concernant les méthodes de localisation de sources acoustiques, corrélées ou non, le problème d'estimation de la matrice de covariance spatiale des sources a peu été abordé. Il s'agit non seulement d'estimer la position et le niveau de puissance des sources mais aussi d'estimer leurs corrélations mutuelles. L'intérêt d'une telle approche est double : d'une part, il permet d'améliorer la localisation des sources dans le cas de sources cohérentes où de nombreuses méthodes ne sont plus applicables (notamment les méthodes utilisant les propriétés des sous-espaces de la matrice de covariance des mesures). D'autre part, identifier les groupes de sources cohérentes entre elles permet de mieux les caractériser, en termes d'extension notamment. Les sources seront ici ponctuelles, afin de pouvoir les représenter de façon parcimonieuse dans un dictionnaire de sources.

L'estimation de la corrélation des sources est utile dans différents contextes expérimentaux : par exemple dans le cas d'environnements réverbérants, par exemple, les sources images dues aux réflexions peuvent facilement être identifiées par leur corrélation avec la source physique. Dans d'autres situations, l'extension spatiale des sources ne peut pas être négligée, des signaux cohérents sont alors émis par différents points de la source.

L'un des principaux défis de l'estimation de la matrice de covariance spatiale est la complexité calculatoire. En effet dans le cas d'approche standard, et en discrétisant le plan des sources sur L points, le nombre de paramètres est de l'ordre de L^2. Il est donc indispensable de développer des algorithmes rapides afin de pouvoir utiliser les méthodes dans des cas pratiques réalistes qui impliquent de grands L.

Une extension de la méthode DAMAS (Deconvolution Approach for the Mapping of Acoustic Source) a été présentée dans [1] afin d'estimer la matrice de covariance de l'espace des sources à partir d'une première estimation grossière basée sur la formation de voies. Les méthodes de type DAMAS sont cependant connues pour nécessiter un nombre important d'itérations pour converger, et sont limitées à des covariances réelles positives. La méthode CMF (Covariance Fitting Method) [5] utilise quant à elle un critère pénalisant lié au rang faible de la matrice de covariance spatiale, mais les temps de calcul deviennent aussi rapidement prohibitifs pour des applications réelles. Enfin plus récemment, la méthode MACS (Mapping of Acoustic Correlated Sources) [6] et sa variante IMACS ont été introduites pour accélérer le temps de calcul et améliorer les performances en exploitant la structure de la matrice de covariance et son rang faible afin de réduire le nombre d'inconnues.

Cette communication propose de comparer deux nouvelles approches sur des données expérimentales. La première approche consiste à optimiser un critère de moindres carrés pénalisé par une contrainte de parcimonie et de rang faible. La deuxième approche met en oeuvre une méthode de type glou-

ton (Orthogonal Least Squares [2]) afin de localiser les sources en tirant parti de la parcimonie de la matrice de covariance, et utilisant des contraintes sur le support de la matrice à estimer imposées par sa positivité.

Les performances des méthodes sont évaluées sur des données expérimentales en chambre anéchoïque.

2 Modèle

Le réseau est composé de N capteurs, et on note $\mathbf{x}(t_i)$ le vecteur de dimension $N \times 1$ des signaux mesurés à l'instant t_i. On propose de discrétiser la région d'intérêt $\mathcal{R}$ où se situent les sources par une grille de L points. Soit Θ le vecteur de paramètres caractérisant la position de la source, la grille de discrétisation peut alors être décrite par l'ensemble $\{\Theta_\ell\}_{\ell=1,\dots,L}$ des positions des points de la grille.

Dans un problème classique de localisation de sources (ou d'imagerie acoustique), il s'agit de déterminer les points de la grille qui émettent un signal et d'en estimer la puissance. Le problème considéré dans cette communication consiste à estimer en outre les corrélations entre les points de la grille de manière à obtenir la matrice de covariance des sources (ou matrice de corrélation spatiale).

