

1 **SUPPLEMENTARY MATERIALS:**

2 **Model parameters in Gaussian process interpolation:**
3 **an empirical study of selection criteria***

4 Sébastien J. Petit^{‡†}, Julien Bect[‡], Paul Feliot^{†§}, and Emmanuel Vazquez[‡]
5

*Submitted to the editors DATE.

Funding: This work was funded by the french *Agence Nationale de la Recherche et de la Technologie* (ANRT) under a CIFRE grant.

[†]Safran Aircraft Engines, Moissy-Cramayel, France (sebastien.petit@safrangroup.com)

[‡]Université Paris-Saclay, CNRS, CentraleSupélec, Laboratoire des signaux et systèmes, 91190, Gif-sur-Yvette, France (sebastien.petit@centralesupelec.fr, julien.bect@centralesupelec.fr, emmanuel.vazquez@centralesupelec.fr).

[§]P. Feliot no longer works at Safran Aircraft Engines. He can be contacted at p.feliot@hotmail.fr.

SM1

6 **Contents**

7	SM1 Additional information about the experiments	SM5
8	SM1.1 Some remarkable features of two problems	SM5
9	SM1.1.1 GKLS setup	SM5
10	SM1.1.2 Goldstein-Price (1D)	SM5
11	SM1.2 Custom version of GPy	SM5
12	SM1.3 Numerics	SM5
13	SM1.4 Optimal values R^*	SM6
14	SM2 Detailed results	SM7
15	SM2.1 Conventions	SM7
16	SM2.2 Results	SM8
17	SM2.2.1 Goldstein-Price (1D), $n = 10, d = 1$	SM9
18	SM2.2.2 Goldstein-Price (1D), $n = 20, d = 1$	SM9
19	SM2.2.3 Goldstein-Price (1D), $n = 50, d = 1$	SM10
20	SM2.2.4 Goldstein-Price, $n = 20, d = 2$	SM11
21	SM2.2.5 Goldstein-Price, $n = 40, d = 2$	SM12
22	SM2.2.6 Goldstein-Price, $n = 100, d = 2$	SM12
23	SM2.2.7 Mystery, $n = 20, d = 2$	SM13
24	SM2.2.8 Mystery, $n = 40, d = 2$	SM14
25	SM2.2.9 Mystery, $n = 100, d = 2$	SM15
26	SM2.2.10 GKLS C^0 , $n = 20, d = 2$	SM16
27	SM2.2.11 GKLS C^0 , $n = 40, d = 2$	SM17
28	SM2.2.12 GKLS C^0 , $n = 100, d = 2$	SM17
29	SM2.2.13 GKLS C^0 , $n = 50, d = 5$	SM18
30	SM2.2.14 GKLS C^0 , $n = 100, d = 5$	SM19
31	SM2.2.15 GKLS C^0 , $n = 250, d = 5$	SM20
32	SM2.2.16 GKLS C^1 , $n = 20, d = 2$	SM21
33	SM2.2.17 GKLS C^1 , $n = 40, d = 2$	SM22
34	SM2.2.18 GKLS C^1 , $n = 100, d = 2$	SM23
35	SM2.2.19 GKLS C^1 , $n = 50, d = 5$	SM23
36	SM2.2.20 GKLS C^1 , $n = 100, d = 5$	SM24
37	SM2.2.21 GKLS C^1 , $n = 250, d = 5$	SM25
38	SM2.2.22 GKLS C^2 , $n = 20, d = 2$	SM26
39	SM2.2.23 GKLS C^2 , $n = 40, d = 2$	SM27
40	SM2.2.24 GKLS C^2 , $n = 100, d = 2$	SM28

41	SM2.2.25	GKLS C^2 , $n = 50$, $d = 5$	SM29
42	SM2.2.26	GKLS C^2 , $n = 100$, $d = 5$	SM30
43	SM2.2.27	GKLS C^2 , $n = 250$, $d = 5$	SM31
44	SM2.2.28	Rosenbrock, $n = 20$, $d = 2$	SM32
45	SM2.2.29	Rosenbrock, $n = 40$, $d = 2$	SM33
46	SM2.2.30	Rosenbrock, $n = 100$, $d = 2$	SM34
47	SM2.2.31	Rosenbrock, $n = 50$, $d = 5$	SM34
48	SM2.2.32	Rosenbrock, $n = 100$, $d = 5$	SM35
49	SM2.2.33	Rosenbrock, $n = 250$, $d = 5$	SM36
50	SM2.2.34	Borehole, $n = 80$, $d = 8$	SM37
51	SM2.2.35	Borehole, $n = 160$, $d = 8$	SM38
52	SM2.2.36	Borehole, $n = 400$, $d = 8$	SM39
53	SM2.2.37	$\text{Re}(S_{2\pi})$, $n = 60$, $d = 6$	SM40
54	SM2.2.38	$\text{Re}(S_{2\pi})$, $n = 120$, $d = 6$	SM41
55	SM2.2.39	$\text{Re}(S_{2\pi})$, $n = 300$, $d = 6$	SM42
56	SM2.2.40	$\text{Re}(S_{6\pi})$, $n = 60$, $d = 6$	SM43
57	SM2.2.41	$\text{Re}(S_{6\pi})$, $n = 120$, $d = 6$	SM44
58	SM2.2.42	$\text{Re}(S_{6\pi})$, $n = 300$, $d = 6$	SM45
59	SM2.2.43	$\text{Re}(S_{10\pi})$, $n = 60$, $d = 6$	SM46
60	SM2.2.44	$\text{Re}(S_{10\pi})$, $n = 120$, $d = 6$	SM47
61	SM2.2.45	$\text{Re}(S_{10\pi})$, $n = 300$, $d = 6$	SM48
62	SM2.2.46	$\text{Re}(S_{14\pi})$, $n = 60$, $d = 6$	SM49
63	SM2.2.47	$\text{Re}(S_{14\pi})$, $n = 120$, $d = 6$	SM50
64	SM2.2.48	$\text{Re}(S_{14\pi})$, $n = 300$, $d = 6$	SM51
65	SM3	Additional analysis of the results	SM53
66	SM3.1	Some comments about the results	SM53
67	SM3.2	ANOVA analysis	SM54
68	SM3.2.1	Raw ANOVA tables	SM54
69	SM3.2.2	Graphical summaries of the ANOVA tables	SM62
70	SM3.3	Additional criteria comparison	SM63
71	SM3.3.1	Varying regularity	SM63
72	SM3.3.2	Varying the design size	SM68
73	SM3.3.3	Varying the type of problem	SM72
74	SM3.3.4	Varying both the type of problem and the regularity	SM76
75	SM3.4	Additional model comparison	SM89
76	SM3.4.1	Accuracy of NLL	SM90

77	SM3.4.2	Accuracy of LOO-CRPS	SM93
78	SM3.4.3	Accuracy of LOO-SPE	SM96
79	SM3.4.4	Accuracy of LOO-NLPD	SM99
80	SM3.4.5	Accuracy of GCV	SM102
81	SM3.4.6	Summary	SM105

82 **SM1. Additional information about the experiments.**

83 **SM1.1. Some remarkable features of two problems.**

84 **SM1.1.1. GKLS setup.** We chose the following parameters for the collections of functions
 85 taken from the GKLS simulator:

- 86 • $[0, 1]^d$ as inputs domain,
- 87 • 10 local minima,
- 88 • the default value of the global minimum value was set to -1.0 ,
- 89 • the distance from the global minimizer to the vertex of the paraboloid was set to $1/3$,
- 90 • and the radius of the attraction region of the global minimizer was set to $1/6$.

91 **SM1.1.2. Goldstein-Price (1D).** The Goldstein-Price function [SM4] is a function that is
 92 defined on $[-2, 2] \times [-2, 2]$. It is relatively well-behaved close to the global minimizer and at the center
 93 of the domain, but has large variations on the edges. For illustration purpose, we consider a section
 94 along an axis going from the corner with highest values and passing through the local minimizer. The
 95 resulting function (see Figure SM1) is defined by

$$96 \quad f(t) = g(t(2/3, -2)^T + (1-t)(-2, 2)^T), \quad t \in [0, 1],$$

97 where g is the Goldstein-Price function.

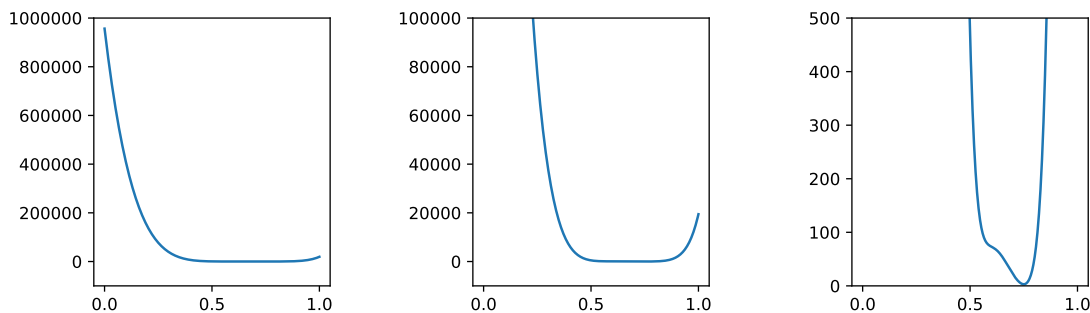


Figure SM1: Left: Goldstein-Price (1D) with two zooms on the y-axis (middle and right).

98 **SM1.2. Custom version of GPy.** In our experiments, we use the GPy Python package [SM5]
 99 with a few modifications.

- 100 • We use the levers identified by [SM3] to facilitate the optimization of the criteria (especially
 101 the “log” parameterization),
- 102 • we added the general expression for a Matérn covariance function with regularity $\nu = \chi + 1/2$
 103 (see, e.g, Section 4.2.1 of [SM10]),
- 104 • we deactivated all kinds of *jitter* or *nugget* (see next subsection).

105 **SM1.3. Numerics.** Some criteria sometimes select very large σ^2 and ρ_i , as reported by [SM6]
 106 and [SM2]. Unfortunately, most kriging implementations suffer from large ρ_i s, because this entails

107 nearly singular \mathbf{K}_θ . A common way to circumvent this difficulty is to add a small quantity called *jitter*
 108 or *nugget* to the diagonal of \mathbf{K}_θ [SM9, SM7]. Note that the effect of this parameter on the model’s
 109 predictions and on the shape of the likelihood can be nonintuitive, especially for high ρ_i s as showed
 110 by [SM1].

111 For the sake of simplicity, we chose to circumvent this difficulty by setting bounds for the range
 112 parameters. We describe those bounds here assuming that the input domain is $[0, 1]^d$. Given \mathbf{v} and
 113 a design, a bound L is taken to be the largest ρ such that the condition number of $\mathbf{K}_{(1, \rho, \dots, \rho, \mathbf{v})}$ stays
 114 below some threshold κ that must be small compared to the invert of the double precision 10^{-16} . The
 115 search space for (ρ_1, \dots, ρ_d) is then restricted to $(0, L]^d$.

116 The L -values used in this work are provided as a function¹ of \mathbf{v} , n , d and a datasets type—with
 117 *unif* referring to a “space-filling” and *gaussian* referring to a sample from the low-pass filter data—in
 118 the file *rho_bounds.csv*. The bounds used for the problems must then be computed taking the scales
 119 of the domains into account.

120 Unfortunately, there are situations where keeping a suitable condition number without further
 121 restrictions is impossible. This happens for high \mathbf{v} , high n and small d^2 . To prevent this issue, given a
 122 design, we also restrict \mathbf{v} to have $L \geq 0.35\sqrt{d}$.

123 In our experiments, we chose $\kappa = 10^{11}$ for all problems but for the low-pass filter cases with
 124 $n = 300$, where taking $\kappa = 10^{12}$ allows to include the Gaussian covariance function.

125 Finally, predictions on very dense validation grids can suffer from numerical instabilities that may
 126 yield numerically negative values when predicting the kriging variance at a location that is very near
 127 an element of the initial design. We choose to truncate predicted variances to be greater than 10^{-15} in
 128 our experiments.

129 **SM1.4. Optimal values R^* .** Here we present how we obtain optimal values R^* for the scores
 130 $R(\theta; S)$. Given a function f , a design $(x_i, z_i)_{1 \leq i \leq n}$ and a test set $(x_j^t, z_j^t)_{1 \leq j \leq n_t}$, these are obtained by
 131 direct minimization of

$$132 \quad (\text{SM1.1}) \quad R(\theta; S) = \frac{1}{n_t} \sum_{j=1}^{n_t} S(P_{\theta, x_j^t}; f(x_j^t))$$

133 To obtain the gradient of (SM1.1) with respect to θ , in the spirit of [SM8], we decompose the
 134 evaluation of (SM1.1) in

$$135 \quad \begin{cases} \Gamma : \theta \in \Theta \mapsto \mathbf{G} \in \mathbb{R}^{n^2 + n \times n_t + n_t}, \\ \rho : \mathbf{G} \in \mathbb{R}^{n^2 + n \times n_t + n_t} \mapsto (\mu, \sigma^2) \in \mathbb{R}^{2n_t}, \\ \varphi : (\mu, \sigma^2) \in \mathbb{R}^{2n_t} \mapsto R \in \mathbb{R}, \end{cases}$$

¹We therefore use common bounds for several similar datasets since we observed the fact that the variations were negligible.

²Note that, in such cases, kriging without any nugget is either numerically impossible or lacking of numerical stability.

Algorithm 1: Computing $\delta_G = J_{\rho, G}^T \delta_w$, from G and δ_w . Inputs at first step refer to what has already been computed for evaluating μ and σ^2 efficiently. For vectors or matrices a and b , $a \circ b$ denotes the Hadamard element-wise multiplication. Moreover, $\mathbb{1}_n = (1, \dots, 1)^T \in \mathbb{R}^n$.

Input:

$$G = (K_\theta, K_\theta^*, k_\theta^{*,*}), z = (z_1, \dots, z_n), B = K_\theta^{-1}, \Gamma = BK_\theta^*, \delta_w = (\delta_\mu, \delta_{\sigma^2})$$

Output: $\delta_K = J_{\rho, K}^T \delta_w$

- 1 $\Delta = \mathbb{1}_n \sigma^2$
- 2 $\delta_\Gamma = -K_\theta^* \circ \Delta$
- 3 $\delta_{K_\theta^*} = (Bz) \delta_\mu^T - \Gamma \circ \Delta + B^T \delta_\Gamma$
- 4 $\delta_{k_\theta^{*,*}} = \delta_{\sigma^2}$
- 5 $\delta_B = (K_\theta^* \delta_\mu) z^T + \delta_\Gamma K_\theta^{*T}$
- 6 $\delta_{K_\theta} = -B^T \delta_B B^T$

136 where

$$137 \quad \begin{cases} G = (K_\theta, K_\theta^*, k_\theta^{*,*}), w = (\mu, \sigma^2), \\ K_\theta^* = (k_\theta(x_i, x_j^t))_{1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq n_t}, k_\theta^{*,*} = (k_\theta(x_j^t, x_j^t))_{1 \leq j \leq n_t}, \\ \mu = (\mu_\theta(x_1^t), \dots, \mu_\theta(x_{n_t}^t))^T, \sigma^2 = (\sigma_\theta^2(x_1^t), \dots, \sigma_\theta^2(x_{n_t}^t))^T, \end{cases}$$

138 in such a way that $R(\theta; S) = (\varphi \circ \rho \circ \Gamma)(\theta)$.

139 Using elements from [SM8], the computation of the gradient of (SM1.1) boils down to the imple-
140 mentation of the adjoint operators of the differentials of ρ :

$$141 \quad \mathcal{L}_\rho^* : (G, \delta_w) \mapsto J_{\rho, G}^T \delta_w.$$

142 where $J_{\rho, G}$ is the Jacobian matrix of ρ at G . A generic implementation of those operators is given by
143 Algorithm 1. The overall computation of this gradient has complexity $\mathcal{O}(n^3 + dn^2 + n_t n^2)$ for a Matérn
144 covariance function. It can be used to optimize (SM1.1) with respect to θ with a quasi-Newton type
145 algorithm.

146 SM2. Detailed results.

147 **SM2.1. Conventions.** We state here more precisely the conventions used for the tables of sec-
148 tion SM2.2. For each problem and design size, the first table represents the selection criteria considered
149 in this work, without NLL/SPE. In this table, the gray scale indicates how far a cell is from the best
150 value. More precisely, the combination of model and criterion that reaches the best score R_0 is colored
151 in white and we use a log-uniform scale of gray from R_0 to the values that are greater than $10R_0$.

152 For comparison, NLL/SPE values are provided in another table along with results for a linear
153 model and k -nearest neighbors models (k NN) for S^{SPE} .

154 Finally, optimal values R^* are provided for S^{SPE} in a third table. For all three tables, estimated
155 standard deviations for the averages are provided in parentheses.

SM2.2. Results.

SM2.2.1. Goldstein-Price (1D), $n = 10, d = 1$.

Averages of $R(\theta; S^{\text{SPE}})$.

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$2.45 \cdot 10^{-2}$ (3.12 · 10 ⁻³)	$2.04 \cdot 10^{-2}$ (2.42 · 10 ⁻³)	$2.04 \cdot 10^{-2}$ (2.42 · 10 ⁻³)	$2.04 \cdot 10^{-2}$ (2.42 · 10 ⁻³)	$5.51 \cdot 10^{-2}$ (6.46 · 10 ⁻³)	$2.04 \cdot 10^{-2}$ (2.42 · 10 ⁻³)
$v = 3/2$	$4.57 \cdot 10^{-3}$ (5.67 · 10 ⁻⁴)	$2.29 \cdot 10^{-3}$ (2.79 · 10 ⁻⁴)	$2.29 \cdot 10^{-3}$ (2.79 · 10 ⁻⁴)	$2.29 \cdot 10^{-3}$ (2.79 · 10 ⁻⁴)	$3.49 \cdot 10^{-2}$ (4.54 · 10 ⁻³)	$2.29 \cdot 10^{-3}$ (2.79 · 10 ⁻⁴)
$v = 5/2$	$9.50 \cdot 10^{-4}$ (1.41 · 10 ⁻⁴)	$2.41 \cdot 10^{-4}$ (3.49 · 10 ⁻⁵)	$2.41 \cdot 10^{-4}$ (3.49 · 10 ⁻⁵)	$2.41 \cdot 10^{-4}$ (3.49 · 10 ⁻⁵)	$3.46 \cdot 10^{-2}$ (3.98 · 10 ⁻³)	$2.41 \cdot 10^{-4}$ (3.49 · 10 ⁻⁵)
$v = 7/2$	$2.09 \cdot 10^{-4}$ (3.63 · 10 ⁻⁵)	$3.75 \cdot 10^{-5}$ (5.45 · 10 ⁻⁶)	$3.75 \cdot 10^{-5}$ (5.45 · 10 ⁻⁶)	$3.75 \cdot 10^{-5}$ (5.45 · 10 ⁻⁶)	$3.48 \cdot 10^{-2}$ (3.72 · 10 ⁻³)	$3.75 \cdot 10^{-5}$ (5.45 · 10 ⁻⁶)
$v = 9/2$	$4.70 \cdot 10^{-5}$ (8.82 · 10 ⁻⁶)	$1.19 \cdot 10^{-5}$ (1.52 · 10 ⁻⁶)	$1.19 \cdot 10^{-5}$ (1.52 · 10 ⁻⁶)	$1.19 \cdot 10^{-5}$ (1.52 · 10 ⁻⁶)	$3.50 \cdot 10^{-2}$ (3.58 · 10 ⁻³)	$1.19 \cdot 10^{-5}$ (1.52 · 10 ⁻⁶)
$v = \infty$	$1.22 \cdot 10^{-6}$ (1.69 · 10 ⁻⁷)	$1.22 \cdot 10^{-6}$ (1.69 · 10 ⁻⁷)	$1.22 \cdot 10^{-6}$ (1.69 · 10 ⁻⁷)	$1.22 \cdot 10^{-6}$ (1.69 · 10 ⁻⁷)	$3.59 \cdot 10^{-2}$ (3.00 · 10 ⁻³)	$1.22 \cdot 10^{-6}$ (1.69 · 10 ⁻⁷)
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$1.22 \cdot 10^{-6}$ (1.69 · 10 ⁻⁷)	$1.22 \cdot 10^{-6}$ (1.69 · 10 ⁻⁷)	$1.22 \cdot 10^{-6}$ (1.69 · 10 ⁻⁷)	$1.22 \cdot 10^{-6}$ (1.69 · 10 ⁻⁷)	$3.90 \cdot 10^{-2}$ (4.21 · 10 ⁻³)	$1.22 \cdot 10^{-6}$ (1.69 · 10 ⁻⁷)

$R^*(S^{\text{SPE}})$	
$v = 1/2$	$1.91 \cdot 10^{-2}$ (2.50 · 10 ⁻³)
$v = 3/2$	$2.29 \cdot 10^{-3}$ (2.79 · 10 ⁻⁴)
$v = 5/2$	$2.41 \cdot 10^{-4}$ (3.49 · 10 ⁻⁵)
$v = 7/2$	$3.75 \cdot 10^{-5}$ (5.45 · 10 ⁻⁶)
$v = 9/2$	$1.19 \cdot 10^{-5}$ (1.52 · 10 ⁻⁶)
$v = \infty$	$1.22 \cdot 10^{-6}$ (1.69 · 10 ⁻⁷)
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$1.22 \cdot 10^{-6}$ (1.69 · 10 ⁻⁷)

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	
NLL/SPE	$1.22 \cdot 10^{-6}$ (1.69 · 10 ⁻⁷)
linear	$8.81 \cdot 10^{-1}$ (1.98 · 10 ⁻⁵)
1NN	$8.46 \cdot 10^{-2}$ (2.42 · 10 ⁻³)
2NN	$1.42 \cdot 10^{-1}$ (4.75 · 10 ⁻³)

Averages of $R(\theta; S^{\text{CRPS}})$.

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$9.93 \cdot 10^{-2}$ (7.44 · 10 ⁻⁴)	$8.93 \cdot 10^{-2}$ (7.00 · 10 ⁻⁴)	$8.93 \cdot 10^{-2}$ (7.00 · 10 ⁻⁴)	$5.55 \cdot 10^{-2}$ (1.16 · 10 ⁻³)	$1.64 \cdot 10^{-1}$ (1.40 · 10 ⁻³)	$8.93 \cdot 10^{-2}$ (7.00 · 10 ⁻⁴)
$v = 3/2$	$2.49 \cdot 10^{-2}$ (5.37 · 10 ⁻⁴)	$1.78 \cdot 10^{-2}$ (3.61 · 10 ⁻⁴)	$1.78 \cdot 10^{-2}$ (3.61 · 10 ⁻⁴)	$1.72 \cdot 10^{-2}$ (4.64 · 10 ⁻⁴)	$1.08 \cdot 10^{-1}$ (1.43 · 10 ⁻³)	$1.78 \cdot 10^{-2}$ (3.61 · 10 ⁻⁴)
$v = 5/2$	$9.18 \cdot 10^{-3}$ (2.96 · 10 ⁻⁴)	$4.58 \cdot 10^{-3}$ (1.35 · 10 ⁻⁴)	$4.58 \cdot 10^{-3}$ (1.35 · 10 ⁻⁴)	$4.80 \cdot 10^{-3}$ (1.28 · 10 ⁻⁴)	$9.70 \cdot 10^{-2}$ (1.47 · 10 ⁻³)	$4.58 \cdot 10^{-3}$ (1.35 · 10 ⁻⁴)
$v = 7/2$	$3.77 \cdot 10^{-3}$ (1.55 · 10 ⁻⁴)	$1.59 \cdot 10^{-3}$ (5.31 · 10 ⁻⁵)	$1.59 \cdot 10^{-3}$ (5.32 · 10 ⁻⁵)	$1.60 \cdot 10^{-3}$ (4.83 · 10 ⁻⁵)	$9.28 \cdot 10^{-2}$ (1.50 · 10 ⁻³)	$1.59 \cdot 10^{-3}$ (5.31 · 10 ⁻⁵)
$v = 9/2$	$1.62 \cdot 10^{-3}$ (7.74 · 10 ⁻⁵)	$8.56 \cdot 10^{-4}$ (2.77 · 10 ⁻⁵)	$8.56 \cdot 10^{-4}$ (2.77 · 10 ⁻⁵)	$8.12 \cdot 10^{-4}$ (2.53 · 10 ⁻⁵)	$9.06 \cdot 10^{-2}$ (1.53 · 10 ⁻³)	$8.56 \cdot 10^{-4}$ (2.77 · 10 ⁻⁵)
$v = \infty$	$2.94 \cdot 10^{-4}$ (1.01 · 10 ⁻⁵)	$2.91 \cdot 10^{-4}$ (9.78 · 10 ⁻⁶)	$2.91 \cdot 10^{-4}$ (9.78 · 10 ⁻⁶)	$2.83 \cdot 10^{-4}$ (9.82 · 10 ⁻⁶)	$8.35 \cdot 10^{-2}$ (1.71 · 10 ⁻³)	$2.91 \cdot 10^{-4}$ (9.78 · 10 ⁻⁶)
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$2.94 \cdot 10^{-4}$ (1.01 · 10 ⁻⁵)	$2.91 \cdot 10^{-4}$ (9.78 · 10 ⁻⁶)	$2.91 \cdot 10^{-4}$ (9.78 · 10 ⁻⁶)	$2.84 \cdot 10^{-4}$ (1.04 · 10 ⁻⁵)	$1.21 \cdot 10^{-1}$ (4.59 · 10 ⁻³)	$2.91 \cdot 10^{-4}$ (9.78 · 10 ⁻⁶)

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	
NLL/SPE	$2.94 \cdot 10^{-4}$ (1.01 · 10 ⁻⁵)

Averages of $R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$.

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$1.56 \cdot 10^0$ (2.36 · 10 ⁻²)	$1.38 \cdot 10^0$ (1.99 · 10 ⁻²)	$1.38 \cdot 10^0$ (1.99 · 10 ⁻²)	$9.35 \cdot 10^{-1}$ (4.97 · 10 ⁻²)	$2.67 \cdot 10^0$ (3.53 · 10 ⁻²)	$1.38 \cdot 10^0$ (1.99 · 10 ⁻²)
$v = 3/2$	$3.35 \cdot 10^{-1}$ (1.46 · 10 ⁻²)	$2.26 \cdot 10^{-1}$ (8.24 · 10 ⁻³)	$2.26 \cdot 10^{-1}$ (8.24 · 10 ⁻³)	$2.51 \cdot 10^{-1}$ (1.23 · 10 ⁻²)	$1.74 \cdot 10^0$ (3.70 · 10 ⁻²)	$2.26 \cdot 10^{-1}$ (8.24 · 10 ⁻³)
$v = 5/2$	$1.26 \cdot 10^{-1}$ (7.53 · 10 ⁻³)	$4.78 \cdot 10^{-2}$ (2.34 · 10 ⁻³)	$4.78 \cdot 10^{-2}$ (2.34 · 10 ⁻³)	$5.12 \cdot 10^{-2}$ (1.70 · 10 ⁻³)	$1.52 \cdot 10^0$ (3.84 · 10 ⁻²)	$4.78 \cdot 10^{-2}$ (2.34 · 10 ⁻³)
$v = 7/2$	$5.04 \cdot 10^{-2}$ (3.60 · 10 ⁻³)	$1.22 \cdot 10^{-2}$ (6.30 · 10 ⁻⁴)	$1.22 \cdot 10^{-2}$ (6.30 · 10 ⁻⁴)	$1.39 \cdot 10^{-2}$ (3.46 · 10 ⁻⁴)	$1.42 \cdot 10^0$ (3.93 · 10 ⁻²)	$1.22 \cdot 10^{-2}$ (6.30 · 10 ⁻⁴)
$v = 9/2$	$1.87 \cdot 10^{-2}$ (1.61 · 10 ⁻³)	$4.93 \cdot 10^{-3}$ (2.63 · 10 ⁻⁴)	$4.93 \cdot 10^{-3}$ (2.63 · 10 ⁻⁴)	$5.75 \cdot 10^{-3}$ (1.51 · 10 ⁻⁴)	$1.37 \cdot 10^0$ (3.99 · 10 ⁻²)	$4.93 \cdot 10^{-3}$ (2.63 · 10 ⁻⁴)
$v = \infty$	$8.11 \cdot 10^{-3}$ (2.72 · 10 ⁻⁴)	$7.71 \cdot 10^{-3}$ (2.64 · 10 ⁻⁴)	$7.71 \cdot 10^{-3}$ (2.64 · 10 ⁻⁴)	$6.58 \cdot 10^{-3}$ (3.41 · 10 ⁻⁴)	$1.20 \cdot 10^0$ (4.26 · 10 ⁻²)	$7.71 \cdot 10^{-3}$ (2.64 · 10 ⁻⁴)
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$8.11 \cdot 10^{-3}$ (2.72 · 10 ⁻⁴)	$7.71 \cdot 10^{-3}$ (2.64 · 10 ⁻⁴)	$7.71 \cdot 10^{-3}$ (2.64 · 10 ⁻⁴)	$6.73 \cdot 10^{-3}$ (4.03 · 10 ⁻⁴)	$1.91 \cdot 10^0$ (8.21 · 10 ⁻²)	$7.71 \cdot 10^{-3}$ (2.64 · 10 ⁻⁴)

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	
NLL/SPE	$8.11 \cdot 10^{-3}$ (2.72 · 10 ⁻⁴)

SM2.2.2. Goldstein-Price (1D), $n = 20, d = 1$.

Averages of $R(\theta; S^{\text{SPE}})$.

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$6.33 \cdot 10^{-3}$ (8.62 · 10 ⁻⁴)	$5.87 \cdot 10^{-3}$ (7.94 · 10 ⁻⁴)	$5.87 \cdot 10^{-3}$ (7.94 · 10 ⁻⁴)	$5.87 \cdot 10^{-3}$ (7.94 · 10 ⁻⁴)	$2.05 \cdot 10^{-2}$ (2.73 · 10 ⁻³)	$5.87 \cdot 10^{-3}$ (7.94 · 10 ⁻⁴)
$v = 3/2$	$2.55 \cdot 10^{-4}$ (3.37 · 10 ⁻⁵)	$1.97 \cdot 10^{-4}$ (2.61 · 10 ⁻⁵)	$1.97 \cdot 10^{-4}$ (2.61 · 10 ⁻⁵)	$1.97 \cdot 10^{-4}$ (2.61 · 10 ⁻⁵)	$9.47 \cdot 10^{-3}$ (1.21 · 10 ⁻³)	$1.97 \cdot 10^{-4}$ (2.61 · 10 ⁻⁵)
$v = 5/2$	$8.88 \cdot 10^{-6}$ (1.26 · 10 ⁻⁶)	$8.19 \cdot 10^{-6}$ (1.15 · 10 ⁻⁶)	$8.19 \cdot 10^{-6}$ (1.15 · 10 ⁻⁶)	$8.19 \cdot 10^{-6}$ (1.15 · 10 ⁻⁶)	$6.44 \cdot 10^{-3}$ (7.91 · 10 ⁻⁴)	$8.19 \cdot 10^{-6}$ (1.15 · 10 ⁻⁶)
$v = 7/2$	$1.18 \cdot 10^{-6}$ (1.67 · 10 ⁻⁷)	$1.18 \cdot 10^{-6}$ (1.67 · 10 ⁻⁷)	$1.18 \cdot 10^{-6}$ (1.67 · 10 ⁻⁷)	$1.18 \cdot 10^{-6}$ (1.67 · 10 ⁻⁷)	$4.80 \cdot 10^{-3}$ (5.95 · 10 ⁻⁴)	$1.18 \cdot 10^{-6}$ (1.67 · 10 ⁻⁷)
$v = 9/2$	$5.40 \cdot 10^{-7}$ (7.88 · 10 ⁻⁸)	$5.40 \cdot 10^{-7}$ (7.88 · 10 ⁻⁸)	$5.40 \cdot 10^{-7}$ (7.88 · 10 ⁻⁸)	$5.40 \cdot 10^{-7}$ (7.88 · 10 ⁻⁸)	$3.82 \cdot 10^{-3}$ (4.82 · 10 ⁻⁴)	$5.40 \cdot 10^{-7}$ (7.88 · 10 ⁻⁸)
$v \in \{1/2, \dots, 9/2\}$	$5.40 \cdot 10^{-7}$ (7.88 · 10 ⁻⁸)	$5.40 \cdot 10^{-7}$ (7.88 · 10 ⁻⁸)	$5.40 \cdot 10^{-7}$ (7.88 · 10 ⁻⁸)	$5.40 \cdot 10^{-7}$ (7.88 · 10 ⁻⁸)	$7.20 \cdot 10^{-3}$ (1.05 · 10 ⁻³)	$5.40 \cdot 10^{-7}$ (7.88 · 10 ⁻⁸)

182

183

184

185

186

187

188

189

190

191

192

193

194

195

196

197

198

199

200

201

202

203

204

205

206

207

208

$R^*(S^{\text{SPE}})$	
$v = 1/2$	$5.77 \cdot 10^{-3} (8.00 \cdot 10^{-4})$
$v = 3/2$	$1.97 \cdot 10^{-4} (2.61 \cdot 10^{-5})$
$v = 5/2$	$8.19 \cdot 10^{-6} (1.15 \cdot 10^{-6})$
$v = 7/2$	$1.18 \cdot 10^{-6} (1.67 \cdot 10^{-7})$
$v = 9/2$	$5.40 \cdot 10^{-7} (7.88 \cdot 10^{-8})$
$v \in \{1/2, \dots, 9/2\}$	$5.40 \cdot 10^{-7} (7.88 \cdot 10^{-8})$

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	
NLL/SPE	$5.40 \cdot 10^{-7} (7.88 \cdot 10^{-8})$
linear	$8.81 \cdot 10^{-1} (4.82 \cdot 10^{-6})$
1NN	$2.64 \cdot 10^{-2} (6.90 \cdot 10^{-4})$
2NN	$4.38 \cdot 10^{-2} (1.58 \cdot 10^{-3})$

Averages of $R(\theta; S^{\text{CRPS}})$.

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$4.81 \cdot 10^{-2} (3.63 \cdot 10^{-4})$	$3.85 \cdot 10^{-2} (4.43 \cdot 10^{-4})$	$3.85 \cdot 10^{-2} (4.43 \cdot 10^{-4})$	$1.80 \cdot 10^{-2} (7.18 \cdot 10^{-4})$	$7.70 \cdot 10^{-2} (6.89 \cdot 10^{-4})$	$3.85 \cdot 10^{-2} (4.43 \cdot 10^{-4})$
$v = 3/2$	$4.85 \cdot 10^{-3} (1.09 \cdot 10^{-4})$	$3.92 \cdot 10^{-3} (1.04 \cdot 10^{-4})$	$3.92 \cdot 10^{-3} (1.04 \cdot 10^{-4})$	$3.09 \cdot 10^{-3} (1.32 \cdot 10^{-4})$	$3.35 \cdot 10^{-2} (6.07 \cdot 10^{-4})$	$3.92 \cdot 10^{-3} (1.04 \cdot 10^{-4})$
$v = 5/2$	$6.44 \cdot 10^{-4} (2.19 \cdot 10^{-5})$	$6.07 \cdot 10^{-4} (2.20 \cdot 10^{-5})$	$6.07 \cdot 10^{-4} (2.20 \cdot 10^{-5})$	$6.45 \cdot 10^{-4} (2.23 \cdot 10^{-5})$	$2.31 \cdot 10^{-2} (5.33 \cdot 10^{-4})$	$6.07 \cdot 10^{-4} (2.20 \cdot 10^{-5})$
$v = 7/2$	$1.98 \cdot 10^{-4} (7.86 \cdot 10^{-6})$	$2.00 \cdot 10^{-4} (8.20 \cdot 10^{-6})$	$2.00 \cdot 10^{-4} (8.20 \cdot 10^{-6})$	$2.05 \cdot 10^{-4} (7.21 \cdot 10^{-6})$	$1.81 \cdot 10^{-2} (4.88 \cdot 10^{-4})$	$2.00 \cdot 10^{-4} (8.20 \cdot 10^{-6})$
$v = 9/2$	$1.22 \cdot 10^{-4} (5.38 \cdot 10^{-6})$	$1.23 \cdot 10^{-4} (5.48 \cdot 10^{-6})$	$1.23 \cdot 10^{-4} (5.48 \cdot 10^{-6})$	$1.20 \cdot 10^{-4} (4.77 \cdot 10^{-6})$	$1.52 \cdot 10^{-2} (4.57 \cdot 10^{-4})$	$1.23 \cdot 10^{-4} (5.48 \cdot 10^{-6})$
$v \in \{1/2, \dots, 9/2\}$	$1.22 \cdot 10^{-4} (5.38 \cdot 10^{-6})$	$1.23 \cdot 10^{-4} (5.48 \cdot 10^{-6})$	$1.23 \cdot 10^{-4} (5.48 \cdot 10^{-6})$	$1.20 \cdot 10^{-4} (4.77 \cdot 10^{-6})$	$4.24 \cdot 10^{-2} (2.65 \cdot 10^{-3})$	$1.23 \cdot 10^{-4} (5.48 \cdot 10^{-6})$

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	
NLL/SPE	$1.22 \cdot 10^{-4} (5.38 \cdot 10^{-6})$

Averages of $R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$.

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$7.83 \cdot 10^{-1} (9.74 \cdot 10^{-3})$	$6.54 \cdot 10^{-1} (1.44 \cdot 10^{-2})$	$6.54 \cdot 10^{-1} (1.44 \cdot 10^{-2})$	$4.04 \cdot 10^{-1} (2.99 \cdot 10^{-2})$	$1.35 \cdot 10^0 (2.60 \cdot 10^{-2})$	$6.54 \cdot 10^{-1} (1.44 \cdot 10^{-2})$
$v = 3/2$	$6.95 \cdot 10^{-2} (2.42 \cdot 10^{-3})$	$6.18 \cdot 10^{-2} (2.83 \cdot 10^{-3})$	$6.18 \cdot 10^{-2} (2.83 \cdot 10^{-3})$	$8.20 \cdot 10^{-2} (4.68 \cdot 10^{-3})$	$5.59 \cdot 10^{-1} (2.23 \cdot 10^{-2})$	$6.18 \cdot 10^{-2} (2.83 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$7.87 \cdot 10^{-3} (3.88 \cdot 10^{-4})$	$8.98 \cdot 10^{-3} (5.21 \cdot 10^{-4})$	$8.98 \cdot 10^{-3} (5.21 \cdot 10^{-4})$	$8.88 \cdot 10^{-3} (5.13 \cdot 10^{-4})$	$3.85 \cdot 10^{-1} (1.85 \cdot 10^{-2})$	$8.98 \cdot 10^{-3} (5.21 \cdot 10^{-4})$
$v = 7/2$	$2.16 \cdot 10^{-3} (1.29 \cdot 10^{-4})$	$2.69 \cdot 10^{-3} (1.73 \cdot 10^{-4})$	$2.69 \cdot 10^{-3} (1.73 \cdot 10^{-4})$	$2.02 \cdot 10^{-3} (6.81 \cdot 10^{-5})$	$3.09 \cdot 10^{-1} (1.56 \cdot 10^{-2})$	$2.69 \cdot 10^{-3} (1.73 \cdot 10^{-4})$
$v = 9/2$	$1.49 \cdot 10^{-3} (9.76 \cdot 10^{-5})$	$1.64 \cdot 10^{-3} (1.11 \cdot 10^{-4})$	$1.64 \cdot 10^{-3} (1.11 \cdot 10^{-4})$	$1.05 \cdot 10^{-3} (3.82 \cdot 10^{-5})$	$2.63 \cdot 10^{-1} (1.37 \cdot 10^{-2})$	$1.64 \cdot 10^{-3} (1.11 \cdot 10^{-4})$
$v \in \{1/2, \dots, 9/2\}$	$1.49 \cdot 10^{-3} (9.76 \cdot 10^{-5})$	$1.64 \cdot 10^{-3} (1.11 \cdot 10^{-4})$	$1.64 \cdot 10^{-3} (1.11 \cdot 10^{-4})$	$1.05 \cdot 10^{-3} (3.82 \cdot 10^{-5})$	$7.30 \cdot 10^{-1} (4.43 \cdot 10^{-2})$	$1.64 \cdot 10^{-3} (1.11 \cdot 10^{-4})$

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	
NLL/SPE	$1.49 \cdot 10^{-3} (9.76 \cdot 10^{-5})$

SM2.2.3. Goldstein-Price (1D), $n = 50, d = 1$.Averages of $R(\theta; S^{\text{SPE}})$.

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$6.88 \cdot 10^{-4} (8.27 \cdot 10^{-5})$	$6.70 \cdot 10^{-4} (8.05 \cdot 10^{-5})$	$6.70 \cdot 10^{-4} (8.05 \cdot 10^{-5})$	$6.70 \cdot 10^{-4} (8.05 \cdot 10^{-5})$	$3.09 \cdot 10^{-3} (3.72 \cdot 10^{-4})$	$6.70 \cdot 10^{-4} (8.05 \cdot 10^{-5})$
$v = 3/2$	$3.71 \cdot 10^{-6} (4.01 \cdot 10^{-7})$	$3.55 \cdot 10^{-6} (3.84 \cdot 10^{-7})$	$3.55 \cdot 10^{-6} (3.84 \cdot 10^{-7})$	$3.55 \cdot 10^{-6} (3.84 \cdot 10^{-7})$	$4.03 \cdot 10^{-4} (4.63 \cdot 10^{-5})$	$3.55 \cdot 10^{-6} (3.84 \cdot 10^{-7})$
$v = 5/2$	$6.29 \cdot 10^{-8} (6.96 \cdot 10^{-9})$	$6.29 \cdot 10^{-8} (6.96 \cdot 10^{-9})$	$6.29 \cdot 10^{-8} (6.96 \cdot 10^{-9})$	$6.29 \cdot 10^{-8} (6.96 \cdot 10^{-9})$	$9.27 \cdot 10^{-5} (1.08 \cdot 10^{-5})$	$6.29 \cdot 10^{-8} (6.96 \cdot 10^{-9})$
$v = 7/2$	$1.51 \cdot 10^{-8} (1.78 \cdot 10^{-9})$	$1.51 \cdot 10^{-8} (1.78 \cdot 10^{-9})$	$1.51 \cdot 10^{-8} (1.78 \cdot 10^{-9})$	$1.51 \cdot 10^{-8} (1.78 \cdot 10^{-9})$	$2.77 \cdot 10^{-5} (3.38 \cdot 10^{-6})$	$1.51 \cdot 10^{-8} (1.78 \cdot 10^{-9})$
$v \in \{1/2, \dots, 7/2\}$	$1.51 \cdot 10^{-8} (1.78 \cdot 10^{-9})$	$1.51 \cdot 10^{-8} (1.78 \cdot 10^{-9})$	$1.51 \cdot 10^{-8} (1.78 \cdot 10^{-9})$	$1.51 \cdot 10^{-8} (1.78 \cdot 10^{-9})$	$2.32 \cdot 10^{-4} (4.34 \cdot 10^{-5})$	$1.51 \cdot 10^{-8} (1.78 \cdot 10^{-9})$

$R^*(S^{\text{SPE}})$	
$v = 1/2$	$6.68 \cdot 10^{-4} (8.07 \cdot 10^{-5})$
$v = 3/2$	$3.55 \cdot 10^{-6} (3.84 \cdot 10^{-7})$
$v = 5/2$	$6.30 \cdot 10^{-8} (6.95 \cdot 10^{-9})$
$v = 7/2$	$1.52 \cdot 10^{-8} (1.78 \cdot 10^{-9})$
$v \in \{1/2, \dots, 7/2\}$	$1.52 \cdot 10^{-8} (1.77 \cdot 10^{-9})$

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	
NLL/SPE	$1.51 \cdot 10^{-8} (1.78 \cdot 10^{-9})$
linear	$8.81 \cdot 10^{-1} (3.44 \cdot 10^{-7})$
1NN	$4.48 \cdot 10^{-3} (6.96 \cdot 10^{-5})$
2NN	$6.34 \cdot 10^{-3} (1.36 \cdot 10^{-4})$

Averages of $R(\theta; S^{\text{CRPS}})$.

209

$R(\theta; S^{CRPS})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$1.91 \cdot 10^{-2} (7.96 \cdot 10^{-5})$	$1.09 \cdot 10^{-2} (1.13 \cdot 10^{-4})$	$1.09 \cdot 10^{-2} (1.13 \cdot 10^{-4})$	$3.80 \cdot 10^{-3} (1.77 \cdot 10^{-4})$	$2.37 \cdot 10^{-2} (2.46 \cdot 10^{-4})$	$1.09 \cdot 10^{-2} (1.13 \cdot 10^{-4})$
$v = 3/2$	$6.32 \cdot 10^{-4} (7.24 \cdot 10^{-6})$	$4.26 \cdot 10^{-4} (8.45 \cdot 10^{-6})$	$4.26 \cdot 10^{-4} (8.45 \cdot 10^{-6})$	$2.55 \cdot 10^{-4} (1.01 \cdot 10^{-5})$	$4.85 \cdot 10^{-3} (9.52 \cdot 10^{-5})$	$4.26 \cdot 10^{-4} (8.45 \cdot 10^{-6})$
$v = 5/2$	$4.89 \cdot 10^{-5} (1.00 \cdot 10^{-6})$	$4.08 \cdot 10^{-5} (1.14 \cdot 10^{-6})$	$4.08 \cdot 10^{-5} (1.14 \cdot 10^{-6})$	$3.91 \cdot 10^{-5} (1.30 \cdot 10^{-6})$	$1.73 \cdot 10^{-3} (4.70 \cdot 10^{-5})$	$4.08 \cdot 10^{-5} (1.14 \cdot 10^{-6})$
$v = 7/2$	$1.69 \cdot 10^{-5} (5.12 \cdot 10^{-7})$	$1.61 \cdot 10^{-5} (5.58 \cdot 10^{-7})$	$1.61 \cdot 10^{-5} (5.58 \cdot 10^{-7})$	$1.73 \cdot 10^{-5} (5.89 \cdot 10^{-7})$	$7.70 \cdot 10^{-4} (2.61 \cdot 10^{-5})$	$1.61 \cdot 10^{-5} (5.58 \cdot 10^{-7})$
$v \in \{1/2, \dots, 7/2\}$	$1.69 \cdot 10^{-5} (5.12 \cdot 10^{-7})$	$1.61 \cdot 10^{-5} (5.58 \cdot 10^{-7})$	$1.61 \cdot 10^{-5} (5.58 \cdot 10^{-7})$	$1.73 \cdot 10^{-5} (5.89 \cdot 10^{-7})$	$2.25 \cdot 10^{-3} (2.09 \cdot 10^{-4})$	$1.61 \cdot 10^{-5} (5.58 \cdot 10^{-7})$

210

211

212

213

$R(\theta; S^{CRPS})$	
NLL/SPE	$1.69 \cdot 10^{-5} (5.12 \cdot 10^{-7})$

214

Averages of $R(\theta; S_{0.95}^{IS})$.

215

$R(\theta; S_{0.95}^{IS})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$3.16 \cdot 10^{-1} (1.79 \cdot 10^{-3})$	$2.01 \cdot 10^{-1} (3.82 \cdot 10^{-3})$	$2.01 \cdot 10^{-1} (3.82 \cdot 10^{-3})$	$9.84 \cdot 10^{-2} (7.14 \cdot 10^{-3})$	$4.43 \cdot 10^{-1} (8.46 \cdot 10^{-3})$	$2.01 \cdot 10^{-1} (3.82 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$9.59 \cdot 10^{-3} (1.41 \cdot 10^{-4})$	$8.26 \cdot 10^{-3} (2.74 \cdot 10^{-4})$	$8.26 \cdot 10^{-3} (2.74 \cdot 10^{-4})$	$9.90 \cdot 10^{-3} (4.05 \cdot 10^{-4})$	$9.36 \cdot 10^{-2} (3.38 \cdot 10^{-3})$	$8.26 \cdot 10^{-3} (2.74 \cdot 10^{-4})$
$v = 5/2$	$6.77 \cdot 10^{-4} (1.73 \cdot 10^{-5})$	$8.29 \cdot 10^{-4} (3.43 \cdot 10^{-5})$	$8.29 \cdot 10^{-4} (3.43 \cdot 10^{-5})$	$9.48 \cdot 10^{-4} (5.04 \cdot 10^{-5})$	$3.64 \cdot 10^{-2} (1.53 \cdot 10^{-3})$	$8.29 \cdot 10^{-4} (3.43 \cdot 10^{-5})$
$v = 7/2$	$2.52 \cdot 10^{-4} (1.01 \cdot 10^{-5})$	$3.49 \cdot 10^{-4} (1.63 \cdot 10^{-5})$	$3.49 \cdot 10^{-4} (1.63 \cdot 10^{-5})$	$3.26 \cdot 10^{-4} (1.96 \cdot 10^{-5})$	$1.72 \cdot 10^{-2} (8.14 \cdot 10^{-4})$	$3.49 \cdot 10^{-4} (1.63 \cdot 10^{-5})$
$v \in \{1/2, \dots, 7/2\}$	$2.52 \cdot 10^{-4} (1.01 \cdot 10^{-5})$	$3.49 \cdot 10^{-4} (1.63 \cdot 10^{-5})$	$3.49 \cdot 10^{-4} (1.63 \cdot 10^{-5})$	$3.26 \cdot 10^{-4} (1.96 \cdot 10^{-5})$	$4.91 \cdot 10^{-2} (4.94 \cdot 10^{-3})$	$3.49 \cdot 10^{-4} (1.63 \cdot 10^{-5})$

216

217

218

219

$R(\theta; S_{0.95}^{IS})$	
NLL/SPE	$2.52 \cdot 10^{-4} (1.01 \cdot 10^{-5})$

220

SM2.2.4. Goldstein-Price, $n = 20, d = 2$.

221

Averages of $R(\theta; S^{SPE})$.

222

$R(\theta; S^{SPE})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$3.61 \cdot 10^{-1} (2.29 \cdot 10^{-2})$	$3.17 \cdot 10^{-1} (1.86 \cdot 10^{-2})$	$3.46 \cdot 10^{-1} (2.25 \cdot 10^{-2})$	$3.26 \cdot 10^{-1} (1.87 \cdot 10^{-2})$	$4.56 \cdot 10^{-1} (1.92 \cdot 10^{-2})$	$3.63 \cdot 10^{-1} (2.36 \cdot 10^{-2})$
$v = 3/2$	$3.04 \cdot 10^{-1} (2.06 \cdot 10^{-2})$	$3.00 \cdot 10^{-1} (2.34 \cdot 10^{-2})$	$2.96 \cdot 10^{-1} (2.54 \cdot 10^{-2})$	$2.71 \cdot 10^{-1} (1.80 \cdot 10^{-2})$	$4.05 \cdot 10^{-1} (2.05 \cdot 10^{-2})$	$3.14 \cdot 10^{-1} (3.08 \cdot 10^{-2})$
$v = 5/2$	$2.99 \cdot 10^{-1} (2.10 \cdot 10^{-2})$	$2.97 \cdot 10^{-1} (2.41 \cdot 10^{-2})$	$2.65 \cdot 10^{-1} (2.27 \cdot 10^{-2})$	$2.68 \cdot 10^{-1} (1.75 \cdot 10^{-2})$	$3.92 \cdot 10^{-1} (2.06 \cdot 10^{-2})$	$2.83 \cdot 10^{-1} (3.64 \cdot 10^{-2})$
$v = 7/2$	$2.97 \cdot 10^{-1} (2.10 \cdot 10^{-2})$	$2.95 \cdot 10^{-1} (2.28 \cdot 10^{-2})$	$2.40 \cdot 10^{-1} (1.67 \cdot 10^{-2})$	$2.64 \cdot 10^{-1} (1.77 \cdot 10^{-2})$	$3.89 \cdot 10^{-1} (2.13 \cdot 10^{-2})$	$2.36 \cdot 10^{-1} (1.97 \cdot 10^{-2})$
$v = 9/2$	$2.79 \cdot 10^{-1} (1.91 \cdot 10^{-2})$	$2.87 \cdot 10^{-1} (2.19 \cdot 10^{-2})$	$2.36 \cdot 10^{-1} (1.73 \cdot 10^{-2})$	$2.63 \cdot 10^{-1} (1.80 \cdot 10^{-2})$	$3.86 \cdot 10^{-1} (2.16 \cdot 10^{-2})$	$2.14 \cdot 10^{-1} (1.67 \cdot 10^{-2})$
$v = \infty$	$2.81 \cdot 10^{-1} (1.89 \cdot 10^{-2})$	$2.33 \cdot 10^{-1} (1.78 \cdot 10^{-2})$	$2.32 \cdot 10^{-1} (1.85 \cdot 10^{-2})$	$2.44 \cdot 10^{-1} (1.85 \cdot 10^{-2})$	$3.73 \cdot 10^{-1} (2.10 \cdot 10^{-2})$	$1.94 \cdot 10^{-1} (1.62 \cdot 10^{-2})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$2.97 \cdot 10^{-1} (2.06 \cdot 10^{-2})$	$2.60 \cdot 10^{-1} (2.31 \cdot 10^{-2})$	$2.24 \cdot 10^{-1} (1.76 \cdot 10^{-2})$	$2.49 \cdot 10^{-1} (1.92 \cdot 10^{-2})$	$3.97 \cdot 10^{-1} (2.09 \cdot 10^{-2})$	$2.05 \cdot 10^{-1} (1.72 \cdot 10^{-2})$

223

224

225

$R^*(S^{SPE})$	
$v = 1/2$	$2.53 \cdot 10^{-1} (1.80 \cdot 10^{-2})$
$v = 3/2$	$1.44 \cdot 10^{-1} (1.12 \cdot 10^{-2})$
$v = 5/2$	$1.16 \cdot 10^{-1} (9.00 \cdot 10^{-3})$
$v = 7/2$	$1.06 \cdot 10^{-1} (8.51 \cdot 10^{-3})$
$v = 9/2$	$9.93 \cdot 10^{-2} (8.36 \cdot 10^{-3})$
$v = \infty$	$8.08 \cdot 10^{-2} (5.31 \cdot 10^{-3})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$7.65 \cdot 10^{-2} (5.26 \cdot 10^{-3})$

226

227

228

$R(\theta; S^{SPE})$	
NLL/SPE	$2.90 \cdot 10^{-1} (2.06 \cdot 10^{-2})$
linear	$8.46 \cdot 10^{-1} (8.65 \cdot 10^{-3})$
1NN	$4.49 \cdot 10^{-1} (1.61 \cdot 10^{-2})$
2NN	$4.46 \cdot 10^{-1} (1.65 \cdot 10^{-2})$

229

Averages of $R(\theta; S^{CRPS})$.

230

$R(\theta; S^{CRPS})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$2.34 \cdot 10^{-1} (5.07 \cdot 10^{-3})$	$2.24 \cdot 10^{-1} (3.59 \cdot 10^{-3})$	$2.28 \cdot 10^{-1} (5.27 \cdot 10^{-3})$	$1.89 \cdot 10^{-1} (4.38 \cdot 10^{-3})$	$2.84 \cdot 10^{-1} (5.19 \cdot 10^{-3})$	$2.35 \cdot 10^{-1} (6.04 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$1.92 \cdot 10^{-1} (5.28 \cdot 10^{-3})$	$1.94 \cdot 10^{-1} (6.36 \cdot 10^{-3})$	$1.93 \cdot 10^{-1} (7.26 \cdot 10^{-3})$	$1.80 \cdot 10^{-1} (5.34 \cdot 10^{-3})$	$2.54 \cdot 10^{-1} (6.75 \cdot 10^{-3})$	$1.99 \cdot 10^{-1} (8.68 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$1.89 \cdot 10^{-1} (5.54 \cdot 10^{-3})$	$1.93 \cdot 10^{-1} (6.61 \cdot 10^{-3})$	$1.83 \cdot 10^{-1} (5.80 \cdot 10^{-3})$	$1.82 \cdot 10^{-1} (5.25 \cdot 10^{-3})$	$2.46 \cdot 10^{-1} (7.21 \cdot 10^{-3})$	$1.90 \cdot 10^{-1} (9.63 \cdot 10^{-3})$
$v = 7/2$	$1.89 \cdot 10^{-1} (5.46 \cdot 10^{-3})$	$1.94 \cdot 10^{-1} (6.55 \cdot 10^{-3})$	$1.77 \cdot 10^{-1} (4.88 \cdot 10^{-3})$	$1.82 \cdot 10^{-1} (5.29 \cdot 10^{-3})$	$2.43 \cdot 10^{-1} (7.41 \cdot 10^{-3})$	$1.74 \cdot 10^{-1} (6.38 \cdot 10^{-3})$
$v = 9/2$	$1.84 \cdot 10^{-1} (4.50 \cdot 10^{-3})$	$1.92 \cdot 10^{-1} (6.56 \cdot 10^{-3})$	$1.75 \cdot 10^{-1} (5.10 \cdot 10^{-3})$	$1.82 \cdot 10^{-1} (5.17 \cdot 10^{-3})$	$2.41 \cdot 10^{-1} (7.51 \cdot 10^{-3})$	$1.68 \cdot 10^{-1} (5.48 \cdot 10^{-3})$
$v = \infty$	$1.89 \cdot 10^{-1} (4.37 \cdot 10^{-3})$	$1.73 \cdot 10^{-1} (5.27 \cdot 10^{-3})$	$1.76 \cdot 10^{-1} (5.65 \cdot 10^{-3})$	$1.78 \cdot 10^{-1} (5.52 \cdot 10^{-3})$	$2.34 \cdot 10^{-1} (7.63 \cdot 10^{-3})$	$1.62 \cdot 10^{-1} (4.29 \cdot 10^{-3})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$1.93 \cdot 10^{-1} (5.23 \cdot 10^{-3})$	$1.82 \cdot 10^{-1} (6.45 \cdot 10^{-3})$	$1.74 \cdot 10^{-1} (5.49 \cdot 10^{-3})$	$1.80 \cdot 10^{-1} (6.04 \cdot 10^{-3})$	$2.50 \cdot 10^{-1} (7.94 \cdot 10^{-3})$	$1.68 \cdot 10^{-1} (4.97 \cdot 10^{-3})$

231

232

233

234

$R(\theta; S^{CRPS})$	
NLL/SPE	$1.91 \cdot 10^{-1} (5.09 \cdot 10^{-3})$

235

Averages of $R(\theta; S_{0.95}^{IS})$.