Afin d'alléger le formalisme, on suppose ici que les sources sont monochromatiques, le vecteur $\mathbf{x}(t_i)$ de taille $N \times 1$ contenant les signaux reçus s'écrit alors :

$$\mathbf{x}(t_i) = \sum_{\ell=1}^{L} \mathbf{a}(\Theta_\ell) s_\ell(t_i) + \mathbf{n}(t_i), \tag{1}$$

où $\mathbf{a}(\Theta_\ell)$ est le vecteur de pointage de la ℓ-ième source à la position Θ_ℓ, $s_\ell(t_i)$ est le signal émis par la source à l'instant t_i et $\mathbf{n}(t_i)$ est un bruit additif centré supposé spatialement blanc et de variance σ^2.

Soit la matrice $N \times L$ définie par $\mathbf{A} = [\mathbf{a}(\Theta_1), \dots, \mathbf{a}(\Theta_L)]$ à partir des L vecteurs de pointage associés aux L points de la grille, le modèle peut alors être réécrit :

$$\mathbf{x}(t_i) = \mathbf{A}\mathbf{s}(t_i) + \mathbf{n}(t_i). \tag{2}$$

où $\mathbf{s}(t_i) = [s_1(t_i), \dots, s_L(t_i)]^T$ est un vecteur de taille $L \times 1$ contenant les amplitudes des signaux émis par chacun des L point de la grille.

En supposant que le bruit est identiquement distribué et indépendant du signal émis par les sources, la matrice de covariance des mesures peut s'écrire $\mathbf{G} = E\{\mathbf{x}(t_i)\mathbf{x}(t_i)^\star\} = \mathbf{A}\mathbf{C}\mathbf{A}^\star + \sigma^2\mathbf{I}$, où $\mathbf{C} = E\{\mathbf{s}(t_i)\mathbf{s}(t_i)^\star\}$ est la matrice $L \times L$ de covariance des sources (ou matrice de covariance spatiale). L'estimation de $\mathbf{C}$ est l'objectif du travail présenté ici dans la mesure où elle permet de fournir une estimation de la corrélation entre chaque point de la grille tandis que les éléments diagonaux correspondent à la puissance des sources.

En notant I, le nombre d'échantillons temporels mesurés, l'estimateur empirique de la matrice de covariance des mesures s'écrit :

$$\widehat{\mathbf{G}} = \frac{1}{I} \sum_{i=1}^{I} \mathbf{x}(t_i)\mathbf{x}(t_i)^\star. \tag{3}$$

Une extension de la formation de voies standard au cas de sources corrélées fournit une estimation de $\mathbf{C}$ sous la forme :

$$\widehat{\mathbf{C}}_{DAS} = \frac{1}{L^2}\mathbf{A}^\star\widehat{\mathbf{G}}\mathbf{A}. \tag{4}$$

Cependant cette estimateur souffre des limitations bien connus de la formation de voies (résolution limitée, interférence des lobes secondaires...) ne permettant pas d'obtenir des résultats satisfaisants notamment à basse fréquence.

3 Approches parcimonieuses

Le principe des méthodes proposées ici est fondé sur les propriétés de la matrice $\mathbf{C}$ de covariance des sources. En effet si le nombre de sources J est faible devant le nombre total L de points de la grille, alors la matrice de covariance des sources est parcimonieuse. De plus, son rang est inférieur ou égal à J.

3.1 Régularisation ℓ_1+trace

La prise en compte de la parcimonie et du rang faible de la matrice à estimer nécessite l'utilisation de la "norme" ℓ_0 et du rang de la matrice. Ces termes étant non convexes, ils sont remplacés par la norme ℓ_1 et la norme ℓ_1 des valeurs singulières de la matrice, qui se réduit à la trace pour une matrice positive [3]. En appliquant ces principes au problème de l'estimation de la matrice des covariances des sources, on obtient la forme suivante, similaire à [4] [1] :

$$\widehat{\mathbf{C}}_{SPLR} = \underset{\mathbf{C}}{\operatorname{argmin}} \|\widehat{\mathbf{G}} - \mathbf{A}\mathbf{C}\mathbf{A}^\star\|_F^2 + \lambda_1\|\mathbf{C}\|_1 + \lambda_2\mathrm{tr}(\mathbf{C}),$$
$$\text{sous contrainte} \quad \mathbf{C} \geq 0.$$

Il s'agit d'un problème convexe mais non dérivable, qui peut être résolu par des algorithmes tels que SDMM (Simultaneous Directions of Multipliers Method). Cependant le coût calculatoire de ce type d'optimisation est très fortement dépendant du nombre L de points de discrétisation de la grille des sources. En effet, le nombre total d'inconnues est proportionnel à L^2, et chaque itération nécessite la diagonalisation d'une matrice de taille $L \times L$. Cette approche est limitée à des dimensions modérée, c'est-à-dire soit avec une grille monodimensionnelle, soit avec une discrétisation grossière dans le cas 2D. De plus le choix des paramètres λ_1 et λ_2 peut se révéler assez couteux et très dépendant des données.