$R(\theta; S_{0.95}^{IS})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$4.41 \cdot 10^0 (1.90 \cdot 10^{-1})$	$4.05 \cdot 10^0 (1.47 \cdot 10^{-1})$	$4.22 \cdot 10^0 (1.86 \cdot 10^{-1})$	$4.42 \cdot 10^0 (1.89 \cdot 10^{-1})$	$5.32 \cdot 10^0 (1.24 \cdot 10^{-1})$	$4.40 \cdot 10^0 (1.97 \cdot 10^{-1})$
$v = 3/2$	$3.98 \cdot 10^0 (2.08 \cdot 10^{-1})$	$4.03 \cdot 10^0 (2.36 \cdot 10^{-1})$	$4.01 \cdot 10^0 (2.63 \cdot 10^{-1})$	$4.11 \cdot 10^0 (2.11 \cdot 10^{-1})$	$4.80 \cdot 10^0 (1.54 \cdot 10^{-1})$	$4.17 \cdot 10^0 (3.06 \cdot 10^{-1})$
$v = 5/2$	$4.12 \cdot 10^0 (2.14 \cdot 10^{-1})$	$4.02 \cdot 10^0 (2.25 \cdot 10^{-1})$	$3.85 \cdot 10^0 (1.84 \cdot 10^{-1})$	$4.14 \cdot 10^0 (2.01 \cdot 10^{-1})$	$4.57 \cdot 10^0 (1.42 \cdot 10^{-1})$	$3.97 \cdot 10^0 (3.12 \cdot 10^{-1})$
$v = 7/2$	$4.17 \cdot 10^0 (2.04 \cdot 10^{-1})$	$4.07 \cdot 10^0 (2.10 \cdot 10^{-1})$	$3.73 \cdot 10^0 (1.73 \cdot 10^{-1})$	$4.20 \cdot 10^0 (1.98 \cdot 10^{-1})$	$4.46 \cdot 10^0 (1.42 \cdot 10^{-1})$	$3.46 \cdot 10^0 (2.21 \cdot 10^{-1})$
$v = 9/2$	$3.99 \cdot 10^0 (1.80 \cdot 10^{-1})$	$4.02 \cdot 10^0 (2.11 \cdot 10^{-1})$	$3.70 \cdot 10^0 (1.78 \cdot 10^{-1})$	$4.15 \cdot 10^0 (1.98 \cdot 10^{-1})$	$4.38 \cdot 10^0 (1.43 \cdot 10^{-1})$	$3.24 \cdot 10^0 (2.00 \cdot 10^{-1})$
$v = \infty$	$4.13 \cdot 10^0 (1.76 \cdot 10^{-1})$	$3.76 \cdot 10^0 (1.88 \cdot 10^{-1})$	$4.04 \cdot 10^0 (1.96 \cdot 10^{-1})$	$4.23 \cdot 10^0 (2.07 \cdot 10^{-1})$	$4.19 \cdot 10^0 (1.45 \cdot 10^{-1})$	$3.28 \cdot 10^0 (1.54 \cdot 10^{-1})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$4.35 \cdot 10^0 (2.04 \cdot 10^{-1})$	$4.16 \cdot 10^0 (2.13 \cdot 10^{-1})$	$4.01 \cdot 10^0 (1.90 \cdot 10^{-1})$	$4.41 \cdot 10^0 (2.27 \cdot 10^{-1})$	$4.57 \cdot 10^0 (1.45 \cdot 10^{-1})$	$3.52 \cdot 10^0 (1.77 \cdot 10^{-1})$

$R(\theta; S_{0.95}^{IS})$	
NLL/SPE	$4.27 \cdot 10^0 (1.97 \cdot 10^{-1})$

SM2.2.5. Goldstein-Price, $n = 40$, $d = 2$.

Averages of $R(\theta; S^{SPE})$.

$R(\theta; S^{SPE})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$1.43 \cdot 10^{-1} (9.79 \cdot 10^{-3})$	$1.51 \cdot 10^{-1} (1.03 \cdot 10^{-2})$	$1.45 \cdot 10^{-1} (9.76 \cdot 10^{-3})$	$1.52 \cdot 10^{-1} (1.00 \cdot 10^{-2})$	$2.55 \cdot 10^{-1} (1.42 \cdot 10^{-2})$	$1.43 \cdot 10^{-1} (9.63 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$8.29 \cdot 10^{-2} (7.24 \cdot 10^{-3})$	$1.03 \cdot 10^{-1} (9.85 \cdot 10^{-3})$	$8.43 \cdot 10^{-2} (7.47 \cdot 10^{-3})$	$8.92 \cdot 10^{-2} (8.56 \cdot 10^{-3})$	$2.13 \cdot 10^{-1} (1.54 \cdot 10^{-2})$	$7.83 \cdot 10^{-2} (7.13 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$6.86 \cdot 10^{-2} (6.94 \cdot 10^{-3})$	$8.23 \cdot 10^{-2} (8.99 \cdot 10^{-3})$	$5.58 \cdot 10^{-2} (4.14 \cdot 10^{-3})$	$6.93 \cdot 10^{-2} (6.81 \cdot 10^{-3})$	$2.00 \cdot 10^{-1} (1.59 \cdot 10^{-2})$	$5.77 \cdot 10^{-2} (4.43 \cdot 10^{-3})$
$v = 7/2$	$6.28 \cdot 10^{-2} (6.90 \cdot 10^{-3})$	$7.37 \cdot 10^{-2} (8.18 \cdot 10^{-3})$	$4.68 \cdot 10^{-2} (3.57 \cdot 10^{-3})$	$5.68 \cdot 10^{-2} (5.01 \cdot 10^{-3})$	$1.97 \cdot 10^{-1} (1.60 \cdot 10^{-2})$	$5.40 \cdot 10^{-2} (5.05 \cdot 10^{-3})$
$v = 9/2$	$5.97 \cdot 10^{-2} (6.89 \cdot 10^{-3})$	$5.53 \cdot 10^{-2} (5.01 \cdot 10^{-3})$	$4.12 \cdot 10^{-2} (3.50 \cdot 10^{-3})$	$4.71 \cdot 10^{-2} (4.14 \cdot 10^{-3})$	$1.88 \cdot 10^{-1} (1.55 \cdot 10^{-2})$	$4.43 \cdot 10^{-2} (4.49 \cdot 10^{-3})$
$v \in \{1/2, \dots, 9/2\}$	$6.03 \cdot 10^{-2} (6.90 \cdot 10^{-3})$	$5.65 \cdot 10^{-2} (4.85 \cdot 10^{-3})$	$4.12 \cdot 10^{-2} (3.50 \cdot 10^{-3})$	$4.79 \cdot 10^{-2} (4.56 \cdot 10^{-3})$	$2.08 \cdot 10^{-1} (1.44 \cdot 10^{-2})$	$4.43 \cdot 10^{-2} (4.49 \cdot 10^{-3})$

$R^*(S^{SPE})$	
$v = 1/2$	$1.20 \cdot 10^{-1} (8.48 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$4.73 \cdot 10^{-2} (3.67 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$3.09 \cdot 10^{-2} (2.32 \cdot 10^{-3})$
$v = 7/2$	$2.38 \cdot 10^{-2} (1.69 \cdot 10^{-3})$
$v = 9/2$	$1.96 \cdot 10^{-2} (1.44 \cdot 10^{-3})$
$v \in \{1/2, \dots, 9/2\}$	$1.93 \cdot 10^{-2} (1.43 \cdot 10^{-3})$

$R(\theta; S^{SPE})$	
NLL/SPE	$6.17 \cdot 10^{-2} (6.91 \cdot 10^{-3})$
linear	$8.05 \cdot 10^{-1} (3.34 \cdot 10^{-3})$
1NN	$2.71 \cdot 10^{-1} (9.40 \cdot 10^{-3})$
2NN	$2.70 \cdot 10^{-1} (9.71 \cdot 10^{-3})$

Averages of $R(\theta; S^{CRPS})$.

$R(\theta; S^{CRPS})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$1.49 \cdot 10^{-1} (1.47 \cdot 10^{-3})$	$1.46 \cdot 10^{-1} (1.84 \cdot 10^{-3})$	$1.43 \cdot 10^{-1} (1.75 \cdot 10^{-3})$	$1.21 \cdot 10^{-1} (2.63 \cdot 10^{-3})$	$1.98 \cdot 10^{-1} (3.89 \cdot 10^{-3})$	$1.43 \cdot 10^{-1} (1.79 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$9.24 \cdot 10^{-2} (2.09 \cdot 10^{-3})$	$1.02 \cdot 10^{-1} (3.35 \cdot 10^{-3})$	$9.44 \cdot 10^{-2} (3.11 \cdot 10^{-3})$	$9.17 \cdot 10^{-2} (3.13 \cdot 10^{-3})$	$1.63 \cdot 10^{-1} (5.88 \cdot 10^{-3})$	$9.10 \cdot 10^{-2} (2.79 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$7.89 \cdot 10^{-2} (2.36 \cdot 10^{-3})$	$8.72 \cdot 10^{-2} (3.20 \cdot 10^{-3})$	$7.44 \cdot 10^{-2} (2.00 \cdot 10^{-3})$	$8.05 \cdot 10^{-2} (2.66 \cdot 10^{-3})$	$1.54 \cdot 10^{-1} (6.39 \cdot 10^{-3})$	$7.57 \cdot 10^{-2} (2.20 \cdot 10^{-3})$
$v = 7/2$	$7.34 \cdot 10^{-2} (2.47 \cdot 10^{-3})$	$8.06 \cdot 10^{-2} (3.26 \cdot 10^{-3})$	$6.65 \cdot 10^{-2} (2.01 \cdot 10^{-3})$	$7.20 \cdot 10^{-2} (2.40 \cdot 10^{-3})$	$1.50 \cdot 10^{-1} (6.63 \cdot 10^{-3})$	$6.94 \cdot 10^{-2} (2.55 \cdot 10^{-3})$
$v = 9/2$	$7.04 \cdot 10^{-2} (2.54 \cdot 10^{-3})$	$7.01 \cdot 10^{-2} (2.51 \cdot 10^{-3})$	$6.07 \cdot 10^{-2} (2.01 \cdot 10^{-3})$	$6.53 \cdot 10^{-2} (2.27 \cdot 10^{-3})$	$1.46 \cdot 10^{-1} (6.62 \cdot 10^{-3})$	$6.13 \cdot 10^{-2} (2.31 \cdot 10^{-3})$
$v \in \{1/2, \dots, 9/2\}$	$7.09 \cdot 10^{-2} (2.56 \cdot 10^{-3})$	$7.13 \cdot 10^{-2} (2.60 \cdot 10^{-3})$	$6.07 \cdot 10^{-2} (2.01 \cdot 10^{-3})$	$6.56 \cdot 10^{-2} (2.37 \cdot 10^{-3})$	$1.66 \cdot 10^{-1} (5.84 \cdot 10^{-3})$	$6.13 \cdot 10^{-2} (2.31 \cdot 10^{-3})$

$R(\theta; S^{CRPS})$	
NLL/SPE	$7.25 \cdot 10^{-2} (2.62 \cdot 10^{-3})$

Averages of $R(\theta; S_{0.95}^{IS})$.

$R(\theta; S_{0.95}^{IS})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$2.50 \cdot 10^0 (7.64 \cdot 10^{-2})$	$2.56 \cdot 10^0 (8.77 \cdot 10^{-2})$	$2.51 \cdot 10^0 (8.43 \cdot 10^{-2})$	$3.04 \cdot 10^0 (9.98 \cdot 10^{-2})$	$3.61 \cdot 10^0 (9.07 \cdot 10^{-2})$	$2.50 \cdot 10^0 (8.30 \cdot 10^{-2})$
$v = 3/2$	$1.67 \cdot 10^0 (8.00 \cdot 10^{-2})$	$1.94 \cdot 10^0 (1.09 \cdot 10^{-1})$	$1.77 \cdot 10^0 (1.06 \cdot 10^{-1})$	$2.07 \cdot 10^0 (1.14 \cdot 10^{-1})$	$2.98 \cdot 10^0 (1.17 \cdot 10^{-1})$	$1.67 \cdot 10^0 (1.03 \cdot 10^{-1})$
$v = 5/2$	$1.49 \cdot 10^0 (8.46 \cdot 10^{-2})$	$1.62 \cdot 10^0 (1.03 \cdot 10^{-1})$	$1.32 \cdot 10^0 (7.04 \cdot 10^{-2})$	$1.57 \cdot 10^0 (9.34 \cdot 10^{-2})$	$2.78 \cdot 10^0 (1.27 \cdot 10^{-1})$	$1.33 \cdot 10^0 (7.70 \cdot 10^{-2})$
$v = 7/2$	$1.42 \cdot 10^0 (8.65 \cdot 10^{-2})$	$1.46 \cdot 10^0 (9.73 \cdot 10^{-2})$	$1.15 \cdot 10^0 (6.93 \cdot 10^{-2})$	$1.33 \cdot 10^0 (8.05 \cdot 10^{-2})$	$2.70 \cdot 10^0 (1.27 \cdot 10^{-1})$	$1.16 \cdot 10^0 (8.01 \cdot 10^{-2})$
$v = 9/2$	$1.39 \cdot 10^0 (8.69 \cdot 10^{-2})$	$1.21 \cdot 10^0 (7.64 \cdot 10^{-2})$	$1.00 \cdot 10^0 (6.81 \cdot 10^{-2})$	$1.13 \cdot 10^0 (7.65 \cdot 10^{-2})$	$2.59 \cdot 10^0 (1.23 \cdot 10^{-1})$	$9.54 \cdot 10^{-1} (7.18 \cdot 10^{-2})$
$v \in \{1/2, \dots, 9/2\}$	$1.41 \cdot 10^0 (8.80 \cdot 10^{-2})$	$1.25 \cdot 10^0 (7.82 \cdot 10^{-2})$	$1.00 \cdot 10^0 (6.81 \cdot 10^{-2})$	$1.16 \cdot 10^0 (8.11 \cdot 10^{-2})$	$3.01 \cdot 10^0 (1.17 \cdot 10^{-1})$	$9.54 \cdot 10^{-1} (7.18 \cdot 10^{-2})$

$R(\theta; S_{0.95}^{IS})$	
NLL/SPE	$1.43 \cdot 10^0 (8.84 \cdot 10^{-2})$

SM2.2.6. Goldstein-Price, $n = 100$, $d = 2$.

Averages of $R(\theta; S^{\text{SPE}})$.

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$4.69 \cdot 10^{-2} (3.92 \cdot 10^{-3})$	$5.12 \cdot 10^{-2} (3.99 \cdot 10^{-3})$	$4.73 \cdot 10^{-2} (3.97 \cdot 10^{-3})$	$4.72 \cdot 10^{-2} (3.84 \cdot 10^{-3})$	$9.30 \cdot 10^{-2} (7.07 \cdot 10^{-3})$	$4.67 \cdot 10^{-2} (3.95 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$1.26 \cdot 10^{-2} (1.25 \cdot 10^{-3})$	$1.61 \cdot 10^{-2} (1.61 \cdot 10^{-3})$	$1.27 \cdot 10^{-2} (1.20 \cdot 10^{-3})$	$1.36 \cdot 10^{-2} (1.25 \cdot 10^{-3})$	$5.42 \cdot 10^{-2} (5.14 \cdot 10^{-3})$	$1.20 \cdot 10^{-2} (1.07 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$5.27 \cdot 10^{-3} (5.55 \cdot 10^{-4})$	$7.33 \cdot 10^{-3} (8.80 \cdot 10^{-4})$	$5.03 \cdot 10^{-3} (4.59 \cdot 10^{-4})$	$5.95 \cdot 10^{-3} (5.92 \cdot 10^{-4})$	$4.29 \cdot 10^{-2} (4.48 \cdot 10^{-3})$	$5.04 \cdot 10^{-3} (4.43 \cdot 10^{-4})$
$v = 7/2$	$2.55 \cdot 10^{-3} (2.74 \cdot 10^{-4})$	$4.30 \cdot 10^{-3} (6.41 \cdot 10^{-4})$	$2.54 \cdot 10^{-3} (2.64 \cdot 10^{-4})$	$3.09 \cdot 10^{-3} (3.70 \cdot 10^{-4})$	$3.72 \cdot 10^{-2} (4.50 \cdot 10^{-3})$	$2.72 \cdot 10^{-3} (2.94 \cdot 10^{-4})$
$v = 9/2$	$1.75 \cdot 10^{-3} (2.01 \cdot 10^{-4})$	$3.13 \cdot 10^{-3} (5.02 \cdot 10^{-4})$	$1.76 \cdot 10^{-3} (2.09 \cdot 10^{-4})$	$2.18 \cdot 10^{-3} (2.98 \cdot 10^{-4})$	$3.34 \cdot 10^{-2} (4.54 \cdot 10^{-3})$	$1.89 \cdot 10^{-3} (2.22 \cdot 10^{-4})$
$v \in \{1/2, \dots, 9/2\}$	$1.75 \cdot 10^{-3} (2.01 \cdot 10^{-4})$	$3.13 \cdot 10^{-3} (4.99 \cdot 10^{-4})$	$1.76 \cdot 10^{-3} (2.08 \cdot 10^{-4})$	$2.26 \cdot 10^{-3} (3.27 \cdot 10^{-4})$	$4.09 \cdot 10^{-2} (4.42 \cdot 10^{-3})$	$1.89 \cdot 10^{-3} (2.22 \cdot 10^{-4})$

$R^*(S^{\text{SPE}})$	
$v = 1/2$	$4.20 \cdot 10^{-2} (3.48 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$8.87 \cdot 10^{-3} (7.15 \cdot 10^{-4})$
$v = 5/2$	$3.07 \cdot 10^{-3} (2.17 \cdot 10^{-4})$
$v = 7/2$	$1.56 \cdot 10^{-3} (1.34 \cdot 10^{-4})$
$v = 9/2$	$1.23 \cdot 10^{-3} (1.37 \cdot 10^{-4})$
$v \in \{1/2, \dots, 9/2\}$	$1.16 \cdot 10^{-3} (1.16 \cdot 10^{-4})$

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	
NLL/SPE	$1.77 \cdot 10^{-3} (2.02 \cdot 10^{-4})$
linear	$7.89 \cdot 10^{-1} (1.70 \cdot 10^{-3})$
1NN	$1.37 \cdot 10^{-1} (5.16 \cdot 10^{-3})$
2NN	$1.27 \cdot 10^{-1} (5.14 \cdot 10^{-3})$

Averages of $R(\theta; S^{\text{CRPS}})$.

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$8.57 \cdot 10^{-2} (8.54 \cdot 10^{-4})$	$7.73 \cdot 10^{-2} (1.21 \cdot 10^{-3})$	$7.46 \cdot 10^{-2} (1.10 \cdot 10^{-3})$	$5.82 \cdot 10^{-2} (1.49 \cdot 10^{-3})$	$1.06 \cdot 10^{-1} (1.34 \cdot 10^{-3})$	$7.44 \cdot 10^{-2} (1.12 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$3.23 \cdot 10^{-2} (7.05 \cdot 10^{-4})$	$3.42 \cdot 10^{-2} (1.01 \cdot 10^{-3})$	$3.15 \cdot 10^{-2} (7.50 \cdot 10^{-4})$	$3.05 \cdot 10^{-2} (8.95 \cdot 10^{-4})$	$6.71 \cdot 10^{-2} (1.35 \cdot 10^{-3})$	$3.12 \cdot 10^{-2} (7.06 \cdot 10^{-4})$
$v = 5/2$	$1.82 \cdot 10^{-2} (5.06 \cdot 10^{-4})$	$2.09 \cdot 10^{-2} (7.92 \cdot 10^{-4})$	$1.81 \cdot 10^{-2} (4.97 \cdot 10^{-4})$	$1.94 \cdot 10^{-2} (6.32 \cdot 10^{-4})$	$5.57 \cdot 10^{-2} (1.50 \cdot 10^{-3})$	$1.84 \cdot 10^{-2} (4.88 \cdot 10^{-4})$
$v = 7/2$	$1.17 \cdot 10^{-2} (3.52 \cdot 10^{-4})$	$1.43 \cdot 10^{-2} (6.89 \cdot 10^{-4})$	$1.18 \cdot 10^{-2} (3.65 \cdot 10^{-4})$	$1.27 \cdot 10^{-2} (4.63 \cdot 10^{-4})$	$4.97 \cdot 10^{-2} (1.72 \cdot 10^{-3})$	$1.22 \cdot 10^{-2} (3.89 \cdot 10^{-4})$
$v = 9/2$	$9.07 \cdot 10^{-3} (2.93 \cdot 10^{-4})$	$1.14 \cdot 10^{-2} (6.12 \cdot 10^{-4})$	$9.12 \cdot 10^{-3} (2.94 \cdot 10^{-4})$	$9.81 \cdot 10^{-3} (3.89 \cdot 10^{-4})$	$4.59 \cdot 10^{-2} (1.85 \cdot 10^{-3})$	$9.48 \cdot 10^{-3} (3.16 \cdot 10^{-4})$
$v \in \{1/2, \dots, 9/2\}$	$9.07 \cdot 10^{-3} (2.93 \cdot 10^{-4})$	$1.15 \cdot 10^{-2} (6.09 \cdot 10^{-4})$	$9.14 \cdot 10^{-3} (2.92 \cdot 10^{-4})$	$9.89 \cdot 10^{-3} (4.15 \cdot 10^{-4})$	$5.75 \cdot 10^{-2} (2.69 \cdot 10^{-3})$	$9.48 \cdot 10^{-3} (3.16 \cdot 10^{-4})$

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	
NLL/SPE	$9.13 \cdot 10^{-3} (3.00 \cdot 10^{-4})$

Averages of $R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$.

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$1.41 \cdot 10^0 (3.68 \cdot 10^{-2})$	$1.40 \cdot 10^0 (4.42 \cdot 10^{-2})$	$1.35 \cdot 10^0 (4.48 \cdot 10^{-2})$	$1.62 \cdot 10^0 (5.60 \cdot 10^{-2})$	$1.93 \cdot 10^0 (5.58 \cdot 10^{-2})$	$1.34 \cdot 10^0 (4.50 \cdot 10^{-2})$
$v = 3/2$	$5.31 \cdot 10^{-1} (2.34 \cdot 10^{-2})$	$6.25 \cdot 10^{-1} (3.18 \cdot 10^{-2})$	$5.62 \cdot 10^{-1} (2.66 \cdot 10^{-2})$	$7.08 \cdot 10^{-1} (3.12 \cdot 10^{-2})$	$1.24 \cdot 10^0 (5.15 \cdot 10^{-2})$	$5.44 \cdot 10^{-1} (2.50 \cdot 10^{-2})$
$v = 5/2$	$2.87 \cdot 10^{-1} (1.52 \cdot 10^{-2})$	$3.52 \cdot 10^{-1} (2.36 \cdot 10^{-2})$	$2.91 \cdot 10^{-1} (1.49 \cdot 10^{-2})$	$3.46 \cdot 10^{-1} (1.97 \cdot 10^{-2})$	$1.03 \cdot 10^0 (4.95 \cdot 10^{-2})$	$2.87 \cdot 10^{-1} (1.46 \cdot 10^{-2})$
$v = 7/2$	$1.73 \cdot 10^{-1} (9.82 \cdot 10^{-3})$	$2.30 \cdot 10^{-1} (1.90 \cdot 10^{-2})$	$1.71 \cdot 10^{-1} (9.78 \cdot 10^{-3})$	$1.91 \cdot 10^{-1} (1.29 \cdot 10^{-2})$	$9.13 \cdot 10^{-1} (5.06 \cdot 10^{-2})$	$1.73 \cdot 10^{-1} (1.04 \cdot 10^{-2})$
$v = 9/2$	$1.32 \cdot 10^{-1} (7.96 \cdot 10^{-3})$	$1.79 \cdot 10^{-1} (1.57 \cdot 10^{-2})$	$1.27 \cdot 10^{-1} (7.86 \cdot 10^{-3})$	$1.35 \cdot 10^{-1} (9.66 \cdot 10^{-3})$	$8.34 \cdot 10^{-1} (5.10 \cdot 10^{-2})$	$1.30 \cdot 10^{-1} (8.54 \cdot 10^{-3})$
$v \in \{1/2, \dots, 9/2\}$	$1.32 \cdot 10^{-1} (7.96 \cdot 10^{-3})$	$1.81 \cdot 10^{-1} (1.58 \cdot 10^{-2})$	$1.27 \cdot 10^{-1} (7.85 \cdot 10^{-3})$	$1.37 \cdot 10^{-1} (1.07 \cdot 10^{-2})$	$1.03 \cdot 10^0 (5.74 \cdot 10^{-2})$	$1.30 \cdot 10^{-1} (8.54 \cdot 10^{-3})$

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	
NLL/SPE	$1.33 \cdot 10^{-1} (8.05 \cdot 10^{-3})$

SM2.2.7. Mystery, $n = 20, d = 2$.

Averages of $R(\theta; S^{\text{SPE}})$.

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$4.13 \cdot 10^{-1} (1.29 \cdot 10^{-2})$	$3.70 \cdot 10^{-1} (1.23 \cdot 10^{-2})$	$3.89 \cdot 10^{-1} (1.33 \cdot 10^{-2})$	$3.76 \cdot 10^{-1} (1.27 \cdot 10^{-2})$	$4.83 \cdot 10^{-1} (1.33 \cdot 10^{-2})$	$4.33 \cdot 10^{-1} (1.87 \cdot 10^{-2})$
$v = 3/2$	$4.72 \cdot 10^{-1} (1.83 \cdot 10^{-2})$	$5.65 \cdot 10^{-1} (2.79 \cdot 10^{-2})$	$5.38 \cdot 10^{-1} (2.50 \cdot 10^{-2})$	$5.35 \cdot 10^{-1} (2.43 \cdot 10^{-2})$	$5.10 \cdot 10^{-1} (1.96 \cdot 10^{-2})$	$6.61 \cdot 10^{-1} (4.15 \cdot 10^{-2})$
$v = 5/2$	$5.05 \cdot 10^{-1} (2.13 \cdot 10^{-2})$	$6.03 \cdot 10^{-1} (4.01 \cdot 10^{-2})$	$5.76 \cdot 10^{-1} (2.71 \cdot 10^{-2})$	$5.93 \cdot 10^{-1} (3.15 \cdot 10^{-2})$	$5.44 \cdot 10^{-1} (2.13 \cdot 10^{-2})$	$7.79 \cdot 10^{-1} (4.75 \cdot 10^{-2})$
$v = 7/2$	$5.15 \cdot 10^{-1} (2.10 \cdot 10^{-2})$	$5.99 \cdot 10^{-1} (2.60 \cdot 10^{-2})$	$6.04 \cdot 10^{-1} (2.77 \cdot 10^{-2})$	$5.92 \cdot 10^{-1} (2.66 \cdot 10^{-2})$	$5.61 \cdot 10^{-1} (2.07 \cdot 10^{-2})$	$1.04 \cdot 10^0 (1.07 \cdot 10^{-1})$
$v = 9/2$	$5.27 \cdot 10^{-1} (2.16 \cdot 10^{-2})$	$5.97 \cdot 10^{-1} (2.55 \cdot 10^{-2})$	$6.45 \cdot 10^{-1} (3.41 \cdot 10^{-2})$	$5.97 \cdot 10^{-1} (2.66 \cdot 10^{-2})$	$5.74 \cdot 10^{-1} (2.07 \cdot 10^{-2})$	$1.47 \cdot 10^0 (2.40 \cdot 10^{-1})$
$v = \infty$	$5.48 \cdot 10^{-1} (2.09 \cdot 10^{-2})$	$1.17 \cdot 10^0 (3.76 \cdot 10^{-1})$	$1.09 \cdot 10^0 (2.37 \cdot 10^{-1})$	$1.09 \cdot 10^0 (3.08 \cdot 10^{-1})$	$6.82 \cdot 10^{-1} (2.93 \cdot 10^{-2})$	$2.44 \cdot 10^0 (4.33 \cdot 10^{-1})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$4.68 \cdot 10^{-1} (1.63 \cdot 10^{-2})$	$1.01 \cdot 10^0 (3.12 \cdot 10^{-1})$	$1.16 \cdot 10^0 (3.12 \cdot 10^{-1})$	$9.74 \cdot 10^{-1} (3.08 \cdot 10^{-1})$	$5.96 \cdot 10^{-1} (2.66 \cdot 10^{-2})$	$2.44 \cdot 10^0 (4.33 \cdot 10^{-1})$

$R^*(S^{\text{SPE}})$	
$v = 1/2$	$2.79 \cdot 10^{-1} (5.53 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$3.05 \cdot 10^{-1} (7.79 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$3.16 \cdot 10^{-1} (8.26 \cdot 10^{-3})$
$v = 7/2$	$3.19 \cdot 10^{-1} (8.36 \cdot 10^{-3})$
$v = 9/2$	$3.21 \cdot 10^{-1} (8.42 \cdot 10^{-3})$
$v = \infty$	$3.27 \cdot 10^{-1} (8.55 \cdot 10^{-3})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$2.72 \cdot 10^{-1} (5.91 \cdot 10^{-3})$

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	
NLL/SPE	$4.67 \cdot 10^{-1} (1.55 \cdot 10^{-2})$
linear	$9.94 \cdot 10^{-1} (2.24 \cdot 10^{-3})$
1NN	$4.89 \cdot 10^{-1} (8.30 \cdot 10^{-3})$
2NN	$4.61 \cdot 10^{-1} (7.56 \cdot 10^{-3})$

Averages of $R(\theta; S^{\text{CRPS}})$.

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$3.50 \cdot 10^{-1} (6.15 \cdot 10^{-3})$	$3.30 \cdot 10^{-1} (5.91 \cdot 10^{-3})$	$3.38 \cdot 10^{-1} (6.46 \cdot 10^{-3})$	$3.32 \cdot 10^{-1} (6.16 \cdot 10^{-3})$	$3.84 \cdot 10^{-1} (6.05 \cdot 10^{-3})$	$3.58 \cdot 10^{-1} (8.35 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$3.68 \cdot 10^{-1} (9.07 \cdot 10^{-3})$	$4.05 \cdot 10^{-1} (1.11 \cdot 10^{-2})$	$3.99 \cdot 10^{-1} (1.14 \cdot 10^{-2})$	$3.97 \cdot 10^{-1} (1.06 \cdot 10^{-2})$	$3.88 \cdot 10^{-1} (9.38 \cdot 10^{-3})$	$4.50 \cdot 10^{-1} (1.52 \cdot 10^{-2})$
$v = 5/2$	$3.82 \cdot 10^{-1} (1.02 \cdot 10^{-2})$	$4.13 \cdot 10^{-1} (1.13 \cdot 10^{-2})$	$4.14 \cdot 10^{-1} (1.20 \cdot 10^{-2})$	$4.16 \cdot 10^{-1} (1.26 \cdot 10^{-2})$	$3.99 \cdot 10^{-1} (9.98 \cdot 10^{-3})$	$4.78 \cdot 10^{-1} (1.54 \cdot 10^{-2})$
$v = 7/2$	$3.86 \cdot 10^{-1} (9.90 \cdot 10^{-3})$	$4.17 \cdot 10^{-1} (1.08 \cdot 10^{-2})$	$4.24 \cdot 10^{-1} (1.17 \cdot 10^{-2})$	$4.16 \cdot 10^{-1} (1.12 \cdot 10^{-2})$	$4.03 \cdot 10^{-1} (9.24 \cdot 10^{-3})$	$5.21 \cdot 10^{-1} (1.57 \cdot 10^{-2})$
$v = 9/2$	$3.89 \cdot 10^{-1} (9.90 \cdot 10^{-3})$	$4.15 \cdot 10^{-1} (1.06 \cdot 10^{-2})$	$4.34 \cdot 10^{-1} (1.23 \cdot 10^{-2})$	$4.16 \cdot 10^{-1} (1.10 \cdot 10^{-2})$	$4.05 \cdot 10^{-1} (8.82 \cdot 10^{-3})$	$5.51 \cdot 10^{-1} (2.01 \cdot 10^{-2})$
$v = \infty$	$3.97 \cdot 10^{-1} (9.32 \cdot 10^{-3})$	$4.65 \cdot 10^{-1} (2.21 \cdot 10^{-2})$	$4.83 \cdot 10^{-1} (2.30 \cdot 10^{-2})$	$4.67 \cdot 10^{-1} (2.31 \cdot 10^{-2})$	$4.35 \cdot 10^{-1} (9.30 \cdot 10^{-3})$	$6.49 \cdot 10^{-1} (3.40 \cdot 10^{-2})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$3.72 \cdot 10^{-1} (7.81 \cdot 10^{-3})$	$4.38 \cdot 10^{-1} (2.34 \cdot 10^{-2})$	$4.75 \cdot 10^{-1} (2.47 \cdot 10^{-2})$	$4.35 \cdot 10^{-1} (2.35 \cdot 10^{-2})$	$4.14 \cdot 10^{-1} (9.40 \cdot 10^{-3})$	$6.62 \cdot 10^{-1} (3.49 \cdot 10^{-2})$

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	
NLL/SPE	$3.70 \cdot 10^{-1} (7.46 \cdot 10^{-3})$

Averages of $R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$.

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$3.57 \cdot 10^0 (1.33 \cdot 10^{-1})$	$3.34 \cdot 10^0 (1.13 \cdot 10^{-1})$	$3.49 \cdot 10^0 (1.24 \cdot 10^{-1})$	$3.40 \cdot 10^0 (1.26 \cdot 10^{-1})$	$3.90 \cdot 10^0 (1.39 \cdot 10^{-1})$	$3.88 \cdot 10^0 (1.68 \cdot 10^{-1})$
$v = 3/2$	$4.80 \cdot 10^0 (2.77 \cdot 10^{-1})$	$5.99 \cdot 10^0 (3.18 \cdot 10^{-1})$	$5.95 \cdot 10^0 (3.61 \cdot 10^{-1})$	$6.09 \cdot 10^0 (3.56 \cdot 10^{-1})$	$4.71 \cdot 10^0 (2.75 \cdot 10^{-1})$	$7.40 \cdot 10^0 (4.75 \cdot 10^{-1})$
$v = 5/2$	$5.44 \cdot 10^0 (3.33 \cdot 10^{-1})$	$6.40 \cdot 10^0 (3.63 \cdot 10^{-1})$	$6.60 \cdot 10^0 (4.12 \cdot 10^{-1})$	$6.79 \cdot 10^0 (4.24 \cdot 10^{-1})$	$5.11 \cdot 10^0 (2.89 \cdot 10^{-1})$	$8.43 \cdot 10^0 (5.09 \cdot 10^{-1})$
$v = 7/2$	$5.58 \cdot 10^0 (3.11 \cdot 10^{-1})$	$6.57 \cdot 10^0 (3.39 \cdot 10^{-1})$	$6.98 \cdot 10^0 (3.91 \cdot 10^{-1})$	$6.83 \cdot 10^0 (3.80 \cdot 10^{-1})$	$5.10 \cdot 10^0 (2.35 \cdot 10^{-1})$	$9.40 \cdot 10^0 (4.70 \cdot 10^{-1})$
$v = 9/2$	$5.66 \cdot 10^0 (2.97 \cdot 10^{-1})$	$6.53 \cdot 10^0 (3.16 \cdot 10^{-1})$	$7.29 \cdot 10^0 (4.00 \cdot 10^{-1})$	$6.85 \cdot 10^0 (3.57 \cdot 10^{-1})$	$5.12 \cdot 10^0 (2.08 \cdot 10^{-1})$	$1.02 \cdot 10^1 (5.64 \cdot 10^{-1})$
$v = \infty$	$5.95 \cdot 10^0 (2.67 \cdot 10^{-1})$	$8.40 \cdot 10^0 (7.68 \cdot 10^{-1})$	$9.40 \cdot 10^0 (8.55 \cdot 10^{-1})$	$8.88 \cdot 10^0 (8.85 \cdot 10^{-1})$	$5.82 \cdot 10^0 (2.01 \cdot 10^{-1})$	$1.39 \cdot 10^1 (1.19 \cdot 10^0)$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$5.10 \cdot 10^0 (2.76 \cdot 10^{-1})$	$7.79 \cdot 10^0 (8.16 \cdot 10^{-1})$	$9.24 \cdot 10^0 (9.00 \cdot 10^{-1})$	$8.11 \cdot 10^0 (8.93 \cdot 10^{-1})$	$5.43 \cdot 10^0 (2.52 \cdot 10^{-1})$	$1.48 \cdot 10^1 (1.20 \cdot 10^0)$

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	
NLL/SPE	$5.05 \cdot 10^0 (2.70 \cdot 10^{-1})$

SM2.2.8. Mystery, $n = 40$, $d = 2$.

Averages of $R(\theta; S^{\text{SPE}})$.

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$1.93 \cdot 10^{-1} (4.75 \cdot 10^{-3})$	$1.83 \cdot 10^{-1} (5.40 \cdot 10^{-3})$	$1.75 \cdot 10^{-1} (4.73 \cdot 10^{-3})$	$1.78 \cdot 10^{-1} (5.01 \cdot 10^{-3})$	$3.13 \cdot 10^{-1} (7.26 \cdot 10^{-3})$	$1.75 \cdot 10^{-1} (4.84 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$1.60 \cdot 10^{-1} (6.47 \cdot 10^{-3})$	$1.90 \cdot 10^{-1} (8.81 \cdot 10^{-3})$	$1.77 \cdot 10^{-1} (8.37 \cdot 10^{-3})$	$1.69 \cdot 10^{-1} (7.51 \cdot 10^{-3})$	$3.20 \cdot 10^{-1} (1.24 \cdot 10^{-2})$	$2.04 \cdot 10^{-1} (1.42 \cdot 10^{-2})$
$v = 5/2$	$1.51 \cdot 10^{-1} (7.07 \cdot 10^{-3})$	$1.93 \cdot 10^{-1} (1.07 \cdot 10^{-2})$	$2.07 \cdot 10^{-1} (1.30 \cdot 10^{-2})$	$1.79 \cdot 10^{-1} (1.00 \cdot 10^{-2})$	$3.54 \cdot 10^{-1} (1.41 \cdot 10^{-2})$	$3.03 \cdot 10^{-1} (3.06 \cdot 10^{-2})$
$v = 7/2$	$1.47 \cdot 10^{-1} (7.38 \cdot 10^{-3})$	$2.12 \cdot 10^{-1} (2.58 \cdot 10^{-2})$	$2.76 \cdot 10^{-1} (3.29 \cdot 10^{-2})$	$2.13 \cdot 10^{-1} (3.23 \cdot 10^{-2})$	$3.96 \cdot 10^{-1} (1.78 \cdot 10^{-2})$	$5.68 \cdot 10^{-1} (6.35 \cdot 10^{-2})$
$v = 9/2$	$1.46 \cdot 10^{-1} (7.56 \cdot 10^{-3})$	$2.31 \cdot 10^{-1} (3.37 \cdot 10^{-2})$	$3.74 \cdot 10^{-1} (7.22 \cdot 10^{-2})$	$2.48 \cdot 10^{-1} (4.03 \cdot 10^{-2})$	$4.32 \cdot 10^{-1} (2.06 \cdot 10^{-2})$	$8.79 \cdot 10^{-1} (1.11 \cdot 10^{-1})$
$v \in \{1/2, \dots, 9/2\}$	$1.62 \cdot 10^{-1} (7.51 \cdot 10^{-3})$	$2.80 \cdot 10^{-1} (4.86 \cdot 10^{-2})$	$3.00 \cdot 10^{-1} (3.61 \cdot 10^{-2})$	$2.55 \cdot 10^{-1} (4.02 \cdot 10^{-2})$	$4.14 \cdot 10^{-1} (2.11 \cdot 10^{-2})$	$8.88 \cdot 10^{-1} (1.10 \cdot 10^{-1})$

$R^*(S^{\text{SPE}})$	
$v = 1/2$	$1.64 \cdot 10^{-1} (4.24 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$1.23 \cdot 10^{-1} (4.98 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$1.08 \cdot 10^{-1} (4.30 \cdot 10^{-3})$
$v = 7/2$	$1.02 \cdot 10^{-1} (4.29 \cdot 10^{-3})$
$v = 9/2$	$9.90 \cdot 10^{-2} (4.30 \cdot 10^{-3})$
$v \in \{1/2, \dots, 9/2\}$	$9.77 \cdot 10^{-2} (4.05 \cdot 10^{-3})$

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	
NLL/SPE	$1.64 \cdot 10^{-1} (7.28 \cdot 10^{-3})$
linear	$9.83 \cdot 10^{-1} (1.62 \cdot 10^{-3})$
1NN	$3.02 \cdot 10^{-1} (5.15 \cdot 10^{-3})$
2NN	$2.79 \cdot 10^{-1} (5.40 \cdot 10^{-3})$

Averages of $R(\theta; S^{\text{CRPS}})$.

312

$R(\theta; S^{CRPS})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$2.28 \cdot 10^{-1} (1.97 \cdot 10^{-3})$	$2.21 \cdot 10^{-1} (2.57 \cdot 10^{-3})$	$2.17 \cdot 10^{-1} (2.09 \cdot 10^{-3})$	$2.18 \cdot 10^{-1} (2.37 \cdot 10^{-3})$	$3.00 \cdot 10^{-1} (3.62 \cdot 10^{-3})$	$2.16 \cdot 10^{-1} (2.16 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$1.87 \cdot 10^{-1} (2.69 \cdot 10^{-3})$	$1.99 \cdot 10^{-1} (4.30 \cdot 10^{-3})$	$1.89 \cdot 10^{-1} (3.73 \cdot 10^{-3})$	$1.86 \cdot 10^{-1} (3.50 \cdot 10^{-3})$	$2.88 \cdot 10^{-1} (6.21 \cdot 10^{-3})$	$2.02 \cdot 10^{-1} (7.01 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$1.76 \cdot 10^{-1} (3.08 \cdot 10^{-3})$	$1.90 \cdot 10^{-1} (4.82 \cdot 10^{-3})$	$1.88 \cdot 10^{-1} (4.96 \cdot 10^{-3})$	$1.82 \cdot 10^{-1} (4.76 \cdot 10^{-3})$	$2.95 \cdot 10^{-1} (6.27 \cdot 10^{-3})$	$2.11 \cdot 10^{-1} (6.19 \cdot 10^{-3})$
$v = 7/2$	$1.70 \cdot 10^{-1} (3.29 \cdot 10^{-3})$	$1.86 \cdot 10^{-1} (5.17 \cdot 10^{-3})$	$1.94 \cdot 10^{-1} (6.06 \cdot 10^{-3})$	$1.82 \cdot 10^{-1} (5.73 \cdot 10^{-3})$	$3.06 \cdot 10^{-1} (6.96 \cdot 10^{-3})$	$2.47 \cdot 10^{-1} (8.74 \cdot 10^{-3})$
$v = 9/2$	$1.68 \cdot 10^{-1} (3.43 \cdot 10^{-3})$	$1.87 \cdot 10^{-1} (5.74 \cdot 10^{-3})$	$2.02 \cdot 10^{-1} (7.41 \cdot 10^{-3})$	$1.86 \cdot 10^{-1} (6.56 \cdot 10^{-3})$	$3.16 \cdot 10^{-1} (7.36 \cdot 10^{-3})$	$2.82 \cdot 10^{-1} (1.01 \cdot 10^{-2})$
$v \in \{1/2, \dots, 9/2\}$	$1.84 \cdot 10^{-1} (4.24 \cdot 10^{-3})$	$2.02 \cdot 10^{-1} (6.90 \cdot 10^{-3})$	$2.02 \cdot 10^{-1} (6.87 \cdot 10^{-3})$	$1.92 \cdot 10^{-1} (6.63 \cdot 10^{-3})$	$3.12 \cdot 10^{-1} (7.38 \cdot 10^{-3})$	$2.85 \cdot 10^{-1} (1.02 \cdot 10^{-2})$

313

314

315

316

$R(\theta; S^{CRPS})$	
NLL/SPE	$1.86 \cdot 10^{-1} (4.14 \cdot 10^{-3})$

317

Averages of $R(\theta; S_{0.95}^{IS})$.

318

$R(\theta; S_{0.95}^{IS})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$2.28 \cdot 10^0 (3.44 \cdot 10^{-2})$	$2.24 \cdot 10^0 (4.30 \cdot 10^{-2})$	$2.18 \cdot 10^0 (4.06 \cdot 10^{-2})$	$2.23 \cdot 10^0 (4.68 \cdot 10^{-2})$	$2.81 \cdot 10^0 (5.36 \cdot 10^{-2})$	$2.18 \cdot 10^0 (4.07 \cdot 10^{-2})$
$v = 3/2$	$2.12 \cdot 10^0 (5.96 \cdot 10^{-2})$	$2.49 \cdot 10^0 (1.07 \cdot 10^{-1})$	$2.35 \cdot 10^0 (9.58 \cdot 10^{-2})$	$2.45 \cdot 10^0 (1.03 \cdot 10^{-1})$	$3.21 \cdot 10^0 (1.49 \cdot 10^{-1})$	$2.58 \cdot 10^0 (1.52 \cdot 10^{-1})$
$v = 5/2$	$2.08 \cdot 10^0 (7.00 \cdot 10^{-2})$	$2.51 \cdot 10^0 (1.23 \cdot 10^{-1})$	$2.60 \cdot 10^0 (1.42 \cdot 10^{-1})$	$2.72 \cdot 10^0 (1.51 \cdot 10^{-1})$	$3.46 \cdot 10^0 (1.01 \cdot 10^{-1})$	$3.02 \cdot 10^0 (1.61 \cdot 10^{-1})$
$v = 7/2$	$2.07 \cdot 10^0 (7.76 \cdot 10^{-2})$	$2.56 \cdot 10^0 (1.41 \cdot 10^{-1})$	$2.92 \cdot 10^0 (1.78 \cdot 10^{-1})$	$2.89 \cdot 10^0 (1.86 \cdot 10^{-1})$	$3.75 \cdot 10^0 (1.12 \cdot 10^{-1})$	$3.79 \cdot 10^0 (2.13 \cdot 10^{-1})$
$v = 9/2$	$2.07 \cdot 10^0 (8.28 \cdot 10^{-2})$	$2.66 \cdot 10^0 (1.58 \cdot 10^{-1})$	$3.26 \cdot 10^0 (2.27 \cdot 10^{-1})$	$3.13 \cdot 10^0 (2.23 \cdot 10^{-1})$	$3.97 \cdot 10^0 (1.15 \cdot 10^{-1})$	$4.56 \cdot 10^0 (2.55 \cdot 10^{-1})$
$v \in \{1/2, \dots, 9/2\}$	$2.19 \cdot 10^0 (7.89 \cdot 10^{-2})$	$2.88 \cdot 10^0 (1.93 \cdot 10^{-1})$	$3.22 \cdot 10^0 (2.11 \cdot 10^{-1})$	$3.26 \cdot 10^0 (2.26 \cdot 10^{-1})$	$3.82 \cdot 10^0 (1.25 \cdot 10^{-1})$	$4.63 \cdot 10^0 (2.58 \cdot 10^{-1})$

319

320

321

322

$R(\theta; S_{0.95}^{IS})$	
NLL/SPE	$2.19 \cdot 10^0 (7.61 \cdot 10^{-2})$

323

SM2.2.9. Mystery, $n = 100$, $d = 2$.

324

Averages of $R(\theta; S^{SPE})$.

325

$R(\theta; S^{SPE})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$5.00 \cdot 10^{-2} (1.27 \cdot 10^{-3})$	$4.90 \cdot 10^{-2} (1.23 \cdot 10^{-3})$	$4.84 \cdot 10^{-2} (1.17 \cdot 10^{-3})$	$4.88 \cdot 10^{-2} (1.19 \cdot 10^{-3})$	$1.60 \cdot 10^{-1} (4.00 \cdot 10^{-3})$	$4.80 \cdot 10^{-2} (1.14 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$2.23 \cdot 10^{-2} (1.16 \cdot 10^{-3})$	$2.74 \cdot 10^{-2} (2.13 \cdot 10^{-3})$	$2.60 \cdot 10^{-2} (2.03 \cdot 10^{-3})$	$2.64 \cdot 10^{-2} (2.01 \cdot 10^{-3})$	$1.32 \cdot 10^{-1} (5.75 \cdot 10^{-3})$	$2.57 \cdot 10^{-2} (1.87 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$1.59 \cdot 10^{-2} (1.44 \cdot 10^{-3})$	$2.50 \cdot 10^{-2} (4.85 \cdot 10^{-3})$	$2.00 \cdot 10^{-2} (2.38 \cdot 10^{-3})$	$1.98 \cdot 10^{-2} (2.39 \cdot 10^{-3})$	$1.49 \cdot 10^{-1} (8.49 \cdot 10^{-3})$	$2.06 \cdot 10^{-2} (2.74 \cdot 10^{-3})$
$v = 7/2$	$1.23 \cdot 10^{-2} (1.33 \cdot 10^{-3})$	$1.83 \cdot 10^{-2} (2.42 \cdot 10^{-3})$	$1.78 \cdot 10^{-2} (1.95 \cdot 10^{-3})$	$1.74 \cdot 10^{-2} (1.87 \cdot 10^{-3})$	$1.83 \cdot 10^{-1} (1.27 \cdot 10^{-2})$	$1.79 \cdot 10^{-2} (2.02 \cdot 10^{-3})$
$v = 9/2$	$1.00 \cdot 10^{-2} (1.13 \cdot 10^{-3})$	$1.70 \cdot 10^{-2} (1.55 \cdot 10^{-3})$	$1.69 \cdot 10^{-2} (1.24 \cdot 10^{-3})$	$1.64 \cdot 10^{-2} (1.34 \cdot 10^{-3})$	$2.27 \cdot 10^{-1} (1.76 \cdot 10^{-2})$	$1.89 \cdot 10^{-2} (1.87 \cdot 10^{-3})$
$v \in \{1/2, \dots, 9/2\}$	$1.00 \cdot 10^{-2} (1.13 \cdot 10^{-3})$	$1.90 \cdot 10^{-2} (2.04 \cdot 10^{-3})$	$1.69 \cdot 10^{-2} (1.24 \cdot 10^{-3})$	$1.65 \cdot 10^{-2} (1.34 \cdot 10^{-3})$	$2.20 \cdot 10^{-1} (1.64 \cdot 10^{-2})$	$1.89 \cdot 10^{-2} (1.87 \cdot 10^{-3})$

326

327

328

$R^*(S^{SPE})$	
$v = 1/2$	$4.58 \cdot 10^{-2} (1.02 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$1.67 \cdot 10^{-2} (8.75 \cdot 10^{-4})$
$v = 5/2$	$1.03 \cdot 10^{-2} (7.78 \cdot 10^{-4})$
$v = 7/2$	$6.93 \cdot 10^{-3} (5.76 \cdot 10^{-4})$
$v = 9/2$	$5.77 \cdot 10^{-3} (5.27 \cdot 10^{-4})$
$v \in \{1/2, \dots, 9/2\}$	$5.75 \cdot 10^{-3} (5.19 \cdot 10^{-4})$

329

330

$R(\theta; S^{SPE})$	
NLL/SPE	$1.12 \cdot 10^{-2} (1.24 \cdot 10^{-3})$
linear	$9.74 \cdot 10^{-1} (6.43 \cdot 10^{-4})$
1NN	$1.39 \cdot 10^{-1} (1.58 \cdot 10^{-3})$
2NN	$1.16 \cdot 10^{-1} (1.67 \cdot 10^{-3})$

331

Averages of $R(\theta; S^{CRPS})$.

333

$R(\theta; S^{CRPS})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$1.17 \cdot 10^{-1} (8.23 \cdot 10^{-4})$	$1.08 \cdot 10^{-1} (9.72 \cdot 10^{-4})$	$1.08 \cdot 10^{-1} (9.31 \cdot 10^{-4})$	$1.07 \cdot 10^{-1} (1.00 \cdot 10^{-3})$	$2.05 \cdot 10^{-1} (2.57 \cdot 10^{-3})$	$1.07 \cdot 10^{-1} (9.07 \cdot 10^{-4})$
$v = 3/2$	$5.90 \cdot 10^{-2} (7.69 \cdot 10^{-4})$	$5.82 \cdot 10^{-2} (1.14 \cdot 10^{-3})$	$5.52 \cdot 10^{-2} (1.04 \cdot 10^{-3})$	$5.50 \cdot 10^{-2} (1.14 \cdot 10^{-3})$	$1.64 \cdot 10^{-1} (3.71 \cdot 10^{-3})$	$5.49 \cdot 10^{-2} (9.88 \cdot 10^{-4})$
$v = 5/2$	$4.24 \cdot 10^{-2} (8.32 \cdot 10^{-4})$	$4.46 \cdot 10^{-2} (1.63 \cdot 10^{-3})$	$4.02 \cdot 10^{-2} (1.15 \cdot 10^{-3})$	$4.05 \cdot 10^{-2} (1.27 \cdot 10^{-3})$	$1.61 \cdot 10^{-1} (4.62 \cdot 10^{-3})$	$4.03 \cdot 10^{-2} (1.22 \cdot 10^{-3})$
$v = 7/2$	$3.43 \cdot 10^{-2} (8.18 \cdot 10^{-4})$	$3.70 \cdot 10^{-2} (1.26 \cdot 10^{-3})$	$3.35 \cdot 10^{-2} (1.02 \cdot 10^{-3})$	$3.49 \cdot 10^{-2} (1.16 \cdot 10^{-3})$	$1.67 \cdot 10^{-1} (5.53 \cdot 10^{-3})$	$3.38 \cdot 10^{-2} (1.10 \cdot 10^{-3})$
$v = 9/2$	$2.98 \cdot 10^{-2} (7.70 \cdot 10^{-4})$	$3.33 \cdot 10^{-2} (1.12 \cdot 10^{-3})$	$3.00 \cdot 10^{-2} (7.60 \cdot 10^{-4})$	$3.15 \cdot 10^{-2} (9.48 \cdot 10^{-4})$	$1.76 \cdot 10^{-1} (6.24 \cdot 10^{-3})$	$3.10 \cdot 10^{-2} (9.11 \cdot 10^{-4})$
$v \in \{1/2, \dots, 9/2\}$	$2.98 \cdot 10^{-2} (7.70 \cdot 10^{-4})$	$3.47 \cdot 10^{-2} (1.41 \cdot 10^{-3})$	$3.00 \cdot 10^{-2} (7.60 \cdot 10^{-4})$	$3.16 \cdot 10^{-2} (9.57 \cdot 10^{-4})$	$1.76 \cdot 10^{-1} (6.13 \cdot 10^{-3})$	$3.10 \cdot 10^{-2} (9.11 \cdot 10^{-4})$

334

335

336

337

$R(\theta; S^{CRPS})$	
NLL/SPE	$3.20 \cdot 10^{-2} (1.11 \cdot 10^{-3})$

338

Averages of $R(\theta; S_{0.95}^{IS})$.