3.2 Orthogonal Least Squares

Les méthodes gloutonnes sont connues pour permettre de réduire sensiblement le coût calculatoire, tout en garantissant la

1. Afin de réduire la complexité, contrairement au critère proposé dans [4], l'adéquation aux données se fait directement sur la matrice de covariance des données ($\widehat{\mathbf{G}}$) et non sur le résultat de la formation de voies.

parcimonie du résultat (bien que que n'étant pas nécessairement la solution optimale au sens de la norme ℓ_0).

En supposant le nombre de sources J faible, le but est de décomposer la matrice de covariance des mesures $\widehat{\mathbf{G}}$ sous la forme :

$$\widehat{\mathbf{G}} \approx \tilde{\mathbf{A}}\tilde{\mathbf{C}}\tilde{\mathbf{A}}^\star \tag{5}$$

où les colonnes $\tilde{\mathbf{a}}_j$ de la matrice $\tilde{\mathbf{A}}$ sont les vecteurs de pointage des J sources identifiées et la matrice définie semi-positive $\tilde{\mathbf{C}}$ est la matrice $J \times J$ de covariance des J sources. $\widehat{\mathbf{G}}$ peut donc être décomposée à l'aide du dictionnaire $\mathbf{A}$ sous la forme :

$$\widehat{\mathbf{G}} \approx \mathbf{A}\mathbf{C}\mathbf{A}^\star \tag{6}$$

où $\mathbf{C}$ est définie semi-positive avec au plus J^2 coefficients non nuls (issus de $\tilde{\mathbf{C}}$). Son rang est le nombre de sources J.

En utilisant la parcimonie seule, $\mathbf{C}$ pourrait être estimée avec, par exemple, Orthogonal Matching Pursuit et un dictionnaire de matrices de rang 1 $\mathbf{a}_m\mathbf{a}_n^\star$, en J^2 itérations.

Cependant, en plus de la parcimonie de $\mathbf{C}$, sa positivité permet de contraindre le support des coefficients non nuls. En effet, un terme hors diagonale ne peut être non nul que si les deux termes diagonaux correspondants son non nuls. Le support des coefficients non nuls de $\mathbf{C}$ est donc contraint par le support de sa diagonale. À chaque itération, un terme diagonal sera ajouté au support, ainsi que les termes hors diagonale associé à ce nouveau terme et aux termes déjà identifiés.

Nous proposons d'utiliser l'algorithme Orthogonal Least Squares (OLS) [2], qui s'écrit pour ce problème :

1. Initialisation de l'ensemble des sources identifiée $S = \emptyset$.
2. Pour chaque composante $k \notin S$, calculer $F_k = \|\Pi_{S\cup\{k\}}(\mathbf{G})\|_F^2$
3. Trouver $k^\star = \mathrm{argmax}_k\, F_k$ et mettre à jour $S = S\cup\{k^\star\}$
4. Répéter tant qu'un critère d'arrêt n'est pas atteint.

À la différence d'OMP, la sélection d'une source supplémentaire se fait en maximisant la norme de la projection de $\mathbf{G}$ sur l'espace engendré par les termes testés *et* les termes précédemment identifiés. Ici, la projection $\Pi_S(\mathbf{G})$ est la projection orthogonale de $\mathbf{G}$ sur l'espace des matrices de rang 1 $\mathbf{a}(\Theta_m)\mathbf{a}(\Theta_n)^\star$ pour $(m,n) \in S^2$, obtenue par

$$\Pi_S(\mathbf{G}) = \mathbf{A}_S^\perp\mathbf{A}_S^{\perp\star}\mathbf{G}\mathbf{A}_S^\perp\mathbf{A}_S^{\perp\star} \tag{7}$$

où $\mathbf{A}_S^\perp$ est la matrice d'une base orthogonale de l'espace engendré par les $\mathbf{a}(\Theta_m)$, $m \in S$. Il n'est donc pas nécessaire de former le dictionnaire de matrices de rang 1.