339

$R(\theta; S_{0.95}^{IS})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$1.30 \cdot 10^0 (1.01 \cdot 10^{-2})$	$1.18 \cdot 10^0 (2.05 \cdot 10^{-2})$	$1.17 \cdot 10^0 (1.95 \cdot 10^{-2})$	$1.20 \cdot 10^0 (2.35 \cdot 10^{-2})$	$2.10 \cdot 10^0 (3.20 \cdot 10^{-2})$	$1.16 \cdot 10^0 (1.88 \cdot 10^{-2})$
$v = 3/2$	$7.31 \cdot 10^{-1} (1.55 \cdot 10^{-2})$	$8.45 \cdot 10^{-1} (3.46 \cdot 10^{-2})$	$8.05 \cdot 10^{-1} (3.25 \cdot 10^{-2})$	$9.50 \cdot 10^{-1} (3.97 \cdot 10^{-2})$	$2.03 \cdot 10^0 (6.02 \cdot 10^{-2})$	$7.96 \cdot 10^{-1} (3.06 \cdot 10^{-2})$
$v = 5/2$	$5.49 \cdot 10^{-1} (2.06 \cdot 10^{-2})$	$7.26 \cdot 10^{-1} (5.13 \cdot 10^{-2})$	$6.48 \cdot 10^{-1} (3.82 \cdot 10^{-2})$	$8.08 \cdot 10^{-1} (4.57 \cdot 10^{-2})$	$2.17 \cdot 10^0 (7.82 \cdot 10^{-2})$	$6.27 \cdot 10^{-1} (3.73 \cdot 10^{-2})$
$v = 7/2$	$4.50 \cdot 10^{-1} (2.12 \cdot 10^{-2})$	$6.15 \cdot 10^{-1} (3.77 \cdot 10^{-2})$	$5.48 \cdot 10^{-1} (3.12 \cdot 10^{-2})$	$7.13 \cdot 10^{-1} (4.03 \cdot 10^{-2})$	$2.34 \cdot 10^0 (9.22 \cdot 10^{-2})$	$5.25 \cdot 10^{-1} (2.80 \cdot 10^{-2})$
$v = 9/2$	$3.93 \cdot 10^{-1} (1.98 \cdot 10^{-2})$	$5.67 \cdot 10^{-1} (3.15 \cdot 10^{-2})$	$4.98 \cdot 10^{-1} (2.06 \cdot 10^{-2})$	$6.43 \cdot 10^{-1} (3.30 \cdot 10^{-2})$	$2.49 \cdot 10^0 (1.01 \cdot 10^{-1})$	$4.94 \cdot 10^{-1} (1.94 \cdot 10^{-2})$
$v \in \{1/2, \dots, 9/2\}$	$3.93 \cdot 10^{-1} (1.98 \cdot 10^{-2})$	$6.03 \cdot 10^{-1} (3.84 \cdot 10^{-2})$	$4.98 \cdot 10^{-1} (2.06 \cdot 10^{-2})$	$6.47 \cdot 10^{-1} (3.34 \cdot 10^{-2})$	$2.48 \cdot 10^0 (1.01 \cdot 10^{-1})$	$4.94 \cdot 10^{-1} (1.94 \cdot 10^{-2})$

342

343

$R(\theta; S_{0.95}^{IS})$	
NLL/SPE	$4.22 \cdot 10^{-1} (2.26 \cdot 10^{-2})$

344 **SM2.2.10. GKLS C^0 , $n = 20$, $d = 2$.**345 *Averages of $R(\theta; S^{SPE})$.*

346

$R(\theta; S^{SPE})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$4.07 \cdot 10^{-1} (2.64 \cdot 10^{-2})$	$3.97 \cdot 10^{-1} (2.63 \cdot 10^{-2})$	$3.99 \cdot 10^{-1} (2.69 \cdot 10^{-2})$	$4.05 \cdot 10^{-1} (2.63 \cdot 10^{-2})$	$4.98 \cdot 10^{-1} (2.25 \cdot 10^{-2})$	$4.47 \cdot 10^{-1} (3.01 \cdot 10^{-2})$
$v = 3/2$	$4.19 \cdot 10^{-1} (2.69 \cdot 10^{-2})$	$4.93 \cdot 10^{-1} (3.06 \cdot 10^{-2})$	$4.91 \cdot 10^{-1} (3.13 \cdot 10^{-2})$	$4.65 \cdot 10^{-1} (2.92 \cdot 10^{-2})$	$4.84 \cdot 10^{-1} (2.44 \cdot 10^{-2})$	$6.24 \cdot 10^{-1} (3.85 \cdot 10^{-2})$
$v = 5/2$	$4.16 \cdot 10^{-1} (2.43 \cdot 10^{-2})$	$5.01 \cdot 10^{-1} (3.15 \cdot 10^{-2})$	$5.53 \cdot 10^{-1} (3.49 \cdot 10^{-2})$	$4.67 \cdot 10^{-1} (2.59 \cdot 10^{-2})$	$4.96 \cdot 10^{-1} (2.59 \cdot 10^{-2})$	$8.27 \cdot 10^{-1} (6.88 \cdot 10^{-2})$
$v = 7/2$	$4.39 \cdot 10^{-1} (2.65 \cdot 10^{-2})$	$5.24 \cdot 10^{-1} (3.46 \cdot 10^{-2})$	$6.60 \cdot 10^{-1} (6.73 \cdot 10^{-2})$	$4.99 \cdot 10^{-1} (3.12 \cdot 10^{-2})$	$5.12 \cdot 10^{-1} (2.93 \cdot 10^{-2})$	$1.12 \cdot 10^0 (1.48 \cdot 10^{-1})$
$v = 9/2$	$4.44 \cdot 10^{-1} (2.66 \cdot 10^{-2})$	$5.67 \cdot 10^{-1} (4.47 \cdot 10^{-2})$	$8.13 \cdot 10^{-1} (1.49 \cdot 10^{-1})$	$5.17 \cdot 10^{-1} (3.49 \cdot 10^{-2})$	$5.39 \cdot 10^{-1} (3.51 \cdot 10^{-2})$	$1.34 \cdot 10^0 (1.61 \cdot 10^{-1})$
$v = \infty$	$4.62 \cdot 10^{-1} (2.51 \cdot 10^{-2})$	$9.35 \cdot 10^{-1} (2.31 \cdot 10^{-1})$	$8.20 \cdot 10^{-1} (1.53 \cdot 10^{-1})$	$7.92 \cdot 10^{-1} (1.85 \cdot 10^{-1})$	$7.90 \cdot 10^{-1} (7.37 \cdot 10^{-2})$	$7.94 \cdot 10^0 (4.73 \cdot 10^0)$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$4.19 \cdot 10^{-1} (2.31 \cdot 10^{-2})$	$7.08 \cdot 10^{-1} (1.48 \cdot 10^{-1})$	$9.64 \cdot 10^{-1} (1.79 \cdot 10^{-1})$	$5.36 \cdot 10^{-1} (4.56 \cdot 10^{-2})$	$6.73 \cdot 10^{-1} (5.70 \cdot 10^{-2})$	$7.53 \cdot 10^0 (4.73 \cdot 10^0)$

349

$R^*(S^{SPE})$	
$v = 1/2$	$2.89 \cdot 10^{-1} (1.51 \cdot 10^{-2})$
$v = 3/2$	$2.73 \cdot 10^{-1} (1.36 \cdot 10^{-2})$
$v = 5/2$	$2.85 \cdot 10^{-1} (1.33 \cdot 10^{-2})$
$v = 7/2$	$2.90 \cdot 10^{-1} (1.32 \cdot 10^{-2})$
$v = 9/2$	$2.92 \cdot 10^{-1} (1.30 \cdot 10^{-2})$
$v = \infty$	$3.09 \cdot 10^{-1} (1.24 \cdot 10^{-2})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$2.57 \cdot 10^{-1} (1.29 \cdot 10^{-2})$

350

351

352

$R(\theta; S^{SPE})$	
NLL/SPE	$4.17 \cdot 10^{-1} (2.35 \cdot 10^{-2})$
linear	$7.54 \cdot 10^{-1} (2.10 \cdot 10^{-2})$
1NN	$4.80 \cdot 10^{-1} (2.07 \cdot 10^{-2})$
2NN	$4.35 \cdot 10^{-1} (1.73 \cdot 10^{-2})$

353 *Averages of $R(\theta; S^{CRPS})$.*

354

$R(\theta; S^{CRPS})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$3.09 \cdot 10^{-1} (9.93 \cdot 10^{-3})$	$3.03 \cdot 10^{-1} (9.82 \cdot 10^{-3})$	$3.05 \cdot 10^{-1} (1.02 \cdot 10^{-2})$	$3.04 \cdot 10^{-1} (1.02 \cdot 10^{-2})$	$3.55 \cdot 10^{-1} (8.18 \cdot 10^{-3})$	$3.23 \cdot 10^{-1} (1.18 \cdot 10^{-2})$
$v = 3/2$	$3.13 \cdot 10^{-1} (1.08 \cdot 10^{-2})$	$3.43 \cdot 10^{-1} (1.16 \cdot 10^{-2})$	$3.44 \cdot 10^{-1} (1.24 \cdot 10^{-2})$	$3.34 \cdot 10^{-1} (1.16 \cdot 10^{-2})$	$3.43 \cdot 10^{-1} (9.33 \cdot 10^{-3})$	$3.97 \cdot 10^{-1} (1.43 \cdot 10^{-2})$
$v = 5/2$	$3.14 \cdot 10^{-1} (9.63 \cdot 10^{-3})$	$3.49 \cdot 10^{-1} (1.15 \cdot 10^{-2})$	$3.69 \cdot 10^{-1} (1.35 \cdot 10^{-2})$	$3.40 \cdot 10^{-1} (1.00 \cdot 10^{-2})$	$3.45 \cdot 10^{-1} (9.49 \cdot 10^{-3})$	$4.37 \cdot 10^{-1} (1.53 \cdot 10^{-2})$
$v = 7/2$	$3.26 \cdot 10^{-1} (1.07 \cdot 10^{-2})$	$3.54 \cdot 10^{-1} (1.12 \cdot 10^{-2})$	$3.87 \cdot 10^{-1} (1.52 \cdot 10^{-2})$	$3.49 \cdot 10^{-1} (1.10 \cdot 10^{-2})$	$3.49 \cdot 10^{-1} (9.35 \cdot 10^{-3})$	$4.78 \cdot 10^{-1} (1.89 \cdot 10^{-2})$
$v = 9/2$	$3.28 \cdot 10^{-1} (1.06 \cdot 10^{-2})$	$3.65 \cdot 10^{-1} (1.21 \cdot 10^{-2})$	$4.06 \cdot 10^{-1} (1.90 \cdot 10^{-2})$	$3.55 \cdot 10^{-1} (1.12 \cdot 10^{-2})$	$3.56 \cdot 10^{-1} (9.81 \cdot 10^{-3})$	$5.14 \cdot 10^{-1} (2.14 \cdot 10^{-2})$
$v = \infty$	$3.40 \cdot 10^{-1} (9.41 \cdot 10^{-3})$	$4.00 \cdot 10^{-1} (2.19 \cdot 10^{-2})$	$4.17 \cdot 10^{-1} (1.92 \cdot 10^{-2})$	$3.90 \cdot 10^{-1} (1.90 \cdot 10^{-2})$	$4.25 \cdot 10^{-1} (1.53 \cdot 10^{-2})$	$7.26 \cdot 10^{-1} (7.53 \cdot 10^{-2})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$3.17 \cdot 10^{-1} (9.18 \cdot 10^{-3})$	$3.81 \cdot 10^{-1} (1.79 \cdot 10^{-2})$	$4.31 \cdot 10^{-1} (2.19 \cdot 10^{-2})$	$3.59 \cdot 10^{-1} (1.20 \cdot 10^{-2})$	$4.05 \cdot 10^{-1} (1.32 \cdot 10^{-2})$	$6.94 \cdot 10^{-1} (7.41 \cdot 10^{-2})$

357

358

$R(\theta; S^{CRPS})$	
NLL/SPE	$3.17 \cdot 10^{-1} (8.97 \cdot 10^{-3})$

359 *Averages of $R(\theta; S_{0.95}^{IS})$.*

360

$R(\theta; S_{0.95}^{IS})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$4.40 \cdot 10^0 (2.47 \cdot 10^{-1})$	$4.48 \cdot 10^0 (2.51 \cdot 10^{-1})$	$4.55 \cdot 10^0 (2.67 \cdot 10^{-1})$	$4.90 \cdot 10^0 (2.65 \cdot 10^{-1})$	$4.97 \cdot 10^0 (2.10 \cdot 10^{-1})$	$4.87 \cdot 10^0 (2.81 \cdot 10^{-1})$
$v = 3/2$	$5.17 \cdot 10^0 (3.60 \cdot 10^{-1})$	$5.82 \cdot 10^0 (3.80 \cdot 10^{-1})$	$6.00 \cdot 10^0 (3.88 \cdot 10^{-1})$	$6.09 \cdot 10^0 (3.92 \cdot 10^{-1})$	$5.12 \cdot 10^0 (3.02 \cdot 10^{-1})$	$7.04 \cdot 10^0 (4.21 \cdot 10^{-1})$
$v = 5/2$	$5.21 \cdot 10^0 (3.15 \cdot 10^{-1})$	$5.88 \cdot 10^0 (3.81 \cdot 10^{-1})$	$6.74 \cdot 10^0 (4.53 \cdot 10^{-1})$	$6.08 \cdot 10^0 (3.29 \cdot 10^{-1})$	$5.04 \cdot 10^0 (2.85 \cdot 10^{-1})$	$7.72 \cdot 10^0 (4.17 \cdot 10^{-1})$
$v = 7/2$	$5.52 \cdot 10^0 (3.30 \cdot 10^{-1})$	$5.90 \cdot 10^0 (3.44 \cdot 10^{-1})$	$7.02 \cdot 10^0 (4.36 \cdot 10^{-1})$	$6.31 \cdot 10^0 (3.33 \cdot 10^{-1})$	$4.95 \cdot 10^0 (2.44 \cdot 10^{-1})$	$8.27 \cdot 10^0 (4.05 \cdot 10^{-1})$
$v = 9/2$	$5.57 \cdot 10^0 (3.22 \cdot 10^{-1})$	$6.08 \cdot 10^0 (3.31 \cdot 10^{-1})$	$7.55 \cdot 10^0 (4.98 \cdot 10^{-1})$	$6.43 \cdot 10^0 (3.24 \cdot 10^{-1})$	$5.02 \cdot 10^0 (2.30 \cdot 10^{-1})$	$8.73 \cdot 10^0 (4.42 \cdot 10^{-1})$
$v = \infty$	$5.77 \cdot 10^0 (2.65 \cdot 10^{-1})$	$6.81 \cdot 10^0 (4.94 \cdot 10^{-1})$	$8.06 \cdot 10^0 (5.64 \cdot 10^{-1})$	$7.46 \cdot 10^0 (5.89 \cdot 10^{-1})$	$5.87 \cdot 10^0 (2.30 \cdot 10^{-1})$	$1.37 \cdot 10^1 (1.99 \cdot 10^0)$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$5.37 \cdot 10^0 (2.80 \cdot 10^{-1})$	$6.64 \cdot 10^0 (4.00 \cdot 10^{-1})$	$8.55 \cdot 10^0 (6.04 \cdot 10^{-1})$	$6.95 \cdot 10^0 (3.42 \cdot 10^{-1})$	$5.76 \cdot 10^0 (2.42 \cdot 10^{-1})$	$1.36 \cdot 10^1 (1.99 \cdot 10^0)$

361

362

363

$R(\theta; S_{0.95}^{IS})$	
NLL/SPE	$5.22 \cdot 10^0 (2.51 \cdot 10^{-1})$

SM2.2.11. GKLS C^0 , $n = 40$, $d = 2$.

Averages of $R(\theta; S^{\text{SPE}})$.

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$1.63 \cdot 10^{-1} (9.15 \cdot 10^{-3})$	$1.68 \cdot 10^{-1} (1.17 \cdot 10^{-2})$	$1.62 \cdot 10^{-1} (1.03 \cdot 10^{-2})$	$1.66 \cdot 10^{-1} (1.13 \cdot 10^{-2})$	$2.65 \cdot 10^{-1} (1.67 \cdot 10^{-2})$	$1.66 \cdot 10^{-1} (1.20 \cdot 10^{-2})$
$v = 3/2$	$1.54 \cdot 10^{-1} (1.04 \cdot 10^{-2})$	$1.81 \cdot 10^{-1} (1.55 \cdot 10^{-2})$	$1.71 \cdot 10^{-1} (1.30 \cdot 10^{-2})$	$1.68 \cdot 10^{-1} (1.27 \cdot 10^{-2})$	$2.86 \cdot 10^{-1} (4.73 \cdot 10^{-2})$	$1.95 \cdot 10^{-1} (1.94 \cdot 10^{-2})$
$v = 5/2$	$1.55 \cdot 10^{-1} (9.44 \cdot 10^{-3})$	$2.03 \cdot 10^{-1} (1.85 \cdot 10^{-2})$	$2.11 \cdot 10^{-1} (2.23 \cdot 10^{-2})$	$1.93 \cdot 10^{-1} (1.84 \cdot 10^{-2})$	$2.52 \cdot 10^{-1} (1.92 \cdot 10^{-2})$	$3.27 \cdot 10^{-1} (4.55 \cdot 10^{-2})$
$v = 7/2$	$1.61 \cdot 10^{-1} (1.09 \cdot 10^{-2})$	$2.04 \cdot 10^{-1} (1.73 \cdot 10^{-2})$	$2.17 \cdot 10^{-1} (2.24 \cdot 10^{-2})$	$2.05 \cdot 10^{-1} (2.14 \cdot 10^{-2})$	$2.79 \cdot 10^{-1} (2.10 \cdot 10^{-2})$	$6.14 \cdot 10^{-1} (8.46 \cdot 10^{-2})$
$v = 9/2$	$1.62 \cdot 10^{-1} (1.09 \cdot 10^{-2})$	$2.26 \cdot 10^{-1} (2.27 \cdot 10^{-2})$	$2.20 \cdot 10^{-1} (2.22 \cdot 10^{-2})$	$2.19 \cdot 10^{-1} (2.46 \cdot 10^{-2})$	$3.24 \cdot 10^{-1} (2.89 \cdot 10^{-2})$	$9.10 \cdot 10^{-1} (1.37 \cdot 10^{-1})$
$v \in \{1/2, \dots, 9/2\}$	$1.55 \cdot 10^{-1} (9.57 \cdot 10^{-3})$	$2.31 \cdot 10^{-1} (2.45 \cdot 10^{-2})$	$2.20 \cdot 10^{-1} (2.21 \cdot 10^{-2})$	$1.95 \cdot 10^{-1} (1.82 \cdot 10^{-2})$	$2.82 \cdot 10^{-1} (2.25 \cdot 10^{-2})$	$9.93 \cdot 10^{-1} (1.55 \cdot 10^{-1})$

$R^*(S^{\text{SPE}})$	
$v = 1/2$	$1.37 \cdot 10^{-1} (8.01 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$1.06 \cdot 10^{-1} (5.92 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$1.06 \cdot 10^{-1} (5.63 \cdot 10^{-3})$
$v = 7/2$	$1.08 \cdot 10^{-1} (5.66 \cdot 10^{-3})$
$v = 9/2$	$1.11 \cdot 10^{-1} (5.78 \cdot 10^{-3})$
$v \in \{1/2, \dots, 9/2\}$	$9.96 \cdot 10^{-2} (5.48 \cdot 10^{-3})$

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	
NLL/SPE	$1.58 \cdot 10^{-1} (1.04 \cdot 10^{-2})$
linear	$7.29 \cdot 10^{-1} (2.00 \cdot 10^{-2})$
1NN	$2.67 \cdot 10^{-1} (1.30 \cdot 10^{-2})$
2NN	$2.33 \cdot 10^{-1} (1.26 \cdot 10^{-2})$

Averages of $R(\theta; S^{\text{CRPS}})$.

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$1.98 \cdot 10^{-1} (4.33 \cdot 10^{-3})$	$1.95 \cdot 10^{-1} (4.96 \cdot 10^{-3})$	$1.93 \cdot 10^{-1} (4.48 \cdot 10^{-3})$	$1.88 \cdot 10^{-1} (5.05 \cdot 10^{-3})$	$2.53 \cdot 10^{-1} (6.97 \cdot 10^{-3})$	$1.95 \cdot 10^{-1} (5.51 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$1.79 \cdot 10^{-1} (4.53 \cdot 10^{-3})$	$1.89 \cdot 10^{-1} (6.13 \cdot 10^{-3})$	$1.85 \cdot 10^{-1} (5.30 \cdot 10^{-3})$	$1.83 \cdot 10^{-1} (5.28 \cdot 10^{-3})$	$2.34 \cdot 10^{-1} (1.05 \cdot 10^{-2})$	$1.96 \cdot 10^{-1} (8.40 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$1.80 \cdot 10^{-1} (4.35 \cdot 10^{-3})$	$1.97 \cdot 10^{-1} (6.50 \cdot 10^{-3})$	$1.96 \cdot 10^{-1} (7.18 \cdot 10^{-3})$	$1.92 \cdot 10^{-1} (6.10 \cdot 10^{-3})$	$2.32 \cdot 10^{-1} (8.63 \cdot 10^{-3})$	$2.25 \cdot 10^{-1} (9.45 \cdot 10^{-3})$
$v = 7/2$	$1.83 \cdot 10^{-1} (4.80 \cdot 10^{-3})$	$2.00 \cdot 10^{-1} (6.75 \cdot 10^{-3})$	$2.01 \cdot 10^{-1} (7.37 \cdot 10^{-3})$	$2.00 \cdot 10^{-1} (7.49 \cdot 10^{-3})$	$2.43 \cdot 10^{-1} (9.37 \cdot 10^{-3})$	$2.65 \cdot 10^{-1} (1.02 \cdot 10^{-2})$
$v = 9/2$	$1.84 \cdot 10^{-1} (4.84 \cdot 10^{-3})$	$2.05 \cdot 10^{-1} (7.00 \cdot 10^{-3})$	$2.03 \cdot 10^{-1} (7.41 \cdot 10^{-3})$	$2.03 \cdot 10^{-1} (6.75 \cdot 10^{-3})$	$2.58 \cdot 10^{-1} (1.14 \cdot 10^{-2})$	$3.03 \cdot 10^{-1} (1.26 \cdot 10^{-2})$
$v \in \{1/2, \dots, 9/2\}$	$1.80 \cdot 10^{-1} (4.35 \cdot 10^{-3})$	$2.04 \cdot 10^{-1} (7.01 \cdot 10^{-3})$	$2.01 \cdot 10^{-1} (7.19 \cdot 10^{-3})$	$1.94 \cdot 10^{-1} (6.41 \cdot 10^{-3})$	$2.43 \cdot 10^{-1} (9.17 \cdot 10^{-3})$	$3.11 \cdot 10^{-1} (1.36 \cdot 10^{-2})$

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	
NLL/SPE	$1.82 \cdot 10^{-1} (4.52 \cdot 10^{-3})$

Averages of $R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$.

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$2.43 \cdot 10^0 (8.51 \cdot 10^{-2})$	$2.50 \cdot 10^0 (1.09 \cdot 10^{-1})$	$2.45 \cdot 10^0 (1.03 \cdot 10^{-1})$	$2.71 \cdot 10^0 (1.26 \cdot 10^{-1})$	$3.20 \cdot 10^0 (1.29 \cdot 10^{-1})$	$2.49 \cdot 10^0 (1.17 \cdot 10^{-1})$
$v = 3/2$	$2.31 \cdot 10^0 (1.19 \cdot 10^{-1})$	$2.73 \cdot 10^0 (1.71 \cdot 10^{-1})$	$2.62 \cdot 10^0 (1.55 \cdot 10^{-1})$	$2.92 \cdot 10^0 (1.64 \cdot 10^{-1})$	$3.08 \cdot 10^0 (1.75 \cdot 10^{-1})$	$2.74 \cdot 10^0 (1.94 \cdot 10^{-1})$
$v = 5/2$	$2.35 \cdot 10^0 (1.18 \cdot 10^{-1})$	$2.88 \cdot 10^0 (1.81 \cdot 10^{-1})$	$2.91 \cdot 10^0 (2.06 \cdot 10^{-1})$	$3.12 \cdot 10^0 (1.95 \cdot 10^{-1})$	$3.11 \cdot 10^0 (1.64 \cdot 10^{-1})$	$3.24 \cdot 10^0 (2.24 \cdot 10^{-1})$
$v = 7/2$	$2.44 \cdot 10^0 (1.36 \cdot 10^{-1})$	$2.92 \cdot 10^0 (1.83 \cdot 10^{-1})$	$3.08 \cdot 10^0 (2.23 \cdot 10^{-1})$	$3.35 \cdot 10^0 (2.30 \cdot 10^{-1})$	$3.30 \cdot 10^0 (1.71 \cdot 10^{-1})$	$3.76 \cdot 10^0 (2.25 \cdot 10^{-1})$
$v = 9/2$	$2.47 \cdot 10^0 (1.39 \cdot 10^{-1})$	$3.03 \cdot 10^0 (1.85 \cdot 10^{-1})$	$3.14 \cdot 10^0 (2.22 \cdot 10^{-1})$	$3.42 \cdot 10^0 (2.14 \cdot 10^{-1})$	$3.49 \cdot 10^0 (1.87 \cdot 10^{-1})$	$4.31 \cdot 10^0 (2.40 \cdot 10^{-1})$
$v \in \{1/2, \dots, 9/2\}$	$2.40 \cdot 10^0 (1.18 \cdot 10^{-1})$	$3.08 \cdot 10^0 (1.91 \cdot 10^{-1})$	$3.13 \cdot 10^0 (2.16 \cdot 10^{-1})$	$3.35 \cdot 10^0 (2.06 \cdot 10^{-1})$	$3.23 \cdot 10^0 (1.54 \cdot 10^{-1})$	$4.46 \cdot 10^0 (2.59 \cdot 10^{-1})$

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	
NLL/SPE	$2.43 \cdot 10^0 (1.28 \cdot 10^{-1})$

SM2.2.12. GKLS C^0 , $n = 100$, $d = 2$.

Averages of $R(\theta; S^{\text{SPE}})$.

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$4.64 \cdot 10^{-2} (2.07 \cdot 10^{-3})$	$4.71 \cdot 10^{-2} (2.13 \cdot 10^{-3})$	$4.59 \cdot 10^{-2} (2.04 \cdot 10^{-3})$	$4.63 \cdot 10^{-2} (2.06 \cdot 10^{-3})$	$1.39 \cdot 10^{-1} (1.05 \cdot 10^{-2})$	$4.54 \cdot 10^{-2} (2.02 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$2.90 \cdot 10^{-2} (1.28 \cdot 10^{-3})$	$3.01 \cdot 10^{-2} (1.35 \cdot 10^{-3})$	$2.96 \cdot 10^{-2} (1.28 \cdot 10^{-3})$	$2.96 \cdot 10^{-2} (1.29 \cdot 10^{-3})$	$1.47 \cdot 10^{-1} (1.82 \cdot 10^{-2})$	$3.12 \cdot 10^{-2} (1.47 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$3.04 \cdot 10^{-2} (1.27 \cdot 10^{-3})$	$3.32 \cdot 10^{-2} (1.27 \cdot 10^{-3})$	$3.27 \cdot 10^{-2} (1.44 \cdot 10^{-3})$	$3.26 \cdot 10^{-2} (1.27 \cdot 10^{-3})$	$1.77 \cdot 10^{-1} (2.21 \cdot 10^{-2})$	$4.48 \cdot 10^{-2} (2.95 \cdot 10^{-3})$
$v = 7/2$	$3.34 \cdot 10^{-2} (1.36 \cdot 10^{-3})$	$3.69 \cdot 10^{-2} (1.38 \cdot 10^{-3})$	$3.62 \cdot 10^{-2} (1.67 \cdot 10^{-3})$	$3.60 \cdot 10^{-2} (1.39 \cdot 10^{-3})$	$2.22 \cdot 10^{-1} (3.65 \cdot 10^{-2})$	$7.70 \cdot 10^{-2} (7.12 \cdot 10^{-3})$
$v = 9/2$	$3.62 \cdot 10^{-2} (1.47 \cdot 10^{-3})$	$4.00 \cdot 10^{-2} (1.52 \cdot 10^{-3})$	$3.94 \cdot 10^{-2} (1.91 \cdot 10^{-3})$	$3.92 \cdot 10^{-2} (1.58 \cdot 10^{-3})$	$2.13 \cdot 10^{-1} (2.68 \cdot 10^{-2})$	$1.12 \cdot 10^{-1} (1.30 \cdot 10^{-2})$
$v \in \{1/2, \dots, 9/2\}$	$3.00 \cdot 10^{-2} (1.27 \cdot 10^{-3})$	$3.20 \cdot 10^{-2} (1.46 \cdot 10^{-3})$	$3.26 \cdot 10^{-2} (1.54 \cdot 10^{-3})$	$3.13 \cdot 10^{-2} (1.42 \cdot 10^{-3})$	$2.52 \cdot 10^{-1} (3.75 \cdot 10^{-2})$	$1.02 \cdot 10^{-1} (1.06 \cdot 10^{-2})$

$R^*(S^{\text{SPE}})$	
$v = 1/2$	$4.39 \cdot 10^{-2} (1.94 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$2.63 \cdot 10^{-2} (1.11 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$2.70 \cdot 10^{-2} (1.04 \cdot 10^{-3})$
$v = 7/2$	$2.92 \cdot 10^{-2} (1.10 \cdot 10^{-3})$
$v = 9/2$	$3.11 \cdot 10^{-2} (1.15 \cdot 10^{-3})$
$v \in \{1/2, \dots, 9/2\}$	$2.53 \cdot 10^{-2} (1.03 \cdot 10^{-3})$

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	
NLL/SPE	$2.98 \cdot 10^{-2} (1.29 \cdot 10^{-3})$
linear	$7.28 \cdot 10^{-1} (2.00 \cdot 10^{-2})$
1NN	$1.25 \cdot 10^{-1} (4.32 \cdot 10^{-3})$
2NN	$1.03 \cdot 10^{-1} (3.95 \cdot 10^{-3})$

Averages of $R(\theta; S^{\text{CRPS}})$.

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$1.12 \cdot 10^{-1} (2.15 \cdot 10^{-3})$	$1.05 \cdot 10^{-1} (2.09 \cdot 10^{-3})$	$1.04 \cdot 10^{-1} (2.05 \cdot 10^{-3})$	$9.94 \cdot 10^{-2} (2.04 \cdot 10^{-3})$	$1.73 \cdot 10^{-1} (5.99 \cdot 10^{-3})$	$1.03 \cdot 10^{-1} (2.04 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$8.01 \cdot 10^{-2} (1.63 \cdot 10^{-3})$	$8.03 \cdot 10^{-2} (1.63 \cdot 10^{-3})$	$7.94 \cdot 10^{-2} (1.58 \cdot 10^{-3})$	$7.82 \cdot 10^{-2} (1.62 \cdot 10^{-3})$	$1.58 \cdot 10^{-1} (9.33 \cdot 10^{-3})$	$8.15 \cdot 10^{-2} (1.73 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$8.16 \cdot 10^{-2} (1.61 \cdot 10^{-3})$	$8.57 \cdot 10^{-2} (1.58 \cdot 10^{-3})$	$8.39 \cdot 10^{-2} (1.68 \cdot 10^{-3})$	$8.32 \cdot 10^{-2} (1.58 \cdot 10^{-3})$	$1.69 \cdot 10^{-1} (1.01 \cdot 10^{-2})$	$9.45 \cdot 10^{-2} (2.35 \cdot 10^{-3})$
$v = 7/2$	$8.58 \cdot 10^{-2} (1.64 \cdot 10^{-3})$	$9.14 \cdot 10^{-2} (1.65 \cdot 10^{-3})$	$8.85 \cdot 10^{-2} (1.80 \cdot 10^{-3})$	$8.79 \cdot 10^{-2} (1.64 \cdot 10^{-3})$	$1.80 \cdot 10^{-1} (1.09 \cdot 10^{-2})$	$1.16 \cdot 10^{-1} (3.59 \cdot 10^{-3})$
$v = 9/2$	$8.95 \cdot 10^{-2} (1.68 \cdot 10^{-3})$	$9.56 \cdot 10^{-2} (1.74 \cdot 10^{-3})$	$9.22 \cdot 10^{-2} (1.89 \cdot 10^{-3})$	$9.17 \cdot 10^{-2} (1.74 \cdot 10^{-3})$	$1.77 \cdot 10^{-1} (8.70 \cdot 10^{-3})$	$1.34 \cdot 10^{-1} (5.39 \cdot 10^{-3})$
$v \in \{1/2, \dots, 9/2\}$	$8.10 \cdot 10^{-2} (1.63 \cdot 10^{-3})$	$8.26 \cdot 10^{-2} (1.71 \cdot 10^{-3})$	$8.30 \cdot 10^{-2} (1.81 \cdot 10^{-3})$	$8.03 \cdot 10^{-2} (1.74 \cdot 10^{-3})$	$1.95 \cdot 10^{-1} (1.13 \cdot 10^{-2})$	$1.28 \cdot 10^{-1} (4.53 \cdot 10^{-3})$

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	
NLL/SPE	$8.08 \cdot 10^{-2} (1.63 \cdot 10^{-3})$

Averages of $R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$.

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$1.33 \cdot 10^0 (2.93 \cdot 10^{-2})$	$1.30 \cdot 10^0 (3.48 \cdot 10^{-2})$	$1.28 \cdot 10^0 (3.38 \cdot 10^{-2})$	$1.50 \cdot 10^0 (4.92 \cdot 10^{-2})$	$2.24 \cdot 10^0 (1.04 \cdot 10^{-1})$	$1.27 \cdot 10^0 (3.35 \cdot 10^{-2})$
$v = 3/2$	$9.45 \cdot 10^{-1} (2.19 \cdot 10^{-2})$	$9.95 \cdot 10^{-1} (2.47 \cdot 10^{-2})$	$9.85 \cdot 10^{-1} (2.39 \cdot 10^{-2})$	$1.18 \cdot 10^0 (3.55 \cdot 10^{-2})$	$2.13 \cdot 10^0 (1.49 \cdot 10^{-1})$	$1.00 \cdot 10^0 (2.61 \cdot 10^{-2})$
$v = 5/2$	$9.80 \cdot 10^{-1} (2.16 \cdot 10^{-2})$	$1.04 \cdot 10^0 (2.18 \cdot 10^{-2})$	$1.02 \cdot 10^0 (2.37 \cdot 10^{-2})$	$1.24 \cdot 10^0 (3.36 \cdot 10^{-2})$	$2.22 \cdot 10^0 (1.50 \cdot 10^{-1})$	$1.17 \cdot 10^0 (3.78 \cdot 10^{-2})$
$v = 7/2$	$1.04 \cdot 10^0 (2.26 \cdot 10^{-2})$	$1.11 \cdot 10^0 (2.30 \cdot 10^{-2})$	$1.07 \cdot 10^0 (2.60 \cdot 10^{-2})$	$1.27 \cdot 10^0 (3.34 \cdot 10^{-2})$	$2.29 \cdot 10^0 (1.53 \cdot 10^{-1})$	$1.46 \cdot 10^0 (6.08 \cdot 10^{-2})$
$v = 9/2$	$1.09 \cdot 10^0 (2.39 \cdot 10^{-2})$	$1.16 \cdot 10^0 (2.46 \cdot 10^{-2})$	$1.11 \cdot 10^0 (2.84 \cdot 10^{-2})$	$1.30 \cdot 10^0 (3.60 \cdot 10^{-2})$	$2.22 \cdot 10^0 (1.25 \cdot 10^{-1})$	$1.69 \cdot 10^0 (1.03 \cdot 10^{-1})$
$v \in \{1/2, \dots, 9/2\}$	$9.83 \cdot 10^{-1} (2.23 \cdot 10^{-2})$	$1.03 \cdot 10^0 (2.54 \cdot 10^{-2})$	$1.04 \cdot 10^0 (2.63 \cdot 10^{-2})$	$1.25 \cdot 10^0 (3.75 \cdot 10^{-2})$	$2.57 \cdot 10^0 (1.71 \cdot 10^{-1})$	$1.59 \cdot 10^0 (6.79 \cdot 10^{-2})$

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	
NLL/SPE	$9.76 \cdot 10^{-1} (2.20 \cdot 10^{-2})$

SM2.2.13. GKLS C^0 , $n = 50$, $d = 5$.

Averages of $R(\theta; S^{\text{SPE}})$.

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$1.75 \cdot 10^{-1} (8.72 \cdot 10^{-3})$	$1.56 \cdot 10^{-1} (8.53 \cdot 10^{-3})$	$1.57 \cdot 10^{-1} (8.51 \cdot 10^{-3})$	$1.49 \cdot 10^{-1} (8.03 \cdot 10^{-3})$	$3.97 \cdot 10^{-1} (1.15 \cdot 10^{-2})$	$1.64 \cdot 10^{-1} (1.00 \cdot 10^{-2})$
$v = 3/2$	$1.50 \cdot 10^{-1} (1.20 \cdot 10^{-2})$	$1.72 \cdot 10^{-1} (1.35 \cdot 10^{-2})$	$1.69 \cdot 10^{-1} (1.45 \cdot 10^{-2})$	$1.50 \cdot 10^{-1} (1.17 \cdot 10^{-2})$	$3.54 \cdot 10^{-1} (1.20 \cdot 10^{-2})$	$2.07 \cdot 10^{-1} (2.27 \cdot 10^{-2})$
$v = 5/2$	$1.68 \cdot 10^{-1} (1.30 \cdot 10^{-2})$	$2.21 \cdot 10^{-1} (1.86 \cdot 10^{-2})$	$2.34 \cdot 10^{-1} (2.40 \cdot 10^{-2})$	$2.08 \cdot 10^{-1} (1.78 \cdot 10^{-2})$	$3.52 \cdot 10^{-1} (1.26 \cdot 10^{-2})$	$2.50 \cdot 10^{-1} (2.43 \cdot 10^{-2})$
$v = 7/2$	$1.85 \cdot 10^{-1} (1.42 \cdot 10^{-2})$	$2.60 \cdot 10^{-1} (2.12 \cdot 10^{-2})$	$2.64 \cdot 10^{-1} (2.25 \cdot 10^{-2})$	$2.42 \cdot 10^{-1} (2.03 \cdot 10^{-2})$	$3.52 \cdot 10^{-1} (1.29 \cdot 10^{-2})$	$3.01 \cdot 10^{-1} (2.95 \cdot 10^{-2})$
$v = 9/2$	$1.92 \cdot 10^{-1} (1.45 \cdot 10^{-2})$	$2.78 \cdot 10^{-1} (2.23 \cdot 10^{-2})$	$2.87 \cdot 10^{-1} (2.25 \cdot 10^{-2})$	$2.57 \cdot 10^{-1} (1.97 \cdot 10^{-2})$	$3.49 \cdot 10^{-1} (1.22 \cdot 10^{-2})$	$3.32 \cdot 10^{-1} (3.30 \cdot 10^{-2})$
$v = 11/2$	$1.96 \cdot 10^{-1} (1.47 \cdot 10^{-2})$	$3.06 \cdot 10^{-1} (2.81 \cdot 10^{-2})$	$3.06 \cdot 10^{-1} (2.99 \cdot 10^{-2})$	$2.78 \cdot 10^{-1} (2.21 \cdot 10^{-2})$	$3.50 \cdot 10^{-1} (1.22 \cdot 10^{-2})$	$3.51 \cdot 10^{-1} (3.15 \cdot 10^{-2})$
$v = 21/2$	$2.10 \cdot 10^{-1} (1.53 \cdot 10^{-2})$	$3.20 \cdot 10^{-1} (2.90 \cdot 10^{-2})$	$3.31 \cdot 10^{-1} (2.78 \cdot 10^{-2})$	$3.11 \cdot 10^{-1} (2.75 \cdot 10^{-2})$	$3.54 \cdot 10^{-1} (1.24 \cdot 10^{-2})$	$4.11 \cdot 10^{-1} (4.38 \cdot 10^{-2})$
$v = \infty$	$2.24 \cdot 10^{-1} (1.59 \cdot 10^{-2})$	$3.31 \cdot 10^{-1} (2.48 \cdot 10^{-2})$	$3.45 \cdot 10^{-1} (3.00 \cdot 10^{-2})$	$3.41 \cdot 10^{-1} (3.00 \cdot 10^{-2})$	$3.63 \cdot 10^{-1} (1.34 \cdot 10^{-2})$	$4.16 \cdot 10^{-1} (3.75 \cdot 10^{-2})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$1.61 \cdot 10^{-1} (1.45 \cdot 10^{-2})$	$2.83 \cdot 10^{-1} (2.46 \cdot 10^{-2})$	$3.31 \cdot 10^{-1} (3.26 \cdot 10^{-2})$	$2.82 \cdot 10^{-1} (2.98 \cdot 10^{-2})$	$3.64 \cdot 10^{-1} (1.32 \cdot 10^{-2})$	$4.20 \cdot 10^{-1} (4.09 \cdot 10^{-2})$

$R^*(S^{\text{SPE}})$	
$v = 1/2$	$1.33 \cdot 10^{-1} (6.84 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$1.02 \cdot 10^{-1} (6.87 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$1.13 \cdot 10^{-1} (7.20 \cdot 10^{-3})$
$v = 7/2$	$1.21 \cdot 10^{-1} (7.35 \cdot 10^{-3})$
$v = 9/2$	$1.26 \cdot 10^{-1} (7.50 \cdot 10^{-3})$
$v = 11/2$	$1.29 \cdot 10^{-1} (7.61 \cdot 10^{-3})$
$v = 21/2$	$1.36 \cdot 10^{-1} (7.92 \cdot 10^{-3})$
$v = \infty$	$1.43 \cdot 10^{-1} (8.30 \cdot 10^{-3})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$9.82 \cdot 10^{-2} (6.29 \cdot 10^{-3})$

414

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	
NLL/SPE	$1.75 \cdot 10^{-1} (1.48 \cdot 10^{-2})$
linear	$4.43 \cdot 10^{-1} (2.09 \cdot 10^{-2})$
1NN	$5.15 \cdot 10^{-1} (9.18 \cdot 10^{-3})$
2NN	$4.09 \cdot 10^{-1} (8.06 \cdot 10^{-3})$

415 *Averages of $R(\theta; S^{\text{CRPS}})$.*

416

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$2.12 \cdot 10^{-1} (4.85 \cdot 10^{-3})$	$1.93 \cdot 10^{-1} (5.21 \cdot 10^{-3})$	$1.94 \cdot 10^{-1} (5.19 \cdot 10^{-3})$	$1.87 \cdot 10^{-1} (4.85 \cdot 10^{-3})$	$3.43 \cdot 10^{-1} (5.02 \cdot 10^{-3})$	$1.97 \cdot 10^{-1} (5.79 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$1.71 \cdot 10^{-1} (8.09 \cdot 10^{-3})$	$1.88 \cdot 10^{-1} (9.41 \cdot 10^{-3})$	$1.82 \cdot 10^{-1} (9.25 \cdot 10^{-3})$	$1.71 \cdot 10^{-1} (8.45 \cdot 10^{-3})$	$3.18 \cdot 10^{-1} (5.45 \cdot 10^{-3})$	$2.01 \cdot 10^{-1} (1.17 \cdot 10^{-2})$
$v = 5/2$	$1.82 \cdot 10^{-1} (8.93 \cdot 10^{-3})$	$2.14 \cdot 10^{-1} (1.11 \cdot 10^{-2})$	$2.16 \cdot 10^{-1} (1.20 \cdot 10^{-2})$	$2.08 \cdot 10^{-1} (1.10 \cdot 10^{-2})$	$3.16 \cdot 10^{-1} (5.77 \cdot 10^{-3})$	$2.23 \cdot 10^{-1} (1.25 \cdot 10^{-2})$
$v = 7/2$	$1.95 \cdot 10^{-1} (9.39 \cdot 10^{-3})$	$2.41 \cdot 10^{-1} (1.19 \cdot 10^{-2})$	$2.39 \cdot 10^{-1} (1.20 \cdot 10^{-2})$	$2.31 \cdot 10^{-1} (1.18 \cdot 10^{-2})$	$3.15 \cdot 10^{-1} (5.91 \cdot 10^{-3})$	$2.51 \cdot 10^{-1} (1.32 \cdot 10^{-2})$
$v = 9/2$	$2.01 \cdot 10^{-1} (9.47 \cdot 10^{-3})$	$2.51 \cdot 10^{-1} (1.23 \cdot 10^{-2})$	$2.57 \cdot 10^{-1} (1.24 \cdot 10^{-2})$	$2.45 \cdot 10^{-1} (1.15 \cdot 10^{-2})$	$3.13 \cdot 10^{-1} (5.60 \cdot 10^{-3})$	$2.65 \cdot 10^{-1} (1.40 \cdot 10^{-2})$
$v = 11/2$	$2.05 \cdot 10^{-1} (9.52 \cdot 10^{-3})$	$2.64 \cdot 10^{-1} (1.35 \cdot 10^{-2})$	$2.63 \cdot 10^{-1} (1.34 \cdot 10^{-2})$	$2.55 \cdot 10^{-1} (1.21 \cdot 10^{-2})$	$3.13 \cdot 10^{-1} (5.60 \cdot 10^{-3})$	$2.79 \cdot 10^{-1} (1.43 \cdot 10^{-2})$
$v = 21/2$	$2.15 \cdot 10^{-1} (9.84 \cdot 10^{-3})$	$2.71 \cdot 10^{-1} (1.37 \cdot 10^{-2})$	$2.79 \cdot 10^{-1} (1.36 \cdot 10^{-2})$	$2.71 \cdot 10^{-1} (1.34 \cdot 10^{-2})$	$3.14 \cdot 10^{-1} (5.72 \cdot 10^{-3})$	$2.98 \cdot 10^{-1} (1.68 \cdot 10^{-2})$
$v = \infty$	$2.25 \cdot 10^{-1} (1.01 \cdot 10^{-2})$	$2.82 \cdot 10^{-1} (1.33 \cdot 10^{-2})$	$2.88 \cdot 10^{-1} (1.45 \cdot 10^{-2})$	$2.87 \cdot 10^{-1} (1.44 \cdot 10^{-2})$	$3.18 \cdot 10^{-1} (6.03 \cdot 10^{-3})$	$3.08 \cdot 10^{-1} (1.63 \cdot 10^{-2})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$1.75 \cdot 10^{-1} (9.47 \cdot 10^{-3})$	$2.50 \cdot 10^{-1} (1.35 \cdot 10^{-2})$	$2.69 \cdot 10^{-1} (1.51 \cdot 10^{-2})$	$2.46 \cdot 10^{-1} (1.43 \cdot 10^{-2})$	$3.18 \cdot 10^{-1} (6.06 \cdot 10^{-3})$	$3.06 \cdot 10^{-1} (1.69 \cdot 10^{-2})$

418

419

420

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	
NLL/SPE	$1.86 \cdot 10^{-1} (9.88 \cdot 10^{-3})$

421 *Averages of $R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$.*

422

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$2.35 \cdot 10^0 (6.40 \cdot 10^{-2})$	$2.36 \cdot 10^0 (7.19 \cdot 10^{-2})$	$2.36 \cdot 10^0 (7.22 \cdot 10^{-2})$	$2.50 \cdot 10^0 (8.11 \cdot 10^{-2})$	$3.34 \cdot 10^0 (6.59 \cdot 10^{-2})$	$2.40 \cdot 10^0 (7.61 \cdot 10^{-2})$
$v = 3/2$	$2.35 \cdot 10^0 (1.02 \cdot 10^{-1})$	$2.72 \cdot 10^0 (1.33 \cdot 10^{-1})$	$2.69 \cdot 10^0 (1.29 \cdot 10^{-1})$	$2.88 \cdot 10^0 (1.41 \cdot 10^{-1})$	$3.23 \cdot 10^0 (7.29 \cdot 10^{-2})$	$2.93 \cdot 10^0 (1.57 \cdot 10^{-1})$
$v = 5/2$	$2.57 \cdot 10^0 (1.15 \cdot 10^{-1})$	$3.34 \cdot 10^0 (1.71 \cdot 10^{-1})$	$3.55 \cdot 10^0 (1.99 \cdot 10^{-1})$	$3.72 \cdot 10^0 (1.89 \cdot 10^{-1})$	$3.26 \cdot 10^0 (7.82 \cdot 10^{-2})$	$3.63 \cdot 10^0 (1.90 \cdot 10^{-1})$
$v = 7/2$	$2.76 \cdot 10^0 (1.25 \cdot 10^{-1})$	$3.97 \cdot 10^0 (2.05 \cdot 10^{-1})$	$4.11 \cdot 10^0 (2.13 \cdot 10^{-1})$	$4.28 \cdot 10^0 (2.30 \cdot 10^{-1})$	$3.26 \cdot 10^0 (8.00 \cdot 10^{-2})$	$4.32 \cdot 10^0 (2.35 \cdot 10^{-1})$
$v = 9/2$	$2.85 \cdot 10^0 (1.28 \cdot 10^{-1})$	$4.27 \cdot 10^0 (2.21 \cdot 10^{-1})$	$4.58 \cdot 10^0 (2.32 \cdot 10^{-1})$	$4.62 \cdot 10^0 (2.27 \cdot 10^{-1})$	$3.25 \cdot 10^0 (7.31 \cdot 10^{-2})$	$4.63 \cdot 10^0 (2.57 \cdot 10^{-1})$
$v = 11/2$	$2.91 \cdot 10^0 (1.30 \cdot 10^{-1})$	$4.60 \cdot 10^0 (2.54 \cdot 10^{-1})$	$4.76 \cdot 10^0 (2.60 \cdot 10^{-1})$	$4.92 \cdot 10^0 (2.46 \cdot 10^{-1})$	$3.25 \cdot 10^0 (7.15 \cdot 10^{-2})$	$4.99 \cdot 10^0 (2.61 \cdot 10^{-1})$
$v = 21/2$	$3.09 \cdot 10^0 (1.38 \cdot 10^{-1})$	$4.78 \cdot 10^0 (2.68 \cdot 10^{-1})$	$5.25 \cdot 10^0 (2.62 \cdot 10^{-1})$	$5.43 \cdot 10^0 (2.77 \cdot 10^{-1})$	$3.28 \cdot 10^0 (7.06 \cdot 10^{-2})$	$5.53 \cdot 10^0 (3.27 \cdot 10^{-1})$
$v = \infty$	$3.26 \cdot 10^0 (1.44 \cdot 10^{-1})$	$5.00 \cdot 10^0 (2.48 \cdot 10^{-1})$	$5.57 \cdot 10^0 (3.02 \cdot 10^{-1})$	$5.92 \cdot 10^0 (3.29 \cdot 10^{-1})$	$3.34 \cdot 10^0 (7.23 \cdot 10^{-2})$	$5.92 \cdot 10^0 (3.35 \cdot 10^{-1})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$2.53 \cdot 10^0 (1.30 \cdot 10^{-1})$	$4.59 \cdot 10^0 (2.69 \cdot 10^{-1})$	$5.24 \cdot 10^0 (3.08 \cdot 10^{-1})$	$5.10 \cdot 10^0 (3.19 \cdot 10^{-1})$	$3.34 \cdot 10^0 (7.22 \cdot 10^{-2})$	$5.91 \cdot 10^0 (3.40 \cdot 10^{-1})$

423

424

425

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	
NLL/SPE	$2.71 \cdot 10^0 (1.34 \cdot 10^{-1})$

426 **SM2.2.14. GKLS C^0 , $n = 100$, $d = 5$.**

427 *Averages of $R(\theta; S^{\text{SPE}})$.*

428

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$8.88 \cdot 10^{-2} (4.65 \cdot 10^{-3})$	$8.85 \cdot 10^{-2} (4.63 \cdot 10^{-3})$	$8.82 \cdot 10^{-2} (4.60 \cdot 10^{-3})$	$8.53 \cdot 10^{-2} (4.48 \cdot 10^{-3})$	$2.84 \cdot 10^{-1} (9.55 \cdot 10^{-3})$	$8.94 \cdot 10^{-2} (4.57 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$8.48 \cdot 10^{-2} (4.48 \cdot 10^{-3})$	$9.37 \cdot 10^{-2} (5.06 \cdot 10^{-3})$	$9.61 \cdot 10^{-2} (5.28 \cdot 10^{-3})$	$8.86 \cdot 10^{-2} (4.69 \cdot 10^{-3})$	$2.45 \cdot 10^{-1} (1.03 \cdot 10^{-2})$	$1.10 \cdot 10^{-1} (7.90 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$1.02 \cdot 10^{-1} (5.08 \cdot 10^{-3})$	$1.26 \cdot 10^{-1} (7.15 \cdot 10^{-3})$	$1.32 \cdot 10^{-1} (8.00 \cdot 10^{-3})$	$1.24 \cdot 10^{-1} (7.67 \cdot 10^{-3})$	$2.47 \cdot 10^{-1} (1.11 \cdot 10^{-2})$	$1.65 \cdot 10^{-1} (1.11 \cdot 10^{-2})$
$v = 7/2$	$1.12 \cdot 10^{-1} (5.41 \cdot 10^{-3})$	$1.49 \cdot 10^{-1} (8.45 \cdot 10^{-3})$	$1.52 \cdot 10^{-1} (8.92 \cdot 10^{-3})$	$1.38 \cdot 10^{-1} (7.40 \cdot 10^{-3})$	$2.46 \cdot 10^{-1} (1.14 \cdot 10^{-2})$	$2.00 \cdot 10^{-1} (1.27 \cdot 10^{-2})$
$v = 9/2$	$1.19 \cdot 10^{-1} (5.63 \cdot 10^{-3})$	$1.60 \cdot 10^{-1} (9.01 \cdot 10^{-3})$	$1.69 \cdot 10^{-1} (9.79 \cdot 10^{-3})$	$1.48 \cdot 10^{-1} (7.83 \cdot 10^{-3})$	$2.45 \cdot 10^{-1} (1.16 \cdot 10^{-2})$	$2.35 \cdot 10^{-1} (1.95 \cdot 10^{-2})$
$v = 11/2$	$1.25 \cdot 10^{-1} (5.82 \cdot 10^{-3})$	$1.72 \cdot 10^{-1} (9.72 \cdot 10^{-3})$	$1.80 \cdot 10^{-1} (1.13 \cdot 10^{-2})$	$1.55 \cdot 10^{-1} (8.06 \cdot 10^{-3})$	$2.47 \cdot 10^{-1} (1.19 \cdot 10^{-2})$	$2.37 \cdot 10^{-1} (1.76 \cdot 10^{-2})$
$v = 21/2$	$1.36 \cdot 10^{-1} (6.11 \cdot 10^{-3})$	$1.93 \cdot 10^{-1} (1.09 \cdot 10^{-2})$	$2.04 \cdot 10^{-1} (1.37 \cdot 10^{-2})$	$1.77 \cdot 10^{-1} (9.45 \cdot 10^{-3})$	$2.56 \cdot 10^{-1} (1.33 \cdot 10^{-2})$	$2.64 \cdot 10^{-1} (1.92 \cdot 10^{-2})$
$v = \infty$	$1.50 \cdot 10^{-1} (6.50 \cdot 10^{-3})$	$2.17 \cdot 10^{-1} (1.22 \cdot 10^{-2})$	$2.24 \cdot 10^{-1} (1.47 \cdot 10^{-2})$	$1.92 \cdot 10^{-1} (1.02 \cdot 10^{-2})$	$2.68 \cdot 10^{-1} (1.46 \cdot 10^{-2})$	$2.95 \cdot 10^{-1} (2.21 \cdot 10^{-2})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$8.59 \cdot 10^{-2} (4.83 \cdot 10^{-3})$	$1.25 \cdot 10^{-1} (1.04 \cdot 10^{-2})$	$1.66 \cdot 10^{-1} (1.35 \cdot 10^{-2})$	$9.67 \cdot 10^{-2} (5.86 \cdot 10^{-3})$	$2.68 \cdot 10^{-1} (1.47 \cdot 10^{-2})$	$2.53 \cdot 10^{-1} (2.04 \cdot 10^{-2})$

430

431

$R^*(S^{\text{SPE}})$	
$v = 1/2$	$8.18 \cdot 10^{-2} (4.23 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$6.81 \cdot 10^{-2} (3.57 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$7.99 \cdot 10^{-2} (3.96 \cdot 10^{-3})$
$v = 7/2$	$8.75 \cdot 10^{-2} (4.20 \cdot 10^{-3})$
$v = 9/2$	$9.24 \cdot 10^{-2} (4.36 \cdot 10^{-3})$
$v = 11/2$	$9.56 \cdot 10^{-2} (4.46 \cdot 10^{-3})$
$v = 21/2$	$1.03 \cdot 10^{-1} (4.72 \cdot 10^{-3})$
$v = \infty$	$1.12 \cdot 10^{-1} (5.04 \cdot 10^{-3})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$6.71 \cdot 10^{-2} (3.50 \cdot 10^{-3})$

432

433

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	
NLL/SPE	$8.62 \cdot 10^{-2}$ ($4.72 \cdot 10^{-3}$)
linear	$4.22 \cdot 10^{-1}$ ($1.92 \cdot 10^{-2}$)
1NN	$4.07 \cdot 10^{-1}$ ($7.43 \cdot 10^{-3}$)
2NN	$3.05 \cdot 10^{-1}$ ($5.96 \cdot 10^{-3}$)

Averages of $R(\theta; S^{\text{CRPS}})$.

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$1.47 \cdot 10^{-1}$ ($3.42 \cdot 10^{-3}$)	$1.40 \cdot 10^{-1}$ ($3.60 \cdot 10^{-3}$)	$1.40 \cdot 10^{-1}$ ($3.57 \cdot 10^{-3}$)	$1.31 \cdot 10^{-1}$ ($3.42 \cdot 10^{-3}$)	$2.86 \cdot 10^{-1}$ ($4.58 \cdot 10^{-3}$)	$1.41 \cdot 10^{-1}$ ($3.54 \cdot 10^{-3}$)
$v = 3/2$	$1.31 \cdot 10^{-1}$ ($4.05 \cdot 10^{-3}$)	$1.38 \cdot 10^{-1}$ ($4.27 \cdot 10^{-3}$)	$1.39 \cdot 10^{-1}$ ($4.39 \cdot 10^{-3}$)	$1.30 \cdot 10^{-1}$ ($4.11 \cdot 10^{-3}$)	$2.61 \cdot 10^{-1}$ ($5.17 \cdot 10^{-3}$)	$1.48 \cdot 10^{-1}$ ($5.47 \cdot 10^{-3}$)
$v = 5/2$	$1.46 \cdot 10^{-1}$ ($4.34 \cdot 10^{-3}$)	$1.63 \cdot 10^{-1}$ ($5.16 \cdot 10^{-3}$)	$1.64 \cdot 10^{-1}$ ($5.52 \cdot 10^{-3}$)	$1.61 \cdot 10^{-1}$ ($5.43 \cdot 10^{-3}$)	$2.61 \cdot 10^{-1}$ ($5.81 \cdot 10^{-3}$)	$1.82 \cdot 10^{-1}$ ($6.75 \cdot 10^{-3}$)
$v = 7/2$	$1.55 \cdot 10^{-1}$ ($4.43 \cdot 10^{-3}$)	$1.80 \cdot 10^{-1}$ ($5.69 \cdot 10^{-3}$)	$1.79 \cdot 10^{-1}$ ($5.85 \cdot 10^{-3}$)	$1.73 \cdot 10^{-1}$ ($5.40 \cdot 10^{-3}$)	$2.59 \cdot 10^{-1}$ ($5.80 \cdot 10^{-3}$)	$2.04 \cdot 10^{-1}$ ($7.44 \cdot 10^{-3}$)
$v = 9/2$	$1.61 \cdot 10^{-1}$ ($4.48 \cdot 10^{-3}$)	$1.89 \cdot 10^{-1}$ ($5.88 \cdot 10^{-3}$)	$1.91 \cdot 10^{-1}$ ($6.30 \cdot 10^{-3}$)	$1.82 \cdot 10^{-1}$ ($5.48 \cdot 10^{-3}$)	$2.57 \cdot 10^{-1}$ ($5.82 \cdot 10^{-3}$)	$2.18 \cdot 10^{-1}$ ($8.49 \cdot 10^{-3}$)
$v = 11/2$	$1.66 \cdot 10^{-1}$ ($4.54 \cdot 10^{-3}$)	$1.96 \cdot 10^{-1}$ ($6.12 \cdot 10^{-3}$)	$1.98 \cdot 10^{-1}$ ($6.82 \cdot 10^{-3}$)	$1.87 \cdot 10^{-1}$ ($5.56 \cdot 10^{-3}$)	$2.57 \cdot 10^{-1}$ ($5.91 \cdot 10^{-3}$)	$2.22 \cdot 10^{-1}$ ($8.35 \cdot 10^{-3}$)
$v = 21/2$	$1.76 \cdot 10^{-1}$ ($4.58 \cdot 10^{-3}$)	$2.10 \cdot 10^{-1}$ ($6.62 \cdot 10^{-3}$)	$2.11 \cdot 10^{-1}$ ($7.43 \cdot 10^{-3}$)	$2.03 \cdot 10^{-1}$ ($6.26 \cdot 10^{-3}$)	$2.60 \cdot 10^{-1}$ ($6.32 \cdot 10^{-3}$)	$2.36 \cdot 10^{-1}$ ($8.69 \cdot 10^{-3}$)
$v = \infty$	$1.87 \cdot 10^{-1}$ ($4.70 \cdot 10^{-3}$)	$2.24 \cdot 10^{-1}$ ($7.11 \cdot 10^{-3}$)	$2.24 \cdot 10^{-1}$ ($7.59 \cdot 10^{-3}$)	$2.14 \cdot 10^{-1}$ ($6.57 \cdot 10^{-3}$)	$2.63 \cdot 10^{-1}$ ($6.67 \cdot 10^{-3}$)	$2.50 \cdot 10^{-1}$ ($9.41 \cdot 10^{-3}$)
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$1.32 \cdot 10^{-1}$ ($4.21 \cdot 10^{-3}$)	$1.59 \cdot 10^{-1}$ ($6.64 \cdot 10^{-3}$)	$1.81 \cdot 10^{-1}$ ($8.02 \cdot 10^{-3}$)	$1.36 \cdot 10^{-1}$ ($4.82 \cdot 10^{-3}$)	$2.63 \cdot 10^{-1}$ ($6.68 \cdot 10^{-3}$)	$2.26 \cdot 10^{-1}$ ($9.20 \cdot 10^{-3}$)

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	
NLL/SPE	$1.34 \cdot 10^{-1}$ ($4.26 \cdot 10^{-3}$)

Averages of $R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$.

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$1.88 \cdot 10^0$ ($4.48 \cdot 10^{-2}$)	$1.86 \cdot 10^0$ ($5.03 \cdot 10^{-2}$)	$1.86 \cdot 10^0$ ($5.03 \cdot 10^{-2}$)	$2.05 \cdot 10^0$ ($6.09 \cdot 10^{-2}$)	$2.81 \cdot 10^0$ ($5.25 \cdot 10^{-2}$)	$1.86 \cdot 10^0$ ($5.02 \cdot 10^{-2}$)
$v = 3/2$	$1.88 \cdot 10^0$ ($5.12 \cdot 10^{-2}$)	$2.02 \cdot 10^0$ ($5.91 \cdot 10^{-2}$)	$2.06 \cdot 10^0$ ($5.82 \cdot 10^{-2}$)	$2.33 \cdot 10^0$ ($6.92 \cdot 10^{-2}$)	$2.70 \cdot 10^0$ ($6.09 \cdot 10^{-2}$)	$2.16 \cdot 10^0$ ($7.03 \cdot 10^{-2}$)
$v = 5/2$	$2.04 \cdot 10^0$ ($5.36 \cdot 10^{-2}$)	$2.35 \cdot 10^0$ ($6.75 \cdot 10^{-2}$)	$2.47 \cdot 10^0$ ($7.50 \cdot 10^{-2}$)	$2.81 \cdot 10^0$ ($9.72 \cdot 10^{-2}$)	$2.75 \cdot 10^0$ ($6.63 \cdot 10^{-2}$)	$2.73 \cdot 10^0$ ($9.18 \cdot 10^{-2}$)
$v = 7/2$	$2.14 \cdot 10^0$ ($5.45 \cdot 10^{-2}$)	$2.53 \cdot 10^0$ ($7.35 \cdot 10^{-2}$)	$2.69 \cdot 10^0$ ($8.31 \cdot 10^{-2}$)	$2.90 \cdot 10^0$ ($9.26 \cdot 10^{-2}$)	$2.73 \cdot 10^0$ ($6.50 \cdot 10^{-2}$)	$2.98 \cdot 10^0$ ($1.02 \cdot 10^{-1}$)
$v = 9/2$	$2.19 \cdot 10^0$ ($5.60 \cdot 10^{-2}$)	$2.64 \cdot 10^0$ ($7.95 \cdot 10^{-2}$)	$2.84 \cdot 10^0$ ($9.33 \cdot 10^{-2}$)	$2.99 \cdot 10^0$ ($9.15 \cdot 10^{-2}$)	$2.72 \cdot 10^0$ ($6.51 \cdot 10^{-2}$)	$3.19 \cdot 10^0$ ($1.28 \cdot 10^{-1}$)
$v = 11/2$	$2.25 \cdot 10^0$ ($5.74 \cdot 10^{-2}$)	$2.75 \cdot 10^0$ ($8.61 \cdot 10^{-2}$)	$2.94 \cdot 10^0$ ($9.94 \cdot 10^{-2}$)	$3.05 \cdot 10^0$ ($9.42 \cdot 10^{-2}$)	$2.73 \cdot 10^0$ ($6.59 \cdot 10^{-2}$)	$3.20 \cdot 10^0$ ($1.16 \cdot 10^{-1}$)
$v = 21/2$	$2.37 \cdot 10^0$ ($5.79 \cdot 10^{-2}$)	$2.94 \cdot 10^0$ ($9.15 \cdot 10^{-2}$)	$3.14 \cdot 10^0$ ($1.13 \cdot 10^{-1}$)	$3.27 \cdot 10^0$ ($1.03 \cdot 10^{-1}$)	$2.77 \cdot 10^0$ ($7.00 \cdot 10^{-2}$)	$3.39 \cdot 10^0$ ($1.20 \cdot 10^{-1}$)
$v = \infty$	$2.52 \cdot 10^0$ ($5.92 \cdot 10^{-2}$)	$3.08 \cdot 10^0$ ($8.79 \cdot 10^{-2}$)	$3.29 \cdot 10^0$ ($1.17 \cdot 10^{-1}$)	$3.42 \cdot 10^0$ ($1.10 \cdot 10^{-1}$)	$2.83 \cdot 10^0$ ($7.38 \cdot 10^{-2}$)	$3.52 \cdot 10^0$ ($1.29 \cdot 10^{-1}$)
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$1.90 \cdot 10^0$ ($5.27 \cdot 10^{-2}$)	$2.36 \cdot 10^0$ ($9.02 \cdot 10^{-2}$)	$2.87 \cdot 10^0$ ($1.25 \cdot 10^{-1}$)	$2.49 \cdot 10^0$ ($8.68 \cdot 10^{-2}$)	$2.84 \cdot 10^0$ ($7.42 \cdot 10^{-2}$)	$3.39 \cdot 10^0$ ($1.31 \cdot 10^{-1}$)

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	
NLL/SPE	$1.93 \cdot 10^0$ ($5.49 \cdot 10^{-2}$)

SM2.2.15. GKLS C^0 , $n = 250$, $d = 5$.

Averages of $R(\theta; S^{\text{SPE}})$.

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$4.94 \cdot 10^{-2}$ ($2.85 \cdot 10^{-3}$)	$5.02 \cdot 10^{-2}$ ($2.99 \cdot 10^{-3}$)	$5.01 \cdot 10^{-2}$ ($2.92 \cdot 10^{-3}$)	$4.91 \cdot 10^{-2}$ ($2.85 \cdot 10^{-3}$)	$1.85 \cdot 10^{-1}$ ($7.09 \cdot 10^{-3}$)	$5.03 \cdot 10^{-2}$ ($2.85 \cdot 10^{-3}$)
$v = 3/2$	$4.43 \cdot 10^{-2}$ ($2.32 \cdot 10^{-3}$)	$4.74 \cdot 10^{-2}$ ($2.45 \cdot 10^{-3}$)	$4.88 \cdot 10^{-2}$ ($2.51 \cdot 10^{-3}$)	$4.69 \cdot 10^{-2}$ ($2.37 \cdot 10^{-3}$)	$1.56 \cdot 10^{-1}$ ($8.14 \cdot 10^{-3}$)	$5.21 \cdot 10^{-2}$ ($2.74 \cdot 10^{-3}$)
$v = 5/2$	$5.23 \cdot 10^{-2}$ ($2.63 \cdot 10^{-3}$)	$6.06 \cdot 10^{-2}$ ($3.05 \cdot 10^{-3}$)	$6.09 \cdot 10^{-2}$ ($3.06 \cdot 10^{-3}$)	$5.88 \cdot 10^{-2}$ ($2.83 \cdot 10^{-3}$)	$1.50 \cdot 10^{-1}$ ($8.25 \cdot 10^{-3}$)	$7.48 \cdot 10^{-2}$ ($5.54 \cdot 10^{-3}$)
$v = 7/2$	$5.85 \cdot 10^{-2}$ ($2.85 \cdot 10^{-3}$)	$6.97 \cdot 10^{-2}$ ($3.34 \cdot 10^{-3}$)	$6.99 \cdot 10^{-2}$ ($3.52 \cdot 10^{-3}$)	$6.72 \cdot 10^{-2}$ ($3.21 \cdot 10^{-3}$)	$1.45 \cdot 10^{-1}$ ($7.64 \cdot 10^{-3}$)	$8.98 \cdot 10^{-2}$ ($5.93 \cdot 10^{-3}$)
$v = 9/2$	$6.29 \cdot 10^{-2}$ ($3.01 \cdot 10^{-3}$)	$7.51 \cdot 10^{-2}$ ($3.58 \cdot 10^{-3}$)	$7.44 \cdot 10^{-2}$ ($3.56 \cdot 10^{-3}$)	$7.26 \cdot 10^{-2}$ ($3.43 \cdot 10^{-3}$)	$1.43 \cdot 10^{-1}$ ($7.59 \cdot 10^{-3}$)	$1.01 \cdot 10^{-1}$ ($6.23 \cdot 10^{-3}$)
$v = 11/2$	$6.63 \cdot 10^{-2}$ ($3.10 \cdot 10^{-3}$)	$7.98 \cdot 10^{-2}$ ($3.72 \cdot 10^{-3}$)	$7.81 \cdot 10^{-2}$ ($3.65 \cdot 10^{-3}$)	$7.58 \cdot 10^{-2}$ ($3.38 \cdot 10^{-3}$)	$1.40 \cdot 10^{-1}$ ($7.42 \cdot 10^{-3}$)	$1.07 \cdot 10^{-1}$ ($6.60 \cdot 10^{-3}$)
$v = 21/2$	$7.48 \cdot 10^{-2}$ ($3.35 \cdot 10^{-3}$)	$8.90 \cdot 10^{-2}$ ($3.97 \cdot 10^{-3}$)	$8.68 \cdot 10^{-2}$ ($3.89 \cdot 10^{-3}$)	$8.57 \cdot 10^{-2}$ ($3.69 \cdot 10^{-3}$)	$1.35 \cdot 10^{-1}$ ($6.85 \cdot 10^{-3}$)	$1.24 \cdot 10^{-1}$ ($7.74 \cdot 10^{-3}$)
$v = \infty$	$8.66 \cdot 10^{-2}$ ($3.66 \cdot 10^{-3}$)	$1.05 \cdot 10^{-1}$ ($4.55 \cdot 10^{-3}$)	$1.03 \cdot 10^{-1}$ ($4.44 \cdot 10^{-3}$)	$1.00 \cdot 10^{-1}$ ($4.27 \cdot 10^{-3}$)	$1.52 \cdot 10^{-1}$ ($8.09 \cdot 10^{-3}$)	$1.42 \cdot 10^{-1}$ ($8.62 \cdot 10^{-3}$)
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$4.38 \cdot 10^{-2}$ ($2.27 \cdot 10^{-3}$)	$4.98 \cdot 10^{-2}$ ($2.67 \cdot 10^{-3}$)	$5.20 \cdot 10^{-2}$ ($2.64 \cdot 10^{-3}$)	$4.66 \cdot 10^{-2}$ ($2.32 \cdot 10^{-3}$)	$1.52 \cdot 10^{-1}$ ($8.09 \cdot 10^{-3}$)	$1.04 \cdot 10^{-1}$ ($8.76 \cdot 10^{-3}$)

$R^*(S^{\text{SPE}})$	
$v = 1/2$	$4.75 \cdot 10^{-2}$ ($2.68 \cdot 10^{-3}$)
$v = 3/2$	$3.87 \cdot 10^{-2}$ ($1.96 \cdot 10^{-3}$)
$v = 5/2$	$4.46 \cdot 10^{-2}$ ($2.10 \cdot 10^{-3}$)
$v = 7/2$	$4.96 \cdot 10^{-2}$ ($2.27 \cdot 10^{-3}$)
$v = 9/2$	$5.34 \cdot 10^{-2}$ ($2.40 \cdot 10^{-3}$)
$v = 11/2$	$5.62 \cdot 10^{-2}$ ($2.49 \cdot 10^{-3}$)
$v = 21/2$	$6.34 \cdot 10^{-2}$ ($2.73 \cdot 10^{-3}$)
$v = \infty$	$7.32 \cdot 10^{-2}$ ($3.06 \cdot 10^{-3}$)
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$3.84 \cdot 10^{-2}$ ($1.92 \cdot 10^{-3}$)

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	
NLL/SPE	$4.48 \cdot 10^{-2}$ ($2.28 \cdot 10^{-3}$)
linear	$4.18 \cdot 10^{-1}$ ($1.91 \cdot 10^{-2}$)
1NN	$2.93 \cdot 10^{-1}$ ($5.81 \cdot 10^{-3}$)
2NN	$2.19 \cdot 10^{-1}$ ($4.69 \cdot 10^{-3}$)

Averages of $R(\theta; S^{\text{CRPS}})$.

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$1.05 \cdot 10^{-1}$ ($2.66 \cdot 10^{-3}$)	$9.97 \cdot 10^{-2}$ ($2.74 \cdot 10^{-3}$)	$9.96 \cdot 10^{-2}$ ($2.71 \cdot 10^{-3}$)	$9.21 \cdot 10^{-2}$ ($2.67 \cdot 10^{-3}$)	$2.26 \cdot 10^{-1}$ ($4.06 \cdot 10^{-3}$)	$9.99 \cdot 10^{-2}$ ($2.68 \cdot 10^{-3}$)
$v = 3/2$	$9.26 \cdot 10^{-2}$ ($2.72 \cdot 10^{-3}$)	$9.61 \cdot 10^{-2}$ ($2.77 \cdot 10^{-3}$)	$9.66 \cdot 10^{-2}$ ($2.81 \cdot 10^{-3}$)	$9.12 \cdot 10^{-2}$ ($2.75 \cdot 10^{-3}$)	$2.02 \cdot 10^{-1}$ ($5.33 \cdot 10^{-3}$)	$9.98 \cdot 10^{-2}$ ($2.91 \cdot 10^{-3}$)
$v = 5/2$	$1.03 \cdot 10^{-1}$ ($2.84 \cdot 10^{-3}$)	$1.11 \cdot 10^{-1}$ ($3.10 \cdot 10^{-3}$)	$1.10 \cdot 10^{-1}$ ($3.07 \cdot 10^{-3}$)	$1.07 \cdot 10^{-1}$ ($2.93 \cdot 10^{-3}$)	$1.96 \cdot 10^{-1}$ ($5.68 \cdot 10^{-3}$)	$1.20 \cdot 10^{-1}$ ($3.84 \cdot 10^{-3}$)
$v = 7/2$	$1.10 \cdot 10^{-1}$ ($2.90 \cdot 10^{-3}$)	$1.21 \cdot 10^{-1}$ ($3.14 \cdot 10^{-3}$)	$1.20 \cdot 10^{-1}$ ($3.23 \cdot 10^{-3}$)	$1.18 \cdot 10^{-1}$ ($3.06 \cdot 10^{-3}$)	$1.92 \cdot 10^{-1}$ ($5.46 \cdot 10^{-3}$)	$1.34 \cdot 10^{-1}$ ($4.25 \cdot 10^{-3}$)
$v = 9/2$	$1.15 \cdot 10^{-1}$ ($2.96 \cdot 10^{-3}$)	$1.27 \cdot 10^{-1}$ ($3.25 \cdot 10^{-3}$)	$1.25 \cdot 10^{-1}$ ($3.24 \cdot 10^{-3}$)	$1.24 \cdot 10^{-1}$ ($3.16 \cdot 10^{-3}$)	$1.89 \cdot 10^{-1}$ ($5.33 \cdot 10^{-3}$)	$1.44 \cdot 10^{-1}$ ($4.31 \cdot 10^{-3}$)
$v = 11/2$	$1.19 \cdot 10^{-1}$ ($2.98 \cdot 10^{-3}$)	$1.32 \cdot 10^{-1}$ ($3.26 \cdot 10^{-3}$)	$1.29 \cdot 10^{-1}$ ($3.24 \cdot 10^{-3}$)	$1.28 \cdot 10^{-1}$ ($3.17 \cdot 10^{-3}$)	$1.86 \cdot 10^{-1}$ ($5.13 \cdot 10^{-3}$)	$1.48 \cdot 10^{-1}$ ($4.34 \cdot 10^{-3}$)
$v = 21/2$	$1.28 \cdot 10^{-1}$ ($3.06 \cdot 10^{-3}$)	$1.41 \cdot 10^{-1}$ ($3.44 \cdot 10^{-3}$)	$1.38 \cdot 10^{-1}$ ($3.35 \cdot 10^{-3}$)	$1.38 \cdot 10^{-1}$ ($3.27 \cdot 10^{-3}$)	$1.81 \cdot 10^{-1}$ ($4.71 \cdot 10^{-3}$)	$1.60 \cdot 10^{-1}$ ($4.62 \cdot 10^{-3}$)
$v = \infty$	$1.40 \cdot 10^{-1}$ ($3.16 \cdot 10^{-3}$)	$1.54 \cdot 10^{-1}$ ($3.64 \cdot 10^{-3}$)	$1.51 \cdot 10^{-1}$ ($3.53 \cdot 10^{-3}$)	$1.51 \cdot 10^{-1}$ ($3.52 \cdot 10^{-3}$)	$1.91 \cdot 10^{-1}$ ($5.35 \cdot 10^{-3}$)	$1.74 \cdot 10^{-1}$ ($4.98 \cdot 10^{-3}$)
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$9.24 \cdot 10^{-2}$ ($2.69 \cdot 10^{-3}$)	$9.85 \cdot 10^{-2}$ ($2.86 \cdot 10^{-3}$)	$1.00 \cdot 10^{-1}$ ($2.86 \cdot 10^{-3}$)	$9.03 \cdot 10^{-2}$ ($2.69 \cdot 10^{-3}$)	$1.91 \cdot 10^{-1}$ ($5.35 \cdot 10^{-3}$)	$1.40 \cdot 10^{-1}$ ($5.45 \cdot 10^{-3}$)

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	
NLL/SPE	$9.39 \cdot 10^{-2}$ ($2.67 \cdot 10^{-3}$)

Averages of $R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$.

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$1.48 \cdot 10^0$ ($3.51 \cdot 10^{-2}$)	$1.46 \cdot 10^0$ ($3.95 \cdot 10^{-2}$)	$1.46 \cdot 10^0$ ($3.91 \cdot 10^{-2}$)	$1.69 \cdot 10^0$ ($5.15 \cdot 10^{-2}$)	$2.34 \cdot 10^0$ ($4.40 \cdot 10^{-2}$)	$1.46 \cdot 10^0$ ($3.86 \cdot 10^{-2}$)
$v = 3/2$	$1.37 \cdot 10^0$ ($3.35 \cdot 10^{-2}$)	$1.44 \cdot 10^0$ ($3.59 \cdot 10^{-2}$)	$1.46 \cdot 10^0$ ($3.69 \cdot 10^{-2}$)	$1.73 \cdot 10^0$ ($4.71 \cdot 10^{-2}$)	$2.19 \cdot 10^0$ ($5.71 \cdot 10^{-2}$)	$1.51 \cdot 10^0$ ($3.96 \cdot 10^{-2}$)
$v = 5/2$	$1.45 \cdot 10^0$ ($3.37 \cdot 10^{-2}$)	$1.58 \cdot 10^0$ ($4.11 \cdot 10^{-2}$)	$1.59 \cdot 10^0$ ($4.16 \cdot 10^{-2}$)	$1.86 \cdot 10^0$ ($5.02 \cdot 10^{-2}$)	$2.17 \cdot 10^0$ ($6.23 \cdot 10^{-2}$)	$1.74 \cdot 10^0$ ($5.39 \cdot 10^{-2}$)
$v = 7/2$	$1.51 \cdot 10^0$ ($3.42 \cdot 10^{-2}$)	$1.67 \cdot 10^0$ ($4.14 \cdot 10^{-2}$)	$1.67 \cdot 10^0$ ($4.43 \cdot 10^{-2}$)	$1.91 \cdot 10^0$ ($5.12 \cdot 10^{-2}$)	$2.14 \cdot 10^0$ ($6.06 \cdot 10^{-2}$)	$1.86 \cdot 10^0$ ($5.47 \cdot 10^{-2}$)
$v = 9/2$	$1.55 \cdot 10^0$ ($3.45 \cdot 10^{-2}$)	$1.70 \cdot 10^0$ ($4.16 \cdot 10^{-2}$)	$1.71 \cdot 10^0$ ($4.30 \cdot 10^{-2}$)	$1.95 \cdot 10^0$ ($5.25 \cdot 10^{-2}$)	$2.12 \cdot 10^0$ ($6.01 \cdot 10^{-2}$)	$1.95 \cdot 10^0$ ($5.29 \cdot 10^{-2}$)
$v = 11/2$	$1.58 \cdot 10^0$ ($3.48 \cdot 10^{-2}$)	$1.74 \cdot 10^0$ ($4.27 \cdot 10^{-2}$)	$1.74 \cdot 10^0$ ($4.34 \cdot 10^{-2}$)	$1.96 \cdot 10^0$ ($5.01 \cdot 10^{-2}$)	$2.11 \cdot 10^0$ ($5.91 \cdot 10^{-2}$)	$1.99 \cdot 10^0$ ($5.40 \cdot 10^{-2}$)
$v = 21/2$	$1.66 \cdot 10^0$ ($3.55 \cdot 10^{-2}$)	$1.80 \cdot 10^0$ ($4.12 \cdot 10^{-2}$)	$1.79 \cdot 10^0$ ($4.29 \cdot 10^{-2}$)	$2.03 \cdot 10^0$ ($5.04 \cdot 10^{-2}$)	$2.10 \cdot 10^0$ ($5.64 \cdot 10^{-2}$)	$2.09 \cdot 10^0$ ($5.46 \cdot 10^{-2}$)
$v = \infty$	$1.78 \cdot 10^0$ ($3.57 \cdot 10^{-2}$)	$1.91 \cdot 10^0$ ($4.47 \cdot 10^{-2}$)	$1.92 \cdot 10^0$ ($4.62 \cdot 10^{-2}$)	$2.13 \cdot 10^0$ ($5.17 \cdot 10^{-2}$)	$2.21 \cdot 10^0$ ($5.96 \cdot 10^{-2}$)	$2.21 \cdot 10^0$ ($5.63 \cdot 10^{-2}$)
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$1.37 \cdot 10^0$ ($3.31 \cdot 10^{-2}$)	$1.47 \cdot 10^0$ ($4.03 \cdot 10^{-2}$)	$1.51 \cdot 10^0$ ($3.74 \cdot 10^{-2}$)	$1.72 \cdot 10^0$ ($4.56 \cdot 10^{-2}$)	$2.21 \cdot 10^0$ ($5.96 \cdot 10^{-2}$)	$1.95 \cdot 10^0$ ($5.95 \cdot 10^{-2}$)

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	
NLL/SPE	$1.39 \cdot 10^0$ ($3.36 \cdot 10^{-2}$)

SM2.2.16. GKLS C^1 , $n = 20$, $d = 2$.

Averages of $R(\theta; S^{\text{SPE}})$.

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$3.32 \cdot 10^{-1}$ ($2.07 \cdot 10^{-2}$)	$3.36 \cdot 10^{-1}$ ($2.13 \cdot 10^{-2}$)	$3.55 \cdot 10^{-1}$ ($2.66 \cdot 10^{-2}$)	$3.34 \cdot 10^{-1}$ ($2.08 \cdot 10^{-2}$)	$4.44 \cdot 10^{-1}$ ($2.17 \cdot 10^{-2}$)	$3.69 \cdot 10^{-1}$ ($2.53 \cdot 10^{-2}$)
$v = 3/2$	$3.77 \cdot 10^{-1}$ ($2.47 \cdot 10^{-2}$)	$4.33 \cdot 10^{-1}$ ($3.01 \cdot 10^{-2}$)	$4.36 \cdot 10^{-1}$ ($2.80 \cdot 10^{-2}$)	$3.98 \cdot 10^{-1}$ ($2.34 \cdot 10^{-2}$)	$4.59 \cdot 10^{-1}$ ($2.52 \cdot 10^{-2}$)	$5.63 \cdot 10^{-1}$ ($3.94 \cdot 10^{-2}$)
$v = 5/2$	$4.06 \cdot 10^{-1}$ ($2.60 \cdot 10^{-2}$)	$4.58 \cdot 10^{-1}$ ($2.77 \cdot 10^{-2}$)	$5.13 \cdot 10^{-1}$ ($3.31 \cdot 10^{-2}$)	$4.46 \cdot 10^{-1}$ ($2.63 \cdot 10^{-2}$)	$4.65 \cdot 10^{-1}$ ($2.43 \cdot 10^{-2}$)	$6.66 \cdot 10^{-1}$ ($4.54 \cdot 10^{-2}$)
$v = 7/2$	$4.15 \cdot 10^{-1}$ ($2.59 \cdot 10^{-2}$)	$5.14 \cdot 10^{-1}$ ($3.53 \cdot 10^{-2}$)	$6.00 \cdot 10^{-1}$ ($7.16 \cdot 10^{-2}$)	$4.80 \cdot 10^{-1}$ ($3.17 \cdot 10^{-2}$)	$4.82 \cdot 10^{-1}$ ($2.71 \cdot 10^{-2}$)	$1.13 \cdot 10^0$ ($2.26 \cdot 10^{-1}$)
$v = 9/2$	$4.21 \cdot 10^{-1}$ ($2.58 \cdot 10^{-2}$)	$5.24 \cdot 10^{-1}$ ($3.92 \cdot 10^{-2}$)	$6.55 \cdot 10^{-1}$ ($7.90 \cdot 10^{-2}$)	$4.87 \cdot 10^{-1}$ ($3.18 \cdot 10^{-2}$)	$5.21 \cdot 10^{-1}$ ($3.39 \cdot 10^{-2}$)	$1.33 \cdot 10^0$ ($3.16 \cdot 10^{-1}$)
$v = \infty$	$4.52 \cdot 10^{-1}$ ($2.57 \cdot 10^{-2}$)	$5.63 \cdot 10^{-1}$ ($4.37 \cdot 10^{-2}$)	$1.01 \cdot 10^0$ ($2.10 \cdot 10^{-1}$)	$6.45 \cdot 10^{-1}$ ($1.05 \cdot 10^{-1}$)	$9.76 \cdot 10^{-1}$ ($1.66 \cdot 10^{-1}$)	$2.35 \cdot 10^0$ ($4.57 \cdot 10^{-1}$)
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$4.02 \cdot 10^{-1}$ ($2.62 \cdot 10^{-2}$)	$5.21 \cdot 10^{-1}$ ($4.43 \cdot 10^{-2}$)	$1.15 \cdot 10^0$ ($2.64 \cdot 10^{-1}$)	$5.37 \cdot 10^{-1}$ ($7.69 \cdot 10^{-2}$)	$7.85 \cdot 10^{-1}$ ($1.58 \cdot 10^{-1}$)	$2.16 \cdot 10^0$ ($4.41 \cdot 10^{-1}$)

$R^*(S^{\text{SPE}})$	
$v = 1/2$	$2.61 \cdot 10^{-1}$ ($1.44 \cdot 10^{-2}$)
$v = 3/2$	$2.52 \cdot 10^{-1}$ ($1.32 \cdot 10^{-2}$)
$v = 5/2$	$2.63 \cdot 10^{-1}$ ($1.27 \cdot 10^{-2}$)
$v = 7/2$	$2.70 \cdot 10^{-1}$ ($1.27 \cdot 10^{-2}$)
$v = 9/2$	$2.76 \cdot 10^{-1}$ ($1.29 \cdot 10^{-2}$)
$v = \infty$	$2.91 \cdot 10^{-1}$ ($1.22 \cdot 10^{-2}$)
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$2.31 \cdot 10^{-1}$ ($1.21 \cdot 10^{-2}$)

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	
NLL/SPE	$3.80 \cdot 10^{-1}$ ($2.30 \cdot 10^{-2}$)
linear	$7.06 \cdot 10^{-1}$ ($2.29 \cdot 10^{-2}$)
1NN	$4.31 \cdot 10^{-1}$ ($1.93 \cdot 10^{-2}$)
2NN	$3.99 \cdot 10^{-1}$ ($1.69 \cdot 10^{-2}$)

Averages of $R(\theta; S^{\text{CRPS}})$.

$R(\theta; S^{CRPS})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$2.65 \cdot 10^{-1} (8.13 \cdot 10^{-3})$	$2.64 \cdot 10^{-1} (8.55 \cdot 10^{-3})$	$2.70 \cdot 10^{-1} (1.00 \cdot 10^{-2})$	$2.59 \cdot 10^{-1} (8.49 \cdot 10^{-3})$	$3.29 \cdot 10^{-1} (8.53 \cdot 10^{-3})$	$2.76 \cdot 10^{-1} (9.91 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$2.79 \cdot 10^{-1} (9.61 \cdot 10^{-3})$	$3.09 \cdot 10^{-1} (1.17 \cdot 10^{-2})$	$3.09 \cdot 10^{-1} (1.16 \cdot 10^{-2})$	$2.96 \cdot 10^{-1} (1.01 \cdot 10^{-2})$	$3.31 \cdot 10^{-1} (1.08 \cdot 10^{-2})$	$3.59 \cdot 10^{-1} (1.49 \cdot 10^{-2})$
$v = 5/2$	$2.95 \cdot 10^{-1} (9.83 \cdot 10^{-3})$	$3.24 \cdot 10^{-1} (1.12 \cdot 10^{-2})$	$3.37 \cdot 10^{-1} (1.28 \cdot 10^{-2})$	$3.21 \cdot 10^{-1} (1.12 \cdot 10^{-2})$	$3.31 \cdot 10^{-1} (1.03 \cdot 10^{-2})$	$3.89 \cdot 10^{-1} (1.53 \cdot 10^{-2})$
$v = 7/2$	$3.00 \cdot 10^{-1} (9.68 \cdot 10^{-3})$	$3.41 \cdot 10^{-1} (1.12 \cdot 10^{-2})$	$3.54 \cdot 10^{-1} (1.40 \cdot 10^{-2})$	$3.35 \cdot 10^{-1} (1.17 \cdot 10^{-2})$	$3.33 \cdot 10^{-1} (1.01 \cdot 10^{-2})$	$4.38 \cdot 10^{-1} (2.03 \cdot 10^{-2})$
$v = 9/2$	$3.04 \cdot 10^{-1} (9.57 \cdot 10^{-3})$	$3.41 \cdot 10^{-1} (1.12 \cdot 10^{-2})$	$3.68 \cdot 10^{-1} (1.58 \cdot 10^{-2})$	$3.34 \cdot 10^{-1} (1.10 \cdot 10^{-2})$	$3.43 \cdot 10^{-1} (1.08 \cdot 10^{-2})$	$4.62 \cdot 10^{-1} (2.24 \cdot 10^{-2})$
$v = \infty$	$3.23 \cdot 10^{-1} (9.24 \cdot 10^{-3})$	$3.59 \cdot 10^{-1} (1.19 \cdot 10^{-2})$	$4.17 \cdot 10^{-1} (2.40 \cdot 10^{-2})$	$3.61 \cdot 10^{-1} (1.60 \cdot 10^{-2})$	$4.26 \cdot 10^{-1} (2.00 \cdot 10^{-2})$	$5.74 \cdot 10^{-1} (3.83 \cdot 10^{-2})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$2.91 \cdot 10^{-1} (1.01 \cdot 10^{-2})$	$3.38 \cdot 10^{-1} (1.33 \cdot 10^{-2})$	$4.15 \cdot 10^{-1} (2.73 \cdot 10^{-2})$	$3.36 \cdot 10^{-1} (1.50 \cdot 10^{-2})$	$3.90 \cdot 10^{-1} (1.70 \cdot 10^{-2})$	$5.62 \cdot 10^{-1} (3.81 \cdot 10^{-2})$

$R(\theta; S^{CRPS})$	
NLL/SPE	$2.89 \cdot 10^{-1} (9.51 \cdot 10^{-3})$

Averages of $R(\theta; S_{0.95}^{IS})$.

$R(\theta; S_{0.95}^{IS})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$3.78 \cdot 10^0 (1.44 \cdot 10^{-1})$	$3.99 \cdot 10^0 (1.58 \cdot 10^{-1})$	$4.14 \cdot 10^0 (2.00 \cdot 10^{-1})$	$4.23 \cdot 10^0 (1.77 \cdot 10^{-1})$	$4.64 \cdot 10^0 (1.85 \cdot 10^{-1})$	$4.18 \cdot 10^0 (1.79 \cdot 10^{-1})$
$v = 3/2$	$4.69 \cdot 10^0 (2.20 \cdot 10^{-1})$	$5.38 \cdot 10^0 (2.88 \cdot 10^{-1})$	$5.49 \cdot 10^0 (2.82 \cdot 10^{-1})$	$5.49 \cdot 10^0 (2.76 \cdot 10^{-1})$	$5.27 \cdot 10^0 (3.12 \cdot 10^{-1})$	$6.56 \cdot 10^0 (3.80 \cdot 10^{-1})$
$v = 5/2$	$5.05 \cdot 10^0 (2.26 \cdot 10^{-1})$	$5.84 \cdot 10^0 (3.37 \cdot 10^{-1})$	$6.22 \cdot 10^0 (3.86 \cdot 10^{-1})$	$6.28 \cdot 10^0 (3.59 \cdot 10^{-1})$	$5.06 \cdot 10^0 (2.63 \cdot 10^{-1})$	$7.10 \cdot 10^0 (3.94 \cdot 10^{-1})$
$v = 7/2$	$5.18 \cdot 10^0 (2.23 \cdot 10^{-1})$	$5.99 \cdot 10^0 (2.94 \cdot 10^{-1})$	$6.54 \cdot 10^0 (3.72 \cdot 10^{-1})$	$6.57 \cdot 10^0 (4.18 \cdot 10^{-1})$	$4.89 \cdot 10^0 (2.04 \cdot 10^{-1})$	$7.55 \cdot 10^0 (4.07 \cdot 10^{-1})$
$v = 9/2$	$5.26 \cdot 10^0 (2.18 \cdot 10^{-1})$	$5.88 \cdot 10^0 (2.64 \cdot 10^{-1})$	$6.82 \cdot 10^0 (3.83 \cdot 10^{-1})$	$6.30 \cdot 10^0 (3.00 \cdot 10^{-1})$	$5.03 \cdot 10^0 (2.03 \cdot 10^{-1})$	$8.06 \cdot 10^0 (4.72 \cdot 10^{-1})$
$v = \infty$	$5.68 \cdot 10^0 (2.15 \cdot 10^{-1})$	$6.27 \cdot 10^0 (2.77 \cdot 10^{-1})$	$8.25 \cdot 10^0 (6.72 \cdot 10^{-1})$	$6.94 \cdot 10^0 (4.34 \cdot 10^{-1})$	$6.00 \cdot 10^0 (2.57 \cdot 10^{-1})$	$1.03 \cdot 10^1 (7.70 \cdot 10^{-1})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$5.13 \cdot 10^0 (2.26 \cdot 10^{-1})$	$6.29 \cdot 10^0 (3.15 \cdot 10^{-1})$	$8.42 \cdot 10^0 (6.84 \cdot 10^{-1})$	$6.93 \cdot 10^0 (4.08 \cdot 10^{-1})$	$5.60 \cdot 10^0 (2.46 \cdot 10^{-1})$	$1.03 \cdot 10^1 (8.02 \cdot 10^{-1})$

$R(\theta; S_{0.95}^{IS})$	
NLL/SPE	$4.94 \cdot 10^0 (2.16 \cdot 10^{-1})$

SM2.2.17. GKLS C^1 , $n = 40$, $d = 2$.

Averages of $R(\theta; S^{SPE})$.

$R(\theta; S^{SPE})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$1.57 \cdot 10^{-1} (9.29 \cdot 10^{-3})$	$1.52 \cdot 10^{-1} (9.28 \cdot 10^{-3})$	$1.53 \cdot 10^{-1} (9.28 \cdot 10^{-3})$	$1.48 \cdot 10^{-1} (9.23 \cdot 10^{-3})$	$2.52 \cdot 10^{-1} (1.49 \cdot 10^{-2})$	$1.59 \cdot 10^{-1} (1.05 \cdot 10^{-2})$
$v = 3/2$	$1.61 \cdot 10^{-1} (8.92 \cdot 10^{-3})$	$1.73 \cdot 10^{-1} (1.00 \cdot 10^{-2})$	$2.11 \cdot 10^{-1} (3.60 \cdot 10^{-2})$	$1.65 \cdot 10^{-1} (9.60 \cdot 10^{-3})$	$2.65 \cdot 10^{-1} (2.84 \cdot 10^{-2})$	$2.50 \cdot 10^{-1} (3.84 \cdot 10^{-2})$
$v = 5/2$	$1.69 \cdot 10^{-1} (9.00 \cdot 10^{-3})$	$2.04 \cdot 10^{-1} (1.68 \cdot 10^{-2})$	$2.09 \cdot 10^{-1} (1.34 \cdot 10^{-2})$	$2.34 \cdot 10^{-1} (5.22 \cdot 10^{-2})$	$2.92 \cdot 10^{-1} (3.05 \cdot 10^{-2})$	$3.41 \cdot 10^{-1} (5.59 \cdot 10^{-2})$
$v = 7/2$	$1.75 \cdot 10^{-1} (9.07 \cdot 10^{-3})$	$2.08 \cdot 10^{-1} (1.34 \cdot 10^{-2})$	$2.70 \cdot 10^{-1} (4.86 \cdot 10^{-2})$	$1.97 \cdot 10^{-1} (1.25 \cdot 10^{-2})$	$3.69 \cdot 10^{-1} (5.50 \cdot 10^{-2})$	$7.22 \cdot 10^{-1} (1.60 \cdot 10^{-1})$
$v = 9/2$	$1.78 \cdot 10^{-1} (9.12 \cdot 10^{-3})$	$2.16 \cdot 10^{-1} (1.42 \cdot 10^{-2})$	$2.76 \cdot 10^{-1} (4.34 \cdot 10^{-2})$	$2.05 \cdot 10^{-1} (1.34 \cdot 10^{-2})$	$4.99 \cdot 10^{-1} (8.99 \cdot 10^{-2})$	$1.46 \cdot 10^0 (4.59 \cdot 10^{-1})$
$v \in \{1/2, \dots, 9/2\}$	$1.67 \cdot 10^{-1} (9.11 \cdot 10^{-3})$	$2.08 \cdot 10^{-1} (1.87 \cdot 10^{-2})$	$2.76 \cdot 10^{-1} (5.35 \cdot 10^{-2})$	$2.30 \cdot 10^{-1} (5.28 \cdot 10^{-2})$	$4.28 \cdot 10^{-1} (7.31 \cdot 10^{-2})$	$1.50 \cdot 10^0 (4.61 \cdot 10^{-1})$

$R^*(S^{SPE})$	
$v = 1/2$	$1.32 \cdot 10^{-1} (8.41 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$1.14 \cdot 10^{-1} (6.83 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$1.18 \cdot 10^{-1} (6.70 \cdot 10^{-3})$
$v = 7/2$	$1.22 \cdot 10^{-1} (6.78 \cdot 10^{-3})$
$v = 9/2$	$1.25 \cdot 10^{-1} (6.83 \cdot 10^{-3})$
$v \in \{1/2, \dots, 9/2\}$	$1.07 \cdot 10^{-1} (6.81 \cdot 10^{-3})$

$R(\theta; S^{SPE})$	
NLL/SPE	$1.64 \cdot 10^{-1} (9.09 \cdot 10^{-3})$
linear	$6.84 \cdot 10^{-1} (2.18 \cdot 10^{-2})$
1NN	$2.49 \cdot 10^{-1} (1.16 \cdot 10^{-2})$
2NN	$2.20 \cdot 10^{-1} (1.13 \cdot 10^{-2})$

Averages of $R(\theta; S^{CRPS})$.

$R(\theta; S^{CRPS})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$1.87 \cdot 10^{-1} (4.50 \cdot 10^{-3})$	$1.82 \cdot 10^{-1} (4.28 \cdot 10^{-3})$	$1.82 \cdot 10^{-1} (4.33 \cdot 10^{-3})$	$1.68 \cdot 10^{-1} (4.43 \cdot 10^{-3})$	$2.44 \cdot 10^{-1} (6.79 \cdot 10^{-3})$	$1.85 \cdot 10^{-1} (5.07 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$1.78 \cdot 10^{-1} (4.39 \cdot 10^{-3})$	$1.84 \cdot 10^{-1} (4.78 \cdot 10^{-3})$	$1.90 \cdot 10^{-1} (7.91 \cdot 10^{-3})$	$1.77 \cdot 10^{-1} (4.74 \cdot 10^{-3})$	$2.30 \cdot 10^{-1} (9.80 \cdot 10^{-3})$	$2.06 \cdot 10^{-1} (1.05 \cdot 10^{-2})$
$v = 5/2$	$1.82 \cdot 10^{-1} (4.40 \cdot 10^{-3})$	$1.93 \cdot 10^{-1} (5.35 \cdot 10^{-3})$	$1.96 \cdot 10^{-1} (5.52 \cdot 10^{-3})$	$1.95 \cdot 10^{-1} (9.65 \cdot 10^{-3})$	$2.40 \cdot 10^{-1} (1.05 \cdot 10^{-2})$	$2.23 \cdot 10^{-1} (1.02 \cdot 10^{-2})$
$v = 7/2$	$1.86 \cdot 10^{-1} (4.45 \cdot 10^{-3})$	$1.99 \cdot 10^{-1} (5.46 \cdot 10^{-3})$	$2.09 \cdot 10^{-1} (9.52 \cdot 10^{-3})$	$1.94 \cdot 10^{-1} (5.38 \cdot 10^{-3})$	$2.60 \cdot 10^{-1} (1.41 \cdot 10^{-2})$	$2.67 \cdot 10^{-1} (1.28 \cdot 10^{-2})$
$v = 9/2$	$1.87 \cdot 10^{-1} (4.46 \cdot 10^{-3})$	$2.02 \cdot 10^{-1} (5.43 \cdot 10^{-3})$	$2.12 \cdot 10^{-1} (9.04 \cdot 10^{-3})$	$1.98 \cdot 10^{-1} (5.39 \cdot 10^{-3})$	$2.88 \cdot 10^{-1} (1.94 \cdot 10^{-2})$	$3.10 \cdot 10^{-1} (1.80 \cdot 10^{-2})$
$v \in \{1/2, \dots, 9/2\}$	$1.81 \cdot 10^{-1} (4.35 \cdot 10^{-3})$	$1.93 \cdot 10^{-1} (5.59 \cdot 10^{-3})$	$2.09 \cdot 10^{-1} (1.02 \cdot 10^{-2})$	$1.87 \cdot 10^{-1} (9.94 \cdot 10^{-3})$	$2.77 \cdot 10^{-1} (1.59 \cdot 10^{-2})$	$3.17 \cdot 10^{-1} (1.95 \cdot 10^{-2})$

$R(\theta; S^{CRPS})$	
NLL/SPE	$1.82 \cdot 10^{-1} (4.24 \cdot 10^{-3})$

Averages of $R(\theta; S_{0.95}^{IS})$.

502

$R(\theta; S_{0.95}^{IS})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$2.50 \cdot 10^0 (8.08 \cdot 10^{-2})$	$2.50 \cdot 10^0 (8.62 \cdot 10^{-2})$	$2.50 \cdot 10^0 (8.73 \cdot 10^{-2})$	$2.65 \cdot 10^0 (1.02 \cdot 10^{-1})$	$3.19 \cdot 10^0 (1.07 \cdot 10^{-1})$	$2.56 \cdot 10^0 (9.84 \cdot 10^{-2})$
$v = 3/2$	$2.58 \cdot 10^0 (9.84 \cdot 10^{-2})$	$2.75 \cdot 10^0 (1.13 \cdot 10^{-1})$	$2.98 \cdot 10^0 (2.12 \cdot 10^{-1})$	$3.10 \cdot 10^0 (1.33 \cdot 10^{-1})$	$3.19 \cdot 10^0 (1.58 \cdot 10^{-1})$	$3.28 \cdot 10^0 (2.46 \cdot 10^{-1})$
$v = 5/2$	$2.73 \cdot 10^0 (1.07 \cdot 10^{-1})$	$2.97 \cdot 10^0 (1.33 \cdot 10^{-1})$	$3.11 \cdot 10^0 (1.37 \cdot 10^{-1})$	$3.53 \cdot 10^0 (3.12 \cdot 10^{-1})$	$3.39 \cdot 10^0 (1.69 \cdot 10^{-1})$	$3.58 \cdot 10^0 (2.96 \cdot 10^{-1})$
$v = 7/2$	$2.83 \cdot 10^0 (1.12 \cdot 10^{-1})$	$3.10 \cdot 10^0 (1.42 \cdot 10^{-1})$	$3.47 \cdot 10^0 (2.72 \cdot 10^{-1})$	$3.40 \cdot 10^0 (1.61 \cdot 10^{-1})$	$3.72 \cdot 10^0 (2.11 \cdot 10^{-1})$	$4.12 \cdot 10^0 (2.68 \cdot 10^{-1})$
$v = 9/2$	$2.88 \cdot 10^0 (1.13 \cdot 10^{-1})$	$3.19 \cdot 10^0 (1.44 \cdot 10^{-1})$	$3.54 \cdot 10^0 (2.47 \cdot 10^{-1})$	$3.50 \cdot 10^0 (1.64 \cdot 10^{-1})$	$4.05 \cdot 10^0 (2.70 \cdot 10^{-1})$	$4.60 \cdot 10^0 (2.48 \cdot 10^{-1})$
$v \in \{1/2, \dots, 9/2\}$	$2.70 \cdot 10^0 (1.02 \cdot 10^{-1})$	$3.05 \cdot 10^0 (1.43 \cdot 10^{-1})$	$3.58 \cdot 10^0 (3.03 \cdot 10^{-1})$	$3.52 \cdot 10^0 (3.15 \cdot 10^{-1})$	$3.81 \cdot 10^0 (2.21 \cdot 10^{-1})$	$4.88 \cdot 10^0 (3.59 \cdot 10^{-1})$

503

504

505

506

$R(\theta; S_{0.95}^{IS})$	
NLL/SPE	$2.67 \cdot 10^0 (9.77 \cdot 10^{-2})$

507

SM2.2.18. GKLS C^1 , $n = 100$, $d = 2$.

508

Averages of $R(\theta; S^{SPE})$.

509

$R(\theta; S^{SPE})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$5.03 \cdot 10^{-2} (2.93 \cdot 10^{-3})$	$5.07 \cdot 10^{-2} (3.04 \cdot 10^{-3})$	$4.98 \cdot 10^{-2} (2.96 \cdot 10^{-3})$	$4.96 \cdot 10^{-2} (2.93 \cdot 10^{-3})$	$1.44 \cdot 10^{-1} (1.10 \cdot 10^{-2})$	$4.94 \cdot 10^{-2} (2.90 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$3.11 \cdot 10^{-2} (1.98 \cdot 10^{-3})$	$3.23 \cdot 10^{-2} (2.38 \cdot 10^{-3})$	$3.07 \cdot 10^{-2} (1.95 \cdot 10^{-3})$	$3.08 \cdot 10^{-2} (2.10 \cdot 10^{-3})$	$1.72 \cdot 10^{-1} (2.11 \cdot 10^{-2})$	$3.17 \cdot 10^{-2} (1.93 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$2.89 \cdot 10^{-2} (1.71 \cdot 10^{-3})$	$3.03 \cdot 10^{-2} (1.86 \cdot 10^{-3})$	$3.06 \cdot 10^{-2} (1.86 \cdot 10^{-3})$	$2.90 \cdot 10^{-2} (1.68 \cdot 10^{-3})$	$1.92 \cdot 10^{-1} (2.30 \cdot 10^{-2})$	$4.35 \cdot 10^{-2} (3.63 \cdot 10^{-3})$
$v = 7/2$	$2.90 \cdot 10^{-2} (1.63 \cdot 10^{-3})$	$2.98 \cdot 10^{-2} (1.69 \cdot 10^{-3})$	$3.24 \cdot 10^{-2} (2.18 \cdot 10^{-3})$	$2.90 \cdot 10^{-2} (1.57 \cdot 10^{-3})$	$2.35 \cdot 10^{-1} (2.90 \cdot 10^{-2})$	$6.28 \cdot 10^{-2} (6.00 \cdot 10^{-3})$
$v = 9/2$	$2.96 \cdot 10^{-2} (1.61 \cdot 10^{-3})$	$3.07 \cdot 10^{-2} (1.67 \cdot 10^{-3})$	$3.38 \cdot 10^{-2} (2.40 \cdot 10^{-3})$	$2.98 \cdot 10^{-2} (1.54 \cdot 10^{-3})$	$2.30 \cdot 10^{-1} (2.66 \cdot 10^{-2})$	$8.16 \cdot 10^{-2} (8.38 \cdot 10^{-3})$
$v \in \{1/2, \dots, 9/2\}$	$2.90 \cdot 10^{-2} (1.66 \cdot 10^{-3})$	$3.21 \cdot 10^{-2} (2.32 \cdot 10^{-3})$	$3.26 \cdot 10^{-2} (2.34 \cdot 10^{-3})$	$3.19 \cdot 10^{-2} (2.34 \cdot 10^{-3})$	$2.52 \cdot 10^{-1} (2.74 \cdot 10^{-2})$	$7.96 \cdot 10^{-2} (8.46 \cdot 10^{-3})$

510

511

512

$R^*(S^{SPE})$	
$v = 1/2$	$4.69 \cdot 10^{-2} (2.79 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$2.65 \cdot 10^{-2} (1.66 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$2.31 \cdot 10^{-2} (1.37 \cdot 10^{-3})$
$v = 7/2$	$2.28 \cdot 10^{-2} (1.30 \cdot 10^{-3})$
$v = 9/2$	$2.34 \cdot 10^{-2} (1.31 \cdot 10^{-3})$
$v \in \{1/2, \dots, 9/2\}$	$2.16 \cdot 10^{-2} (1.29 \cdot 10^{-3})$

513

514

$R(\theta; S^{SPE})$	
NLL/SPE	$3.06 \cdot 10^{-2} (2.04 \cdot 10^{-3})$
linear	$6.81 \cdot 10^{-1} (2.18 \cdot 10^{-2})$
1NN	$1.19 \cdot 10^{-1} (4.89 \cdot 10^{-3})$
2NN	$1.01 \cdot 10^{-1} (4.64 \cdot 10^{-3})$

515

516

Averages of $R(\theta; S^{CRPS})$.

517

$R(\theta; S^{CRPS})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$1.08 \cdot 10^{-1} (2.42 \cdot 10^{-3})$	$1.01 \cdot 10^{-1} (2.40 \cdot 10^{-3})$	$1.00 \cdot 10^{-1} (2.34 \cdot 10^{-3})$	$9.11 \cdot 10^{-2} (2.36 \cdot 10^{-3})$	$1.72 \cdot 10^{-1} (6.30 \cdot 10^{-3})$	$9.99 \cdot 10^{-2} (2.31 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$7.73 \cdot 10^{-2} (1.99 \cdot 10^{-3})$	$7.61 \cdot 10^{-2} (2.22 \cdot 10^{-3})$	$7.46 \cdot 10^{-2} (2.02 \cdot 10^{-3})$	$7.26 \cdot 10^{-2} (2.14 \cdot 10^{-3})$	$1.68 \cdot 10^{-1} (1.07 \cdot 10^{-2})$	$7.56 \cdot 10^{-2} (2.03 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$7.34 \cdot 10^{-2} (1.85 \cdot 10^{-3})$	$7.44 \cdot 10^{-2} (1.97 \cdot 10^{-3})$	$7.37 \cdot 10^{-2} (1.94 \cdot 10^{-3})$	$7.18 \cdot 10^{-2} (1.92 \cdot 10^{-3})$	$1.71 \cdot 10^{-1} (1.03 \cdot 10^{-2})$	$8.35 \cdot 10^{-2} (2.65 \cdot 10^{-3})$
$v = 7/2$	$7.34 \cdot 10^{-2} (1.80 \cdot 10^{-3})$	$7.53 \cdot 10^{-2} (1.88 \cdot 10^{-3})$	$7.57 \cdot 10^{-2} (2.06 \cdot 10^{-3})$	$7.28 \cdot 10^{-2} (1.84 \cdot 10^{-3})$	$1.83 \cdot 10^{-1} (1.08 \cdot 10^{-2})$	$9.66 \cdot 10^{-2} (3.36 \cdot 10^{-3})$
$v = 9/2$	$7.43 \cdot 10^{-2} (1.80 \cdot 10^{-3})$	$7.74 \cdot 10^{-2} (1.88 \cdot 10^{-3})$	$7.76 \cdot 10^{-2} (2.12 \cdot 10^{-3})$	$7.45 \cdot 10^{-2} (1.83 \cdot 10^{-3})$	$1.77 \cdot 10^{-1} (9.29 \cdot 10^{-3})$	$1.08 \cdot 10^{-1} (4.01 \cdot 10^{-3})$
$v \in \{1/2, \dots, 9/2\}$	$7.29 \cdot 10^{-2} (1.79 \cdot 10^{-3})$	$7.62 \cdot 10^{-2} (2.12 \cdot 10^{-3})$	$7.58 \cdot 10^{-2} (2.06 \cdot 10^{-3})$	$7.34 \cdot 10^{-2} (2.12 \cdot 10^{-3})$	$1.93 \cdot 10^{-1} (1.06 \cdot 10^{-2})$	$1.05 \cdot 10^{-1} (4.13 \cdot 10^{-3})$

518

519

520

521

$R(\theta; S^{CRPS})$	
NLL/SPE	$7.47 \cdot 10^{-2} (1.91 \cdot 10^{-3})$

522

Averages of $R(\theta; S_{0.95}^{IS})$.