Si le nombre de sources n'est pas connu, le critère d'arrêt le plus simple consiste à examiner les variations du résidu d'une itération à la suivante.

La complexité algorithmique de cet algorithme est dominée par l'étape d'orthogonalisation et de calcul du critère de sélection de la nouvelle source. Le nombre d'opérations est de l'ordre de $O(KLN(K+N))$ où K est le nombre d'itérations. On remarque que la complexité est linéaire par rapport à la taille de la grille L, au nombre de coefficients à estimer (au plus K^2) et à la taille des données N^2.

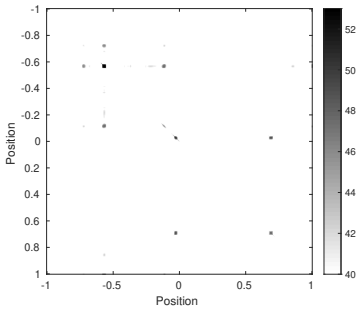

FIGURE 1 – Localisation de 2 paires sources corrélées. Matrice de covariance des sources estimée par régularisation ℓ_1 + trace.

4 Classification des sources

Une étape de post-traitement permet de regrouper les sources par blocs cohérents après l'étape d'estimation de la matrice $\mathbf{C}$ de covariance des sources (l'estimation peut être réalisée indifféremment par OLS ou SDMM). Dans le cas où la matrice $\mathbf{C}$ est estimée parfaitement, et où les sources émettent à des puissances toutes différentes, la forme des sources est donnée par les vecteurs singuliers de $\mathbf{C}$.

En pratique cependant, les erreurs d'estimation impliquent que les vecteurs singuliers de l'estimation de $\mathbf{C}$ soient des mélanges des formes des sources. La méthode itérative suivante, basée sur l'hypothèse que les sources ont des supports disjoints, permet de donner une estimation simple des profils de source. En notant v_{jk} la j-ième composante du k-ième vecteur singulier de $\mathbf{C}$, et s_{jp} la j-ième composante du vecteur décrivant la p-ième source

— $p = 1$
— On cherche $j^\star = \mathrm{argmax}_k \sum |v_{jk}|^2$
— Le vecteur décrivant la p-ième source est donné par $s_{jp} = \sum_k v_{j^\star k}^\star v_{jk}$
— on remplace les v_k par leur projection sur l'orthogonal de s_p.
— On s'arrête à $p = J$, sinon $p = p + 1$.

On montre assez facilement que si les v_k sont des combinaisons linéaires des s_p, eux même de supports disjoints, cet algorithme récupère les s_p, à une constante multiplicative près.

5 Résultats expérimentaux

Les méthodes de localisation décrites plus haut sont testées sur des données expérimentales recueillies dans la chambre anéchoïque de l'Institut Jean le Rond d'Alembert. Le champ acoustique produit par les sources est mesuré par un réseau linéaire de $N = 32$ microphones irrégulièrement répartis sur une longueur $l = 1.3$m. Les sources sont placées à 5.18m du réseau.

5.1 Paires de sources corrélées

Dans une première expérience, quatre sources sont réparties en deux paires de sources corrélées. Les positions des sources

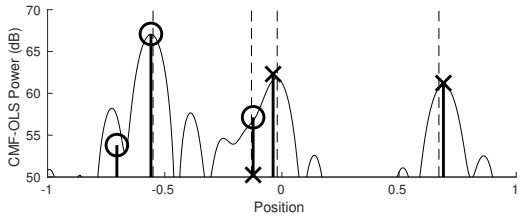

FIGURE 2 – Localisation de deux paires de sources corrélées. Estimation par OLS et par formation de voies.

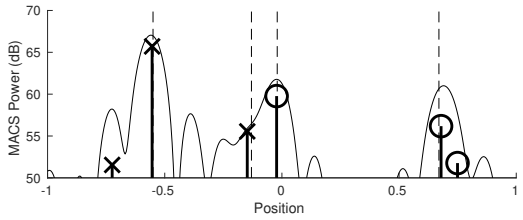

FIGURE 3 – Localisation de deux paires de sources corrélées.Estimation par IMACS et par formation de voies.

sont : -0.55 m et -0.13 m pour la première paire et -0.02 m et 0.67 m pour la seconde paire. Le dictionnaire de sources potentielles est obtenu en échantillonnant régulièrement un intervalle de 2m sur $L = 400$ points.