523

$R(\theta; S_{0.95}^{IS})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$1.47 \cdot 10^0 (3.93 \cdot 10^{-2})$	$1.43 \cdot 10^0 (4.39 \cdot 10^{-2})$	$1.41 \cdot 10^0 (4.32 \cdot 10^{-2})$	$1.69 \cdot 10^0 (6.04 \cdot 10^{-2})$	$2.34 \cdot 10^0 (1.01 \cdot 10^{-1})$	$1.41 \cdot 10^0 (4.25 \cdot 10^{-2})$
$v = 3/2$	$1.02 \cdot 10^0 (3.53 \cdot 10^{-2})$	$1.05 \cdot 10^0 (4.30 \cdot 10^{-2})$	$1.02 \cdot 10^0 (3.60 \cdot 10^{-2})$	$1.28 \cdot 10^0 (5.52 \cdot 10^{-2})$	$2.40 \cdot 10^0 (1.72 \cdot 10^{-1})$	$1.03 \cdot 10^0 (3.50 \cdot 10^{-2})$
$v = 5/2$	$9.46 \cdot 10^{-1} (3.23 \cdot 10^{-2})$	$9.66 \cdot 10^{-1} (3.33 \cdot 10^{-2})$	$9.73 \cdot 10^{-1} (3.33 \cdot 10^{-2})$	$1.16 \cdot 10^0 (4.15 \cdot 10^{-2})$	$2.44 \cdot 10^0 (1.72 \cdot 10^{-1})$	$1.10 \cdot 10^0 (4.51 \cdot 10^{-2})$
$v = 7/2$	$9.32 \cdot 10^{-1} (3.10 \cdot 10^{-2})$	$9.42 \cdot 10^{-1} (2.90 \cdot 10^{-2})$	$9.76 \cdot 10^{-1} (3.48 \cdot 10^{-2})$	$1.11 \cdot 10^0 (3.74 \cdot 10^{-2})$	$2.49 \cdot 10^0 (1.61 \cdot 10^{-1})$	$1.24 \cdot 10^0 (5.42 \cdot 10^{-2})$
$v = 9/2$	$9.35 \cdot 10^{-1} (3.08 \cdot 10^{-2})$	$9.54 \cdot 10^{-1} (2.88 \cdot 10^{-2})$	$9.89 \cdot 10^{-1} (3.69 \cdot 10^{-2})$	$1.10 \cdot 10^0 (3.68 \cdot 10^{-2})$	$2.34 \cdot 10^0 (1.36 \cdot 10^{-1})$	$1.37 \cdot 10^0 (6.17 \cdot 10^{-2})$
$v \in \{1/2, \dots, 9/2\}$	$9.52 \cdot 10^{-1} (3.21 \cdot 10^{-2})$	$1.00 \cdot 10^0 (4.04 \cdot 10^{-2})$	$9.90 \cdot 10^{-1} (3.58 \cdot 10^{-2})$	$1.27 \cdot 10^0 (5.91 \cdot 10^{-2})$	$2.69 \cdot 10^0 (1.72 \cdot 10^{-1})$	$1.35 \cdot 10^0 (6.23 \cdot 10^{-2})$

524

525

526

527

$R(\theta; S_{0.95}^{IS})$	
NLL/SPE	$9.77 \cdot 10^{-1} (3.62 \cdot 10^{-2})$

528

SM2.2.19. GKLS C^1 , $n = 50$, $d = 5$.

529 *Averages of $R(\theta; S^{\text{SPE}})$.*

530

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$1.18 \cdot 10^{-1} (5.29 \cdot 10^{-3})$	$1.01 \cdot 10^{-1} (4.88 \cdot 10^{-3})$	$1.01 \cdot 10^{-1} (4.91 \cdot 10^{-3})$	$9.52 \cdot 10^{-2} (4.16 \cdot 10^{-3})$	$3.56 \cdot 10^{-1} (1.00 \cdot 10^{-2})$	$1.04 \cdot 10^{-1} (6.37 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$7.36 \cdot 10^{-2} (9.29 \cdot 10^{-3})$	$7.89 \cdot 10^{-2} (8.74 \cdot 10^{-3})$	$7.93 \cdot 10^{-2} (9.73 \cdot 10^{-3})$	$6.81 \cdot 10^{-2} (7.61 \cdot 10^{-3})$	$3.06 \cdot 10^{-1} (9.71 \cdot 10^{-3})$	$8.65 \cdot 10^{-2} (1.27 \cdot 10^{-2})$
$v = 5/2$	$8.33 \cdot 10^{-2} (1.06 \cdot 10^{-2})$	$1.00 \cdot 10^{-1} (1.23 \cdot 10^{-2})$	$1.14 \cdot 10^{-1} (1.76 \cdot 10^{-2})$	$9.57 \cdot 10^{-2} (1.39 \cdot 10^{-2})$	$2.97 \cdot 10^{-1} (9.86 \cdot 10^{-3})$	$1.12 \cdot 10^{-1} (1.71 \cdot 10^{-2})$
$v = 7/2$	$9.09 \cdot 10^{-2} (1.11 \cdot 10^{-2})$	$1.29 \cdot 10^{-1} (1.74 \cdot 10^{-2})$	$1.34 \cdot 10^{-1} (1.90 \cdot 10^{-2})$	$1.17 \cdot 10^{-1} (1.68 \cdot 10^{-2})$	$2.92 \cdot 10^{-1} (9.66 \cdot 10^{-3})$	$1.37 \cdot 10^{-1} (2.02 \cdot 10^{-2})$
$v = 9/2$	$9.56 \cdot 10^{-2} (1.14 \cdot 10^{-2})$	$1.39 \cdot 10^{-1} (1.91 \cdot 10^{-2})$	$1.50 \cdot 10^{-1} (2.08 \cdot 10^{-2})$	$1.34 \cdot 10^{-1} (1.85 \cdot 10^{-2})$	$2.90 \cdot 10^{-1} (9.61 \cdot 10^{-3})$	$1.50 \cdot 10^{-1} (2.16 \cdot 10^{-2})$
$v = 11/2$	$9.87 \cdot 10^{-2} (1.16 \cdot 10^{-2})$	$1.49 \cdot 10^{-1} (2.43 \cdot 10^{-2})$	$1.57 \cdot 10^{-1} (2.32 \cdot 10^{-2})$	$1.41 \cdot 10^{-1} (1.97 \cdot 10^{-2})$	$2.89 \cdot 10^{-1} (9.69 \cdot 10^{-3})$	$1.63 \cdot 10^{-1} (2.40 \cdot 10^{-2})$
$v = 21/2$	$1.06 \cdot 10^{-1} (1.22 \cdot 10^{-2})$	$1.64 \cdot 10^{-1} (2.19 \cdot 10^{-2})$	$1.76 \cdot 10^{-1} (2.63 \cdot 10^{-2})$	$1.71 \cdot 10^{-1} (2.70 \cdot 10^{-2})$	$2.89 \cdot 10^{-1} (1.01 \cdot 10^{-2})$	$1.81 \cdot 10^{-1} (2.68 \cdot 10^{-2})$
$v = \infty$	$1.17 \cdot 10^{-1} (1.38 \cdot 10^{-2})$	$1.70 \cdot 10^{-1} (2.22 \cdot 10^{-2})$	$1.80 \cdot 10^{-1} (2.63 \cdot 10^{-2})$	$1.76 \cdot 10^{-1} (2.71 \cdot 10^{-2})$	$2.90 \cdot 10^{-1} (1.06 \cdot 10^{-2})$	$1.90 \cdot 10^{-1} (2.79 \cdot 10^{-2})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$7.50 \cdot 10^{-2} (1.01 \cdot 10^{-2})$	$1.47 \cdot 10^{-1} (2.20 \cdot 10^{-2})$	$1.66 \cdot 10^{-1} (2.54 \cdot 10^{-2})$	$1.37 \cdot 10^{-1} (2.33 \cdot 10^{-2})$	$2.92 \cdot 10^{-1} (1.07 \cdot 10^{-2})$	$1.95 \cdot 10^{-1} (2.96 \cdot 10^{-2})$

532

533

$R^*(S^{\text{SPE}})$	
$v = 1/2$	$8.76 \cdot 10^{-2} (3.81 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$4.72 \cdot 10^{-2} (4.10 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$5.18 \cdot 10^{-2} (4.71 \cdot 10^{-3})$
$v = 7/2$	$5.68 \cdot 10^{-2} (5.04 \cdot 10^{-3})$
$v = 9/2$	$5.97 \cdot 10^{-2} (5.29 \cdot 10^{-3})$
$v = 11/2$	$6.18 \cdot 10^{-2} (5.47 \cdot 10^{-3})$
$v = 21/2$	$6.59 \cdot 10^{-2} (5.85 \cdot 10^{-3})$
$v = \infty$	$6.99 \cdot 10^{-2} (6.33 \cdot 10^{-3})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$4.33 \cdot 10^{-2} (3.64 \cdot 10^{-3})$

534

535

536

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	
NLL/SPE	$8.16 \cdot 10^{-2} (1.09 \cdot 10^{-2})$
linear	$3.97 \cdot 10^{-1} (2.07 \cdot 10^{-2})$
1NN	$4.72 \cdot 10^{-1} (7.85 \cdot 10^{-3})$
2NN	$3.72 \cdot 10^{-1} (6.80 \cdot 10^{-3})$

537 *Averages of $R(\theta; S^{\text{CRPS}})$.*

538

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$1.79 \cdot 10^{-1} (3.53 \cdot 10^{-3})$	$1.58 \cdot 10^{-1} (3.64 \cdot 10^{-3})$	$1.58 \cdot 10^{-1} (3.64 \cdot 10^{-3})$	$1.53 \cdot 10^{-1} (3.03 \cdot 10^{-3})$	$3.26 \cdot 10^{-1} (4.73 \cdot 10^{-3})$	$1.59 \cdot 10^{-1} (4.19 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$1.09 \cdot 10^{-1} (6.94 \cdot 10^{-3})$	$1.14 \cdot 10^{-1} (7.66 \cdot 10^{-3})$	$1.11 \cdot 10^{-1} (7.62 \cdot 10^{-3})$	$1.03 \cdot 10^{-1} (6.64 \cdot 10^{-3})$	$2.97 \cdot 10^{-1} (4.84 \cdot 10^{-3})$	$1.15 \cdot 10^{-1} (8.73 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$1.09 \cdot 10^{-1} (8.33 \cdot 10^{-3})$	$1.24 \cdot 10^{-1} (9.66 \cdot 10^{-3})$	$1.26 \cdot 10^{-1} (1.07 \cdot 10^{-2})$	$1.18 \cdot 10^{-1} (9.24 \cdot 10^{-3})$	$2.91 \cdot 10^{-1} (5.04 \cdot 10^{-3})$	$1.23 \cdot 10^{-1} (1.03 \cdot 10^{-2})$
$v = 7/2$	$1.18 \cdot 10^{-1} (8.61 \cdot 10^{-3})$	$1.44 \cdot 10^{-1} (1.15 \cdot 10^{-2})$	$1.44 \cdot 10^{-1} (1.19 \cdot 10^{-2})$	$1.38 \cdot 10^{-1} (1.06 \cdot 10^{-2})$	$2.88 \cdot 10^{-1} (4.93 \cdot 10^{-3})$	$1.42 \cdot 10^{-1} (1.15 \cdot 10^{-2})$
$v = 9/2$	$1.23 \cdot 10^{-1} (8.76 \cdot 10^{-3})$	$1.53 \cdot 10^{-1} (1.21 \cdot 10^{-2})$	$1.56 \cdot 10^{-1} (1.27 \cdot 10^{-2})$	$1.52 \cdot 10^{-1} (1.19 \cdot 10^{-2})$	$2.86 \cdot 10^{-1} (4.90 \cdot 10^{-3})$	$1.53 \cdot 10^{-1} (1.21 \cdot 10^{-2})$
$v = 11/2$	$1.26 \cdot 10^{-1} (8.88 \cdot 10^{-3})$	$1.58 \cdot 10^{-1} (1.27 \cdot 10^{-2})$	$1.60 \cdot 10^{-1} (1.32 \cdot 10^{-2})$	$1.57 \cdot 10^{-1} (1.24 \cdot 10^{-2})$	$2.85 \cdot 10^{-1} (4.93 \cdot 10^{-3})$	$1.61 \cdot 10^{-1} (1.31 \cdot 10^{-2})$
$v = 21/2$	$1.33 \cdot 10^{-1} (9.25 \cdot 10^{-3})$	$1.70 \cdot 10^{-1} (1.32 \cdot 10^{-2})$	$1.72 \cdot 10^{-1} (1.41 \cdot 10^{-2})$	$1.75 \cdot 10^{-1} (1.43 \cdot 10^{-2})$	$2.84 \cdot 10^{-1} (5.13 \cdot 10^{-3})$	$1.69 \cdot 10^{-1} (1.38 \cdot 10^{-2})$
$v = \infty$	$1.41 \cdot 10^{-1} (1.00 \cdot 10^{-2})$	$1.77 \cdot 10^{-1} (1.34 \cdot 10^{-2})$	$1.79 \cdot 10^{-1} (1.42 \cdot 10^{-2})$	$1.80 \cdot 10^{-1} (1.43 \cdot 10^{-2})$	$2.83 \cdot 10^{-1} (5.32 \cdot 10^{-3})$	$1.77 \cdot 10^{-1} (1.42 \cdot 10^{-2})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$1.03 \cdot 10^{-1} (7.92 \cdot 10^{-3})$	$1.53 \cdot 10^{-1} (1.32 \cdot 10^{-2})$	$1.66 \cdot 10^{-1} (1.42 \cdot 10^{-2})$	$1.47 \cdot 10^{-1} (1.33 \cdot 10^{-2})$	$2.85 \cdot 10^{-1} (5.39 \cdot 10^{-3})$	$1.74 \cdot 10^{-1} (1.47 \cdot 10^{-2})$

540

541

542

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	
NLL/SPE	$1.09 \cdot 10^{-1} (8.53 \cdot 10^{-3})$

543 *Averages of $R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$.*

544

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$1.81 \cdot 10^0 (3.91 \cdot 10^{-2})$	$1.77 \cdot 10^0 (4.51 \cdot 10^{-2})$	$1.77 \cdot 10^0 (4.51 \cdot 10^{-2})$	$1.81 \cdot 10^0 (4.45 \cdot 10^{-2})$	$3.04 \cdot 10^0 (5.29 \cdot 10^{-2})$	$1.78 \cdot 10^0 (4.91 \cdot 10^{-2})$
$v = 3/2$	$1.44 \cdot 10^0 (8.32 \cdot 10^{-2})$	$1.57 \cdot 10^0 (9.41 \cdot 10^{-2})$	$1.58 \cdot 10^0 (9.70 \cdot 10^{-2})$	$1.65 \cdot 10^0 (1.02 \cdot 10^{-1})$	$2.87 \cdot 10^0 (5.51 \cdot 10^{-2})$	$1.64 \cdot 10^0 (1.10 \cdot 10^{-1})$
$v = 5/2$	$1.58 \cdot 10^0 (1.03 \cdot 10^{-1})$	$1.94 \cdot 10^0 (1.36 \cdot 10^{-1})$	$2.12 \cdot 10^0 (1.72 \cdot 10^{-1})$	$2.16 \cdot 10^0 (1.72 \cdot 10^{-1})$	$2.85 \cdot 10^0 (5.79 \cdot 10^{-2})$	$2.04 \cdot 10^0 (1.63 \cdot 10^{-1})$
$v = 7/2$	$1.70 \cdot 10^0 (1.09 \cdot 10^{-1})$	$2.43 \cdot 10^0 (1.93 \cdot 10^{-1})$	$2.55 \cdot 10^0 (2.11 \cdot 10^{-1})$	$2.63 \cdot 10^0 (2.15 \cdot 10^{-1})$	$2.82 \cdot 10^0 (5.57 \cdot 10^{-2})$	$2.46 \cdot 10^0 (2.00 \cdot 10^{-1})$
$v = 9/2$	$1.78 \cdot 10^0 (1.13 \cdot 10^{-1})$	$2.60 \cdot 10^0 (2.06 \cdot 10^{-1})$	$2.87 \cdot 10^0 (2.33 \cdot 10^{-1})$	$3.01 \cdot 10^0 (2.33 \cdot 10^{-1})$	$2.81 \cdot 10^0 (5.54 \cdot 10^{-2})$	$2.69 \cdot 10^0 (2.11 \cdot 10^{-1})$
$v = 11/2$	$1.83 \cdot 10^0 (1.15 \cdot 10^{-1})$	$2.72 \cdot 10^0 (2.17 \cdot 10^{-1})$	$2.95 \cdot 10^0 (2.50 \cdot 10^{-1})$	$3.15 \cdot 10^0 (2.53 \cdot 10^{-1})$	$2.81 \cdot 10^0 (5.58 \cdot 10^{-2})$	$2.89 \cdot 10^0 (2.34 \cdot 10^{-1})$
$v = 21/2$	$1.94 \cdot 10^0 (1.21 \cdot 10^{-1})$	$3.03 \cdot 10^0 (2.40 \cdot 10^{-1})$	$3.32 \cdot 10^0 (2.85 \cdot 10^{-1})$	$3.67 \cdot 10^0 (3.12 \cdot 10^{-1})$	$2.81 \cdot 10^0 (5.82 \cdot 10^{-2})$	$3.13 \cdot 10^0 (2.57 \cdot 10^{-1})$
$v = \infty$	$2.08 \cdot 10^0 (1.34 \cdot 10^{-1})$	$3.23 \cdot 10^0 (2.54 \cdot 10^{-1})$	$3.51 \cdot 10^0 (2.85 \cdot 10^{-1})$	$3.78 \cdot 10^0 (3.14 \cdot 10^{-1})$	$2.83 \cdot 10^0 (6.18 \cdot 10^{-2})$	$3.30 \cdot 10^0 (2.66 \cdot 10^{-1})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$1.50 \cdot 10^0 (9.93 \cdot 10^{-2})$	$2.90 \cdot 10^0 (2.59 \cdot 10^{-1})$	$3.31 \cdot 10^0 (2.91 \cdot 10^{-1})$	$3.13 \cdot 10^0 (2.98 \cdot 10^{-1})$	$2.84 \cdot 10^0 (6.20 \cdot 10^{-2})$	$3.29 \cdot 10^0 (2.76 \cdot 10^{-1})$

545

546

547

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	
NLL/SPE	$1.62 \cdot 10^0 (1.16 \cdot 10^{-1})$

548 **SM2.2.20. GKLS C^1 , $n = 100$, $d = 5$.**549 *Averages of $R(\theta; S^{\text{SPE}})$.*

550

SUPPLEMENTARY MATERIALS: MODEL PARAMETERS IN GAUSSIAN PROCESS INTERPOLATIONS^{SM25}

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$5.09 \cdot 10^{-2}$ (2.86 · 10 ⁻³)	$5.01 \cdot 10^{-2}$ (2.85 · 10 ⁻³)	$4.97 \cdot 10^{-2}$ (2.80 · 10 ⁻³)	$4.88 \cdot 10^{-2}$ (2.78 · 10 ⁻³)	$2.40 \cdot 10^{-1}$ (7.22 · 10 ⁻³)	$4.98 \cdot 10^{-2}$ (2.81 · 10 ⁻³)
$v = 3/2$	$3.88 \cdot 10^{-2}$ (2.84 · 10 ⁻³)	$4.20 \cdot 10^{-2}$ (2.87 · 10 ⁻³)	$4.45 \cdot 10^{-2}$ (3.07 · 10 ⁻³)	$3.99 \cdot 10^{-2}$ (2.77 · 10 ⁻³)	$1.95 \cdot 10^{-1}$ (7.54 · 10 ⁻³)	$5.09 \cdot 10^{-2}$ (6.25 · 10 ⁻³)
$v = 5/2$	$4.95 \cdot 10^{-2}$ (3.52 · 10 ⁻³)	$6.21 \cdot 10^{-2}$ (4.55 · 10 ⁻³)	$6.26 \cdot 10^{-2}$ (4.93 · 10 ⁻³)	$5.73 \cdot 10^{-2}$ (3.95 · 10 ⁻³)	$1.94 \cdot 10^{-1}$ (9.20 · 10 ⁻³)	$7.31 \cdot 10^{-2}$ (6.32 · 10 ⁻³)
$v = 7/2$	$5.66 \cdot 10^{-2}$ (3.95 · 10 ⁻³)	$7.59 \cdot 10^{-2}$ (6.34 · 10 ⁻³)	$7.81 \cdot 10^{-2}$ (6.20 · 10 ⁻³)	$7.02 \cdot 10^{-2}$ (5.38 · 10 ⁻³)	$1.86 \cdot 10^{-1}$ (8.38 · 10 ⁻³)	$9.85 \cdot 10^{-2}$ (9.02 · 10 ⁻³)
$v = 9/2$	$6.11 \cdot 10^{-2}$ (4.23 · 10 ⁻³)	$8.66 \cdot 10^{-2}$ (7.31 · 10 ⁻³)	$8.60 \cdot 10^{-2}$ (6.71 · 10 ⁻³)	$7.61 \cdot 10^{-2}$ (5.94 · 10 ⁻³)	$1.82 \cdot 10^{-1}$ (8.02 · 10 ⁻³)	$1.06 \cdot 10^{-1}$ (9.57 · 10 ⁻³)
$v = 11/2$	$6.42 \cdot 10^{-2}$ (4.40 · 10 ⁻³)	$9.18 \cdot 10^{-2}$ (9.21 · 10 ⁻³)	$9.16 \cdot 10^{-2}$ (7.47 · 10 ⁻³)	$8.18 \cdot 10^{-2}$ (6.49 · 10 ⁻³)	$1.81 \cdot 10^{-1}$ (8.02 · 10 ⁻³)	$1.08 \cdot 10^{-1}$ (9.51 · 10 ⁻³)
$v = 21/2$	$7.14 \cdot 10^{-2}$ (4.92 · 10 ⁻³)	$1.06 \cdot 10^{-1}$ (1.12 · 10 ⁻²)	$1.02 \cdot 10^{-1}$ (8.48 · 10 ⁻³)	$1.02 \cdot 10^{-1}$ (1.10 · 10 ⁻²)	$1.84 \cdot 10^{-1}$ (8.66 · 10 ⁻³)	$1.24 \cdot 10^{-1}$ (1.12 · 10 ⁻²)
$v = \infty$	$7.97 \cdot 10^{-2}$ (5.46 · 10 ⁻³)	$1.10 \cdot 10^{-1}$ (9.69 · 10 ⁻³)	$1.12 \cdot 10^{-1}$ (9.39 · 10 ⁻³)	$1.08 \cdot 10^{-1}$ (9.42 · 10 ⁻³)	$1.88 \cdot 10^{-1}$ (9.64 · 10 ⁻³)	$1.31 \cdot 10^{-1}$ (1.18 · 10 ⁻²)
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$3.98 \cdot 10^{-2}$ (3.12 · 10 ⁻³)	$5.75 \cdot 10^{-2}$ (5.38 · 10 ⁻³)	$8.20 \cdot 10^{-2}$ (8.92 · 10 ⁻³)	$4.72 \cdot 10^{-2}$ (3.49 · 10 ⁻³)	$1.88 \cdot 10^{-1}$ (9.64 · 10 ⁻³)	$1.14 \cdot 10^{-1}$ (1.06 · 10 ⁻²)

$R^*(S^{\text{SPE}})$	
$v = 1/2$	$4.73 \cdot 10^{-2}$ (2.65 · 10 ⁻³)
$v = 3/2$	$3.16 \cdot 10^{-2}$ (2.06 · 10 ⁻³)
$v = 5/2$	$3.77 \cdot 10^{-2}$ (2.42 · 10 ⁻³)
$v = 7/2$	$4.29 \cdot 10^{-2}$ (2.71 · 10 ⁻³)
$v = 9/2$	$4.64 \cdot 10^{-2}$ (2.98 · 10 ⁻³)
$v = 11/2$	$4.85 \cdot 10^{-2}$ (3.12 · 10 ⁻³)
$v = 21/2$	$5.32 \cdot 10^{-2}$ (3.37 · 10 ⁻³)
$v = \infty$	$5.85 \cdot 10^{-2}$ (3.75 · 10 ⁻³)
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$3.10 \cdot 10^{-2}$ (2.02 · 10 ⁻³)

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	
NLL/SPE	$4.13 \cdot 10^{-2}$ (3.37 · 10 ⁻³)
linear	$3.80 \cdot 10^{-1}$ (1.92 · 10 ⁻²)
1NN	$3.67 \cdot 10^{-1}$ (6.50 · 10 ⁻³)
2NN	$2.73 \cdot 10^{-1}$ (5.28 · 10 ⁻³)

Averages of $R(\theta; S^{\text{CRPS}})$.

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$1.14 \cdot 10^{-1}$ (2.40 · 10 ⁻³)	$1.04 \cdot 10^{-1}$ (2.54 · 10 ⁻³)	$1.03 \cdot 10^{-1}$ (2.51 · 10 ⁻³)	$9.83 \cdot 10^{-2}$ (2.37 · 10 ⁻³)	$2.66 \cdot 10^{-1}$ (3.93 · 10 ⁻³)	$1.03 \cdot 10^{-1}$ (2.51 · 10 ⁻³)
$v = 3/2$	$7.97 \cdot 10^{-2}$ (3.15 · 10 ⁻³)	$8.37 \cdot 10^{-2}$ (3.22 · 10 ⁻³)	$8.50 \cdot 10^{-2}$ (3.32 · 10 ⁻³)	$7.70 \cdot 10^{-2}$ (3.04 · 10 ⁻³)	$2.35 \cdot 10^{-1}$ (4.53 · 10 ⁻³)	$8.96 \cdot 10^{-2}$ (4.08 · 10 ⁻³)
$v = 5/2$	$9.10 \cdot 10^{-2}$ (3.75 · 10 ⁻³)	$1.02 \cdot 10^{-1}$ (4.36 · 10 ⁻³)	$1.00 \cdot 10^{-1}$ (4.33 · 10 ⁻³)	$9.70 \cdot 10^{-2}$ (4.03 · 10 ⁻³)	$2.33 \cdot 10^{-1}$ (5.43 · 10 ⁻³)	$1.07 \cdot 10^{-1}$ (4.92 · 10 ⁻³)
$v = 7/2$	$9.97 \cdot 10^{-2}$ (3.96 · 10 ⁻³)	$1.14 \cdot 10^{-1}$ (5.08 · 10 ⁻³)	$1.14 \cdot 10^{-1}$ (4.92 · 10 ⁻³)	$1.10 \cdot 10^{-1}$ (4.50 · 10 ⁻³)	$2.27 \cdot 10^{-1}$ (5.01 · 10 ⁻³)	$1.25 \cdot 10^{-1}$ (5.93 · 10 ⁻³)
$v = 9/2$	$1.05 \cdot 10^{-1}$ (4.08 · 10 ⁻³)	$1.23 \cdot 10^{-1}$ (5.56 · 10 ⁻³)	$1.22 \cdot 10^{-1}$ (5.31 · 10 ⁻³)	$1.16 \cdot 10^{-1}$ (4.80 · 10 ⁻³)	$2.24 \cdot 10^{-1}$ (4.81 · 10 ⁻³)	$1.31 \cdot 10^{-1}$ (6.17 · 10 ⁻³)
$v = 11/2$	$1.09 \cdot 10^{-1}$ (4.15 · 10 ⁻³)	$1.27 \cdot 10^{-1}$ (5.77 · 10 ⁻³)	$1.27 \cdot 10^{-1}$ (5.61 · 10 ⁻³)	$1.22 \cdot 10^{-1}$ (5.05 · 10 ⁻³)	$2.23 \cdot 10^{-1}$ (4.81 · 10 ⁻³)	$1.34 \cdot 10^{-1}$ (6.23 · 10 ⁻³)
$v = 21/2$	$1.17 \cdot 10^{-1}$ (4.45 · 10 ⁻³)	$1.36 \cdot 10^{-1}$ (6.42 · 10 ⁻³)	$1.35 \cdot 10^{-1}$ (5.95 · 10 ⁻³)	$1.36 \cdot 10^{-1}$ (6.46 · 10 ⁻³)	$2.23 \cdot 10^{-1}$ (5.11 · 10 ⁻³)	$1.45 \cdot 10^{-1}$ (6.87 · 10 ⁻³)
$v = \infty$	$1.26 \cdot 10^{-1}$ (4.74 · 10 ⁻³)	$1.44 \cdot 10^{-1}$ (6.38 · 10 ⁻³)	$1.43 \cdot 10^{-1}$ (6.33 · 10 ⁻³)	$1.44 \cdot 10^{-1}$ (6.32 · 10 ⁻³)	$2.22 \cdot 10^{-1}$ (5.49 · 10 ⁻³)	$1.51 \cdot 10^{-1}$ (7.15 · 10 ⁻³)
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$7.96 \cdot 10^{-2}$ (3.31 · 10 ⁻³)	$9.66 \cdot 10^{-2}$ (4.39 · 10 ⁻³)	$1.13 \cdot 10^{-1}$ (5.94 · 10 ⁻³)	$8.40 \cdot 10^{-2}$ (3.70 · 10 ⁻³)	$2.22 \cdot 10^{-1}$ (5.49 · 10 ⁻³)	$1.37 \cdot 10^{-1}$ (6.79 · 10 ⁻³)

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	
NLL/SPE	$8.26 \cdot 10^{-2}$ (3.55 · 10 ⁻³)

Averages of $R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$.

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$1.44 \cdot 10^0$ (3.16 · 10 ⁻²)	$1.33 \cdot 10^0$ (3.62 · 10 ⁻²)	$1.33 \cdot 10^0$ (3.61 · 10 ⁻²)	$1.43 \cdot 10^0$ (4.15 · 10 ⁻²)	$2.47 \cdot 10^0$ (3.77 · 10 ⁻²)	$1.34 \cdot 10^0$ (3.61 · 10 ⁻²)
$v = 3/2$	$1.22 \cdot 10^0$ (4.25 · 10 ⁻²)	$1.29 \cdot 10^0$ (4.49 · 10 ⁻²)	$1.34 \cdot 10^0$ (4.83 · 10 ⁻²)	$1.45 \cdot 10^0$ (5.56 · 10 ⁻²)	$2.29 \cdot 10^0$ (4.73 · 10 ⁻²)	$1.38 \cdot 10^0$ (6.12 · 10 ⁻²)
$v = 5/2$	$1.38 \cdot 10^0$ (4.64 · 10 ⁻²)	$1.58 \cdot 10^0$ (6.06 · 10 ⁻²)	$1.62 \cdot 10^0$ (6.14 · 10 ⁻²)	$1.83 \cdot 10^0$ (7.17 · 10 ⁻²)	$2.30 \cdot 10^0$ (5.90 · 10 ⁻²)	$1.73 \cdot 10^0$ (7.53 · 10 ⁻²)
$v = 7/2$	$1.48 \cdot 10^0$ (4.78 · 10 ⁻²)	$1.73 \cdot 10^0$ (7.54 · 10 ⁻²)	$1.80 \cdot 10^0$ (7.24 · 10 ⁻²)	$1.96 \cdot 10^0$ (8.19 · 10 ⁻²)	$2.25 \cdot 10^0$ (5.29 · 10 ⁻²)	$1.94 \cdot 10^0$ (8.90 · 10 ⁻²)
$v = 9/2$	$1.54 \cdot 10^0$ (4.90 · 10 ⁻²)	$1.86 \cdot 10^0$ (8.27 · 10 ⁻²)	$1.89 \cdot 10^0$ (7.04 · 10 ⁻²)	$2.02 \cdot 10^0$ (8.19 · 10 ⁻²)	$2.22 \cdot 10^0$ (5.06 · 10 ⁻²)	$2.00 \cdot 10^0$ (9.10 · 10 ⁻²)
$v = 11/2$	$1.58 \cdot 10^0$ (4.95 · 10 ⁻²)	$1.86 \cdot 10^0$ (7.94 · 10 ⁻²)	$1.93 \cdot 10^0$ (7.77 · 10 ⁻²)	$2.07 \cdot 10^0$ (8.62 · 10 ⁻²)	$2.21 \cdot 10^0$ (5.06 · 10 ⁻²)	$2.03 \cdot 10^0$ (9.08 · 10 ⁻²)
$v = 21/2$	$1.68 \cdot 10^0$ (5.12 · 10 ⁻²)	$1.99 \cdot 10^0$ (1.01 · 10 ⁻¹)	$2.06 \cdot 10^0$ (8.17 · 10 ⁻²)	$2.32 \cdot 10^0$ (1.29 · 10 ⁻¹)	$2.22 \cdot 10^0$ (5.40 · 10 ⁻²)	$2.18 \cdot 10^0$ (9.93 · 10 ⁻²)
$v = \infty$	$1.80 \cdot 10^0$ (5.39 · 10 ⁻²)	$2.06 \cdot 10^0$ (8.82 · 10 ⁻²)	$2.16 \cdot 10^0$ (8.92 · 10 ⁻²)	$2.40 \cdot 10^0$ (1.10 · 10 ⁻¹)	$2.23 \cdot 10^0$ (5.81 · 10 ⁻²)	$2.24 \cdot 10^0$ (1.03 · 10 ⁻¹)
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$1.25 \cdot 10^0$ (4.37 · 10 ⁻²)	$1.56 \cdot 10^0$ (6.88 · 10 ⁻²)	$1.86 \cdot 10^0$ (9.26 · 10 ⁻²)	$1.64 \cdot 10^0$ (7.03 · 10 ⁻²)	$2.23 \cdot 10^0$ (5.81 · 10 ⁻²)	$2.13 \cdot 10^0$ (9.87 · 10 ⁻²)

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	
NLL/SPE	$1.28 \cdot 10^0$ (4.53 · 10 ⁻²)

SM2.2.21. GKLS C^1 , $n = 250$, $d = 5$.

Averages of $R(\theta; S^{\text{SPE}})$.

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$2.59 \cdot 10^{-2}$ (1.68 · 10 ⁻³)	$2.62 \cdot 10^{-2}$ (1.75 · 10 ⁻³)	$2.62 \cdot 10^{-2}$ (1.71 · 10 ⁻³)	$2.56 \cdot 10^{-2}$ (1.66 · 10 ⁻³)	$1.50 \cdot 10^{-1}$ (5.68 · 10 ⁻³)	$2.63 \cdot 10^{-2}$ (1.68 · 10 ⁻³)
$v = 3/2$	$2.12 \cdot 10^{-2}$ (1.60 · 10 ⁻³)	$2.28 \cdot 10^{-2}$ (1.65 · 10 ⁻³)	$2.40 \cdot 10^{-2}$ (1.83 · 10 ⁻³)	$2.25 \cdot 10^{-2}$ (1.80 · 10 ⁻³)	$1.16 \cdot 10^{-1}$ (5.59 · 10 ⁻³)	$2.56 \cdot 10^{-2}$ (1.93 · 10 ⁻³)
$v = 5/2$	$2.63 \cdot 10^{-2}$ (2.00 · 10 ⁻³)	$3.10 \cdot 10^{-2}$ (2.39 · 10 ⁻³)	$3.28 \cdot 10^{-2}$ (2.77 · 10 ⁻³)	$3.11 \cdot 10^{-2}$ (2.63 · 10 ⁻³)	$1.06 \cdot 10^{-1}$ (5.44 · 10 ⁻³)	$3.63 \cdot 10^{-2}$ (2.79 · 10 ⁻³)
$v = 7/2$	$3.01 \cdot 10^{-2}$ (2.22 · 10 ⁻³)	$3.58 \cdot 10^{-2}$ (2.66 · 10 ⁻³)	$3.80 \cdot 10^{-2}$ (2.88 · 10 ⁻³)	$3.61 \cdot 10^{-2}$ (2.86 · 10 ⁻³)	$1.01 \cdot 10^{-1}$ (5.58 · 10 ⁻³)	$4.36 \cdot 10^{-2}$ (3.24 · 10 ⁻³)
$v = 9/2$	$3.29 \cdot 10^{-2}$ (2.35 · 10 ⁻³)	$3.87 \cdot 10^{-2}$ (2.81 · 10 ⁻³)	$4.22 \cdot 10^{-2}$ (3.16 · 10 ⁻³)	$3.86 \cdot 10^{-2}$ (2.81 · 10 ⁻³)	$9.70 \cdot 10^{-2}$ (5.59 · 10 ⁻³)	$4.89 \cdot 10^{-2}$ (3.72 · 10 ⁻³)
$v = 11/2$	$3.50 \cdot 10^{-2}$ (2.44 · 10 ⁻³)	$4.19 \cdot 10^{-2}$ (3.00 · 10 ⁻³)	$4.41 \cdot 10^{-2}$ (3.26 · 10 ⁻³)	$4.11 \cdot 10^{-2}$ (2.94 · 10 ⁻³)	$9.18 \cdot 10^{-2}$ (5.27 · 10 ⁻³)	$5.31 \cdot 10^{-2}$ (4.05 · 10 ⁻³)
$v = 21/2$	$4.07 \cdot 10^{-2}$ (2.70 · 10 ⁻³)	$4.90 \cdot 10^{-2}$ (3.39 · 10 ⁻³)	$5.04 \cdot 10^{-2}$ (3.74 · 10 ⁻³)	$4.70 \cdot 10^{-2}$ (3.26 · 10 ⁻³)	$7.95 \cdot 10^{-2}$ (4.63 · 10 ⁻³)	$6.18 \cdot 10^{-2}$ (4.52 · 10 ⁻³)
$v = \infty$	$4.81 \cdot 10^{-2}$ (3.08 · 10 ⁻³)	$5.80 \cdot 10^{-2}$ (3.71 · 10 ⁻³)	$5.89 \cdot 10^{-2}$ (4.11 · 10 ⁻³)	$5.54 \cdot 10^{-2}$ (3.58 · 10 ⁻³)	$8.03 \cdot 10^{-2}$ (5.57 · 10 ⁻³)	$7.32 \cdot 10^{-2}$ (5.37 · 10 ⁻³)
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$2.18 \cdot 10^{-2}$ (1.89 · 10 ⁻³)	$2.50 \cdot 10^{-2}$ (2.25 · 10 ⁻³)	$3.20 \cdot 10^{-2}$ (2.95 · 10 ⁻³)	$2.29 \cdot 10^{-2}$ (2.13 · 10 ⁻³)	$8.03 \cdot 10^{-2}$ (5.57 · 10 ⁻³)	$5.26 \cdot 10^{-2}$ (4.88 · 10 ⁻³)

$R^*(S^{\text{SPE}})$	
$v = 1/2$	$2.50 \cdot 10^{-2}$ (1.59 · 10 ⁻³)
$v = 3/2$	$1.81 \cdot 10^{-2}$ (1.25 · 10 ⁻³)
$v = 5/2$	$2.12 \cdot 10^{-2}$ (1.33 · 10 ⁻³)
$v = 7/2$	$2.42 \cdot 10^{-2}$ (1.47 · 10 ⁻³)
$v = 9/2$	$2.63 \cdot 10^{-2}$ (1.57 · 10 ⁻³)
$v = 11/2$	$2.80 \cdot 10^{-2}$ (1.66 · 10 ⁻³)
$v = 21/2$	$3.22 \cdot 10^{-2}$ (1.89 · 10 ⁻³)
$v = \infty$	$3.79 \cdot 10^{-2}$ (2.22 · 10 ⁻³)
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$1.78 \cdot 10^{-2}$ (1.20 · 10 ⁻³)

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	
NLL/SPE	$2.18 \cdot 10^{-2}$ (1.91 · 10 ⁻³)
linear	$3.78 \cdot 10^{-1}$ (1.91 · 10 ⁻²)
1NN	$2.64 \cdot 10^{-1}$ (5.03 · 10 ⁻³)
2NN	$1.97 \cdot 10^{-1}$ (4.07 · 10 ⁻³)

Averages of $R(\theta; S^{\text{CRPS}})$.

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$7.64 \cdot 10^{-2}$ (1.81 · 10 ⁻³)	$6.87 \cdot 10^{-2}$ (1.90 · 10 ⁻³)	$6.86 \cdot 10^{-2}$ (1.87 · 10 ⁻³)	$6.31 \cdot 10^{-2}$ (1.71 · 10 ⁻³)	$2.06 \cdot 10^{-1}$ (3.69 · 10 ⁻³)	$6.88 \cdot 10^{-2}$ (1.86 · 10 ⁻³)
$v = 3/2$	$5.61 \cdot 10^{-2}$ (2.14 · 10 ⁻³)	$5.87 \cdot 10^{-2}$ (2.17 · 10 ⁻³)	$5.93 \cdot 10^{-2}$ (2.29 · 10 ⁻³)	$5.35 \cdot 10^{-2}$ (2.16 · 10 ⁻³)	$1.76 \cdot 10^{-1}$ (4.34 · 10 ⁻³)	$6.14 \cdot 10^{-2}$ (2.41 · 10 ⁻³)
$v = 5/2$	$6.36 \cdot 10^{-2}$ (2.40 · 10 ⁻³)	$6.98 \cdot 10^{-2}$ (2.72 · 10 ⁻³)	$7.02 \cdot 10^{-2}$ (2.81 · 10 ⁻³)	$6.69 \cdot 10^{-2}$ (2.70 · 10 ⁻³)	$1.65 \cdot 10^{-1}$ (4.55 · 10 ⁻³)	$7.37 \cdot 10^{-2}$ (3.04 · 10 ⁻³)
$v = 7/2$	$6.97 \cdot 10^{-2}$ (2.52 · 10 ⁻³)	$7.73 \cdot 10^{-2}$ (2.83 · 10 ⁻³)	$7.77 \cdot 10^{-2}$ (2.91 · 10 ⁻³)	$7.54 \cdot 10^{-2}$ (2.86 · 10 ⁻³)	$1.59 \cdot 10^{-1}$ (4.73 · 10 ⁻³)	$8.34 \cdot 10^{-2}$ (3.34 · 10 ⁻³)
$v = 9/2$	$7.42 \cdot 10^{-2}$ (2.61 · 10 ⁻³)	$8.16 \cdot 10^{-2}$ (2.91 · 10 ⁻³)	$8.31 \cdot 10^{-2}$ (3.09 · 10 ⁻³)	$8.00 \cdot 10^{-2}$ (2.84 · 10 ⁻³)	$1.54 \cdot 10^{-1}$ (4.67 · 10 ⁻³)	$8.92 \cdot 10^{-2}$ (3.54 · 10 ⁻³)
$v = 11/2$	$7.73 \cdot 10^{-2}$ (2.66 · 10 ⁻³)	$8.56 \cdot 10^{-2}$ (3.05 · 10 ⁻³)	$8.59 \cdot 10^{-2}$ (3.12 · 10 ⁻³)	$8.36 \cdot 10^{-2}$ (2.95 · 10 ⁻³)	$1.48 \cdot 10^{-1}$ (4.36 · 10 ⁻³)	$9.39 \cdot 10^{-2}$ (3.67 · 10 ⁻³)
$v = 21/2$	$8.51 \cdot 10^{-2}$ (2.85 · 10 ⁻³)	$9.38 \cdot 10^{-2}$ (3.30 · 10 ⁻³)	$9.37 \cdot 10^{-2}$ (3.44 · 10 ⁻³)	$9.14 \cdot 10^{-2}$ (3.14 · 10 ⁻³)	$1.32 \cdot 10^{-1}$ (3.75 · 10 ⁻³)	$1.03 \cdot 10^{-1}$ (3.95 · 10 ⁻³)
$v = \infty$	$9.44 \cdot 10^{-2}$ (3.11 · 10 ⁻³)	$1.04 \cdot 10^{-1}$ (3.47 · 10 ⁻³)	$1.03 \cdot 10^{-1}$ (3.67 · 10 ⁻³)	$1.02 \cdot 10^{-1}$ (3.43 · 10 ⁻³)	$1.29 \cdot 10^{-1}$ (4.34 · 10 ⁻³)	$1.13 \cdot 10^{-1}$ (4.33 · 10 ⁻³)
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$5.65 \cdot 10^{-2}$ (2.20 · 10 ⁻³)	$6.08 \cdot 10^{-2}$ (2.35 · 10 ⁻³)	$6.72 \cdot 10^{-2}$ (2.83 · 10 ⁻³)	$5.39 \cdot 10^{-2}$ (2.19 · 10 ⁻³)	$1.29 \cdot 10^{-1}$ (4.34 · 10 ⁻³)	$8.81 \cdot 10^{-2}$ (4.37 · 10 ⁻³)

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	
NLL/SPE	$5.70 \cdot 10^{-2}$ (2.23 · 10 ⁻³)

Averages of $R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$.

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$1.08 \cdot 10^0$ (2.60 · 10 ⁻²)	$1.00 \cdot 10^0$ (2.87 · 10 ⁻²)	$1.00 \cdot 10^0$ (2.86 · 10 ⁻²)	$1.11 \cdot 10^0$ (3.53 · 10 ⁻²)	$2.00 \cdot 10^0$ (3.53 · 10 ⁻²)	$1.01 \cdot 10^0$ (2.86 · 10 ⁻²)
$v = 3/2$	$9.16 \cdot 10^{-1}$ (3.08 · 10 ⁻²)	$9.58 \cdot 10^{-1}$ (3.18 · 10 ⁻²)	$9.82 \cdot 10^{-1}$ (3.53 · 10 ⁻²)	$1.13 \cdot 10^0$ (4.47 · 10 ⁻²)	$1.79 \cdot 10^0$ (4.63 · 10 ⁻²)	$1.01 \cdot 10^0$ (3.72 · 10 ⁻²)
$v = 5/2$	$1.00 \cdot 10^0$ (3.44 · 10 ⁻²)	$1.10 \cdot 10^0$ (4.06 · 10 ⁻²)	$1.13 \cdot 10^0$ (4.33 · 10 ⁻²)	$1.30 \cdot 10^0$ (5.42 · 10 ⁻²)	$1.72 \cdot 10^0$ (5.03 · 10 ⁻²)	$1.18 \cdot 10^0$ (4.44 · 10 ⁻²)
$v = 7/2$	$1.06 \cdot 10^0$ (3.58 · 10 ⁻²)	$1.16 \cdot 10^0$ (4.05 · 10 ⁻²)	$1.19 \cdot 10^0$ (4.36 · 10 ⁻²)	$1.35 \cdot 10^0$ (5.35 · 10 ⁻²)	$1.68 \cdot 10^0$ (5.19 · 10 ⁻²)	$1.26 \cdot 10^0$ (4.56 · 10 ⁻²)
$v = 9/2$	$1.10 \cdot 10^0$ (3.66 · 10 ⁻²)	$1.18 \cdot 10^0$ (4.02 · 10 ⁻²)	$1.24 \cdot 10^0$ (4.56 · 10 ⁻²)	$1.36 \cdot 10^0$ (4.93 · 10 ⁻²)	$1.64 \cdot 10^0$ (5.19 · 10 ⁻²)	$1.31 \cdot 10^0$ (4.69 · 10 ⁻²)
$v = 11/2$	$1.12 \cdot 10^0$ (3.70 · 10 ⁻²)	$1.22 \cdot 10^0$ (4.21 · 10 ⁻²)	$1.26 \cdot 10^0$ (4.59 · 10 ⁻²)	$1.38 \cdot 10^0$ (5.00 · 10 ⁻²)	$1.59 \cdot 10^0$ (5.00 · 10 ⁻²)	$1.34 \cdot 10^0$ (4.89 · 10 ⁻²)
$v = 21/2$	$1.20 \cdot 10^0$ (3.83 · 10 ⁻²)	$1.28 \cdot 10^0$ (4.43 · 10 ⁻²)	$1.30 \cdot 10^0$ (4.89 · 10 ⁻²)	$1.43 \cdot 10^0$ (5.12 · 10 ⁻²)	$1.51 \cdot 10^0$ (4.91 · 10 ⁻²)	$1.42 \cdot 10^0$ (5.10 · 10 ⁻²)
$v = \infty$	$1.30 \cdot 10^0$ (4.03 · 10 ⁻²)	$1.37 \cdot 10^0$ (4.43 · 10 ⁻²)	$1.37 \cdot 10^0$ (4.86 · 10 ⁻²)	$1.52 \cdot 10^0$ (5.27 · 10 ⁻²)	$1.52 \cdot 10^0$ (5.62 · 10 ⁻²)	$1.50 \cdot 10^0$ (5.56 · 10 ⁻²)
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$9.28 \cdot 10^{-1}$ (3.38 · 10 ⁻²)	$9.95 \cdot 10^{-1}$ (3.66 · 10 ⁻²)	$1.11 \cdot 10^0$ (4.43 · 10 ⁻²)	$1.13 \cdot 10^0$ (4.58 · 10 ⁻²)	$1.52 \cdot 10^0$ (5.62 · 10 ⁻²)	$1.31 \cdot 10^0$ (5.27 · 10 ⁻²)

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	
NLL/SPE	$9.32 \cdot 10^{-1}$ (3.41 · 10 ⁻²)

SM2.2.22. GKLS C^2 , $n = 20$, $d = 2$.

Averages of $R(\theta; S^{\text{SPE}})$.

SUPPLEMENTARY MATERIALS: MODEL PARAMETERS IN GAUSSIAN PROCESS INTERPOLATIONS^{M27}

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$3.56 \cdot 10^{-1} (2.06 \cdot 10^{-2})$	$3.59 \cdot 10^{-1} (2.09 \cdot 10^{-2})$	$3.79 \cdot 10^{-1} (2.67 \cdot 10^{-2})$	$3.51 \cdot 10^{-1} (1.86 \cdot 10^{-2})$	$4.59 \cdot 10^{-1} (2.13 \cdot 10^{-2})$	$3.96 \cdot 10^{-1} (2.56 \cdot 10^{-2})$
$v = 3/2$	$4.03 \cdot 10^{-1} (2.50 \cdot 10^{-2})$	$4.54 \cdot 10^{-1} (2.89 \cdot 10^{-2})$	$4.76 \cdot 10^{-1} (3.14 \cdot 10^{-2})$	$4.15 \cdot 10^{-1} (2.15 \cdot 10^{-2})$	$4.84 \cdot 10^{-1} (2.55 \cdot 10^{-2})$	$5.95 \cdot 10^{-1} (4.06 \cdot 10^{-2})$
$v = 5/2$	$4.38 \cdot 10^{-1} (2.70 \cdot 10^{-2})$	$5.11 \cdot 10^{-1} (3.63 \cdot 10^{-2})$	$5.62 \cdot 10^{-1} (4.00 \cdot 10^{-2})$	$4.52 \cdot 10^{-1} (2.46 \cdot 10^{-2})$	$4.95 \cdot 10^{-1} (2.54 \cdot 10^{-2})$	$7.35 \cdot 10^{-1} (5.61 \cdot 10^{-2})$
$v = 7/2$	$4.51 \cdot 10^{-1} (2.72 \cdot 10^{-2})$	$5.52 \cdot 10^{-1} (4.46 \cdot 10^{-2})$	$6.71 \cdot 10^{-1} (8.36 \cdot 10^{-2})$	$5.36 \cdot 10^{-1} (4.64 \cdot 10^{-2})$	$5.22 \cdot 10^{-1} (2.87 \cdot 10^{-2})$	$9.98 \cdot 10^{-1} (1.07 \cdot 10^{-1})$
$v = 9/2$	$4.56 \cdot 10^{-1} (2.72 \cdot 10^{-2})$	$5.57 \cdot 10^{-1} (4.45 \cdot 10^{-2})$	$6.90 \cdot 10^{-1} (7.91 \cdot 10^{-2})$	$5.76 \cdot 10^{-1} (6.68 \cdot 10^{-2})$	$5.68 \cdot 10^{-1} (3.73 \cdot 10^{-2})$	$1.49 \cdot 10^0 (3.71 \cdot 10^{-1})$
$v = \infty$	$4.77 \cdot 10^{-1} (2.68 \cdot 10^{-2})$	$7.30 \cdot 10^{-1} (1.12 \cdot 10^{-1})$	$8.84 \cdot 10^{-1} (1.34 \cdot 10^{-1})$	$6.49 \cdot 10^{-1} (8.39 \cdot 10^{-2})$	$1.17 \cdot 10^0 (2.62 \cdot 10^{-1})$	$1.90 \cdot 10^0 (4.10 \cdot 10^{-1})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$4.31 \cdot 10^{-1} (2.77 \cdot 10^{-2})$	$5.92 \cdot 10^{-1} (6.18 \cdot 10^{-2})$	$1.03 \cdot 10^0 (2.16 \cdot 10^{-1})$	$6.22 \cdot 10^{-1} (8.42 \cdot 10^{-2})$	$9.49 \cdot 10^{-1} (2.56 \cdot 10^{-1})$	$1.80 \cdot 10^0 (3.83 \cdot 10^{-1})$

$R^*(S^{\text{SPE}})$	
$v = 1/2$	$2.81 \cdot 10^{-1} (1.48 \cdot 10^{-2})$
$v = 3/2$	$2.75 \cdot 10^{-1} (1.36 \cdot 10^{-2})$
$v = 5/2$	$2.84 \cdot 10^{-1} (1.31 \cdot 10^{-2})$
$v = 7/2$	$2.93 \cdot 10^{-1} (1.31 \cdot 10^{-2})$
$v = 9/2$	$2.97 \cdot 10^{-1} (1.34 \cdot 10^{-2})$
$v = \infty$	$3.14 \cdot 10^{-1} (1.25 \cdot 10^{-2})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$2.52 \cdot 10^{-1} (1.26 \cdot 10^{-2})$

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	
NLL/SPE	$4.08 \cdot 10^{-1} (2.29 \cdot 10^{-2})$
linear	$7.12 \cdot 10^{-1} (2.27 \cdot 10^{-2})$
1NN	$4.53 \cdot 10^{-1} (2.02 \cdot 10^{-2})$
2NN	$4.20 \cdot 10^{-1} (1.73 \cdot 10^{-2})$

Averages of $R(\theta; S^{\text{CRPS}})$.

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$2.70 \cdot 10^{-1} (8.16 \cdot 10^{-3})$	$2.70 \cdot 10^{-1} (8.41 \cdot 10^{-3})$	$2.75 \cdot 10^{-1} (9.99 \cdot 10^{-3})$	$2.63 \cdot 10^{-1} (7.87 \cdot 10^{-3})$	$3.32 \cdot 10^{-1} (8.31 \cdot 10^{-3})$	$2.83 \cdot 10^{-1} (1.00 \cdot 10^{-2})$
$v = 3/2$	$2.86 \cdot 10^{-1} (9.70 \cdot 10^{-3})$	$3.14 \cdot 10^{-1} (1.13 \cdot 10^{-2})$	$3.20 \cdot 10^{-1} (1.30 \cdot 10^{-2})$	$2.98 \cdot 10^{-1} (9.76 \cdot 10^{-3})$	$3.38 \cdot 10^{-1} (1.10 \cdot 10^{-2})$	$3.63 \cdot 10^{-1} (1.46 \cdot 10^{-2})$
$v = 5/2$	$3.02 \cdot 10^{-1} (1.02 \cdot 10^{-2})$	$3.33 \cdot 10^{-1} (1.14 \cdot 10^{-2})$	$3.45 \cdot 10^{-1} (1.32 \cdot 10^{-2})$	$3.20 \cdot 10^{-1} (1.08 \cdot 10^{-2})$	$3.40 \cdot 10^{-1} (1.07 \cdot 10^{-2})$	$3.96 \cdot 10^{-1} (1.61 \cdot 10^{-2})$
$v = 7/2$	$3.10 \cdot 10^{-1} (1.02 \cdot 10^{-2})$	$3.45 \cdot 10^{-1} (1.21 \cdot 10^{-2})$	$3.61 \cdot 10^{-1} (1.48 \cdot 10^{-2})$	$3.40 \cdot 10^{-1} (1.26 \cdot 10^{-2})$	$3.46 \cdot 10^{-1} (1.09 \cdot 10^{-2})$	$4.33 \cdot 10^{-1} (1.90 \cdot 10^{-2})$
$v = 9/2$	$3.12 \cdot 10^{-1} (1.00 \cdot 10^{-2})$	$3.47 \cdot 10^{-1} (1.19 \cdot 10^{-2})$	$3.70 \cdot 10^{-1} (1.61 \cdot 10^{-2})$	$3.47 \cdot 10^{-1} (1.46 \cdot 10^{-2})$	$3.58 \cdot 10^{-1} (1.19 \cdot 10^{-2})$	$4.73 \cdot 10^{-1} (2.48 \cdot 10^{-2})$
$v = \infty$	$3.26 \cdot 10^{-1} (9.35 \cdot 10^{-3})$	$3.78 \cdot 10^{-1} (1.75 \cdot 10^{-2})$	$4.08 \cdot 10^{-1} (2.09 \cdot 10^{-2})$	$3.68 \cdot 10^{-1} (1.71 \cdot 10^{-2})$	$4.45 \cdot 10^{-1} (2.37 \cdot 10^{-2})$	$5.35 \cdot 10^{-1} (3.16 \cdot 10^{-2})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$2.96 \cdot 10^{-1} (1.04 \cdot 10^{-2})$	$3.51 \cdot 10^{-1} (1.45 \cdot 10^{-2})$	$4.07 \cdot 10^{-1} (2.51 \cdot 10^{-2})$	$3.53 \cdot 10^{-1} (1.89 \cdot 10^{-2})$	$4.03 \cdot 10^{-1} (2.07 \cdot 10^{-2})$	$5.31 \cdot 10^{-1} (2.89 \cdot 10^{-2})$

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	
NLL/SPE	$2.96 \cdot 10^{-1} (9.69 \cdot 10^{-3})$

Averages of $R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$.

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$3.97 \cdot 10^0 (1.41 \cdot 10^{-1})$	$4.18 \cdot 10^0 (1.48 \cdot 10^{-1})$	$4.34 \cdot 10^0 (1.99 \cdot 10^{-1})$	$4.45 \cdot 10^0 (1.62 \cdot 10^{-1})$	$4.72 \cdot 10^0 (1.73 \cdot 10^{-1})$	$4.41 \cdot 10^0 (1.75 \cdot 10^{-1})$
$v = 3/2$	$4.98 \cdot 10^0 (2.19 \cdot 10^{-1})$	$5.68 \cdot 10^0 (2.82 \cdot 10^{-1})$	$6.05 \cdot 10^0 (3.55 \cdot 10^{-1})$	$5.69 \cdot 10^0 (2.66 \cdot 10^{-1})$	$5.53 \cdot 10^0 (3.15 \cdot 10^{-1})$	$6.69 \cdot 10^0 (3.38 \cdot 10^{-1})$
$v = 5/2$	$5.40 \cdot 10^0 (2.30 \cdot 10^{-1})$	$6.06 \cdot 10^0 (2.93 \cdot 10^{-1})$	$6.51 \cdot 10^0 (3.89 \cdot 10^{-1})$	$6.32 \cdot 10^0 (3.50 \cdot 10^{-1})$	$5.32 \cdot 10^0 (2.60 \cdot 10^{-1})$	$7.17 \cdot 10^0 (3.69 \cdot 10^{-1})$
$v = 7/2$	$5.59 \cdot 10^0 (2.33 \cdot 10^{-1})$	$6.34 \cdot 10^0 (3.05 \cdot 10^{-1})$	$6.78 \cdot 10^0 (3.70 \cdot 10^{-1})$	$6.72 \cdot 10^0 (3.67 \cdot 10^{-1})$	$5.29 \cdot 10^0 (2.28 \cdot 10^{-1})$	$7.62 \cdot 10^0 (3.79 \cdot 10^{-1})$
$v = 9/2$	$5.63 \cdot 10^0 (2.25 \cdot 10^{-1})$	$6.28 \cdot 10^0 (2.88 \cdot 10^{-1})$	$7.00 \cdot 10^0 (4.13 \cdot 10^{-1})$	$6.88 \cdot 10^0 (4.24 \cdot 10^{-1})$	$5.44 \cdot 10^0 (2.24 \cdot 10^{-1})$	$8.25 \cdot 10^0 (5.00 \cdot 10^{-1})$
$v = \infty$	$5.91 \cdot 10^0 (2.10 \cdot 10^{-1})$	$6.75 \cdot 10^0 (3.84 \cdot 10^{-1})$	$7.95 \cdot 10^0 (5.38 \cdot 10^{-1})$	$7.41 \cdot 10^0 (5.25 \cdot 10^{-1})$	$6.41 \cdot 10^0 (2.93 \cdot 10^{-1})$	$9.66 \cdot 10^0 (6.66 \cdot 10^{-1})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$5.36 \cdot 10^0 (2.24 \cdot 10^{-1})$	$6.72 \cdot 10^0 (3.51 \cdot 10^{-1})$	$8.27 \cdot 10^0 (5.69 \cdot 10^{-1})$	$7.72 \cdot 10^0 (5.63 \cdot 10^{-1})$	$5.90 \cdot 10^0 (2.78 \cdot 10^{-1})$	$9.79 \cdot 10^0 (6.49 \cdot 10^{-1})$

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	
NLL/SPE	$5.32 \cdot 10^0 (2.27 \cdot 10^{-1})$

SM2.2.23. GKLS C^2 , $n = 40$, $d = 2$.

Averages of $R(\theta; S^{\text{SPE}})$.

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$1.77 \cdot 10^{-1} (1.01 \cdot 10^{-2})$	$1.74 \cdot 10^{-1} (1.02 \cdot 10^{-2})$	$1.74 \cdot 10^{-1} (1.02 \cdot 10^{-2})$	$1.67 \cdot 10^{-1} (1.00 \cdot 10^{-2})$	$2.63 \cdot 10^{-1} (1.46 \cdot 10^{-2})$	$1.81 \cdot 10^{-1} (1.13 \cdot 10^{-2})$
$v = 3/2$	$1.86 \cdot 10^{-1} (1.01 \cdot 10^{-2})$	$2.03 \cdot 10^{-1} (1.14 \cdot 10^{-2})$	$2.10 \cdot 10^{-1} (1.22 \cdot 10^{-2})$	$1.91 \cdot 10^{-1} (1.07 \cdot 10^{-2})$	$2.86 \cdot 10^{-1} (2.91 \cdot 10^{-2})$	$2.98 \cdot 10^{-1} (4.18 \cdot 10^{-2})$
$v = 5/2$	$1.97 \cdot 10^{-1} (1.03 \cdot 10^{-2})$	$2.34 \cdot 10^{-1} (1.51 \cdot 10^{-2})$	$2.92 \cdot 10^{-1} (5.45 \cdot 10^{-2})$	$2.12 \cdot 10^{-1} (1.26 \cdot 10^{-2})$	$3.21 \cdot 10^{-1} (3.19 \cdot 10^{-2})$	$3.44 \cdot 10^{-1} (2.79 \cdot 10^{-2})$
$v = 7/2$	$2.03 \cdot 10^{-1} (1.03 \cdot 10^{-2})$	$2.50 \cdot 10^{-1} (1.72 \cdot 10^{-2})$	$3.15 \cdot 10^{-1} (5.06 \cdot 10^{-2})$	$2.31 \cdot 10^{-1} (1.52 \cdot 10^{-2})$	$4.09 \cdot 10^{-1} (5.80 \cdot 10^{-2})$	$8.19 \cdot 10^{-1} (2.20 \cdot 10^{-1})$
$v = 9/2$	$2.09 \cdot 10^{-1} (1.06 \cdot 10^{-2})$	$2.52 \cdot 10^{-1} (1.74 \cdot 10^{-2})$	$3.30 \cdot 10^{-1} (4.57 \cdot 10^{-2})$	$2.40 \cdot 10^{-1} (1.67 \cdot 10^{-2})$	$5.71 \cdot 10^{-1} (1.06 \cdot 10^{-1})$	$1.55 \cdot 10^0 (5.61 \cdot 10^{-1})$
$v \in \{1/2, \dots, 9/2\}$	$1.93 \cdot 10^{-1} (1.05 \cdot 10^{-2})$	$2.26 \cdot 10^{-1} (1.81 \cdot 10^{-2})$	$3.22 \cdot 10^{-1} (5.67 \cdot 10^{-2})$	$2.03 \cdot 10^{-1} (1.49 \cdot 10^{-2})$	$4.51 \cdot 10^{-1} (7.99 \cdot 10^{-2})$	$1.56 \cdot 10^0 (5.61 \cdot 10^{-1})$

$R^*(S^{\text{SPE}})$	
$v = 1/2$	$1.48 \cdot 10^{-1} (9.07 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$1.34 \cdot 10^{-1} (7.67 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$1.39 \cdot 10^{-1} (7.58 \cdot 10^{-3})$
$v = 7/2$	$1.43 \cdot 10^{-1} (7.65 \cdot 10^{-3})$
$v = 9/2$	$1.46 \cdot 10^{-1} (7.70 \cdot 10^{-3})$
$v \in \{1/2, \dots, 9/2\}$	$1.26 \cdot 10^{-1} (7.71 \cdot 10^{-3})$

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	
NLL/SPE	$1.88 \cdot 10^{-1} (1.03 \cdot 10^{-2})$
linear	$6.90 \cdot 10^{-1} (2.15 \cdot 10^{-2})$
1NN	$2.70 \cdot 10^{-1} (1.24 \cdot 10^{-2})$
2NN	$2.40 \cdot 10^{-1} (1.18 \cdot 10^{-2})$

Averages of $R(\theta; S^{\text{CRPS}})$.

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$1.97 \cdot 10^{-1} (4.68 \cdot 10^{-3})$	$1.93 \cdot 10^{-1} (4.48 \cdot 10^{-3})$	$1.93 \cdot 10^{-1} (4.54 \cdot 10^{-3})$	$1.76 \cdot 10^{-1} (4.54 \cdot 10^{-3})$	$2.48 \cdot 10^{-1} (6.46 \cdot 10^{-3})$	$1.96 \cdot 10^{-1} (5.24 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$1.90 \cdot 10^{-1} (4.64 \cdot 10^{-3})$	$1.99 \cdot 10^{-1} (5.08 \cdot 10^{-3})$	$1.99 \cdot 10^{-1} (5.22 \cdot 10^{-3})$	$1.88 \cdot 10^{-1} (4.87 \cdot 10^{-3})$	$2.39 \cdot 10^{-1} (9.67 \cdot 10^{-3})$	$2.26 \cdot 10^{-1} (1.15 \cdot 10^{-2})$
$v = 5/2$	$1.95 \cdot 10^{-1} (4.69 \cdot 10^{-3})$	$2.08 \cdot 10^{-1} (5.88 \cdot 10^{-3})$	$2.17 \cdot 10^{-1} (9.56 \cdot 10^{-3})$	$1.99 \cdot 10^{-1} (5.35 \cdot 10^{-3})$	$2.52 \cdot 10^{-1} (1.06 \cdot 10^{-2})$	$2.36 \cdot 10^{-1} (7.27 \cdot 10^{-3})$
$v = 7/2$	$1.98 \cdot 10^{-1} (4.65 \cdot 10^{-3})$	$2.14 \cdot 10^{-1} (5.96 \cdot 10^{-3})$	$2.25 \cdot 10^{-1} (9.43 \cdot 10^{-3})$	$2.06 \cdot 10^{-1} (5.49 \cdot 10^{-3})$	$2.76 \cdot 10^{-1} (1.48 \cdot 10^{-2})$	$2.79 \cdot 10^{-1} (1.23 \cdot 10^{-2})$
$v = 9/2$	$2.02 \cdot 10^{-1} (4.79 \cdot 10^{-3})$	$2.15 \cdot 10^{-1} (5.71 \cdot 10^{-3})$	$2.29 \cdot 10^{-1} (9.07 \cdot 10^{-3})$	$2.09 \cdot 10^{-1} (5.57 \cdot 10^{-3})$	$3.07 \cdot 10^{-1} (2.08 \cdot 10^{-2})$	$3.23 \cdot 10^{-1} (1.89 \cdot 10^{-2})$
$v \in \{1/2, \dots, 9/2\}$	$1.94 \cdot 10^{-1} (4.70 \cdot 10^{-3})$	$2.04 \cdot 10^{-1} (5.99 \cdot 10^{-3})$	$2.24 \cdot 10^{-1} (1.04 \cdot 10^{-2})$	$1.88 \cdot 10^{-1} (5.82 \cdot 10^{-3})$	$2.85 \cdot 10^{-1} (1.60 \cdot 10^{-2})$	$3.25 \cdot 10^{-1} (1.91 \cdot 10^{-2})$

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	
NLL/SPE	$1.93 \cdot 10^{-1} (4.52 \cdot 10^{-3})$

Averages of $R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$.

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$2.68 \cdot 10^0 (8.49 \cdot 10^{-2})$	$2.71 \cdot 10^0 (8.94 \cdot 10^{-2})$	$2.71 \cdot 10^0 (9.10 \cdot 10^{-2})$	$2.93 \cdot 10^0 (1.08 \cdot 10^{-1})$	$3.32 \cdot 10^0 (1.08 \cdot 10^{-1})$	$2.77 \cdot 10^0 (1.02 \cdot 10^{-1})$
$v = 3/2$	$2.85 \cdot 10^0 (1.04 \cdot 10^{-1})$	$3.06 \cdot 10^0 (1.19 \cdot 10^{-1})$	$3.11 \cdot 10^0 (1.21 \cdot 10^{-1})$	$3.41 \cdot 10^0 (1.41 \cdot 10^{-1})$	$3.37 \cdot 10^0 (1.55 \cdot 10^{-1})$	$3.72 \cdot 10^0 (2.63 \cdot 10^{-1})$
$v = 5/2$	$3.03 \cdot 10^0 (1.12 \cdot 10^{-1})$	$3.27 \cdot 10^0 (1.38 \cdot 10^{-1})$	$3.65 \cdot 10^0 (2.81 \cdot 10^{-1})$	$3.56 \cdot 10^0 (1.57 \cdot 10^{-1})$	$3.62 \cdot 10^0 (1.69 \cdot 10^{-1})$	$3.78 \cdot 10^0 (1.51 \cdot 10^{-1})$
$v = 7/2$	$3.13 \cdot 10^0 (1.17 \cdot 10^{-1})$	$3.41 \cdot 10^0 (1.48 \cdot 10^{-1})$	$3.81 \cdot 10^0 (2.58 \cdot 10^{-1})$	$3.71 \cdot 10^0 (1.62 \cdot 10^{-1})$	$3.99 \cdot 10^0 (2.17 \cdot 10^{-1})$	$4.30 \cdot 10^0 (1.76 \cdot 10^{-1})$
$v = 9/2$	$3.21 \cdot 10^0 (1.20 \cdot 10^{-1})$	$3.44 \cdot 10^0 (1.46 \cdot 10^{-1})$	$3.91 \cdot 10^0 (2.37 \cdot 10^{-1})$	$3.80 \cdot 10^0 (1.67 \cdot 10^{-1})$	$4.37 \cdot 10^0 (2.85 \cdot 10^{-1})$	$4.80 \cdot 10^0 (2.32 \cdot 10^{-1})$
$v \in \{1/2, \dots, 9/2\}$	$2.97 \cdot 10^0 (1.08 \cdot 10^{-1})$	$3.26 \cdot 10^0 (1.39 \cdot 10^{-1})$	$3.87 \cdot 10^0 (2.93 \cdot 10^{-1})$	$3.52 \cdot 10^0 (1.61 \cdot 10^{-1})$	$4.00 \cdot 10^0 (2.22 \cdot 10^{-1})$	$4.90 \cdot 10^0 (2.44 \cdot 10^{-1})$

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	
NLL/SPE	$2.94 \cdot 10^0 (1.06 \cdot 10^{-1})$

SM2.2.24. GKLS C^2 , $n = 100$, $d = 2$.

Averages of $R(\theta; S^{\text{SPE}})$.

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$6.16 \cdot 10^{-2} (3.48 \cdot 10^{-3})$	$6.25 \cdot 10^{-2} (3.73 \cdot 10^{-3})$	$6.10 \cdot 10^{-2} (3.53 \cdot 10^{-3})$	$6.04 \cdot 10^{-2} (3.46 \cdot 10^{-3})$	$1.57 \cdot 10^{-1} (1.15 \cdot 10^{-2})$	$6.06 \cdot 10^{-2} (3.45 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$4.21 \cdot 10^{-2} (2.62 \cdot 10^{-3})$	$4.56 \cdot 10^{-2} (3.69 \cdot 10^{-3})$	$4.19 \cdot 10^{-2} (2.63 \cdot 10^{-3})$	$4.20 \cdot 10^{-2} (2.89 \cdot 10^{-3})$	$1.89 \cdot 10^{-1} (2.15 \cdot 10^{-2})$	$4.44 \cdot 10^{-2} (2.77 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$4.04 \cdot 10^{-2} (2.38 \cdot 10^{-3})$	$4.48 \cdot 10^{-2} (3.37 \cdot 10^{-3})$	$4.39 \cdot 10^{-2} (3.15 \cdot 10^{-3})$	$4.00 \cdot 10^{-2} (2.35 \cdot 10^{-3})$	$2.22 \cdot 10^{-1} (2.70 \cdot 10^{-2})$	$6.19 \cdot 10^{-2} (5.83 \cdot 10^{-3})$
$v = 7/2$	$4.10 \cdot 10^{-2} (2.32 \cdot 10^{-3})$	$4.43 \cdot 10^{-2} (3.15 \cdot 10^{-3})$	$4.68 \cdot 10^{-2} (3.63 \cdot 10^{-3})$	$4.19 \cdot 10^{-2} (2.61 \cdot 10^{-3})$	$2.77 \cdot 10^{-1} (3.33 \cdot 10^{-2})$	$9.26 \cdot 10^{-2} (9.15 \cdot 10^{-3})$
$v = 9/2$	$4.20 \cdot 10^{-2} (2.31 \cdot 10^{-3})$	$4.52 \cdot 10^{-2} (3.07 \cdot 10^{-3})$	$5.05 \cdot 10^{-2} (4.32 \cdot 10^{-3})$	$4.35 \cdot 10^{-2} (2.62 \cdot 10^{-3})$	$2.87 \cdot 10^{-1} (3.29 \cdot 10^{-2})$	$1.20 \cdot 10^{-1} (1.10 \cdot 10^{-2})$
$v \in \{1/2, \dots, 9/2\}$	$4.11 \cdot 10^{-2} (2.34 \cdot 10^{-3})$	$4.49 \cdot 10^{-2} (3.38 \cdot 10^{-3})$	$4.78 \cdot 10^{-2} (4.10 \cdot 10^{-3})$	$4.19 \cdot 10^{-2} (2.71 \cdot 10^{-3})$	$2.84 \cdot 10^{-1} (3.21 \cdot 10^{-2})$	$1.19 \cdot 10^{-1} (1.10 \cdot 10^{-2})$

$R^*(S^{\text{SPE}})$	
$v = 1/2$	$5.66 \cdot 10^{-2} (3.28 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$3.49 \cdot 10^{-2} (2.14 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$3.17 \cdot 10^{-2} (1.92 \cdot 10^{-3})$
$v = 7/2$	$3.17 \cdot 10^{-2} (1.87 \cdot 10^{-3})$
$v = 9/2$	$3.22 \cdot 10^{-2} (1.86 \cdot 10^{-3})$
$v \in \{1/2, \dots, 9/2\}$	$3.01 \cdot 10^{-2} (1.82 \cdot 10^{-3})$

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	
NLL/SPE	$4.29 \cdot 10^{-2} (2.87 \cdot 10^{-3})$
linear	$6.87 \cdot 10^{-1} (2.15 \cdot 10^{-2})$
1NN	$1.32 \cdot 10^{-1} (5.50 \cdot 10^{-3})$
2NN	$1.13 \cdot 10^{-1} (5.22 \cdot 10^{-3})$

Averages of $R(\theta; S^{\text{CRPS}})$.

640

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$1.17 \cdot 10^{-1} (2.59 \cdot 10^{-3})$	$1.11 \cdot 10^{-1} (2.59 \cdot 10^{-3})$	$1.10 \cdot 10^{-1} (2.50 \cdot 10^{-3})$	$9.91 \cdot 10^{-2} (2.51 \cdot 10^{-3})$	$1.79 \cdot 10^{-1} (6.27 \cdot 10^{-3})$	$1.10 \cdot 10^{-1} (2.47 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$8.90 \cdot 10^{-2} (2.22 \cdot 10^{-3})$	$8.92 \cdot 10^{-2} (2.69 \cdot 10^{-3})$	$8.67 \cdot 10^{-2} (2.26 \cdot 10^{-3})$	$8.39 \cdot 10^{-2} (2.42 \cdot 10^{-3})$	$1.78 \cdot 10^{-1} (1.05 \cdot 10^{-2})$	$8.87 \cdot 10^{-2} (2.36 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$8.64 \cdot 10^{-2} (2.12 \cdot 10^{-3})$	$8.92 \cdot 10^{-2} (2.49 \cdot 10^{-3})$	$8.73 \cdot 10^{-2} (2.29 \cdot 10^{-3})$	$8.41 \cdot 10^{-2} (2.15 \cdot 10^{-3})$	$1.85 \cdot 10^{-1} (1.07 \cdot 10^{-2})$	$9.95 \cdot 10^{-2} (2.91 \cdot 10^{-3})$
$v = 7/2$	$8.71 \cdot 10^{-2} (2.08 \cdot 10^{-3})$	$9.05 \cdot 10^{-2} (2.40 \cdot 10^{-3})$	$9.00 \cdot 10^{-2} (2.33 \cdot 10^{-3})$	$8.68 \cdot 10^{-2} (2.19 \cdot 10^{-3})$	$2.01 \cdot 10^{-1} (1.14 \cdot 10^{-2})$	$1.18 \cdot 10^{-1} (3.79 \cdot 10^{-3})$
$v = 9/2$	$8.85 \cdot 10^{-2} (2.07 \cdot 10^{-3})$	$9.27 \cdot 10^{-2} (2.37 \cdot 10^{-3})$	$9.33 \cdot 10^{-2} (2.50 \cdot 10^{-3})$	$8.90 \cdot 10^{-2} (2.17 \cdot 10^{-3})$	$2.00 \cdot 10^{-1} (1.01 \cdot 10^{-2})$	$1.34 \cdot 10^{-1} (4.53 \cdot 10^{-3})$
$v \in \{1/2, \dots, 9/2\}$	$8.65 \cdot 10^{-2} (2.09 \cdot 10^{-3})$	$8.94 \cdot 10^{-2} (2.43 \cdot 10^{-3})$	$9.06 \cdot 10^{-2} (2.43 \cdot 10^{-3})$	$8.45 \cdot 10^{-2} (2.29 \cdot 10^{-3})$	$2.05 \cdot 10^{-1} (1.05 \cdot 10^{-2})$	$1.32 \cdot 10^{-1} (4.71 \cdot 10^{-3})$

641

642

643

644

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	
NLL/SPE	$8.80 \cdot 10^{-2} (2.24 \cdot 10^{-3})$

645

Averages of $R(\theta; S^{\text{IS}}_{0.95})$.

646

$R(\theta; S^{\text{IS}}_{0.95})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$1.64 \cdot 10^0 (4.40 \cdot 10^{-2})$	$1.62 \cdot 10^0 (4.96 \cdot 10^{-2})$	$1.60 \cdot 10^0 (4.80 \cdot 10^{-2})$	$1.94 \cdot 10^0 (6.73 \cdot 10^{-2})$	$2.49 \cdot 10^0 (1.03 \cdot 10^{-1})$	$1.59 \cdot 10^0 (4.73 \cdot 10^{-2})$
$v = 3/2$	$1.24 \cdot 10^0 (4.35 \cdot 10^{-2})$	$1.29 \cdot 10^0 (5.71 \cdot 10^{-2})$	$1.24 \cdot 10^0 (4.46 \cdot 10^{-2})$	$1.57 \cdot 10^0 (6.68 \cdot 10^{-2})$	$2.60 \cdot 10^0 (1.72 \cdot 10^{-1})$	$1.27 \cdot 10^0 (4.42 \cdot 10^{-2})$
$v = 5/2$	$1.19 \cdot 10^0 (4.22 \cdot 10^{-2})$	$1.25 \cdot 10^0 (5.21 \cdot 10^{-2})$	$1.23 \cdot 10^0 (4.65 \cdot 10^{-2})$	$1.44 \cdot 10^0 (5.11 \cdot 10^{-2})$	$2.70 \cdot 10^0 (1.82 \cdot 10^{-1})$	$1.40 \cdot 10^0 (5.78 \cdot 10^{-2})$
$v = 7/2$	$1.19 \cdot 10^0 (4.11 \cdot 10^{-2})$	$1.23 \cdot 10^0 (4.97 \cdot 10^{-2})$	$1.24 \cdot 10^0 (4.74 \cdot 10^{-2})$	$1.43 \cdot 10^0 (5.56 \cdot 10^{-2})$	$2.81 \cdot 10^0 (1.72 \cdot 10^{-1})$	$1.63 \cdot 10^0 (7.03 \cdot 10^{-2})$
$v = 9/2$	$1.20 \cdot 10^0 (4.05 \cdot 10^{-2})$	$1.24 \cdot 10^0 (4.83 \cdot 10^{-2})$	$1.30 \cdot 10^0 (5.72 \cdot 10^{-2})$	$1.43 \cdot 10^0 (5.61 \cdot 10^{-2})$	$2.72 \cdot 10^0 (1.48 \cdot 10^{-1})$	$1.79 \cdot 10^0 (7.54 \cdot 10^{-2})$
$v \in \{1/2, \dots, 9/2\}$	$1.21 \cdot 10^0 (4.13 \cdot 10^{-2})$	$1.25 \cdot 10^0 (5.27 \cdot 10^{-2})$	$1.27 \cdot 10^0 (5.02 \cdot 10^{-2})$	$1.54 \cdot 10^0 (6.21 \cdot 10^{-2})$	$2.93 \cdot 10^0 (1.75 \cdot 10^{-1})$	$1.80 \cdot 10^0 (7.77 \cdot 10^{-2})$

647

648

649

650

$R(\theta; S^{\text{IS}}_{0.95})$	
NLL/SPE	$1.22 \cdot 10^0 (4.53 \cdot 10^{-2})$

651

SM2.2.25. GKLS C^2 , $n = 50$, $d = 5$.

652

Averages of $R(\theta; S^{\text{SPE}})$.

653

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$1.14 \cdot 10^{-1} (5.12 \cdot 10^{-3})$	$9.80 \cdot 10^{-2} (4.84 \cdot 10^{-3})$	$9.85 \cdot 10^{-2} (4.90 \cdot 10^{-3})$	$9.34 \cdot 10^{-2} (4.25 \cdot 10^{-3})$	$3.52 \cdot 10^{-1} (9.45 \cdot 10^{-3})$	$1.04 \cdot 10^{-1} (6.99 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$7.06 \cdot 10^{-2} (9.70 \cdot 10^{-3})$	$7.69 \cdot 10^{-2} (9.22 \cdot 10^{-3})$	$8.00 \cdot 10^{-2} (1.08 \cdot 10^{-2})$	$6.61 \cdot 10^{-2} (8.03 \cdot 10^{-3})$	$3.03 \cdot 10^{-1} (9.39 \cdot 10^{-3})$	$9.36 \cdot 10^{-2} (1.79 \cdot 10^{-2})$
$v = 5/2$	$7.97 \cdot 10^{-2} (1.11 \cdot 10^{-2})$	$9.61 \cdot 10^{-2} (1.28 \cdot 10^{-2})$	$1.10 \cdot 10^{-1} (1.85 \cdot 10^{-2})$	$8.35 \cdot 10^{-2} (1.10 \cdot 10^{-2})$	$2.95 \cdot 10^{-1} (9.76 \cdot 10^{-3})$	$1.02 \cdot 10^{-1} (1.70 \cdot 10^{-2})$
$v = 7/2$	$8.65 \cdot 10^{-2} (1.17 \cdot 10^{-2})$	$1.25 \cdot 10^{-1} (2.05 \cdot 10^{-2})$	$1.27 \cdot 10^{-1} (2.16 \cdot 10^{-2})$	$1.12 \cdot 10^{-1} (1.76 \cdot 10^{-2})$	$2.90 \cdot 10^{-1} (9.62 \cdot 10^{-3})$	$1.26 \cdot 10^{-1} (2.02 \cdot 10^{-2})$
$v = 9/2$	$9.08 \cdot 10^{-2} (1.20 \cdot 10^{-2})$	$1.37 \cdot 10^{-1} (2.35 \cdot 10^{-2})$	$1.39 \cdot 10^{-1} (2.51 \cdot 10^{-2})$	$1.26 \cdot 10^{-1} (2.30 \cdot 10^{-2})$	$2.87 \cdot 10^{-1} (9.56 \cdot 10^{-3})$	$1.49 \cdot 10^{-1} (2.42 \cdot 10^{-2})$
$v = 11/2$	$9.35 \cdot 10^{-2} (1.22 \cdot 10^{-2})$	$1.50 \cdot 10^{-1} (2.61 \cdot 10^{-2})$	$1.54 \cdot 10^{-1} (2.70 \cdot 10^{-2})$	$1.35 \cdot 10^{-1} (2.43 \cdot 10^{-2})$	$2.86 \cdot 10^{-1} (9.66 \cdot 10^{-3})$	$1.47 \cdot 10^{-1} (2.52 \cdot 10^{-2})$
$v = 21/2$	$1.03 \cdot 10^{-1} (1.38 \cdot 10^{-2})$	$1.61 \cdot 10^{-1} (2.83 \cdot 10^{-2})$	$1.68 \cdot 10^{-1} (2.96 \cdot 10^{-2})$	$1.55 \cdot 10^{-1} (2.73 \cdot 10^{-2})$	$2.84 \cdot 10^{-1} (9.93 \cdot 10^{-3})$	$1.81 \cdot 10^{-1} (3.05 \cdot 10^{-2})$
$v = \infty$	$1.09 \cdot 10^{-1} (1.44 \cdot 10^{-2})$	$1.79 \cdot 10^{-1} (3.00 \cdot 10^{-2})$	$1.76 \cdot 10^{-1} (3.02 \cdot 10^{-2})$	$1.65 \cdot 10^{-1} (2.28 \cdot 10^{-2})$	$2.88 \cdot 10^{-1} (1.08 \cdot 10^{-2})$	$2.08 \cdot 10^{-1} (3.88 \cdot 10^{-2})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$7.16 \cdot 10^{-2} (1.07 \cdot 10^{-2})$	$1.49 \cdot 10^{-1} (2.86 \cdot 10^{-2})$	$1.45 \cdot 10^{-1} (2.10 \cdot 10^{-2})$	$1.17 \cdot 10^{-1} (2.01 \cdot 10^{-2})$	$2.90 \cdot 10^{-1} (1.09 \cdot 10^{-2})$	$1.87 \cdot 10^{-1} (3.55 \cdot 10^{-2})$

654

655

656

$R^*(S^{\text{SPE}})$	
$v = 1/2$	$8.54 \cdot 10^{-2} (3.64 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$4.52 \cdot 10^{-2} (4.24 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$4.93 \cdot 10^{-2} (4.98 \cdot 10^{-3})$
$v = 7/2$	$5.40 \cdot 10^{-2} (5.36 \cdot 10^{-3})$
$v = 9/2$	$5.69 \cdot 10^{-2} (5.68 \cdot 10^{-3})$
$v = 11/2$	$5.82 \cdot 10^{-2} (5.78 \cdot 10^{-3})$
$v = 21/2$	$6.22 \cdot 10^{-2} (6.17 \cdot 10^{-3})$
$v = \infty$	$6.54 \cdot 10^{-2} (6.69 \cdot 10^{-3})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$4.06 \cdot 10^{-2} (3.70 \cdot 10^{-3})$

657

658

659

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	
NLL/SPE	$7.09 \cdot 10^{-2} (8.30 \cdot 10^{-3})$
linear	$3.93 \cdot 10^{-1} (2.07 \cdot 10^{-2})$
1NN	$4.70 \cdot 10^{-1} (8.11 \cdot 10^{-3})$
2NN	$3.71 \cdot 10^{-1} (6.86 \cdot 10^{-3})$

660

Averages of $R(\theta; S^{\text{CRPS}})$.

661

$R(\theta; S^{CRPS})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$1.75 \cdot 10^{-1} (3.45 \cdot 10^{-3})$	$1.55 \cdot 10^{-1} (3.59 \cdot 10^{-3})$	$1.55 \cdot 10^{-1} (3.63 \cdot 10^{-3})$	$1.50 \cdot 10^{-1} (3.04 \cdot 10^{-3})$	$3.24 \cdot 10^{-1} (4.50 \cdot 10^{-3})$	$1.57 \cdot 10^{-1} (4.51 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$1.02 \cdot 10^{-1} (7.10 \cdot 10^{-3})$	$1.08 \cdot 10^{-1} (7.95 \cdot 10^{-3})$	$1.07 \cdot 10^{-1} (8.32 \cdot 10^{-3})$	$9.70 \cdot 10^{-2} (7.00 \cdot 10^{-3})$	$2.95 \cdot 10^{-1} (4.75 \cdot 10^{-3})$	$1.11 \cdot 10^{-1} (9.96 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$9.96 \cdot 10^{-2} (8.69 \cdot 10^{-3})$	$1.13 \cdot 10^{-1} (1.01 \cdot 10^{-2})$	$1.15 \cdot 10^{-1} (1.12 \cdot 10^{-2})$	$1.04 \cdot 10^{-1} (9.17 \cdot 10^{-3})$	$2.90 \cdot 10^{-1} (5.00 \cdot 10^{-3})$	$1.10 \cdot 10^{-1} (1.03 \cdot 10^{-2})$
$v = 7/2$	$1.07 \cdot 10^{-1} (9.03 \cdot 10^{-3})$	$1.31 \cdot 10^{-1} (1.19 \cdot 10^{-2})$	$1.28 \cdot 10^{-1} (1.25 \cdot 10^{-2})$	$1.24 \cdot 10^{-1} (1.12 \cdot 10^{-2})$	$2.86 \cdot 10^{-1} (4.93 \cdot 10^{-3})$	$1.24 \cdot 10^{-1} (1.15 \cdot 10^{-2})$
$v = 9/2$	$1.11 \cdot 10^{-1} (9.20 \cdot 10^{-3})$	$1.38 \cdot 10^{-1} (1.25 \cdot 10^{-2})$	$1.34 \cdot 10^{-1} (1.27 \cdot 10^{-2})$	$1.33 \cdot 10^{-1} (1.24 \cdot 10^{-2})$	$2.84 \cdot 10^{-1} (4.89 \cdot 10^{-3})$	$1.37 \cdot 10^{-1} (1.28 \cdot 10^{-2})$
$v = 11/2$	$1.14 \cdot 10^{-1} (9.33 \cdot 10^{-3})$	$1.46 \cdot 10^{-1} (1.35 \cdot 10^{-2})$	$1.44 \cdot 10^{-1} (1.36 \cdot 10^{-2})$	$1.41 \cdot 10^{-1} (1.29 \cdot 10^{-2})$	$2.83 \cdot 10^{-1} (4.93 \cdot 10^{-3})$	$1.39 \cdot 10^{-1} (1.31 \cdot 10^{-2})$
$v = 21/2$	$1.21 \cdot 10^{-1} (1.01 \cdot 10^{-2})$	$1.54 \cdot 10^{-1} (1.42 \cdot 10^{-2})$	$1.55 \cdot 10^{-1} (1.46 \cdot 10^{-2})$	$1.54 \cdot 10^{-1} (1.41 \cdot 10^{-2})$	$2.81 \cdot 10^{-1} (5.01 \cdot 10^{-3})$	$1.55 \cdot 10^{-1} (1.51 \cdot 10^{-2})$
$v = \infty$	$1.26 \cdot 10^{-1} (1.04 \cdot 10^{-2})$	$1.65 \cdot 10^{-1} (1.51 \cdot 10^{-2})$	$1.61 \cdot 10^{-1} (1.49 \cdot 10^{-2})$	$1.63 \cdot 10^{-1} (1.44 \cdot 10^{-2})$	$2.82 \cdot 10^{-1} (5.36 \cdot 10^{-3})$	$1.65 \cdot 10^{-1} (1.65 \cdot 10^{-2})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$9.41 \cdot 10^{-2} (8.24 \cdot 10^{-3})$	$1.40 \cdot 10^{-1} (1.43 \cdot 10^{-2})$	$1.43 \cdot 10^{-1} (1.31 \cdot 10^{-2})$	$1.25 \cdot 10^{-1} (1.23 \cdot 10^{-2})$	$2.83 \cdot 10^{-1} (5.44 \cdot 10^{-3})$	$1.56 \cdot 10^{-1} (1.59 \cdot 10^{-2})$

$R(\theta; S^{CRPS})$	
NLL/SPE	$9.61 \cdot 10^{-2} (8.10 \cdot 10^{-3})$

Averages of $R(\theta; S_{0.95}^{SIS})$.

$R(\theta; S_{0.95}^{SIS})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$1.79 \cdot 10^0 (3.79 \cdot 10^{-2})$	$1.73 \cdot 10^0 (4.27 \cdot 10^{-2})$	$1.74 \cdot 10^0 (4.28 \cdot 10^{-2})$	$1.77 \cdot 10^0 (4.30 \cdot 10^{-2})$	$3.01 \cdot 10^0 (4.70 \cdot 10^{-2})$	$1.76 \cdot 10^0 (4.93 \cdot 10^{-2})$
$v = 3/2$	$1.37 \cdot 10^0 (8.61 \cdot 10^{-2})$	$1.48 \cdot 10^0 (9.53 \cdot 10^{-2})$	$1.53 \cdot 10^0 (1.10 \cdot 10^{-1})$	$1.56 \cdot 10^0 (1.10 \cdot 10^{-1})$	$2.85 \cdot 10^0 (5.12 \cdot 10^{-2})$	$1.60 \cdot 10^0 (1.33 \cdot 10^{-1})$
$v = 5/2$	$1.48 \cdot 10^0 (1.08 \cdot 10^{-1})$	$1.79 \cdot 10^0 (1.38 \cdot 10^{-1})$	$1.96 \cdot 10^0 (1.81 \cdot 10^{-1})$	$1.90 \cdot 10^0 (1.50 \cdot 10^{-1})$	$2.83 \cdot 10^0 (5.59 \cdot 10^{-2})$	$1.85 \cdot 10^0 (1.62 \cdot 10^{-1})$
$v = 7/2$	$1.58 \cdot 10^0 (1.16 \cdot 10^{-1})$	$2.15 \cdot 10^0 (1.79 \cdot 10^{-1})$	$2.25 \cdot 10^0 (2.08 \cdot 10^{-1})$	$2.41 \cdot 10^0 (2.24 \cdot 10^{-1})$	$2.81 \cdot 10^0 (5.48 \cdot 10^{-2})$	$2.15 \cdot 10^0 (1.94 \cdot 10^{-1})$
$v = 9/2$	$1.65 \cdot 10^0 (1.19 \cdot 10^{-1})$	$2.35 \cdot 10^0 (2.07 \cdot 10^{-1})$	$2.42 \cdot 10^0 (2.27 \cdot 10^{-1})$	$2.63 \cdot 10^0 (2.49 \cdot 10^{-1})$	$2.79 \cdot 10^0 (5.43 \cdot 10^{-2})$	$2.46 \cdot 10^0 (2.24 \cdot 10^{-1})$
$v = 11/2$	$1.69 \cdot 10^0 (1.22 \cdot 10^{-1})$	$2.54 \cdot 10^0 (2.29 \cdot 10^{-1})$	$2.66 \cdot 10^0 (2.49 \cdot 10^{-1})$	$2.84 \cdot 10^0 (2.68 \cdot 10^{-1})$	$2.79 \cdot 10^0 (5.48 \cdot 10^{-2})$	$2.48 \cdot 10^0 (2.27 \cdot 10^{-1})$
$v = 21/2$	$1.81 \cdot 10^0 (1.33 \cdot 10^{-1})$	$2.78 \cdot 10^0 (2.62 \cdot 10^{-1})$	$2.90 \cdot 10^0 (2.74 \cdot 10^{-1})$	$3.25 \cdot 10^0 (3.12 \cdot 10^{-1})$	$2.78 \cdot 10^0 (5.63 \cdot 10^{-2})$	$2.91 \cdot 10^0 (2.83 \cdot 10^{-1})$
$v = \infty$	$1.91 \cdot 10^0 (1.40 \cdot 10^{-1})$	$3.11 \cdot 10^0 (2.88 \cdot 10^{-1})$	$3.18 \cdot 10^0 (3.03 \cdot 10^{-1})$	$3.50 \cdot 10^0 (3.08 \cdot 10^{-1})$	$2.82 \cdot 10^0 (6.06 \cdot 10^{-2})$	$3.13 \cdot 10^0 (3.10 \cdot 10^{-1})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$1.41 \cdot 10^0 (1.08 \cdot 10^{-1})$	$2.67 \cdot 10^0 (2.84 \cdot 10^{-1})$	$2.83 \cdot 10^0 (2.56 \cdot 10^{-1})$	$2.65 \cdot 10^0 (2.79 \cdot 10^{-1})$	$2.83 \cdot 10^0 (6.09 \cdot 10^{-2})$	$2.99 \cdot 10^0 (3.02 \cdot 10^{-1})$

$R(\theta; S_{0.95}^{SIS})$	
NLL/SPE	$1.44 \cdot 10^0 (1.04 \cdot 10^{-1})$

SM2.2.26. GKLS C^2 , $n = 100$, $d = 5$.

Averages of $R(\theta; S^{SPE})$.

$R(\theta; S^{SPE})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$4.99 \cdot 10^{-2} (2.90 \cdot 10^{-3})$	$4.91 \cdot 10^{-2} (2.89 \cdot 10^{-3})$	$4.88 \cdot 10^{-2} (2.85 \cdot 10^{-3})$	$4.78 \cdot 10^{-2} (2.82 \cdot 10^{-3})$	$2.38 \cdot 10^{-1} (7.15 \cdot 10^{-3})$	$4.91 \cdot 10^{-2} (2.91 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$3.94 \cdot 10^{-2} (3.30 \cdot 10^{-3})$	$4.35 \cdot 10^{-2} (3.46 \cdot 10^{-3})$	$4.43 \cdot 10^{-2} (3.43 \cdot 10^{-3})$	$4.06 \cdot 10^{-2} (3.15 \cdot 10^{-3})$	$1.93 \cdot 10^{-1} (7.56 \cdot 10^{-3})$	$4.63 \cdot 10^{-2} (3.81 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$5.07 \cdot 10^{-2} (4.23 \cdot 10^{-3})$	$6.33 \cdot 10^{-2} (5.69 \cdot 10^{-3})$	$6.33 \cdot 10^{-2} (5.38 \cdot 10^{-3})$	$5.88 \cdot 10^{-2} (4.84 \cdot 10^{-3})$	$1.91 \cdot 10^{-1} (9.01 \cdot 10^{-3})$	$7.18 \cdot 10^{-2} (6.80 \cdot 10^{-3})$
$v = 7/2$	$5.77 \cdot 10^{-2} (4.74 \cdot 10^{-3})$	$6.91 \cdot 10^{-2} (5.35 \cdot 10^{-3})$	$7.62 \cdot 10^{-2} (6.73 \cdot 10^{-3})$	$7.09 \cdot 10^{-2} (6.26 \cdot 10^{-3})$	$1.84 \cdot 10^{-1} (8.22 \cdot 10^{-3})$	$9.41 \cdot 10^{-2} (1.25 \cdot 10^{-2})$
$v = 9/2$	$6.18 \cdot 10^{-2} (5.04 \cdot 10^{-3})$	$7.95 \cdot 10^{-2} (6.87 \cdot 10^{-3})$	$8.58 \cdot 10^{-2} (8.04 \cdot 10^{-3})$	$7.62 \cdot 10^{-2} (6.89 \cdot 10^{-3})$	$1.80 \cdot 10^{-1} (7.87 \cdot 10^{-3})$	$1.00 \cdot 10^{-1} (1.08 \cdot 10^{-2})$
$v = 11/2$	$6.52 \cdot 10^{-2} (5.33 \cdot 10^{-3})$	$9.16 \cdot 10^{-2} (1.09 \cdot 10^{-2})$	$8.54 \cdot 10^{-2} (7.91 \cdot 10^{-3})$	$8.32 \cdot 10^{-2} (7.72 \cdot 10^{-3})$	$1.79 \cdot 10^{-1} (7.86 \cdot 10^{-3})$	$1.08 \cdot 10^{-1} (1.16 \cdot 10^{-2})$
$v = 21/2$	$6.96 \cdot 10^{-2} (5.29 \cdot 10^{-3})$	$1.00 \cdot 10^{-1} (1.18 \cdot 10^{-2})$	$1.03 \cdot 10^{-1} (1.19 \cdot 10^{-2})$	$9.30 \cdot 10^{-2} (1.01 \cdot 10^{-2})$	$1.81 \cdot 10^{-1} (8.44 \cdot 10^{-3})$	$1.19 \cdot 10^{-1} (1.26 \cdot 10^{-2})$
$v = \infty$	$7.66 \cdot 10^{-2} (5.77 \cdot 10^{-3})$	$1.10 \cdot 10^{-1} (1.28 \cdot 10^{-2})$	$1.18 \cdot 10^{-1} (1.33 \cdot 10^{-2})$	$9.85 \cdot 10^{-2} (8.72 \cdot 10^{-3})$	$1.85 \cdot 10^{-1} (9.56 \cdot 10^{-3})$	$1.30 \cdot 10^{-1} (1.40 \cdot 10^{-2})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$4.05 \cdot 10^{-2} (3.67 \cdot 10^{-3})$	$5.90 \cdot 10^{-2} (5.93 \cdot 10^{-3})$	$7.30 \cdot 10^{-2} (6.72 \cdot 10^{-3})$	$4.66 \cdot 10^{-2} (3.71 \cdot 10^{-3})$	$1.85 \cdot 10^{-1} (9.56 \cdot 10^{-3})$	$1.11 \cdot 10^{-1} (1.23 \cdot 10^{-2})$

$R^*(S^{SPE})$	
$v = 1/2$	$4.64 \cdot 10^{-2} (2.70 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$3.16 \cdot 10^{-2} (2.28 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$3.75 \cdot 10^{-2} (2.67 \cdot 10^{-3})$
$v = 7/2$	$4.25 \cdot 10^{-2} (3.05 \cdot 10^{-3})$
$v = 9/2$	$4.55 \cdot 10^{-2} (3.20 \cdot 10^{-3})$
$v = 11/2$	$4.77 \cdot 10^{-2} (3.41 \cdot 10^{-3})$
$v = 21/2$	$5.20 \cdot 10^{-2} (3.71 \cdot 10^{-3})$
$v = \infty$	$5.68 \cdot 10^{-2} (4.12 \cdot 10^{-3})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$3.07 \cdot 10^{-2} (2.19 \cdot 10^{-3})$

$R(\theta; S^{SPE})$	
NLL/SPE	$4.14 \cdot 10^{-2} (3.77 \cdot 10^{-3})$
linear	$3.77 \cdot 10^{-1} (1.92 \cdot 10^{-2})$
1NN	$3.66 \cdot 10^{-1} (6.66 \cdot 10^{-3})$
2NN	$2.72 \cdot 10^{-1} (5.41 \cdot 10^{-3})$

Averages of $R(\theta; S^{CRPS})$.

SUPPLEMENTARY MATERIALS: MODEL PARAMETERS IN GAUSSIAN PROCESS INTERPOLATIONS_{SM31}

$R(\theta; S^{CRPS})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$1.11 \cdot 10^{-1} (2.37 \cdot 10^{-3})$	$1.01 \cdot 10^{-1} (2.53 \cdot 10^{-3})$	$1.00 \cdot 10^{-1} (2.51 \cdot 10^{-3})$	$9.53 \cdot 10^{-2} (2.31 \cdot 10^{-3})$	$2.64 \cdot 10^{-1} (3.92 \cdot 10^{-3})$	$1.01 \cdot 10^{-1} (2.53 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$7.57 \cdot 10^{-2} (3.39 \cdot 10^{-3})$	$8.04 \cdot 10^{-2} (3.60 \cdot 10^{-3})$	$8.03 \cdot 10^{-2} (3.55 \cdot 10^{-3})$	$7.29 \cdot 10^{-2} (3.19 \cdot 10^{-3})$	$2.34 \cdot 10^{-1} (4.56 \cdot 10^{-3})$	$8.30 \cdot 10^{-2} (3.71 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$8.62 \cdot 10^{-2} (4.16 \cdot 10^{-3})$	$9.62 \cdot 10^{-2} (4.80 \cdot 10^{-3})$	$9.46 \cdot 10^{-2} (4.62 \cdot 10^{-3})$	$9.15 \cdot 10^{-2} (4.46 \cdot 10^{-3})$	$2.31 \cdot 10^{-1} (5.39 \cdot 10^{-3})$	$9.91 \cdot 10^{-2} (5.14 \cdot 10^{-3})$
$v = 7/2$	$9.46 \cdot 10^{-2} (4.43 \cdot 10^{-3})$	$1.05 \cdot 10^{-1} (4.97 \cdot 10^{-3})$	$1.06 \cdot 10^{-1} (5.32 \cdot 10^{-3})$	$1.04 \cdot 10^{-1} (4.99 \cdot 10^{-3})$	$2.25 \cdot 10^{-1} (4.97 \cdot 10^{-3})$	$1.14 \cdot 10^{-1} (6.28 \cdot 10^{-3})$
$v = 9/2$	$9.97 \cdot 10^{-2} (4.58 \cdot 10^{-3})$	$1.13 \cdot 10^{-1} (5.43 \cdot 10^{-3})$	$1.13 \cdot 10^{-1} (5.85 \cdot 10^{-3})$	$1.09 \cdot 10^{-1} (5.30 \cdot 10^{-3})$	$2.22 \cdot 10^{-1} (4.77 \cdot 10^{-3})$	$1.20 \cdot 10^{-1} (6.43 \cdot 10^{-3})$
$v = 11/2$	$1.04 \cdot 10^{-1} (4.79 \cdot 10^{-3})$	$1.18 \cdot 10^{-1} (6.08 \cdot 10^{-3})$	$1.15 \cdot 10^{-1} (5.68 \cdot 10^{-3})$	$1.16 \cdot 10^{-1} (5.84 \cdot 10^{-3})$	$2.21 \cdot 10^{-1} (4.77 \cdot 10^{-3})$	$1.25 \cdot 10^{-1} (6.75 \cdot 10^{-3})$
$v = 21/2$	$1.10 \cdot 10^{-1} (4.92 \cdot 10^{-3})$	$1.27 \cdot 10^{-1} (6.52 \cdot 10^{-3})$	$1.26 \cdot 10^{-1} (6.67 \cdot 10^{-3})$	$1.25 \cdot 10^{-1} (6.25 \cdot 10^{-3})$	$2.20 \cdot 10^{-1} (5.05 \cdot 10^{-3})$	$1.34 \cdot 10^{-1} (7.24 \cdot 10^{-3})$
$v = \infty$	$1.18 \cdot 10^{-1} (5.20 \cdot 10^{-3})$	$1.35 \cdot 10^{-1} (6.94 \cdot 10^{-3})$	$1.36 \cdot 10^{-1} (7.37 \cdot 10^{-3})$	$1.32 \cdot 10^{-1} (6.53 \cdot 10^{-3})$	$2.20 \cdot 10^{-1} (5.49 \cdot 10^{-3})$	$1.40 \cdot 10^{-1} (7.71 \cdot 10^{-3})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$7.52 \cdot 10^{-2} (3.64 \cdot 10^{-3})$	$9.26 \cdot 10^{-2} (4.95 \cdot 10^{-3})$	$1.03 \cdot 10^{-1} (5.61 \cdot 10^{-3})$	$7.81 \cdot 10^{-2} (3.76 \cdot 10^{-3})$	$2.20 \cdot 10^{-1} (5.49 \cdot 10^{-3})$	$1.25 \cdot 10^{-1} (7.21 \cdot 10^{-3})$

$R(\theta; S^{CRPS})$	
NLL/SPE	$7.72 \cdot 10^{-2} (3.75 \cdot 10^{-3})$

Averages of $R(\theta; S_{0.95}^{SIS})$.

$R(\theta; S_{0.95}^{SIS})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$1.43 \cdot 10^0 (3.21 \cdot 10^{-2})$	$1.31 \cdot 10^0 (3.64 \cdot 10^{-2})$	$1.31 \cdot 10^0 (3.64 \cdot 10^{-2})$	$1.40 \cdot 10^0 (4.12 \cdot 10^{-2})$	$2.46 \cdot 10^0 (3.70 \cdot 10^{-2})$	$1.31 \cdot 10^0 (3.66 \cdot 10^{-2})$
$v = 3/2$	$1.20 \cdot 10^0 (4.78 \cdot 10^{-2})$	$1.27 \cdot 10^0 (5.28 \cdot 10^{-2})$	$1.30 \cdot 10^0 (5.33 \cdot 10^{-2})$	$1.42 \cdot 10^0 (6.21 \cdot 10^{-2})$	$2.28 \cdot 10^0 (4.76 \cdot 10^{-2})$	$1.31 \cdot 10^0 (5.45 \cdot 10^{-2})$
$v = 5/2$	$1.37 \cdot 10^0 (5.48 \cdot 10^{-2})$	$1.58 \cdot 10^0 (7.46 \cdot 10^{-2})$	$1.59 \cdot 10^0 (6.94 \cdot 10^{-2})$	$1.81 \cdot 10^0 (8.45 \cdot 10^{-2})$	$2.29 \cdot 10^0 (5.85 \cdot 10^{-2})$	$1.66 \cdot 10^0 (8.02 \cdot 10^{-2})$
$v = 7/2$	$1.47 \cdot 10^0 (5.70 \cdot 10^{-2})$	$1.63 \cdot 10^0 (7.08 \cdot 10^{-2})$	$1.75 \cdot 10^0 (8.08 \cdot 10^{-2})$	$1.94 \cdot 10^0 (9.34 \cdot 10^{-2})$	$2.24 \cdot 10^0 (5.30 \cdot 10^{-2})$	$1.85 \cdot 10^0 (1.08 \cdot 10^{-1})$
$v = 9/2$	$1.52 \cdot 10^0 (5.83 \cdot 10^{-2})$	$1.72 \cdot 10^0 (7.68 \cdot 10^{-2})$	$1.84 \cdot 10^0 (9.12 \cdot 10^{-2})$	$1.98 \cdot 10^0 (9.46 \cdot 10^{-2})$	$2.20 \cdot 10^0 (5.11 \cdot 10^{-2})$	$1.90 \cdot 10^0 (9.76 \cdot 10^{-2})$
$v = 11/2$	$1.57 \cdot 10^0 (5.98 \cdot 10^{-2})$	$1.80 \cdot 10^0 (9.00 \cdot 10^{-2})$	$1.83 \cdot 10^0 (8.52 \cdot 10^{-2})$	$2.05 \cdot 10^0 (1.01 \cdot 10^{-1})$	$2.20 \cdot 10^0 (5.14 \cdot 10^{-2})$	$1.97 \cdot 10^0 (1.03 \cdot 10^{-1})$
$v = 21/2$	$1.64 \cdot 10^0 (5.83 \cdot 10^{-2})$	$1.90 \cdot 10^0 (9.89 \cdot 10^{-2})$	$1.98 \cdot 10^0 (1.05 \cdot 10^{-1})$	$2.16 \cdot 10^0 (1.15 \cdot 10^{-1})$	$2.21 \cdot 10^0 (5.52 \cdot 10^{-2})$	$2.06 \cdot 10^0 (1.08 \cdot 10^{-1})$
$v = \infty$	$1.75 \cdot 10^0 (6.06 \cdot 10^{-2})$	$1.99 \cdot 10^0 (1.07 \cdot 10^{-1})$	$2.14 \cdot 10^0 (1.14 \cdot 10^{-1})$	$2.26 \cdot 10^0 (1.12 \cdot 10^{-1})$	$2.22 \cdot 10^0 (5.97 \cdot 10^{-2})$	$2.15 \cdot 10^0 (1.13 \cdot 10^{-1})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$1.23 \cdot 10^0 (4.99 \cdot 10^{-2})$	$1.51 \cdot 10^0 (7.21 \cdot 10^{-2})$	$1.75 \cdot 10^0 (8.75 \cdot 10^{-2})$	$1.58 \cdot 10^0 (7.18 \cdot 10^{-2})$	$2.22 \cdot 10^0 (5.97 \cdot 10^{-2})$	$2.00 \cdot 10^0 (1.09 \cdot 10^{-1})$

$R(\theta; S_{0.95}^{SIS})$	
NLL/SPE	$1.25 \cdot 10^0 (5.18 \cdot 10^{-2})$

SM2.2.27. GKLS C^2 , $n = 250$, $d = 5$.