La figure 1 montre la matrice de covariance de l'espace des sources obtenue par l'approche régularisation. Les termes hors diagonale, indiquant les corrélations entre sources, sont bien visibles. le temps de calcul est de 6.6s.

Les résultats d'OLS (5 itérations) et de l'algorithme de classification sont présentés sur la figure 2 sous la forme des marqueurs ronds et carrés respectivement pour distinguer les deux groupes de sources identifiées. Les sources élémentaires sont bien identifiées aux positions des sources réelles, et bien appariées. On note cependant une source fictive en -.7 m probablement lié à des défaut de calibrations de l'antenne utilisée pour l'expérimentation.

Le critère de formation de voies est tracé en trais fin, on peut remarquer que la source la moins puissante n'est pas identifié par cette méthode mais qu'elle est bien identifiée par OLS. À titre de comparaison, le résultat d'IMACS est donné figure 3.

Les temps de calcul d'OLS, d'IMACS (respectivement 0.08s et 11s) mettent en avant la rapidité d'OLS.

5.2 Cas de sources avec réflexions

Dans une deuxième expérience, deux sources indépendantes sont utilisées, et un réflecteur est placé dans le plan perpendiculaire aux plans du réseau et des sources. Les deux sources images créées par le réflecteur sont dans le même plan et corrélées avec les deux sources réelles. L'espace de recherche est élargi à 6m échantillonnés sur $L = 600$ points.

La méthode OLS permet de localiser les sources réelles et les sources-images, et de les apparier. Le temps de calcul pour quatre itérations est de 0.06s.

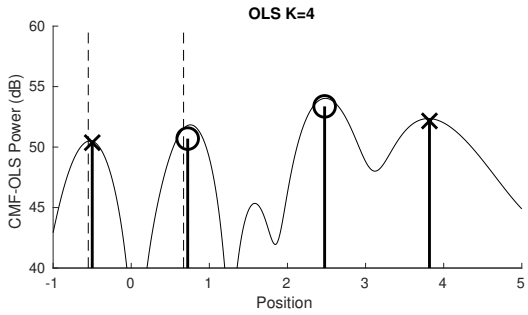

FIGURE 4 – Localisation de 2 sources avec réflexions. Estimation par OLS et par formation de voies.

6 Conclusion

Deux méthodes de localisation de sources et d'estimation de leur covariances sont testées. Elles sont basées sur les deux techniques courantes d'estimation parcimonieuse : régularisation de type ℓ_1 et algorithme glouton. Les résultats expérimentaux montrent que la méthode basée sur OLS présente de bonnes performances, permet de localiser de sources non résolues par la formation de voie, tout en étant peu demandeuse en temps de calcul en comparaison avec les méthodes SDMM, IMACS et même la formation de voie.

Références

[1] T. F. Brooks and W. M. Humphreys. Extension of DAMAS phased array processing for spatial coherence determination (DAMAS-C). *AIAA paper*, 2654 :2006, 2006.

[2] S. Chen, S. A. Billings, and W. Luo. Orthogonal least squares methods and their application to non-linear system identification. *International Journal of Control*, 50(5) :1873–1896, 1989.

[3] P. Savalle, E. Richard, and N. Vayatis. Estimation of simultaneously sparse and low rank matrices. In *Proceedings of the 29th International Conference on Machine Learning, ICML 2012, Edinburgh, Scotland, UK, June 26 - July 1, 2012*, 2012.

[4] W. Xiong, J. Picheral, S. Marcos, and G. Chardon. Sparsity-based localization of spatially coherent distributed sources. In *2016 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP)* , Shangai, China, Mar. 2016.

[5] T. Yardibi, J. Li, P. Stoica, and L. N. Cattafesta. Sparsity constrained deconvolution approaches for acoustic source mapping. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 123(5) :2631–2642, 2008.

[6] T. Yardibi, J. Li, P. Stoica, N. S. Zawodny, and L. N. Cattafesta. A covariance fitting approach for correlated acoustic source mapping. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 127(5) :2920–2931, 2010.