Averages of $R(\theta; S^{SPE})$.

$R(\theta; S^{SPE})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$2.60 \cdot 10^{-2} (1.68 \cdot 10^{-3})$	$2.64 \cdot 10^{-2} (1.77 \cdot 10^{-3})$	$2.64 \cdot 10^{-2} (1.73 \cdot 10^{-3})$	$2.58 \cdot 10^{-2} (1.68 \cdot 10^{-3})$	$1.48 \cdot 10^{-1} (5.53 \cdot 10^{-3})$	$2.66 \cdot 10^{-2} (1.70 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$2.27 \cdot 10^{-2} (1.77 \cdot 10^{-3})$	$2.48 \cdot 10^{-2} (2.01 \cdot 10^{-3})$	$2.62 \cdot 10^{-2} (2.21 \cdot 10^{-3})$	$2.43 \cdot 10^{-2} (2.13 \cdot 10^{-3})$	$1.14 \cdot 10^{-1} (5.18 \cdot 10^{-3})$	$2.81 \cdot 10^{-2} (2.24 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$2.82 \cdot 10^{-2} (2.27 \cdot 10^{-3})$	$3.51 \cdot 10^{-2} (3.12 \cdot 10^{-3})$	$3.54 \cdot 10^{-2} (3.10 \cdot 10^{-3})$	$3.38 \cdot 10^{-2} (3.08 \cdot 10^{-3})$	$1.05 \cdot 10^{-1} (5.45 \cdot 10^{-3})$	$3.81 \cdot 10^{-2} (3.04 \cdot 10^{-3})$
$v = 7/2$	$3.22 \cdot 10^{-2} (2.53 \cdot 10^{-3})$	$3.98 \cdot 10^{-2} (3.82 \cdot 10^{-3})$	$4.03 \cdot 10^{-2} (3.52 \cdot 10^{-3})$	$3.86 \cdot 10^{-2} (3.43 \cdot 10^{-3})$	$1.01 \cdot 10^{-1} (5.70 \cdot 10^{-3})$	$4.46 \cdot 10^{-2} (3.49 \cdot 10^{-3})$
$v = 9/2$	$3.50 \cdot 10^{-2} (2.69 \cdot 10^{-3})$	$4.25 \cdot 10^{-2} (3.96 \cdot 10^{-3})$	$4.46 \cdot 10^{-2} (3.81 \cdot 10^{-3})$	$4.14 \cdot 10^{-2} (3.53 \cdot 10^{-3})$	$9.71 \cdot 10^{-2} (5.78 \cdot 10^{-3})$	$5.18 \cdot 10^{-2} (4.16 \cdot 10^{-3})$
$v = 11/2$	$3.72 \cdot 10^{-2} (2.79 \cdot 10^{-3})$	$4.51 \cdot 10^{-2} (4.40 \cdot 10^{-3})$	$4.67 \cdot 10^{-2} (3.96 \cdot 10^{-3})$	$4.34 \cdot 10^{-2} (3.66 \cdot 10^{-3})$	$9.24 \cdot 10^{-2} (5.56 \cdot 10^{-3})$	$5.33 \cdot 10^{-2} (4.54 \cdot 10^{-3})$
$v = 21/2$	$4.25 \cdot 10^{-2} (3.10 \cdot 10^{-3})$	$5.23 \cdot 10^{-2} (4.86 \cdot 10^{-3})$	$5.26 \cdot 10^{-2} (4.46 \cdot 10^{-3})$	$5.04 \cdot 10^{-2} (4.12 \cdot 10^{-3})$	$8.12 \cdot 10^{-2} (5.24 \cdot 10^{-3})$	$6.46 \cdot 10^{-2} (5.39 \cdot 10^{-3})$
$v = \infty$	$4.96 \cdot 10^{-2} (3.52 \cdot 10^{-3})$	$6.08 \cdot 10^{-2} (5.37 \cdot 10^{-3})$	$6.06 \cdot 10^{-2} (5.11 \cdot 10^{-3})$	$5.79 \cdot 10^{-2} (4.50 \cdot 10^{-3})$	$8.29 \cdot 10^{-2} (6.69 \cdot 10^{-3})$	$7.36 \cdot 10^{-2} (6.57 \cdot 10^{-3})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$2.33 \cdot 10^{-2} (2.22 \cdot 10^{-3})$	$2.90 \cdot 10^{-2} (3.90 \cdot 10^{-3})$	$3.42 \cdot 10^{-2} (3.40 \cdot 10^{-3})$	$2.53 \cdot 10^{-2} (2.67 \cdot 10^{-3})$	$8.29 \cdot 10^{-2} (6.69 \cdot 10^{-3})$	$5.89 \cdot 10^{-2} (5.66 \cdot 10^{-3})$

$R^*(S^{SPE})$	
$v = 1/2$	$2.51 \cdot 10^{-2} (1.59 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$1.90 \cdot 10^{-2} (1.36 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$2.23 \cdot 10^{-2} (1.49 \cdot 10^{-3})$
$v = 7/2$	$2.51 \cdot 10^{-2} (1.63 \cdot 10^{-3})$
$v = 9/2$	$2.72 \cdot 10^{-2} (1.74 \cdot 10^{-3})$
$v = 11/2$	$2.88 \cdot 10^{-2} (1.83 \cdot 10^{-3})$
$v = 21/2$	$3.28 \cdot 10^{-2} (2.07 \cdot 10^{-3})$
$v = \infty$	$3.81 \cdot 10^{-2} (2.42 \cdot 10^{-3})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$1.87 \cdot 10^{-2} (1.34 \cdot 10^{-3})$

$R(\theta; S^{SPE})$	
NLL/SPE	$2.40 \cdot 10^{-2} (2.41 \cdot 10^{-3})$
linear	$3.75 \cdot 10^{-1} (1.91 \cdot 10^{-2})$
1NN	$2.63 \cdot 10^{-1} (5.13 \cdot 10^{-3})$
2NN	$1.97 \cdot 10^{-1} (4.11 \cdot 10^{-3})$

Averages of $R(\theta; S^{CRPS})$.

$R(\theta; S^{CRPS})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$7.49 \cdot 10^{-2} (1.85 \cdot 10^{-3})$	$6.71 \cdot 10^{-2} (1.95 \cdot 10^{-3})$	$6.70 \cdot 10^{-2} (1.93 \cdot 10^{-3})$	$6.08 \cdot 10^{-2} (1.67 \cdot 10^{-3})$	$2.04 \cdot 10^{-1} (3.60 \cdot 10^{-3})$	$6.73 \cdot 10^{-2} (1.93 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$5.45 \cdot 10^{-2} (2.34 \cdot 10^{-3})$	$5.75 \cdot 10^{-2} (2.47 \cdot 10^{-3})$	$5.79 \cdot 10^{-2} (2.54 \cdot 10^{-3})$	$5.11 \cdot 10^{-2} (2.33 \cdot 10^{-3})$	$1.73 \cdot 10^{-1} (4.09 \cdot 10^{-3})$	$6.01 \cdot 10^{-2} (2.67 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$6.17 \cdot 10^{-2} (2.65 \cdot 10^{-3})$	$6.89 \cdot 10^{-2} (3.11 \cdot 10^{-3})$	$6.81 \cdot 10^{-2} (3.04 \cdot 10^{-3})$	$6.46 \cdot 10^{-2} (2.92 \cdot 10^{-3})$	$1.64 \cdot 10^{-1} (4.53 \cdot 10^{-3})$	$7.14 \cdot 10^{-2} (3.22 \cdot 10^{-3})$
$v = 7/2$	$6.78 \cdot 10^{-2} (2.80 \cdot 10^{-3})$	$7.57 \cdot 10^{-2} (3.33 \cdot 10^{-3})$	$7.50 \cdot 10^{-2} (3.29 \cdot 10^{-3})$	$7.25 \cdot 10^{-2} (3.17 \cdot 10^{-3})$	$1.58 \cdot 10^{-1} (4.78 \cdot 10^{-3})$	$7.99 \cdot 10^{-2} (3.57 \cdot 10^{-3})$
$v = 9/2$	$7.21 \cdot 10^{-2} (2.89 \cdot 10^{-3})$	$7.99 \cdot 10^{-2} (3.42 \cdot 10^{-3})$	$8.01 \cdot 10^{-2} (3.48 \cdot 10^{-3})$	$7.75 \cdot 10^{-2} (3.29 \cdot 10^{-3})$	$1.52 \cdot 10^{-1} (4.76 \cdot 10^{-3})$	$8.72 \cdot 10^{-2} (3.92 \cdot 10^{-3})$
$v = 11/2$	$7.53 \cdot 10^{-2} (2.96 \cdot 10^{-3})$	$8.29 \cdot 10^{-2} (3.50 \cdot 10^{-3})$	$8.30 \cdot 10^{-2} (3.58 \cdot 10^{-3})$	$8.04 \cdot 10^{-2} (3.37 \cdot 10^{-3})$	$1.46 \cdot 10^{-1} (4.50 \cdot 10^{-3})$	$8.93 \cdot 10^{-2} (4.04 \cdot 10^{-3})$
$v = 21/2$	$8.25 \cdot 10^{-2} (3.16 \cdot 10^{-3})$	$9.08 \cdot 10^{-2} (3.71 \cdot 10^{-3})$	$9.02 \cdot 10^{-2} (3.80 \cdot 10^{-3})$	$8.88 \cdot 10^{-2} (3.63 \cdot 10^{-3})$	$1.31 \cdot 10^{-1} (4.10 \cdot 10^{-3})$	$9.95 \cdot 10^{-2} (4.44 \cdot 10^{-3})$
$v = \infty$	$9.12 \cdot 10^{-2} (3.45 \cdot 10^{-3})$	$9.96 \cdot 10^{-2} (3.98 \cdot 10^{-3})$	$9.83 \cdot 10^{-2} (4.15 \cdot 10^{-3})$	$9.81 \cdot 10^{-2} (3.96 \cdot 10^{-3})$	$1.26 \cdot 10^{-1} (4.92 \cdot 10^{-3})$	$1.07 \cdot 10^{-1} (4.70 \cdot 10^{-3})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$5.47 \cdot 10^{-2} (2.43 \cdot 10^{-3})$	$6.04 \cdot 10^{-2} (2.80 \cdot 10^{-3})$	$6.53 \cdot 10^{-2} (3.11 \cdot 10^{-3})$	$5.18 \cdot 10^{-2} (2.43 \cdot 10^{-3})$	$1.26 \cdot 10^{-1} (4.92 \cdot 10^{-3})$	$8.88 \cdot 10^{-2} (4.72 \cdot 10^{-3})$

$R(\theta; S^{CRPS})$	
NLL/SPE	$5.59 \cdot 10^{-2} (2.55 \cdot 10^{-3})$

Averages of $R(\theta; S_{0.95}^{IS})$.

$R(\theta; S_{0.95}^{IS})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$1.08 \cdot 10^0 (2.71 \cdot 10^{-2})$	$9.95 \cdot 10^{-1} (2.95 \cdot 10^{-2})$	$9.95 \cdot 10^{-1} (2.95 \cdot 10^{-2})$	$1.08 \cdot 10^0 (3.60 \cdot 10^{-2})$	$1.99 \cdot 10^0 (3.54 \cdot 10^{-2})$	$9.99 \cdot 10^{-1} (2.95 \cdot 10^{-2})$
$v = 3/2$	$9.29 \cdot 10^{-1} (3.46 \cdot 10^{-2})$	$9.77 \cdot 10^{-1} (3.80 \cdot 10^{-2})$	$1.00 \cdot 10^0 (4.06 \cdot 10^{-2})$	$1.14 \cdot 10^0 (5.17 \cdot 10^{-2})$	$1.78 \cdot 10^0 (4.54 \cdot 10^{-2})$	$1.03 \cdot 10^0 (4.18 \cdot 10^{-2})$
$v = 5/2$	$1.02 \cdot 10^0 (3.87 \cdot 10^{-2})$	$1.14 \cdot 10^0 (4.86 \cdot 10^{-2})$	$1.15 \cdot 10^0 (4.70 \cdot 10^{-2})$	$1.33 \cdot 10^0 (6.00 \cdot 10^{-2})$	$1.72 \cdot 10^0 (5.16 \cdot 10^{-2})$	$1.19 \cdot 10^0 (4.73 \cdot 10^{-2})$
$v = 7/2$	$1.08 \cdot 10^0 (4.05 \cdot 10^{-2})$	$1.19 \cdot 10^0 (4.99 \cdot 10^{-2})$	$1.20 \cdot 10^0 (4.94 \cdot 10^{-2})$	$1.37 \cdot 10^0 (6.07 \cdot 10^{-2})$	$1.68 \cdot 10^0 (5.41 \cdot 10^{-2})$	$1.26 \cdot 10^0 (4.89 \cdot 10^{-2})$
$v = 9/2$	$1.12 \cdot 10^0 (4.15 \cdot 10^{-2})$	$1.21 \cdot 10^0 (4.97 \cdot 10^{-2})$	$1.24 \cdot 10^0 (5.09 \cdot 10^{-2})$	$1.39 \cdot 10^0 (5.96 \cdot 10^{-2})$	$1.64 \cdot 10^0 (5.49 \cdot 10^{-2})$	$1.32 \cdot 10^0 (5.27 \cdot 10^{-2})$
$v = 11/2$	$1.15 \cdot 10^0 (4.19 \cdot 10^{-2})$	$1.23 \cdot 10^0 (5.09 \cdot 10^{-2})$	$1.25 \cdot 10^0 (5.14 \cdot 10^{-2})$	$1.40 \cdot 10^0 (5.99 \cdot 10^{-2})$	$1.60 \cdot 10^0 (5.37 \cdot 10^{-2})$	$1.33 \cdot 10^0 (5.46 \cdot 10^{-2})$
$v = 21/2$	$1.23 \cdot 10^0 (4.39 \cdot 10^{-2})$	$1.30 \cdot 10^0 (5.35 \cdot 10^{-2})$	$1.31 \cdot 10^0 (5.42 \cdot 10^{-2})$	$1.47 \cdot 10^0 (6.21 \cdot 10^{-2})$	$1.52 \cdot 10^0 (5.53 \cdot 10^{-2})$	$1.42 \cdot 10^0 (5.74 \cdot 10^{-2})$
$v = \infty$	$1.33 \cdot 10^0 (4.65 \cdot 10^{-2})$	$1.37 \cdot 10^0 (5.66 \cdot 10^{-2})$	$1.38 \cdot 10^0 (5.81 \cdot 10^{-2})$	$1.54 \cdot 10^0 (6.33 \cdot 10^{-2})$	$1.53 \cdot 10^0 (6.49 \cdot 10^{-2})$	$1.49 \cdot 10^0 (6.44 \cdot 10^{-2})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$9.43 \cdot 10^{-1} (3.86 \cdot 10^{-2})$	$1.03 \cdot 10^0 (4.49 \cdot 10^{-2})$	$1.11 \cdot 10^0 (4.82 \cdot 10^{-2})$	$1.15 \cdot 10^0 (5.26 \cdot 10^{-2})$	$1.53 \cdot 10^0 (6.49 \cdot 10^{-2})$	$1.36 \cdot 10^0 (6.09 \cdot 10^{-2})$

$R(\theta; S_{0.95}^{IS})$	
NLL/SPE	$9.57 \cdot 10^{-1} (4.11 \cdot 10^{-2})$

SM2.2.28. Rosenbrock, $n = 20$, $d = 2$.

Averages of $R(\theta; S^{SPE})$.

$R(\theta; S^{SPE})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$5.06 \cdot 10^{-1} (1.51 \cdot 10^{-1})$	$3.10 \cdot 10^{-1} (6.38 \cdot 10^{-2})$	$4.11 \cdot 10^{-1} (1.09 \cdot 10^{-1})$	$2.91 \cdot 10^{-1} (6.08 \cdot 10^{-2})$	$3.46 \cdot 10^{-1} (5.28 \cdot 10^{-2})$	$4.43 \cdot 10^{-1} (1.18 \cdot 10^{-1})$
$v = 3/2$	$2.91 \cdot 10^{-1} (8.88 \cdot 10^{-2})$	$1.70 \cdot 10^{-1} (6.11 \cdot 10^{-2})$	$1.46 \cdot 10^{-1} (2.58 \cdot 10^{-2})$	$1.11 \cdot 10^{-1} (2.25 \cdot 10^{-2})$	$2.99 \cdot 10^{-1} (4.16 \cdot 10^{-2})$	$2.24 \cdot 10^{-1} (5.32 \cdot 10^{-2})$
$v = 5/2$	$1.16 \cdot 10^{-1} (2.99 \cdot 10^{-2})$	$2.25 \cdot 10^{-1} (9.13 \cdot 10^{-2})$	$6.93 \cdot 10^{-2} (1.70 \cdot 10^{-2})$	$8.22 \cdot 10^{-2} (1.96 \cdot 10^{-2})$	$2.84 \cdot 10^{-1} (3.85 \cdot 10^{-2})$	$7.42 \cdot 10^{-2} (1.80 \cdot 10^{-2})$
$v = 7/2$	$9.05 \cdot 10^{-2} (2.92 \cdot 10^{-2})$	$7.82 \cdot 10^{-2} (3.59 \cdot 10^{-2})$	$2.94 \cdot 10^{-2} (7.52 \cdot 10^{-3})$	$3.11 \cdot 10^{-2} (6.70 \cdot 10^{-3})$	$2.69 \cdot 10^{-1} (3.66 \cdot 10^{-2})$	$5.59 \cdot 10^{-2} (2.61 \cdot 10^{-2})$
$v = 9/2$	$1.70 \cdot 10^{-1} (8.49 \cdot 10^{-2})$	$1.28 \cdot 10^{-2} (2.86 \cdot 10^{-3})$	$1.12 \cdot 10^{-2} (2.29 \cdot 10^{-3})$	$1.25 \cdot 10^{-2} (3.01 \cdot 10^{-3})$	$2.59 \cdot 10^{-1} (3.55 \cdot 10^{-2})$	$4.57 \cdot 10^{-2} (2.85 \cdot 10^{-2})$
$v = \infty$	$2.29 \cdot 10^{-1} (8.78 \cdot 10^{-2})$	$6.57 \cdot 10^{-3} (1.53 \cdot 10^{-3})$	$5.28 \cdot 10^{-3} (1.35 \cdot 10^{-3})$	$6.23 \cdot 10^{-3} (1.26 \cdot 10^{-3})$	$2.09 \cdot 10^{-1} (2.78 \cdot 10^{-2})$	$5.90 \cdot 10^{-2} (3.74 \cdot 10^{-2})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$1.01 \cdot 10^{-1} (4.05 \cdot 10^{-2})$	$6.57 \cdot 10^{-3} (1.53 \cdot 10^{-3})$	$5.61 \cdot 10^{-3} (1.50 \cdot 10^{-3})$	$6.23 \cdot 10^{-3} (1.26 \cdot 10^{-3})$	$2.93 \cdot 10^{-1} (4.31 \cdot 10^{-2})$	$5.06 \cdot 10^{-2} (3.70 \cdot 10^{-2})$

$R^*(S^{SPE})$	
$v = 1/2$	$2.36 \cdot 10^{-1} (5.65 \cdot 10^{-2})$
$v = 3/2$	$8.47 \cdot 10^{-2} (2.46 \cdot 10^{-2})$
$v = 5/2$	$3.47 \cdot 10^{-2} (1.05 \cdot 10^{-2})$
$v = 7/2$	$1.75 \cdot 10^{-2} (4.89 \cdot 10^{-3})$
$v = 9/2$	$8.25 \cdot 10^{-3} (2.19 \cdot 10^{-3})$
$v = \infty$	$2.32 \cdot 10^{-3} (3.58 \cdot 10^{-4})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$1.92 \cdot 10^{-3} (3.60 \cdot 10^{-4})$

$R(\theta; S^{SPE})$	
NLL/SPE	$1.09 \cdot 10^{-1} (4.05 \cdot 10^{-2})$
linear	$1.04 \cdot 10^0 (2.39 \cdot 10^{-2})$
1NN	$4.28 \cdot 10^{-1} (5.11 \cdot 10^{-2})$
2NN	$4.42 \cdot 10^{-1} (6.57 \cdot 10^{-2})$

Averages of $R(\theta; S^{CRPS})$.

SUPPLEMENTARY MATERIALS: MODEL PARAMETERS IN GAUSSIAN PROCESS INTERPOLATIONS_{M33}

$R(\theta; S^{CRPS})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$2.73 \cdot 10^{-1} (3.83 \cdot 10^{-2})$	$2.26 \cdot 10^{-1} (1.16 \cdot 10^{-2})$	$2.47 \cdot 10^{-1} (2.96 \cdot 10^{-2})$	$1.91 \cdot 10^{-1} (1.63 \cdot 10^{-2})$	$2.66 \cdot 10^{-1} (1.09 \cdot 10^{-2})$	$2.53 \cdot 10^{-1} (3.25 \cdot 10^{-2})$
$v = 3/2$	$1.68 \cdot 10^{-1} (2.99 \cdot 10^{-2})$	$1.39 \cdot 10^{-1} (2.98 \cdot 10^{-2})$	$1.24 \cdot 10^{-1} (1.32 \cdot 10^{-2})$	$1.11 \cdot 10^{-1} (8.80 \cdot 10^{-3})$	$2.41 \cdot 10^{-1} (1.68 \cdot 10^{-2})$	$1.61 \cdot 10^{-1} (2.76 \cdot 10^{-2})$
$v = 5/2$	$9.94 \cdot 10^{-2} (1.20 \cdot 10^{-2})$	$1.59 \cdot 10^{-1} (4.55 \cdot 10^{-2})$	$8.17 \cdot 10^{-2} (1.37 \cdot 10^{-2})$	$9.12 \cdot 10^{-2} (1.55 \cdot 10^{-2})$	$2.35 \cdot 10^{-1} (1.97 \cdot 10^{-2})$	$8.56 \cdot 10^{-2} (1.43 \cdot 10^{-2})$
$v = 7/2$	$8.46 \cdot 10^{-2} (1.37 \cdot 10^{-2})$	$8.10 \cdot 10^{-2} (2.48 \cdot 10^{-2})$	$5.18 \cdot 10^{-2} (8.08 \cdot 10^{-3})$	$5.29 \cdot 10^{-2} (7.24 \cdot 10^{-3})$	$2.27 \cdot 10^{-1} (2.08 \cdot 10^{-2})$	$7.07 \cdot 10^{-2} (1.96 \cdot 10^{-2})$
$v = 9/2$	$1.09 \cdot 10^{-1} (3.09 \cdot 10^{-2})$	$3.14 \cdot 10^{-2} (2.39 \cdot 10^{-3})$	$3.14 \cdot 10^{-2} (2.30 \cdot 10^{-3})$	$2.98 \cdot 10^{-2} (2.65 \cdot 10^{-3})$	$2.21 \cdot 10^{-1} (2.16 \cdot 10^{-2})$	$6.09 \cdot 10^{-2} (2.12 \cdot 10^{-2})$
$v = \infty$	$1.48 \cdot 10^{-1} (3.47 \cdot 10^{-2})$	$2.38 \cdot 10^{-2} (2.49 \cdot 10^{-3})$	$2.18 \cdot 10^{-2} (2.21 \cdot 10^{-3})$	$2.49 \cdot 10^{-2} (3.02 \cdot 10^{-3})$	$1.98 \cdot 10^{-1} (2.54 \cdot 10^{-2})$	$6.68 \cdot 10^{-2} (2.66 \cdot 10^{-2})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$8.76 \cdot 10^{-2} (2.21 \cdot 10^{-2})$	$2.38 \cdot 10^{-2} (2.49 \cdot 10^{-3})$	$2.28 \cdot 10^{-2} (2.63 \cdot 10^{-3})$	$2.49 \cdot 10^{-2} (3.02 \cdot 10^{-3})$	$2.44 \cdot 10^{-1} (1.56 \cdot 10^{-2})$	$5.88 \cdot 10^{-2} (2.53 \cdot 10^{-2})$

$R(\theta; S^{CRPS})$	
NLL/SPE	$9.50 \cdot 10^{-2} (2.27 \cdot 10^{-2})$

Averages of $R(\theta; S_{0.95}^{IS})$.

$R(\theta; S_{0.95}^{IS})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$5.56 \cdot 10^0 (8.92 \cdot 10^{-1})$	$4.68 \cdot 10^0 (5.14 \cdot 10^{-1})$	$4.84 \cdot 10^0 (7.05 \cdot 10^{-1})$	$4.62 \cdot 10^0 (7.18 \cdot 10^{-1})$	$5.10 \cdot 10^0 (3.78 \cdot 10^{-1})$	$4.85 \cdot 10^0 (7.18 \cdot 10^{-1})$
$v = 3/2$	$3.31 \cdot 10^0 (6.83 \cdot 10^{-1})$	$2.58 \cdot 10^0 (7.55 \cdot 10^{-1})$	$2.03 \cdot 10^0 (3.25 \cdot 10^{-1})$	$2.03 \cdot 10^0 (3.71 \cdot 10^{-1})$	$4.86 \cdot 10^0 (4.32 \cdot 10^{-1})$	$2.84 \cdot 10^0 (5.80 \cdot 10^{-1})$
$v = 5/2$	$1.62 \cdot 10^0 (3.58 \cdot 10^{-1})$	$3.39 \cdot 10^0 (1.20 \cdot 10^0)$	$1.38 \cdot 10^0 (3.77 \cdot 10^{-1})$	$1.40 \cdot 10^0 (3.46 \cdot 10^{-1})$	$4.65 \cdot 10^0 (4.54 \cdot 10^{-1})$	$1.47 \cdot 10^0 (3.97 \cdot 10^{-1})$
$v = 7/2$	$1.36 \cdot 10^0 (3.33 \cdot 10^{-1})$	$1.50 \cdot 10^0 (6.96 \cdot 10^{-1})$	$7.82 \cdot 10^{-1} (2.34 \cdot 10^{-1})$	$6.64 \cdot 10^{-1} (1.59 \cdot 10^{-1})$	$4.26 \cdot 10^0 (4.02 \cdot 10^{-1})$	$1.36 \cdot 10^0 (6.09 \cdot 10^{-1})$
$v = 9/2$	$2.02 \cdot 10^0 (7.22 \cdot 10^{-1})$	$3.18 \cdot 10^{-1} (5.33 \cdot 10^{-2})$	$4.14 \cdot 10^{-1} (5.03 \cdot 10^{-2})$	$3.23 \cdot 10^{-1} (5.05 \cdot 10^{-2})$	$4.01 \cdot 10^0 (3.92 \cdot 10^{-1})$	$1.28 \cdot 10^0 (6.78 \cdot 10^{-1})$
$v = \infty$	$3.07 \cdot 10^0 (8.20 \cdot 10^{-1})$	$2.79 \cdot 10^{-1} (4.43 \cdot 10^{-2})$	$3.24 \cdot 10^{-1} (5.17 \cdot 10^{-2})$	$4.35 \cdot 10^{-1} (9.70 \cdot 10^{-2})$	$2.91 \cdot 10^0 (3.55 \cdot 10^{-1})$	$1.58 \cdot 10^0 (8.77 \cdot 10^{-1})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$1.68 \cdot 10^0 (5.83 \cdot 10^{-1})$	$2.79 \cdot 10^{-1} (4.43 \cdot 10^{-2})$	$3.48 \cdot 10^{-1} (5.93 \cdot 10^{-2})$	$4.35 \cdot 10^{-1} (9.70 \cdot 10^{-2})$	$4.64 \cdot 10^0 (4.55 \cdot 10^{-1})$	$1.44 \cdot 10^0 (8.46 \cdot 10^{-1})$

$R(\theta; S_{0.95}^{IS})$	
NLL/SPE	$1.87 \cdot 10^0 (5.94 \cdot 10^{-1})$

SM2.2.29. Rosenbrock, $n = 40$, $d = 2$.

Averages of $R(\theta; S^{SPE})$.

$R(\theta; S^{SPE})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$9.36 \cdot 10^{-2} (2.22 \cdot 10^{-2})$	$9.26 \cdot 10^{-2} (2.14 \cdot 10^{-2})$	$9.19 \cdot 10^{-2} (2.16 \cdot 10^{-2})$	$9.25 \cdot 10^{-2} (2.17 \cdot 10^{-2})$	$2.09 \cdot 10^{-1} (3.23 \cdot 10^{-2})$	$9.22 \cdot 10^{-2} (2.17 \cdot 10^{-2})$
$v = 3/2$	$1.65 \cdot 10^{-2} (5.53 \cdot 10^{-3})$	$1.44 \cdot 10^{-2} (4.72 \cdot 10^{-3})$	$1.44 \cdot 10^{-2} (4.74 \cdot 10^{-3})$	$1.42 \cdot 10^{-2} (4.66 \cdot 10^{-3})$	$4.56 \cdot 10^{-1} (2.17 \cdot 10^{-1})$	$1.48 \cdot 10^{-2} (4.87 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$3.01 \cdot 10^{-3} (1.12 \cdot 10^{-3})$	$2.86 \cdot 10^{-3} (9.27 \cdot 10^{-4})$	$3.00 \cdot 10^{-3} (9.95 \cdot 10^{-4})$	$2.95 \cdot 10^{-3} (9.73 \cdot 10^{-4})$	$1.18 \cdot 10^{-1} (2.88 \cdot 10^{-2})$	$3.17 \cdot 10^{-3} (1.07 \cdot 10^{-3})$
$v = 7/2$	$1.25 \cdot 10^{-3} (3.38 \cdot 10^{-4})$	$1.34 \cdot 10^{-3} (3.58 \cdot 10^{-4})$	$1.36 \cdot 10^{-3} (3.72 \cdot 10^{-4})$	$1.33 \cdot 10^{-3} (3.66 \cdot 10^{-4})$	$1.04 \cdot 10^{-1} (2.79 \cdot 10^{-2})$	$1.19 \cdot 10^{-3} (3.42 \cdot 10^{-4})$
$v = 9/2$	$1.00 \cdot 10^{-3} (2.34 \cdot 10^{-4})$	$9.82 \cdot 10^{-4} (2.38 \cdot 10^{-4})$	$8.90 \cdot 10^{-4} (2.17 \cdot 10^{-4})$	$8.94 \cdot 10^{-4} (2.17 \cdot 10^{-4})$	$9.66 \cdot 10^{-2} (2.71 \cdot 10^{-2})$	$9.36 \cdot 10^{-4} (2.22 \cdot 10^{-4})$
$v \in \{1/2, \dots, 9/2\}$	$1.01 \cdot 10^{-3} (2.42 \cdot 10^{-4})$	$9.73 \cdot 10^{-4} (2.36 \cdot 10^{-4})$	$1.06 \cdot 10^{-3} (2.63 \cdot 10^{-4})$	$1.03 \cdot 10^{-3} (2.52 \cdot 10^{-4})$	$1.10 \cdot 10^{-1} (2.67 \cdot 10^{-2})$	$9.36 \cdot 10^{-4} (2.22 \cdot 10^{-4})$

$R^*(S^{SPE})$	
$v = 1/2$	$8.90 \cdot 10^{-2} (2.11 \cdot 10^{-2})$
$v = 3/2$	$1.36 \cdot 10^{-2} (4.50 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$2.58 \cdot 10^{-3} (8.98 \cdot 10^{-4})$
$v = 7/2$	$1.09 \cdot 10^{-3} (3.19 \cdot 10^{-4})$
$v = 9/2$	$8.61 \cdot 10^{-4} (2.18 \cdot 10^{-4})$
$v \in \{1/2, \dots, 9/2\}$	$8.53 \cdot 10^{-4} (2.19 \cdot 10^{-4})$

$R(\theta; S^{SPE})$	
NLL/SPE	$1.04 \cdot 10^{-3} (2.42 \cdot 10^{-4})$
linear	$9.41 \cdot 10^{-1} (1.56 \cdot 10^{-2})$
1NN	$2.51 \cdot 10^{-1} (2.31 \cdot 10^{-2})$
2NN	$2.46 \cdot 10^{-1} (2.35 \cdot 10^{-2})$

Averages of $R(\theta; S^{CRPS})$.

$R(\theta; S^{CRPS})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$1.17 \cdot 10^{-1} (5.77 \cdot 10^{-3})$	$1.06 \cdot 10^{-1} (6.36 \cdot 10^{-3})$	$1.05 \cdot 10^{-1} (6.23 \cdot 10^{-3})$	$8.74 \cdot 10^{-2} (7.16 \cdot 10^{-3})$	$1.93 \cdot 10^{-1} (7.71 \cdot 10^{-3})$	$1.05 \cdot 10^{-1} (6.16 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$3.22 \cdot 10^{-2} (3.15 \cdot 10^{-3})$	$2.93 \cdot 10^{-2} (3.06 \cdot 10^{-3})$	$2.90 \cdot 10^{-2} (2.96 \cdot 10^{-3})$	$2.71 \cdot 10^{-2} (2.99 \cdot 10^{-3})$	$1.96 \cdot 10^{-1} (3.92 \cdot 10^{-2})$	$2.92 \cdot 10^{-2} (3.03 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$1.12 \cdot 10^{-2} (1.23 \cdot 10^{-3})$	$1.11 \cdot 10^{-2} (1.16 \cdot 10^{-3})$	$1.12 \cdot 10^{-2} (1.28 \cdot 10^{-3})$	$1.11 \cdot 10^{-2} (1.31 \cdot 10^{-3})$	$1.14 \cdot 10^{-1} (6.94 \cdot 10^{-3})$	$1.18 \cdot 10^{-2} (1.31 \cdot 10^{-3})$
$v = 7/2$	$7.11 \cdot 10^{-3} (6.53 \cdot 10^{-4})$	$7.51 \cdot 10^{-3} (7.64 \cdot 10^{-4})$	$7.59 \cdot 10^{-3} (8.10 \cdot 10^{-4})$	$7.47 \cdot 10^{-3} (7.90 \cdot 10^{-4})$	$1.01 \cdot 10^{-1} (7.37 \cdot 10^{-3})$	$7.24 \cdot 10^{-3} (6.88 \cdot 10^{-4})$
$v = 9/2$	$6.51 \cdot 10^{-3} (6.16 \cdot 10^{-4})$	$6.50 \cdot 10^{-3} (6.48 \cdot 10^{-4})$	$6.42 \cdot 10^{-3} (6.10 \cdot 10^{-4})$	$6.38 \cdot 10^{-3} (5.81 \cdot 10^{-4})$	$9.42 \cdot 10^{-2} (7.87 \cdot 10^{-3})$	$6.51 \cdot 10^{-3} (6.23 \cdot 10^{-4})$
$v \in \{1/2, \dots, 9/2\}$	$6.44 \cdot 10^{-3} (6.36 \cdot 10^{-4})$	$6.45 \cdot 10^{-3} (6.71 \cdot 10^{-4})$	$6.77 \cdot 10^{-3} (7.23 \cdot 10^{-4})$	$6.53 \cdot 10^{-3} (6.90 \cdot 10^{-4})$	$1.08 \cdot 10^{-1} (8.75 \cdot 10^{-3})$	$6.51 \cdot 10^{-3} (6.23 \cdot 10^{-4})$

$R(\theta; S^{CRPS})$	
NLL/SPE	$6.53 \cdot 10^{-3} (6.55 \cdot 10^{-4})$

Averages of $R(\theta; S_{0.95}^{IS})$.

749

$R(\theta; S_{0.95}^{IS})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$2.05 \cdot 10^0 (1.77 \cdot 10^{-1})$	$1.99 \cdot 10^0 (1.99 \cdot 10^{-1})$	$1.98 \cdot 10^0 (1.99 \cdot 10^{-1})$	$1.98 \cdot 10^0 (2.73 \cdot 10^{-1})$	$3.36 \cdot 10^0 (2.06 \cdot 10^{-1})$	$1.98 \cdot 10^0 (1.98 \cdot 10^{-1})$
$v = 3/2$	$5.67 \cdot 10^{-1} (8.46 \cdot 10^{-2})$	$5.70 \cdot 10^{-1} (8.62 \cdot 10^{-2})$	$5.65 \cdot 10^{-1} (8.33 \cdot 10^{-2})$	$6.36 \cdot 10^{-1} (1.15 \cdot 10^{-1})$	$3.30 \cdot 10^0 (4.83 \cdot 10^{-1})$	$5.63 \cdot 10^{-1} (8.26 \cdot 10^{-2})$
$v = 5/2$	$1.85 \cdot 10^{-1} (3.08 \cdot 10^{-2})$	$2.11 \cdot 10^{-1} (3.23 \cdot 10^{-2})$	$2.15 \cdot 10^{-1} (3.42 \cdot 10^{-2})$	$2.39 \cdot 10^{-1} (4.35 \cdot 10^{-2})$	$2.10 \cdot 10^0 (2.36 \cdot 10^{-1})$	$2.04 \cdot 10^{-1} (3.20 \cdot 10^{-2})$
$v = 7/2$	$1.15 \cdot 10^{-1} (1.55 \cdot 10^{-2})$	$1.35 \cdot 10^{-1} (2.04 \cdot 10^{-2})$	$1.40 \cdot 10^{-1} (2.20 \cdot 10^{-2})$	$1.34 \cdot 10^{-1} (2.16 \cdot 10^{-2})$	$1.89 \cdot 10^0 (2.47 \cdot 10^{-1})$	$1.20 \cdot 10^{-1} (1.71 \cdot 10^{-2})$
$v = 9/2$	$1.04 \cdot 10^{-1} (1.37 \cdot 10^{-2})$	$1.05 \cdot 10^{-1} (1.61 \cdot 10^{-2})$	$1.03 \cdot 10^{-1} (1.44 \cdot 10^{-2})$	$9.49 \cdot 10^{-2} (1.34 \cdot 10^{-2})$	$1.79 \cdot 10^0 (2.46 \cdot 10^{-1})$	$1.05 \cdot 10^{-1} (1.47 \cdot 10^{-2})$
$v \in \{1/2, \dots, 9/2\}$	$1.04 \cdot 10^{-1} (1.46 \cdot 10^{-2})$	$1.09 \cdot 10^{-1} (1.75 \cdot 10^{-2})$	$1.23 \cdot 10^{-1} (2.04 \cdot 10^{-2})$	$1.13 \cdot 10^{-1} (1.75 \cdot 10^{-2})$	$1.99 \cdot 10^0 (2.33 \cdot 10^{-1})$	$1.05 \cdot 10^{-1} (1.47 \cdot 10^{-2})$

752

753

$R(\theta; S_{0.95}^{IS})$	
NLL/SPE	$1.05 \cdot 10^{-1} (1.47 \cdot 10^{-2})$

754

SM2.2.30. Rosenbrock, $n = 100$, $d = 2$.

755

Averages of $R(\theta; S^{SPE})$.

756

$R(\theta; S^{SPE})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$5.73 \cdot 10^{-3} (7.77 \cdot 10^{-4})$	$6.92 \cdot 10^{-3} (1.03 \cdot 10^{-3})$	$5.63 \cdot 10^{-3} (7.44 \cdot 10^{-4})$	$5.67 \cdot 10^{-3} (7.45 \cdot 10^{-4})$	$5.53 \cdot 10^{-2} (1.63 \cdot 10^{-2})$	$5.76 \cdot 10^{-3} (8.12 \cdot 10^{-4})$
$v = 3/2$	$4.43 \cdot 10^{-4} (9.87 \cdot 10^{-5})$	$2.92 \cdot 10^{-4} (3.83 \cdot 10^{-5})$	$4.55 \cdot 10^{-4} (9.98 \cdot 10^{-5})$	$3.33 \cdot 10^{-4} (5.12 \cdot 10^{-5})$	$2.56 \cdot 10^{-2} (1.08 \cdot 10^{-2})$	$3.78 \cdot 10^{-4} (6.06 \cdot 10^{-5})$
$v = 5/2$	$4.69 \cdot 10^{-5} (6.82 \cdot 10^{-6})$	$4.92 \cdot 10^{-5} (5.12 \cdot 10^{-6})$	$4.73 \cdot 10^{-5} (6.72 \cdot 10^{-6})$	$4.62 \cdot 10^{-5} (6.05 \cdot 10^{-6})$	$8.59 \cdot 10^{-3} (1.85 \cdot 10^{-3})$	$6.04 \cdot 10^{-5} (7.67 \cdot 10^{-6})$
$v = 7/2$	$4.35 \cdot 10^{-5} (5.96 \cdot 10^{-6})$	$5.22 \cdot 10^{-5} (9.21 \cdot 10^{-6})$	$4.48 \cdot 10^{-5} (6.23 \cdot 10^{-6})$	$4.93 \cdot 10^{-5} (8.13 \cdot 10^{-6})$	$6.86 \cdot 10^{-3} (1.74 \cdot 10^{-3})$	$4.68 \cdot 10^{-5} (7.02 \cdot 10^{-6})$
$v = 9/2$	$6.23 \cdot 10^{-5} (1.02 \cdot 10^{-5})$	$9.40 \cdot 10^{-5} (2.56 \cdot 10^{-5})$	$6.46 \cdot 10^{-5} (1.01 \cdot 10^{-5})$	$8.93 \cdot 10^{-5} (2.30 \cdot 10^{-5})$	$6.00 \cdot 10^{-3} (1.59 \cdot 10^{-3})$	$6.80 \cdot 10^{-5} (1.13 \cdot 10^{-5})$
$v \in \{1/2, \dots, 9/2\}$	$3.55 \cdot 10^{-5} (5.04 \cdot 10^{-6})$	$4.48 \cdot 10^{-5} (8.83 \cdot 10^{-6})$	$5.97 \cdot 10^{-5} (8.50 \cdot 10^{-6})$	$3.99 \cdot 10^{-5} (7.90 \cdot 10^{-6})$	$8.73 \cdot 10^{-3} (2.23 \cdot 10^{-3})$	$6.80 \cdot 10^{-5} (1.13 \cdot 10^{-5})$

759

760

761

762

$R^*(S^{SPE})$	
$v = 1/2$	$5.17 \cdot 10^{-3} (7.00 \cdot 10^{-4})$
$v = 3/2$	$2.62 \cdot 10^{-4} (3.50 \cdot 10^{-5})$
$v = 5/2$	$3.54 \cdot 10^{-5} (3.11 \cdot 10^{-6})$
$v = 7/2$	$3.72 \cdot 10^{-5} (3.78 \cdot 10^{-6})$
$v = 9/2$	$6.10 \cdot 10^{-5} (9.97 \cdot 10^{-6})$
$v \in \{1/2, \dots, 9/2\}$	$2.85 \cdot 10^{-5} (2.45 \cdot 10^{-6})$

$R(\theta; S^{SPE})$	
NLL/SPE	$4.00 \cdot 10^{-5} (6.96 \cdot 10^{-6})$
linear	$9.23 \cdot 10^{-1} (1.34 \cdot 10^{-2})$
1NN	$1.09 \cdot 10^{-1} (6.00 \cdot 10^{-3})$
2NN	$9.51 \cdot 10^{-2} (5.23 \cdot 10^{-3})$

763

Averages of $R(\theta; S^{CRPS})$.

764

$R(\theta; S^{CRPS})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$5.64 \cdot 10^{-2} (2.95 \cdot 10^{-3})$	$4.38 \cdot 10^{-2} (3.89 \cdot 10^{-3})$	$4.14 \cdot 10^{-2} (3.20 \cdot 10^{-3})$	$2.43 \cdot 10^{-2} (1.29 \cdot 10^{-3})$	$1.11 \cdot 10^{-1} (1.12 \cdot 10^{-2})$	$4.17 \cdot 10^{-2} (3.32 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$8.41 \cdot 10^{-3} (7.59 \cdot 10^{-4})$	$6.61 \cdot 10^{-3} (6.10 \cdot 10^{-4})$	$6.91 \cdot 10^{-3} (7.62 \cdot 10^{-4})$	$5.40 \cdot 10^{-3} (4.87 \cdot 10^{-4})$	$5.77 \cdot 10^{-2} (7.09 \cdot 10^{-3})$	$6.92 \cdot 10^{-3} (6.44 \cdot 10^{-4})$
$v = 5/2$	$2.35 \cdot 10^{-3} (1.15 \cdot 10^{-4})$	$2.23 \cdot 10^{-3} (1.03 \cdot 10^{-4})$	$2.08 \cdot 10^{-3} (1.19 \cdot 10^{-4})$	$1.88 \cdot 10^{-3} (1.22 \cdot 10^{-4})$	$3.30 \cdot 10^{-2} (3.65 \cdot 10^{-3})$	$2.43 \cdot 10^{-3} (1.64 \cdot 10^{-4})$
$v = 7/2$	$1.99 \cdot 10^{-3} (1.15 \cdot 10^{-4})$	$2.07 \cdot 10^{-3} (1.64 \cdot 10^{-4})$	$1.96 \cdot 10^{-3} (1.27 \cdot 10^{-4})$	$1.94 \cdot 10^{-3} (1.58 \cdot 10^{-4})$	$2.63 \cdot 10^{-2} (3.54 \cdot 10^{-3})$	$2.01 \cdot 10^{-3} (1.42 \cdot 10^{-4})$
$v = 9/2$	$2.22 \cdot 10^{-3} (1.84 \cdot 10^{-4})$	$2.52 \cdot 10^{-3} (2.93 \cdot 10^{-4})$	$2.24 \cdot 10^{-3} (1.84 \cdot 10^{-4})$	$2.43 \cdot 10^{-3} (2.88 \cdot 10^{-4})$	$2.36 \cdot 10^{-2} (3.02 \cdot 10^{-3})$	$2.29 \cdot 10^{-3} (1.95 \cdot 10^{-4})$
$v \in \{1/2, \dots, 9/2\}$	$1.86 \cdot 10^{-3} (9.26 \cdot 10^{-5})$	$1.91 \cdot 10^{-3} (1.58 \cdot 10^{-4})$	$2.18 \cdot 10^{-3} (1.64 \cdot 10^{-4})$	$1.67 \cdot 10^{-3} (1.56 \cdot 10^{-4})$	$3.19 \cdot 10^{-2} (4.44 \cdot 10^{-3})$	$2.29 \cdot 10^{-3} (1.95 \cdot 10^{-4})$

767

768

769

Averages of $R(\theta; S_{0.95}^{IS})$.

770

$R(\theta; S_{0.95}^{IS})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$8.68 \cdot 10^{-1} (4.43 \cdot 10^{-2})$	$6.59 \cdot 10^{-1} (5.86 \cdot 10^{-2})$	$6.33 \cdot 10^{-1} (5.10 \cdot 10^{-2})$	$5.22 \cdot 10^{-1} (4.06 \cdot 10^{-2})$	$1.78 \cdot 10^0 (2.24 \cdot 10^{-1})$	$6.31 \cdot 10^{-1} (5.14 \cdot 10^{-2})$
$v = 3/2$	$1.22 \cdot 10^{-1} (1.09 \cdot 10^{-2})$	$1.03 \cdot 10^{-1} (8.93 \cdot 10^{-3})$	$1.12 \cdot 10^{-1} (1.17 \cdot 10^{-2})$	$1.16 \cdot 10^{-1} (1.07 \cdot 10^{-2})$	$8.97 \cdot 10^{-1} (1.37 \cdot 10^{-1})$	$1.10 \cdot 10^{-1} (9.12 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$3.33 \cdot 10^{-2} (1.66 \cdot 10^{-3})$	$3.51 \cdot 10^{-2} (1.75 \cdot 10^{-3})$	$3.43 \cdot 10^{-2} (2.24 \cdot 10^{-3})$	$3.87 \cdot 10^{-2} (2.69 \cdot 10^{-3})$	$5.16 \cdot 10^{-1} (6.74 \cdot 10^{-2})$	$4.00 \cdot 10^{-2} (2.26 \cdot 10^{-3})$
$v = 7/2$	$2.60 \cdot 10^{-2} (1.46 \cdot 10^{-3})$	$3.28 \cdot 10^{-2} (3.84 \cdot 10^{-3})$	$2.99 \cdot 10^{-2} (2.71 \cdot 10^{-3})$	$3.44 \cdot 10^{-2} (4.31 \cdot 10^{-3})$	$4.30 \cdot 10^{-1} (6.54 \cdot 10^{-2})$	$2.99 \cdot 10^{-2} (2.64 \cdot 10^{-3})$
$v = 9/2$	$2.85 \cdot 10^{-2} (2.23 \cdot 10^{-3})$	$4.12 \cdot 10^{-2} (7.42 \cdot 10^{-3})$	$3.20 \cdot 10^{-2} (2.82 \cdot 10^{-3})$	$4.12 \cdot 10^{-2} (8.03 \cdot 10^{-3})$	$3.87 \cdot 10^{-1} (5.99 \cdot 10^{-2})$	$3.33 \cdot 10^{-2} (3.25 \cdot 10^{-3})$
$v \in \{1/2, \dots, 9/2\}$	$2.62 \cdot 10^{-2} (1.43 \cdot 10^{-3})$	$3.18 \cdot 10^{-2} (3.43 \cdot 10^{-3})$	$3.18 \cdot 10^{-2} (2.71 \cdot 10^{-3})$	$3.19 \cdot 10^{-2} (3.96 \cdot 10^{-3})$	$4.97 \cdot 10^{-1} (7.67 \cdot 10^{-2})$	$3.33 \cdot 10^{-2} (3.25 \cdot 10^{-3})$

773

774

$R(\theta; S_{0.95}^{IS})$	
NLL/SPE	$2.74 \cdot 10^{-2} (1.56 \cdot 10^{-3})$

775

SM2.2.31. Rosenbrock, $n = 50$, $d = 5$.

Averages of $R(\theta; S^{\text{SPE}})$.

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$6.90 \cdot 10^{-1} (2.27 \cdot 10^{-2})$	$6.56 \cdot 10^{-1} (2.52 \cdot 10^{-2})$	$6.49 \cdot 10^{-1} (2.58 \cdot 10^{-2})$	$6.19 \cdot 10^{-1} (2.10 \cdot 10^{-2})$	$8.23 \cdot 10^{-1} (1.15 \cdot 10^{-2})$	$6.31 \cdot 10^{-1} (2.67 \cdot 10^{-2})$
$v = 3/2$	$6.17 \cdot 10^{-1} (3.67 \cdot 10^{-2})$	$6.23 \cdot 10^{-1} (7.11 \cdot 10^{-2})$	$6.00 \cdot 10^{-1} (6.10 \cdot 10^{-2})$	$5.76 \cdot 10^{-1} (6.00 \cdot 10^{-2})$	$7.96 \cdot 10^{-1} (1.83 \cdot 10^{-2})$	$6.79 \cdot 10^{-1} (8.49 \cdot 10^{-2})$
$v = 5/2$	$6.59 \cdot 10^{-1} (3.27 \cdot 10^{-2})$	$6.70 \cdot 10^{-1} (5.24 \cdot 10^{-2})$	$5.90 \cdot 10^{-1} (4.55 \cdot 10^{-2})$	$6.47 \cdot 10^{-1} (5.69 \cdot 10^{-2})$	$7.89 \cdot 10^{-1} (1.86 \cdot 10^{-2})$	$6.34 \cdot 10^{-1} (4.00 \cdot 10^{-2})$
$v = 7/2$	$7.00 \cdot 10^{-1} (2.75 \cdot 10^{-2})$	$8.24 \cdot 10^{-1} (6.82 \cdot 10^{-2})$	$7.58 \cdot 10^{-1} (4.31 \cdot 10^{-2})$	$8.06 \cdot 10^{-1} (5.79 \cdot 10^{-2})$	$7.90 \cdot 10^{-1} (2.02 \cdot 10^{-2})$	$8.02 \cdot 10^{-1} (8.47 \cdot 10^{-2})$
$v = 9/2$	$7.17 \cdot 10^{-1} (2.91 \cdot 10^{-2})$	$8.73 \cdot 10^{-1} (7.65 \cdot 10^{-2})$	$8.14 \cdot 10^{-1} (5.01 \cdot 10^{-2})$	$8.43 \cdot 10^{-1} (5.18 \cdot 10^{-2})$	$7.92 \cdot 10^{-1} (2.15 \cdot 10^{-2})$	$7.92 \cdot 10^{-1} (6.02 \cdot 10^{-2})$
$v = 11/2$	$7.23 \cdot 10^{-1} (2.86 \cdot 10^{-2})$	$9.14 \cdot 10^{-1} (7.91 \cdot 10^{-2})$	$8.50 \cdot 10^{-1} (5.59 \cdot 10^{-2})$	$8.82 \cdot 10^{-1} (6.16 \cdot 10^{-2})$	$7.94 \cdot 10^{-1} (2.26 \cdot 10^{-2})$	$8.80 \cdot 10^{-1} (7.73 \cdot 10^{-2})$
$v = 21/2$	$7.28 \cdot 10^{-1} (3.14 \cdot 10^{-2})$	$9.96 \cdot 10^{-1} (9.46 \cdot 10^{-2})$	$9.42 \cdot 10^{-1} (8.01 \cdot 10^{-2})$	$1.01 \cdot 10^0 (8.37 \cdot 10^{-2})$	$8.03 \cdot 10^{-1} (2.65 \cdot 10^{-2})$	$9.80 \cdot 10^{-1} (1.01 \cdot 10^{-1})$
$v = \infty$	$7.72 \cdot 10^{-1} (2.44 \cdot 10^{-2})$	$9.95 \cdot 10^{-1} (9.25 \cdot 10^{-2})$	$9.91 \cdot 10^{-1} (9.52 \cdot 10^{-2})$	$9.96 \cdot 10^{-1} (8.71 \cdot 10^{-2})$	$8.21 \cdot 10^{-1} (3.47 \cdot 10^{-2})$	$1.03 \cdot 10^0 (1.01 \cdot 10^{-1})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$7.02 \cdot 10^{-1} (4.66 \cdot 10^{-2})$	$1.00 \cdot 10^0 (1.05 \cdot 10^{-1})$	$1.01 \cdot 10^0 (8.86 \cdot 10^{-2})$	$1.03 \cdot 10^0 (9.99 \cdot 10^{-2})$	$8.11 \cdot 10^{-1} (3.18 \cdot 10^{-2})$	$1.02 \cdot 10^0 (9.17 \cdot 10^{-2})$

$R^*(S^{\text{SPE}})$	
$v = 1/2$	$5.15 \cdot 10^{-1} (1.08 \cdot 10^{-2})$
$v = 3/2$	$3.38 \cdot 10^{-1} (1.28 \cdot 10^{-2})$
$v = 5/2$	$3.18 \cdot 10^{-1} (1.62 \cdot 10^{-2})$
$v = 7/2$	$3.47 \cdot 10^{-1} (1.66 \cdot 10^{-2})$
$v = 9/2$	$3.59 \cdot 10^{-1} (1.64 \cdot 10^{-2})$
$v = 11/2$	$3.66 \cdot 10^{-1} (1.63 \cdot 10^{-2})$
$v = 21/2$	$3.80 \cdot 10^{-1} (1.70 \cdot 10^{-2})$
$v = \infty$	$3.96 \cdot 10^{-1} (1.77 \cdot 10^{-2})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$3.14 \cdot 10^{-1} (1.53 \cdot 10^{-2})$

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	
NLL/SPE	$6.71 \cdot 10^{-1} (5.03 \cdot 10^{-2})$
linear	$1.01 \cdot 10^0 (1.09 \cdot 10^{-2})$
1NN	$9.18 \cdot 10^{-1} (1.17 \cdot 10^{-2})$
2NN	$8.17 \cdot 10^{-1} (1.23 \cdot 10^{-2})$

Averages of $R(\theta; S^{\text{CRPS}})$.

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$4.08 \cdot 10^{-1} (8.87 \cdot 10^{-3})$	$3.98 \cdot 10^{-1} (9.79 \cdot 10^{-3})$	$3.94 \cdot 10^{-1} (9.03 \cdot 10^{-3})$	$3.83 \cdot 10^{-1} (8.28 \cdot 10^{-3})$	$4.52 \cdot 10^{-1} (5.76 \cdot 10^{-3})$	$3.86 \cdot 10^{-1} (1.01 \cdot 10^{-2})$
$v = 3/2$	$3.82 \cdot 10^{-1} (1.54 \cdot 10^{-2})$	$3.89 \cdot 10^{-1} (2.69 \cdot 10^{-2})$	$3.82 \cdot 10^{-1} (2.44 \cdot 10^{-2})$	$3.74 \cdot 10^{-1} (2.44 \cdot 10^{-2})$	$4.41 \cdot 10^{-1} (8.31 \cdot 10^{-3})$	$4.07 \cdot 10^{-1} (2.94 \cdot 10^{-2})$
$v = 5/2$	$4.00 \cdot 10^{-1} (1.33 \cdot 10^{-2})$	$4.17 \cdot 10^{-1} (1.80 \cdot 10^{-2})$	$3.90 \cdot 10^{-1} (1.66 \cdot 10^{-2})$	$4.15 \cdot 10^{-1} (2.17 \cdot 10^{-2})$	$4.37 \cdot 10^{-1} (8.14 \cdot 10^{-3})$	$4.06 \cdot 10^{-1} (1.59 \cdot 10^{-2})$
$v = 7/2$	$4.14 \cdot 10^{-1} (1.02 \cdot 10^{-2})$	$4.78 \cdot 10^{-1} (2.24 \cdot 10^{-2})$	$4.62 \cdot 10^{-1} (1.62 \cdot 10^{-2})$	$4.73 \cdot 10^{-1} (1.87 \cdot 10^{-2})$	$4.37 \cdot 10^{-1} (8.70 \cdot 10^{-3})$	$4.59 \cdot 10^{-1} (2.56 \cdot 10^{-2})$
$v = 9/2$	$4.20 \cdot 10^{-1} (1.09 \cdot 10^{-2})$	$4.92 \cdot 10^{-1} (2.45 \cdot 10^{-2})$	$4.80 \cdot 10^{-1} (1.70 \cdot 10^{-2})$	$4.93 \cdot 10^{-1} (1.77 \cdot 10^{-2})$	$4.38 \cdot 10^{-1} (9.14 \cdot 10^{-3})$	$4.58 \cdot 10^{-1} (2.09 \cdot 10^{-2})$
$v = 11/2$	$4.23 \cdot 10^{-1} (1.08 \cdot 10^{-2})$	$5.12 \cdot 10^{-1} (2.54 \cdot 10^{-2})$	$4.92 \cdot 10^{-1} (1.82 \cdot 10^{-2})$	$5.09 \cdot 10^{-1} (2.15 \cdot 10^{-2})$	$4.38 \cdot 10^{-1} (9.49 \cdot 10^{-3})$	$4.88 \cdot 10^{-1} (2.11 \cdot 10^{-2})$
$v = 21/2$	$4.26 \cdot 10^{-1} (1.15 \cdot 10^{-2})$	$5.37 \cdot 10^{-1} (2.75 \cdot 10^{-2})$	$5.14 \cdot 10^{-1} (2.28 \cdot 10^{-2})$	$5.47 \cdot 10^{-1} (2.58 \cdot 10^{-2})$	$4.41 \cdot 10^{-1} (1.06 \cdot 10^{-2})$	$5.11 \cdot 10^{-1} (2.51 \cdot 10^{-2})$
$v = \infty$	$4.43 \cdot 10^{-1} (1.02 \cdot 10^{-2})$	$5.36 \cdot 10^{-1} (2.62 \cdot 10^{-2})$	$5.27 \cdot 10^{-1} (2.65 \cdot 10^{-2})$	$5.47 \cdot 10^{-1} (2.67 \cdot 10^{-2})$	$4.47 \cdot 10^{-1} (1.29 \cdot 10^{-2})$	$5.25 \cdot 10^{-1} (2.55 \cdot 10^{-2})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$4.16 \cdot 10^{-1} (1.80 \cdot 10^{-2})$	$5.36 \cdot 10^{-1} (3.18 \cdot 10^{-2})$	$5.44 \cdot 10^{-1} (2.48 \cdot 10^{-2})$	$5.59 \cdot 10^{-1} (2.99 \cdot 10^{-2})$	$4.44 \cdot 10^{-1} (1.15 \cdot 10^{-2})$	$5.28 \cdot 10^{-1} (2.55 \cdot 10^{-2})$

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	
NLL/SPE	$4.05 \cdot 10^{-1} (1.95 \cdot 10^{-2})$

Averages of $R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$.

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$5.50 \cdot 10^0 (1.77 \cdot 10^{-1})$	$5.45 \cdot 10^0 (1.96 \cdot 10^{-1})$	$5.46 \cdot 10^0 (2.12 \cdot 10^{-1})$	$5.58 \cdot 10^0 (2.35 \cdot 10^{-1})$	$6.08 \cdot 10^0 (1.00 \cdot 10^{-1})$	$5.31 \cdot 10^0 (2.17 \cdot 10^{-1})$
$v = 3/2$	$5.45 \cdot 10^0 (3.40 \cdot 10^{-1})$	$5.45 \cdot 10^0 (5.41 \cdot 10^{-1})$	$5.65 \cdot 10^0 (5.75 \cdot 10^{-1})$	$5.59 \cdot 10^0 (6.03 \cdot 10^{-1})$	$5.97 \cdot 10^0 (1.19 \cdot 10^{-1})$	$6.02 \cdot 10^0 (7.11 \cdot 10^{-1})$
$v = 5/2$	$5.84 \cdot 10^0 (3.46 \cdot 10^{-1})$	$6.09 \cdot 10^0 (4.23 \cdot 10^{-1})$	$6.02 \cdot 10^0 (5.83 \cdot 10^{-1})$	$6.95 \cdot 10^0 (6.76 \cdot 10^{-1})$	$5.94 \cdot 10^0 (1.16 \cdot 10^{-1})$	$6.31 \cdot 10^0 (5.48 \cdot 10^{-1})$
$v = 7/2$	$6.10 \cdot 10^0 (2.76 \cdot 10^{-1})$	$8.18 \cdot 10^0 (5.88 \cdot 10^{-1})$	$8.19 \cdot 10^0 (5.84 \cdot 10^{-1})$	$8.53 \cdot 10^0 (5.53 \cdot 10^{-1})$	$5.92 \cdot 10^0 (1.19 \cdot 10^{-1})$	$7.83 \cdot 10^0 (7.24 \cdot 10^{-1})$
$v = 9/2$	$6.26 \cdot 10^0 (2.91 \cdot 10^{-1})$	$8.65 \cdot 10^0 (5.09 \cdot 10^{-1})$	$8.67 \cdot 10^0 (5.89 \cdot 10^{-1})$	$9.41 \cdot 10^0 (5.36 \cdot 10^{-1})$	$5.91 \cdot 10^0 (1.22 \cdot 10^{-1})$	$7.73 \cdot 10^0 (7.09 \cdot 10^{-1})$
$v = 11/2$	$6.32 \cdot 10^0 (2.92 \cdot 10^{-1})$	$9.34 \cdot 10^0 (4.83 \cdot 10^{-1})$	$9.29 \cdot 10^0 (5.84 \cdot 10^{-1})$	$1.01 \cdot 10^1 (5.69 \cdot 10^{-1})$	$5.91 \cdot 10^0 (1.25 \cdot 10^{-1})$	$8.62 \cdot 10^0 (5.77 \cdot 10^{-1})$
$v = 21/2$	$6.43 \cdot 10^0 (3.05 \cdot 10^{-1})$	$1.01 \cdot 10^1 (5.20 \cdot 10^{-1})$	$9.97 \cdot 10^0 (5.83 \cdot 10^{-1})$	$1.12 \cdot 10^1 (6.32 \cdot 10^{-1})$	$5.90 \cdot 10^0 (1.33 \cdot 10^{-1})$	$9.14 \cdot 10^0 (6.23 \cdot 10^{-1})$
$v = \infty$	$6.91 \cdot 10^0 (3.10 \cdot 10^{-1})$	$1.03 \cdot 10^1 (5.09 \cdot 10^{-1})$	$1.02 \cdot 10^1 (6.11 \cdot 10^{-1})$	$1.16 \cdot 10^1 (6.98 \cdot 10^{-1})$	$5.91 \cdot 10^0 (1.49 \cdot 10^{-1})$	$9.57 \cdot 10^0 (5.88 \cdot 10^{-1})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$6.36 \cdot 10^0 (4.44 \cdot 10^{-1})$	$1.03 \cdot 10^1 (6.24 \cdot 10^{-1})$	$1.10 \cdot 10^1 (5.10 \cdot 10^{-1})$	$1.17 \cdot 10^1 (5.87 \cdot 10^{-1})$	$5.96 \cdot 10^0 (1.56 \cdot 10^{-1})$	$9.88 \cdot 10^0 (6.15 \cdot 10^{-1})$

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	
NLL/SPE	$6.05 \cdot 10^0 (4.87 \cdot 10^{-1})$

SM2.2.32. Rosenbrock, $n = 100$, $d = 5$.

Averages of $R(\theta; S^{\text{SPE}})$.

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$3.45 \cdot 10^{-1} (1.23 \cdot 10^{-2})$	$3.50 \cdot 10^{-1} (1.29 \cdot 10^{-2})$	$3.43 \cdot 10^{-1} (1.21 \cdot 10^{-2})$	$3.35 \cdot 10^{-1} (1.36 \cdot 10^{-2})$	$8.08 \cdot 10^{-1} (2.54 \cdot 10^{-2})$	$3.37 \cdot 10^{-1} (1.24 \cdot 10^{-2})$
$v = 3/2$	$2.16 \cdot 10^{-1} (1.10 \cdot 10^{-2})$	$2.35 \cdot 10^{-1} (1.95 \cdot 10^{-2})$	$2.01 \cdot 10^{-1} (9.55 \cdot 10^{-3})$	$2.04 \cdot 10^{-1} (9.38 \cdot 10^{-3})$	$7.80 \cdot 10^{-1} (3.78 \cdot 10^{-2})$	$2.09 \cdot 10^{-1} (1.19 \cdot 10^{-2})$
$v = 5/2$	$2.07 \cdot 10^{-1} (1.24 \cdot 10^{-2})$	$1.88 \cdot 10^{-1} (1.51 \cdot 10^{-2})$	$1.72 \cdot 10^{-1} (1.17 \cdot 10^{-2})$	$1.85 \cdot 10^{-1} (1.24 \cdot 10^{-2})$	$8.56 \cdot 10^{-1} (7.72 \cdot 10^{-2})$	$1.90 \cdot 10^{-1} (1.81 \cdot 10^{-2})$
$v = 7/2$	$2.19 \cdot 10^{-1} (1.35 \cdot 10^{-2})$	$1.71 \cdot 10^{-1} (1.63 \cdot 10^{-2})$	$1.56 \cdot 10^{-1} (1.48 \cdot 10^{-2})$	$1.61 \cdot 10^{-1} (1.49 \cdot 10^{-2})$	$7.52 \cdot 10^{-1} (3.81 \cdot 10^{-2})$	$1.65 \cdot 10^{-1} (1.51 \cdot 10^{-2})$
$v = 9/2$	$2.31 \cdot 10^{-1} (1.48 \cdot 10^{-2})$	$1.57 \cdot 10^{-1} (1.65 \cdot 10^{-2})$	$1.33 \cdot 10^{-1} (1.21 \cdot 10^{-2})$	$1.46 \cdot 10^{-1} (1.27 \cdot 10^{-2})$	$8.21 \cdot 10^{-1} (7.65 \cdot 10^{-2})$	$1.52 \cdot 10^{-1} (1.44 \cdot 10^{-2})$
$v = 11/2$	$2.41 \cdot 10^{-1} (1.61 \cdot 10^{-2})$	$1.51 \cdot 10^{-1} (1.79 \cdot 10^{-2})$	$1.46 \cdot 10^{-1} (1.49 \cdot 10^{-2})$	$1.40 \cdot 10^{-1} (1.24 \cdot 10^{-2})$	$8.11 \cdot 10^{-1} (7.41 \cdot 10^{-2})$	$1.53 \cdot 10^{-1} (1.49 \cdot 10^{-2})$
$v = 21/2$	$2.63 \cdot 10^{-1} (1.75 \cdot 10^{-2})$	$1.68 \cdot 10^{-1} (1.24 \cdot 10^{-2})$	$1.69 \cdot 10^{-1} (1.61 \cdot 10^{-2})$	$1.68 \cdot 10^{-1} (1.27 \cdot 10^{-2})$	$8.00 \cdot 10^{-1} (7.43 \cdot 10^{-2})$	$1.71 \cdot 10^{-1} (2.00 \cdot 10^{-2})$
$v = \infty$	$2.99 \cdot 10^{-1} (1.90 \cdot 10^{-2})$	$2.02 \cdot 10^{-1} (1.15 \cdot 10^{-2})$	$2.01 \cdot 10^{-1} (1.43 \cdot 10^{-2})$	$2.06 \cdot 10^{-1} (1.18 \cdot 10^{-2})$	$7.85 \cdot 10^{-1} (7.35 \cdot 10^{-2})$	$2.05 \cdot 10^{-1} (2.09 \cdot 10^{-2})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$2.09 \cdot 10^{-1} (1.21 \cdot 10^{-2})$	$1.52 \cdot 10^{-1} (1.29 \cdot 10^{-2})$	$1.49 \cdot 10^{-1} (1.25 \cdot 10^{-2})$	$1.47 \cdot 10^{-1} (1.24 \cdot 10^{-2})$	$7.80 \cdot 10^{-1} (4.85 \cdot 10^{-2})$	$1.67 \cdot 10^{-1} (1.32 \cdot 10^{-2})$

$R^*(S^{\text{SPE}})$	
$v = 1/2$	$3.15 \cdot 10^{-1} (1.36 \cdot 10^{-2})$
$v = 3/2$	$1.79 \cdot 10^{-1} (9.61 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$1.41 \cdot 10^{-1} (9.27 \cdot 10^{-3})$
$v = 7/2$	$1.14 \cdot 10^{-1} (9.13 \cdot 10^{-3})$
$v = 9/2$	$9.81 \cdot 10^{-2} (9.23 \cdot 10^{-3})$
$v = 11/2$	$9.41 \cdot 10^{-2} (9.04 \cdot 10^{-3})$
$v = 21/2$	$9.91 \cdot 10^{-2} (8.73 \cdot 10^{-3})$
$v = \infty$	$1.15 \cdot 10^{-1} (8.44 \cdot 10^{-3})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$9.17 \cdot 10^{-2} (8.76 \cdot 10^{-3})$

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	
NLL/SPE	$2.11 \cdot 10^{-1} (1.20 \cdot 10^{-2})$
linear	$9.82 \cdot 10^{-1} (7.19 \cdot 10^{-3})$
1NN	$8.29 \cdot 10^{-1} (1.15 \cdot 10^{-2})$
2NN	$6.68 \cdot 10^{-1} (1.04 \cdot 10^{-2})$

Averages of $R(\theta; S^{\text{CRPS}})$.

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$2.84 \cdot 10^{-1} (3.15 \cdot 10^{-3})$	$2.83 \cdot 10^{-1} (4.06 \cdot 10^{-3})$	$2.79 \cdot 10^{-1} (3.36 \cdot 10^{-3})$	$2.68 \cdot 10^{-1} (3.91 \cdot 10^{-3})$	$4.56 \cdot 10^{-1} (9.95 \cdot 10^{-3})$	$2.77 \cdot 10^{-1} (2.82 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$2.10 \cdot 10^{-1} (4.66 \cdot 10^{-3})$	$2.20 \cdot 10^{-1} (8.24 \cdot 10^{-3})$	$2.04 \cdot 10^{-1} (4.36 \cdot 10^{-3})$	$2.07 \cdot 10^{-1} (4.51 \cdot 10^{-3})$	$4.45 \cdot 10^{-1} (1.57 \cdot 10^{-2})$	$2.08 \cdot 10^{-1} (5.51 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$2.06 \cdot 10^{-1} (5.92 \cdot 10^{-3})$	$2.00 \cdot 10^{-1} (8.19 \cdot 10^{-3})$	$1.91 \cdot 10^{-1} (7.08 \cdot 10^{-3})$	$1.99 \cdot 10^{-1} (7.53 \cdot 10^{-3})$	$4.72 \cdot 10^{-1} (2.99 \cdot 10^{-2})$	$2.00 \cdot 10^{-1} (1.05 \cdot 10^{-2})$
$v = 7/2$	$2.14 \cdot 10^{-1} (6.63 \cdot 10^{-3})$	$1.91 \cdot 10^{-1} (9.67 \cdot 10^{-3})$	$1.84 \cdot 10^{-1} (9.64 \cdot 10^{-3})$	$1.86 \cdot 10^{-1} (9.30 \cdot 10^{-3})$	$4.34 \cdot 10^{-1} (1.66 \cdot 10^{-2})$	$1.90 \cdot 10^{-1} (9.37 \cdot 10^{-3})$
$v = 9/2$	$2.21 \cdot 10^{-1} (7.21 \cdot 10^{-3})$	$1.84 \cdot 10^{-1} (1.01 \cdot 10^{-2})$	$1.70 \cdot 10^{-1} (8.65 \cdot 10^{-3})$	$1.78 \cdot 10^{-1} (8.52 \cdot 10^{-3})$	$4.57 \cdot 10^{-1} (2.94 \cdot 10^{-2})$	$1.83 \cdot 10^{-1} (1.02 \cdot 10^{-2})$
$v = 11/2$	$2.27 \cdot 10^{-1} (7.78 \cdot 10^{-3})$	$1.82 \cdot 10^{-1} (1.13 \cdot 10^{-2})$	$1.80 \cdot 10^{-1} (1.07 \cdot 10^{-2})$	$1.76 \cdot 10^{-1} (8.78 \cdot 10^{-3})$	$4.54 \cdot 10^{-1} (2.87 \cdot 10^{-2})$	$1.85 \cdot 10^{-1} (1.08 \cdot 10^{-2})$
$v = 21/2$	$2.39 \cdot 10^{-1} (7.87 \cdot 10^{-3})$	$1.94 \cdot 10^{-1} (8.16 \cdot 10^{-3})$	$1.96 \cdot 10^{-1} (1.11 \cdot 10^{-2})$	$1.96 \cdot 10^{-1} (8.64 \cdot 10^{-3})$	$4.49 \cdot 10^{-1} (2.88 \cdot 10^{-2})$	$1.96 \cdot 10^{-1} (1.13 \cdot 10^{-2})$
$v = \infty$	$2.58 \cdot 10^{-1} (8.07 \cdot 10^{-3})$	$2.13 \cdot 10^{-1} (7.10 \cdot 10^{-3})$	$2.16 \cdot 10^{-1} (9.33 \cdot 10^{-3})$	$2.21 \cdot 10^{-1} (7.38 \cdot 10^{-3})$	$4.43 \cdot 10^{-1} (2.86 \cdot 10^{-2})$	$2.17 \cdot 10^{-1} (1.05 \cdot 10^{-2})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$2.07 \cdot 10^{-1} (5.72 \cdot 10^{-3})$	$1.85 \cdot 10^{-1} (9.61 \cdot 10^{-3})$	$1.84 \cdot 10^{-1} (9.34 \cdot 10^{-3})$	$1.83 \cdot 10^{-1} (9.86 \cdot 10^{-3})$	$4.43 \cdot 10^{-1} (1.97 \cdot 10^{-2})$	$1.95 \cdot 10^{-1} (9.47 \cdot 10^{-3})$

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	
NLL/SPE	$2.09 \cdot 10^{-1} (5.78 \cdot 10^{-3})$

Averages of $R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$.

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$3.58 \cdot 10^0 (8.30 \cdot 10^{-2})$	$3.60 \cdot 10^0 (9.89 \cdot 10^{-2})$	$3.56 \cdot 10^0 (9.72 \cdot 10^{-2})$	$3.65 \cdot 10^0 (1.41 \cdot 10^{-1})$	$5.67 \cdot 10^0 (1.03 \cdot 10^{-1})$	$3.55 \cdot 10^0 (9.61 \cdot 10^{-2})$
$v = 3/2$	$2.48 \cdot 10^0 (9.91 \cdot 10^{-2})$	$2.60 \cdot 10^0 (1.50 \cdot 10^{-1})$	$2.36 \cdot 10^0 (8.54 \cdot 10^{-2})$	$2.47 \cdot 10^0 (1.02 \cdot 10^{-1})$	$5.68 \cdot 10^0 (1.83 \cdot 10^{-1})$	$2.43 \cdot 10^0 (1.12 \cdot 10^{-1})$
$v = 5/2$	$2.38 \cdot 10^0 (1.15 \cdot 10^{-1})$	$2.16 \cdot 10^0 (1.34 \cdot 10^{-1})$	$2.02 \cdot 10^0 (1.29 \cdot 10^{-1})$	$2.23 \cdot 10^0 (1.34 \cdot 10^{-1})$	$6.11 \cdot 10^0 (3.96 \cdot 10^{-1})$	$2.17 \cdot 10^0 (2.07 \cdot 10^{-1})$
$v = 7/2$	$2.48 \cdot 10^0 (1.24 \cdot 10^{-1})$	$2.04 \cdot 10^0 (1.83 \cdot 10^{-1})$	$1.96 \cdot 10^0 (2.00 \cdot 10^{-1})$	$2.07 \cdot 10^0 (1.86 \cdot 10^{-1})$	$5.50 \cdot 10^0 (1.58 \cdot 10^{-1})$	$1.96 \cdot 10^0 (1.98 \cdot 10^{-1})$
$v = 9/2$	$2.58 \cdot 10^0 (1.37 \cdot 10^{-1})$	$1.95 \cdot 10^0 (2.19 \cdot 10^{-1})$	$1.77 \cdot 10^0 (2.07 \cdot 10^{-1})$	$2.02 \cdot 10^0 (2.02 \cdot 10^{-1})$	$5.84 \cdot 10^0 (3.60 \cdot 10^{-1})$	$1.93 \cdot 10^0 (2.33 \cdot 10^{-1})$
$v = 11/2$	$2.67 \cdot 10^0 (1.50 \cdot 10^{-1})$	$1.94 \cdot 10^0 (2.52 \cdot 10^{-1})$	$1.95 \cdot 10^0 (2.50 \cdot 10^{-1})$	$2.00 \cdot 10^0 (2.23 \cdot 10^{-1})$	$5.77 \cdot 10^0 (3.43 \cdot 10^{-1})$	$1.97 \cdot 10^0 (2.47 \cdot 10^{-1})$
$v = 21/2$	$2.83 \cdot 10^0 (1.69 \cdot 10^{-1})$	$2.15 \cdot 10^0 (2.65 \cdot 10^{-1})$	$2.26 \cdot 10^0 (3.01 \cdot 10^{-1})$	$2.39 \cdot 10^0 (2.55 \cdot 10^{-1})$	$5.68 \cdot 10^0 (3.34 \cdot 10^{-1})$	$2.16 \cdot 10^0 (2.75 \cdot 10^{-1})$
$v = \infty$	$3.12 \cdot 10^0 (1.83 \cdot 10^{-1})$	$2.39 \cdot 10^0 (2.40 \cdot 10^{-1})$	$2.58 \cdot 10^0 (2.81 \cdot 10^{-1})$	$2.83 \cdot 10^0 (2.61 \cdot 10^{-1})$	$5.55 \cdot 10^0 (3.23 \cdot 10^{-1})$	$2.48 \cdot 10^0 (2.88 \cdot 10^{-1})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$2.42 \cdot 10^0 (1.19 \cdot 10^{-1})$	$2.05 \cdot 10^0 (2.84 \cdot 10^{-1})$	$2.08 \cdot 10^0 (2.78 \cdot 10^{-1})$	$2.20 \cdot 10^0 (3.00 \cdot 10^{-1})$	$5.59 \cdot 10^0 (2.35 \cdot 10^{-1})$	$2.18 \cdot 10^0 (2.75 \cdot 10^{-1})$

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	
NLL/SPE	$2.44 \cdot 10^0 (1.24 \cdot 10^{-1})$

SM2.2.33. Rosenbrock, $n = 250$, $d = 5$.

Averages of $R(\theta; S^{\text{SPE}})$.

SUPPLEMENTARY MATERIALS: MODEL PARAMETERS IN GAUSSIAN PROCESS INTERPOLATIONS^{M37}

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$1.77 \cdot 10^{-1} (7.60 \cdot 10^{-3})$	$1.78 \cdot 10^{-1} (7.84 \cdot 10^{-3})$	$1.77 \cdot 10^{-1} (7.60 \cdot 10^{-3})$	$1.77 \cdot 10^{-1} (7.63 \cdot 10^{-3})$	$5.21 \cdot 10^{-1} (1.51 \cdot 10^{-2})$	$1.77 \cdot 10^{-1} (7.44 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$6.50 \cdot 10^{-2} (3.95 \cdot 10^{-3})$	$6.59 \cdot 10^{-2} (4.13 \cdot 10^{-3})$	$6.36 \cdot 10^{-2} (3.81 \cdot 10^{-3})$	$6.40 \cdot 10^{-2} (3.88 \cdot 10^{-3})$	$4.27 \cdot 10^{-1} (2.64 \cdot 10^{-2})$	$6.30 \cdot 10^{-2} (3.69 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$2.79 \cdot 10^{-2} (2.03 \cdot 10^{-3})$	$2.77 \cdot 10^{-2} (2.05 \cdot 10^{-3})$	$2.52 \cdot 10^{-2} (1.55 \cdot 10^{-3})$	$2.56 \cdot 10^{-2} (1.64 \cdot 10^{-3})$	$3.79 \cdot 10^{-1} (2.57 \cdot 10^{-2})$	$2.51 \cdot 10^{-2} (1.52 \cdot 10^{-3})$
$v = 7/2$	$1.01 \cdot 10^{-2} (8.06 \cdot 10^{-4})$	$9.29 \cdot 10^{-3} (6.58 \cdot 10^{-4})$	$8.79 \cdot 10^{-3} (5.65 \cdot 10^{-4})$	$8.80 \cdot 10^{-3} (5.52 \cdot 10^{-4})$	$3.66 \cdot 10^{-1} (2.80 \cdot 10^{-2})$	$8.94 \cdot 10^{-3} (5.99 \cdot 10^{-4})$
$v = 9/2$	$5.01 \cdot 10^{-3} (3.74 \cdot 10^{-4})$	$4.27 \cdot 10^{-3} (2.62 \cdot 10^{-4})$	$4.18 \cdot 10^{-3} (2.62 \cdot 10^{-4})$	$4.13 \cdot 10^{-3} (2.47 \cdot 10^{-4})$	$3.57 \cdot 10^{-1} (2.85 \cdot 10^{-2})$	$4.42 \cdot 10^{-3} (2.86 \cdot 10^{-4})$
$v = 11/2$	$3.84 \cdot 10^{-3} (2.66 \cdot 10^{-4})$	$3.41 \cdot 10^{-3} (1.90 \cdot 10^{-4})$	$3.38 \cdot 10^{-3} (2.02 \cdot 10^{-4})$	$3.32 \cdot 10^{-3} (1.89 \cdot 10^{-4})$	$3.50 \cdot 10^{-1} (2.85 \cdot 10^{-2})$	$3.80 \cdot 10^{-3} (2.97 \cdot 10^{-4})$
$v = 21/2$	$4.14 \cdot 10^{-3} (1.57 \cdot 10^{-4})$	$4.33 \cdot 10^{-3} (2.06 \cdot 10^{-4})$	$4.26 \cdot 10^{-3} (2.34 \cdot 10^{-4})$	$4.16 \cdot 10^{-3} (1.49 \cdot 10^{-4})$	$3.33 \cdot 10^{-1} (2.81 \cdot 10^{-2})$	$5.89 \cdot 10^{-3} (4.60 \cdot 10^{-4})$
$v = \infty$	$4.75 \cdot 10^{-3} (1.24 \cdot 10^{-4})$	$5.38 \cdot 10^{-3} (2.75 \cdot 10^{-4})$	$5.17 \cdot 10^{-3} (3.68 \cdot 10^{-4})$	$4.83 \cdot 10^{-3} (1.39 \cdot 10^{-4})$	$2.83 \cdot 10^{-1} (1.28 \cdot 10^{-2})$	$8.53 \cdot 10^{-3} (7.28 \cdot 10^{-4})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$3.98 \cdot 10^{-3} (2.69 \cdot 10^{-4})$	$3.72 \cdot 10^{-3} (2.93 \cdot 10^{-4})$	$3.38 \cdot 10^{-3} (2.02 \cdot 10^{-4})$	$3.32 \cdot 10^{-3} (1.89 \cdot 10^{-4})$	$2.97 \cdot 10^{-1} (2.24 \cdot 10^{-2})$	$3.80 \cdot 10^{-3} (2.97 \cdot 10^{-4})$

$R^*(S^{\text{SPE}})$	
$v = 1/2$	$1.73 \cdot 10^{-1} (7.60 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$6.05 \cdot 10^{-2} (3.58 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$2.37 \cdot 10^{-2} (1.50 \cdot 10^{-3})$
$v = 7/2$	$8.25 \cdot 10^{-3} (5.34 \cdot 10^{-4})$
$v = 9/2$	$4.04 \cdot 10^{-3} (2.54 \cdot 10^{-4})$
$v = 11/2$	$3.24 \cdot 10^{-3} (1.94 \cdot 10^{-4})$
$v = 21/2$	$3.92 \cdot 10^{-3} (1.64 \cdot 10^{-4})$
$v = \infty$	$4.56 \cdot 10^{-3} (1.31 \cdot 10^{-4})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$3.24 \cdot 10^{-3} (1.94 \cdot 10^{-4})$

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	
NLL/SPE	$3.76 \cdot 10^{-3} (2.04 \cdot 10^{-4})$
linear	$9.66 \cdot 10^{-1} (5.49 \cdot 10^{-3})$
1NN	$6.23 \cdot 10^{-1} (1.04 \cdot 10^{-2})$
2NN	$4.96 \cdot 10^{-1} (8.71 \cdot 10^{-3})$

Averages of $R(\theta; S^{\text{CRPS}})$.

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$2.01 \cdot 10^{-1} (2.05 \cdot 10^{-3})$	$1.93 \cdot 10^{-1} (2.38 \cdot 10^{-3})$	$1.93 \cdot 10^{-1} (2.35 \cdot 10^{-3})$	$1.86 \cdot 10^{-1} (2.58 \cdot 10^{-3})$	$3.53 \cdot 10^{-1} (8.42 \cdot 10^{-3})$	$1.93 \cdot 10^{-1} (2.31 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$1.10 \cdot 10^{-1} (1.93 \cdot 10^{-3})$	$1.09 \cdot 10^{-1} (2.47 \cdot 10^{-3})$	$1.07 \cdot 10^{-1} (2.01 \cdot 10^{-3})$	$1.06 \cdot 10^{-1} (2.18 \cdot 10^{-3})$	$3.08 \cdot 10^{-1} (1.28 \cdot 10^{-2})$	$1.06 \cdot 10^{-1} (1.91 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$6.69 \cdot 10^{-2} (1.63 \cdot 10^{-3})$	$6.72 \cdot 10^{-2} (2.34 \cdot 10^{-3})$	$6.33 \cdot 10^{-2} (1.53 \cdot 10^{-3})$	$6.39 \cdot 10^{-2} (1.64 \cdot 10^{-3})$	$2.85 \cdot 10^{-1} (1.20 \cdot 10^{-2})$	$6.32 \cdot 10^{-2} (1.47 \cdot 10^{-3})$
$v = 7/2$	$3.85 \cdot 10^{-2} (1.03 \cdot 10^{-3})$	$3.71 \cdot 10^{-2} (1.14 \cdot 10^{-3})$	$3.58 \cdot 10^{-2} (9.81 \cdot 10^{-4})$	$3.58 \cdot 10^{-2} (9.83 \cdot 10^{-4})$	$2.78 \cdot 10^{-1} (1.31 \cdot 10^{-2})$	$3.61 \cdot 10^{-2} (9.94 \cdot 10^{-4})$
$v = 9/2$	$2.65 \cdot 10^{-2} (7.62 \cdot 10^{-4})$	$2.45 \cdot 10^{-2} (6.63 \cdot 10^{-4})$	$2.41 \cdot 10^{-2} (6.04 \cdot 10^{-4})$	$2.40 \cdot 10^{-2} (5.91 \cdot 10^{-4})$	$2.73 \cdot 10^{-1} (1.34 \cdot 10^{-2})$	$2.48 \cdot 10^{-2} (6.93 \cdot 10^{-4})$
$v = 11/2$	$2.30 \cdot 10^{-2} (6.44 \cdot 10^{-4})$	$2.18 \cdot 10^{-2} (5.42 \cdot 10^{-4})$	$2.16 \cdot 10^{-2} (4.94 \cdot 10^{-4})$	$2.15 \cdot 10^{-2} (5.03 \cdot 10^{-4})$	$2.69 \cdot 10^{-1} (1.34 \cdot 10^{-2})$	$2.29 \cdot 10^{-2} (8.32 \cdot 10^{-4})$
$v = 21/2$	$2.49 \cdot 10^{-2} (4.06 \cdot 10^{-4})$	$2.53 \cdot 10^{-2} (5.59 \cdot 10^{-4})$	$2.49 \cdot 10^{-2} (5.13 \cdot 10^{-4})$	$2.48 \cdot 10^{-2} (3.85 \cdot 10^{-4})$	$2.60 \cdot 10^{-1} (1.32 \cdot 10^{-2})$	$2.94 \cdot 10^{-2} (1.01 \cdot 10^{-3})$
$v = \infty$	$2.78 \cdot 10^{-2} (3.64 \cdot 10^{-4})$	$2.85 \cdot 10^{-2} (6.87 \cdot 10^{-4})$	$2.80 \cdot 10^{-2} (7.66 \cdot 10^{-4})$	$2.72 \cdot 10^{-2} (3.61 \cdot 10^{-4})$	$2.35 \cdot 10^{-1} (6.69 \cdot 10^{-3})$	$3.59 \cdot 10^{-2} (1.50 \cdot 10^{-3})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$2.38 \cdot 10^{-2} (7.19 \cdot 10^{-4})$	$2.29 \cdot 10^{-2} (1.01 \cdot 10^{-3})$	$2.16 \cdot 10^{-2} (4.94 \cdot 10^{-4})$	$2.15 \cdot 10^{-2} (5.03 \cdot 10^{-4})$	$2.42 \cdot 10^{-1} (1.13 \cdot 10^{-2})$	$2.29 \cdot 10^{-2} (8.32 \cdot 10^{-4})$

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	
NLL/SPE	$2.31 \cdot 10^{-2} (5.87 \cdot 10^{-4})$

Averages of $R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$.

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$2.62 \cdot 10^0 (5.40 \cdot 10^{-2})$	$2.55 \cdot 10^0 (7.49 \cdot 10^{-2})$	$2.54 \cdot 10^0 (7.24 \cdot 10^{-2})$	$2.66 \cdot 10^0 (9.20 \cdot 10^{-2})$	$4.59 \cdot 10^0 (5.37 \cdot 10^{-2})$	$2.54 \cdot 10^0 (7.04 \cdot 10^{-2})$
$v = 3/2$	$1.29 \cdot 10^0 (4.63 \cdot 10^{-2})$	$1.31 \cdot 10^0 (5.96 \cdot 10^{-2})$	$1.29 \cdot 10^0 (5.62 \cdot 10^{-2})$	$1.34 \cdot 10^0 (5.91 \cdot 10^{-2})$	$4.13 \cdot 10^0 (1.28 \cdot 10^{-1})$	$1.28 \cdot 10^0 (5.28 \cdot 10^{-2})$
$v = 5/2$	$7.29 \cdot 10^{-1} (2.82 \cdot 10^{-2})$	$7.46 \cdot 10^{-1} (3.42 \cdot 10^{-2})$	$7.11 \cdot 10^{-1} (2.75 \cdot 10^{-2})$	$7.16 \cdot 10^{-1} (2.79 \cdot 10^{-2})$	$3.81 \cdot 10^0 (1.27 \cdot 10^{-1})$	$7.04 \cdot 10^{-1} (2.54 \cdot 10^{-2})$
$v = 7/2$	$3.94 \cdot 10^{-1} (1.14 \cdot 10^{-2})$	$3.91 \cdot 10^{-1} (1.44 \cdot 10^{-2})$	$3.80 \cdot 10^{-1} (1.24 \cdot 10^{-2})$	$3.75 \cdot 10^{-1} (1.20 \cdot 10^{-2})$	$3.68 \cdot 10^0 (1.36 \cdot 10^{-1})$	$3.82 \cdot 10^{-1} (1.29 \cdot 10^{-2})$
$v = 9/2$	$2.62 \cdot 10^{-1} (6.13 \cdot 10^{-3})$	$2.49 \cdot 10^{-1} (7.67 \cdot 10^{-3})$	$2.46 \cdot 10^{-1} (7.77 \cdot 10^{-3})$	$2.43 \cdot 10^{-1} (7.90 \cdot 10^{-3})$	$3.58 \cdot 10^0 (1.35 \cdot 10^{-1})$	$2.56 \cdot 10^{-1} (8.62 \cdot 10^{-3})$
$v = 11/2$	$2.21 \cdot 10^{-1} (5.32 \cdot 10^{-3})$	$2.16 \cdot 10^{-1} (6.78 \cdot 10^{-3})$	$2.15 \cdot 10^{-1} (7.10 \cdot 10^{-3})$	$2.13 \cdot 10^{-1} (7.60 \cdot 10^{-3})$	$3.51 \cdot 10^0 (1.34 \cdot 10^{-1})$	$2.34 \cdot 10^{-1} (1.20 \cdot 10^{-2})$
$v = 21/2$	$2.56 \cdot 10^{-1} (9.50 \cdot 10^{-3})$	$2.41 \cdot 10^{-1} (8.09 \cdot 10^{-3})$	$2.39 \cdot 10^{-1} (9.15 \cdot 10^{-3})$	$2.35 \cdot 10^{-1} (7.19 \cdot 10^{-3})$	$3.32 \cdot 10^0 (1.30 \cdot 10^{-1})$	$2.95 \cdot 10^{-1} (1.65 \cdot 10^{-2})$
$v = \infty$	$3.19 \cdot 10^{-1} (1.17 \cdot 10^{-2})$	$2.66 \cdot 10^{-1} (9.30 \cdot 10^{-3})$	$2.64 \cdot 10^{-1} (1.31 \cdot 10^{-2})$	$2.51 \cdot 10^{-1} (5.27 \cdot 10^{-3})$	$2.95 \cdot 10^0 (6.73 \cdot 10^{-2})$	$3.54 \cdot 10^{-1} (2.26 \cdot 10^{-2})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$2.42 \cdot 10^{-1} (1.09 \cdot 10^{-2})$	$2.26 \cdot 10^{-1} (1.07 \cdot 10^{-2})$	$2.15 \cdot 10^{-1} (7.10 \cdot 10^{-3})$	$2.13 \cdot 10^{-1} (7.60 \cdot 10^{-3})$	$3.06 \cdot 10^0 (1.38 \cdot 10^{-1})$	$2.34 \cdot 10^{-1} (1.20 \cdot 10^{-2})$

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	
NLL/SPE	$2.24 \cdot 10^{-1} (5.38 \cdot 10^{-3})$

SM2.2.34. Borehole, $n = 80, d = 8$.

Averages of $R(\theta; S^{\text{SPE}})$.

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$8.97 \cdot 10^{-3} (4.54 \cdot 10^{-4})$	$9.23 \cdot 10^{-3} (4.40 \cdot 10^{-4})$	$8.82 \cdot 10^{-3} (4.34 \cdot 10^{-4})$	$8.66 \cdot 10^{-3} (4.39 \cdot 10^{-4})$	$1.18 \cdot 10^{-1} (3.99 \cdot 10^{-3})$	$8.61 \cdot 10^{-3} (4.31 \cdot 10^{-4})$
$v = 3/2$	$6.32 \cdot 10^{-4} (4.13 \cdot 10^{-5})$	$7.02 \cdot 10^{-4} (4.57 \cdot 10^{-5})$	$6.61 \cdot 10^{-4} (4.37 \cdot 10^{-5})$	$6.43 \cdot 10^{-4} (4.39 \cdot 10^{-5})$	$1.18 \cdot 10^{-1} (6.78 \cdot 10^{-3})$	$6.76 \cdot 10^{-4} (4.50 \cdot 10^{-5})$
$v = 5/2$	$2.27 \cdot 10^{-4} (1.47 \cdot 10^{-5})$	$2.69 \cdot 10^{-4} (2.04 \cdot 10^{-5})$	$2.44 \cdot 10^{-4} (1.70 \cdot 10^{-5})$	$2.46 \cdot 10^{-4} (1.84 \cdot 10^{-5})$	$1.25 \cdot 10^{-1} (8.50 \cdot 10^{-3})$	$2.59 \cdot 10^{-4} (1.77 \cdot 10^{-5})$
$v = 7/2$	$1.90 \cdot 10^{-4} (1.12 \cdot 10^{-5})$	$2.14 \cdot 10^{-4} (1.18 \cdot 10^{-5})$	$2.08 \cdot 10^{-4} (1.11 \cdot 10^{-5})$	$1.97 \cdot 10^{-4} (1.06 \cdot 10^{-5})$	$1.05 \cdot 10^{-1} (6.89 \cdot 10^{-3})$	$2.28 \cdot 10^{-4} (1.27 \cdot 10^{-5})$
$v = 9/2$	$1.80 \cdot 10^{-4} (9.94 \cdot 10^{-6})$	$2.18 \cdot 10^{-4} (1.21 \cdot 10^{-5})$	$2.15 \cdot 10^{-4} (1.16 \cdot 10^{-5})$	$2.03 \cdot 10^{-4} (1.01 \cdot 10^{-5})$	$9.18 \cdot 10^{-2} (6.43 \cdot 10^{-3})$	$2.35 \cdot 10^{-4} (1.30 \cdot 10^{-5})$
$v = 17/2$	$1.86 \cdot 10^{-4} (9.16 \cdot 10^{-6})$	$2.48 \cdot 10^{-4} (1.44 \cdot 10^{-5})$	$2.35 \cdot 10^{-4} (1.25 \cdot 10^{-5})$	$2.25 \cdot 10^{-4} (1.19 \cdot 10^{-5})$	$7.27 \cdot 10^{-2} (5.85 \cdot 10^{-3})$	$2.68 \cdot 10^{-4} (1.43 \cdot 10^{-5})$
$v = 33/2$	$2.01 \cdot 10^{-4} (9.31 \cdot 10^{-6})$	$2.54 \cdot 10^{-4} (1.42 \cdot 10^{-5})$	$2.50 \cdot 10^{-4} (1.30 \cdot 10^{-5})$	$2.40 \cdot 10^{-4} (1.25 \cdot 10^{-5})$	$6.08 \cdot 10^{-2} (5.27 \cdot 10^{-3})$	$2.97 \cdot 10^{-4} (1.53 \cdot 10^{-5})$
$v = \infty$	$2.06 \cdot 10^{-4} (9.14 \cdot 10^{-6})$	$2.74 \cdot 10^{-4} (1.89 \cdot 10^{-5})$	$2.52 \cdot 10^{-4} (1.30 \cdot 10^{-5})$	$2.45 \cdot 10^{-4} (1.25 \cdot 10^{-5})$	$5.32 \cdot 10^{-2} (4.95 \cdot 10^{-3})$	$3.20 \cdot 10^{-4} (2.08 \cdot 10^{-5})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$1.92 \cdot 10^{-4} (1.02 \cdot 10^{-5})$	$2.52 \cdot 10^{-4} (1.85 \cdot 10^{-5})$	$2.31 \cdot 10^{-4} (1.21 \cdot 10^{-5})$	$2.19 \cdot 10^{-4} (1.22 \cdot 10^{-5})$	$5.32 \cdot 10^{-2} (4.95 \cdot 10^{-3})$	$2.56 \cdot 10^{-4} (1.46 \cdot 10^{-5})$

$R^*(S^{\text{SPE}})$	
$v = 1/2$	$7.84 \cdot 10^{-3} (4.29 \cdot 10^{-4})$
$v = 3/2$	$5.02 \cdot 10^{-4} (3.73 \cdot 10^{-5})$
$v = 5/2$	$1.61 \cdot 10^{-4} (1.13 \cdot 10^{-5})$
$v = 7/2$	$1.23 \cdot 10^{-4} (6.49 \cdot 10^{-6})$
$v = 9/2$	$1.14 \cdot 10^{-4} (5.05 \cdot 10^{-6})$
$v = 17/2$	$1.14 \cdot 10^{-4} (4.22 \cdot 10^{-6})$
$v = 33/2$	$1.21 \cdot 10^{-4} (4.29 \cdot 10^{-6})$
$v = \infty$	$1.21 \cdot 10^{-4} (4.12 \cdot 10^{-6})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$1.05 \cdot 10^{-4} (4.29 \cdot 10^{-6})$

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	
NLL/SPE	$1.94 \cdot 10^{-4} (1.04 \cdot 10^{-5})$
linear	$1.42 \cdot 10^{-1} (6.06 \cdot 10^{-4})$
1NN	$4.85 \cdot 10^{-1} (1.69 \cdot 10^{-3})$
2NN	$3.40 \cdot 10^{-1} (2.45 \cdot 10^{-3})$

Averages of $R(\theta; S^{\text{CRPS}})$.

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$5.30 \cdot 10^{-2} (3.91 \cdot 10^{-4})$	$4.07 \cdot 10^{-2} (5.91 \cdot 10^{-4})$	$3.97 \cdot 10^{-2} (5.71 \cdot 10^{-4})$	$3.62 \cdot 10^{-2} (7.03 \cdot 10^{-4})$	$1.80 \cdot 10^{-1} (3.32 \cdot 10^{-3})$	$3.93 \cdot 10^{-2} (5.60 \cdot 10^{-4})$
$v = 3/2$	$1.14 \cdot 10^{-2} (1.31 \cdot 10^{-4})$	$1.03 \cdot 10^{-2} (2.07 \cdot 10^{-4})$	$9.88 \cdot 10^{-3} (1.92 \cdot 10^{-4})$	$9.44 \cdot 10^{-3} (2.09 \cdot 10^{-4})$	$1.75 \cdot 10^{-1} (5.93 \cdot 10^{-3})$	$1.00 \cdot 10^{-2} (1.96 \cdot 10^{-4})$
$v = 5/2$	$6.45 \cdot 10^{-3} (8.66 \cdot 10^{-5})$	$6.62 \cdot 10^{-3} (1.48 \cdot 10^{-4})$	$6.25 \cdot 10^{-3} (1.25 \cdot 10^{-4})$	$6.17 \cdot 10^{-3} (1.39 \cdot 10^{-4})$	$1.76 \cdot 10^{-1} (7.04 \cdot 10^{-3})$	$6.40 \cdot 10^{-3} (1.34 \cdot 10^{-4})$
$v = 7/2$	$5.97 \cdot 10^{-3} (8.54 \cdot 10^{-5})$	$6.42 \cdot 10^{-3} (1.42 \cdot 10^{-4})$	$6.26 \cdot 10^{-3} (1.25 \cdot 10^{-4})$	$6.08 \cdot 10^{-3} (1.16 \cdot 10^{-4})$	$1.59 \cdot 10^{-1} (6.29 \cdot 10^{-3})$	$6.52 \cdot 10^{-3} (1.44 \cdot 10^{-4})$
$v = 9/2$	$5.88 \cdot 10^{-3} (8.79 \cdot 10^{-5})$	$6.74 \cdot 10^{-3} (1.71 \cdot 10^{-4})$	$6.59 \cdot 10^{-3} (1.62 \cdot 10^{-4})$	$6.46 \cdot 10^{-3} (1.34 \cdot 10^{-4})$	$1.47 \cdot 10^{-1} (6.05 \cdot 10^{-3})$	$6.86 \cdot 10^{-3} (1.67 \cdot 10^{-4})$
$v = 17/2$	$6.12 \cdot 10^{-3} (9.34 \cdot 10^{-5})$	$7.42 \cdot 10^{-3} (2.10 \cdot 10^{-4})$	$7.23 \cdot 10^{-3} (1.86 \cdot 10^{-4})$	$7.14 \cdot 10^{-3} (1.84 \cdot 10^{-4})$	$1.26 \cdot 10^{-1} (5.77 \cdot 10^{-3})$	$7.60 \cdot 10^{-3} (1.84 \cdot 10^{-4})$
$v = 33/2$	$6.44 \cdot 10^{-3} (9.73 \cdot 10^{-5})$	$7.60 \cdot 10^{-3} (2.04 \cdot 10^{-4})$	$7.55 \cdot 10^{-3} (1.88 \cdot 10^{-4})$	$7.46 \cdot 10^{-3} (1.89 \cdot 10^{-4})$	$1.13 \cdot 10^{-1} (5.40 \cdot 10^{-3})$	$8.07 \cdot 10^{-3} (1.91 \cdot 10^{-4})$
$v = \infty$	$6.58 \cdot 10^{-3} (9.96 \cdot 10^{-5})$	$7.90 \cdot 10^{-3} (2.43 \cdot 10^{-4})$	$7.62 \cdot 10^{-3} (1.87 \cdot 10^{-4})$	$7.61 \cdot 10^{-3} (1.89 \cdot 10^{-4})$	$1.04 \cdot 10^{-1} (5.19 \cdot 10^{-3})$	$8.38 \cdot 10^{-3} (2.31 \cdot 10^{-4})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$6.07 \cdot 10^{-3} (8.68 \cdot 10^{-5})$	$7.38 \cdot 10^{-3} (2.47 \cdot 10^{-4})$	$7.04 \cdot 10^{-3} (1.82 \cdot 10^{-4})$	$6.83 \cdot 10^{-3} (1.89 \cdot 10^{-4})$	$1.04 \cdot 10^{-1} (5.19 \cdot 10^{-3})$	$7.28 \cdot 10^{-3} (2.01 \cdot 10^{-4})$

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	
NLL/SPE	$6.19 \cdot 10^{-3} (9.89 \cdot 10^{-5})$

Averages of $R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$.

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$7.58 \cdot 10^{-1} (6.58 \cdot 10^{-3})$	$6.26 \cdot 10^{-1} (1.70 \cdot 10^{-2})$	$6.11 \cdot 10^{-1} (1.67 \cdot 10^{-2})$	$6.83 \cdot 10^{-1} (2.16 \cdot 10^{-2})$	$2.00 \cdot 10^0 (4.02 \cdot 10^{-2})$	$6.03 \cdot 10^{-1} (1.64 \cdot 10^{-2})$
$v = 3/2$	$1.56 \cdot 10^{-1} (2.86 \cdot 10^{-3})$	$1.53 \cdot 10^{-1} (5.99 \cdot 10^{-3})$	$1.48 \cdot 10^{-1} (5.83 \cdot 10^{-3})$	$1.62 \cdot 10^{-1} (6.34 \cdot 10^{-3})$	$2.05 \cdot 10^0 (7.57 \cdot 10^{-2})$	$1.49 \cdot 10^{-1} (5.82 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$8.26 \cdot 10^{-2} (1.92 \cdot 10^{-3})$	$9.21 \cdot 10^{-2} (4.04 \cdot 10^{-3})$	$8.73 \cdot 10^{-2} (3.63 \cdot 10^{-3})$	$9.77 \cdot 10^{-2} (3.91 \cdot 10^{-3})$	$2.08 \cdot 10^0 (8.73 \cdot 10^{-2})$	$9.01 \cdot 10^{-2} (3.77 \cdot 10^{-3})$
$v = 7/2$	$7.17 \cdot 10^{-2} (1.79 \cdot 10^{-3})$	$8.11 \cdot 10^{-2} (3.41 \cdot 10^{-3})$	$8.01 \cdot 10^{-2} (3.08 \cdot 10^{-3})$	$8.37 \cdot 10^{-2} (3.09 \cdot 10^{-3})$	$1.85 \cdot 10^0 (7.45 \cdot 10^{-2})$	$8.42 \cdot 10^{-2} (3.48 \cdot 10^{-3})$
$v = 9/2$	$6.78 \cdot 10^{-2} (1.82 \cdot 10^{-3})$	$8.38 \cdot 10^{-2} (3.86 \cdot 10^{-3})$	$8.42 \cdot 10^{-2} (3.81 \cdot 10^{-3})$	$8.71 \cdot 10^{-2} (3.32 \cdot 10^{-3})$	$1.70 \cdot 10^0 (7.13 \cdot 10^{-2})$	$8.75 \cdot 10^{-2} (3.86 \cdot 10^{-3})$
$v = 17/2$	$6.72 \cdot 10^{-2} (1.99 \cdot 10^{-3})$	$9.47 \cdot 10^{-2} (5.01 \cdot 10^{-3})$	$9.31 \cdot 10^{-2} (4.66 \cdot 10^{-3})$	$9.76 \cdot 10^{-2} (4.84 \cdot 10^{-3})$	$1.46 \cdot 10^0 (6.77 \cdot 10^{-2})$	$9.88 \cdot 10^{-2} (4.76 \cdot 10^{-3})$
$v = 33/2$	$6.98 \cdot 10^{-2} (2.12 \cdot 10^{-3})$	$9.54 \cdot 10^{-2} (4.99 \cdot 10^{-3})$	$9.73 \cdot 10^{-2} (4.89 \cdot 10^{-3})$	$1.01 \cdot 10^{-1} (5.07 \cdot 10^{-3})$	$1.30 \cdot 10^0 (6.30 \cdot 10^{-2})$	$1.06 \cdot 10^{-1} (5.16 \cdot 10^{-3})$
$v = \infty$	$7.09 \cdot 10^{-2} (2.21 \cdot 10^{-3})$	$1.02 \cdot 10^{-1} (5.93 \cdot 10^{-3})$	$9.85 \cdot 10^{-2} (5.04 \cdot 10^{-3})$	$1.03 \cdot 10^{-1} (5.08 \cdot 10^{-3})$	$1.20 \cdot 10^0 (6.06 \cdot 10^{-2})$	$1.11 \cdot 10^{-1} (5.82 \cdot 10^{-3})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$7.18 \cdot 10^{-2} (1.88 \cdot 10^{-3})$	$9.80 \cdot 10^{-2} (5.82 \cdot 10^{-3})$	$9.44 \cdot 10^{-2} (4.45 \cdot 10^{-3})$	$9.92 \cdot 10^{-2} (4.80 \cdot 10^{-3})$	$1.20 \cdot 10^0 (6.06 \cdot 10^{-2})$	$9.87 \cdot 10^{-2} (5.12 \cdot 10^{-3})$

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	
NLL/SPE	$7.09 \cdot 10^{-2} (2.07 \cdot 10^{-3})$

SM2.2.35. Borehole, $n = 160$, $d = 8$.

Averages of $R(\theta; S^{\text{SPE}})$.

SUPPLEMENTARY MATERIALS: MODEL PARAMETERS IN GAUSSIAN PROCESS INTERPOLATIONS_{SM39}

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$3.92 \cdot 10^{-3} (2.05 \cdot 10^{-4})$	$4.10 \cdot 10^{-3} (2.01 \cdot 10^{-4})$	$3.94 \cdot 10^{-3} (2.03 \cdot 10^{-4})$	$3.86 \cdot 10^{-3} (2.07 \cdot 10^{-4})$	$6.59 \cdot 10^{-2} (3.34 \cdot 10^{-3})$	$3.85 \cdot 10^{-3} (2.04 \cdot 10^{-4})$
$v = 3/2$	$1.86 \cdot 10^{-4} (1.18 \cdot 10^{-5})$	$2.17 \cdot 10^{-4} (1.22 \cdot 10^{-5})$	$2.00 \cdot 10^{-4} (1.16 \cdot 10^{-5})$	$1.91 \cdot 10^{-4} (1.18 \cdot 10^{-5})$	$7.04 \cdot 10^{-2} (6.07 \cdot 10^{-3})$	$1.95 \cdot 10^{-4} (1.18 \cdot 10^{-5})$
$v = 5/2$	$5.10 \cdot 10^{-5} (2.62 \cdot 10^{-6})$	$5.83 \cdot 10^{-5} (2.98 \cdot 10^{-6})$	$5.39 \cdot 10^{-5} (2.76 \cdot 10^{-6})$	$5.37 \cdot 10^{-5} (2.82 \cdot 10^{-6})$	$5.61 \cdot 10^{-2} (4.75 \cdot 10^{-3})$	$5.37 \cdot 10^{-5} (2.84 \cdot 10^{-6})$
$v = 7/2$	$3.64 \cdot 10^{-5} (1.51 \cdot 10^{-6})$	$3.80 \cdot 10^{-5} (1.49 \cdot 10^{-6})$	$3.62 \cdot 10^{-5} (1.46 \cdot 10^{-6})$	$3.66 \cdot 10^{-5} (1.54 \cdot 10^{-6})$	$2.00 \cdot 10^{-2} (1.83 \cdot 10^{-3})$	$3.73 \cdot 10^{-5} (1.55 \cdot 10^{-6})$
$v = 9/2$	$3.63 \cdot 10^{-5} (1.30 \cdot 10^{-6})$	$3.82 \cdot 10^{-5} (1.42 \cdot 10^{-6})$	$3.64 \cdot 10^{-5} (1.32 \cdot 10^{-6})$	$3.69 \cdot 10^{-5} (1.39 \cdot 10^{-6})$	$1.13 \cdot 10^{-2} (1.00 \cdot 10^{-3})$	$3.87 \cdot 10^{-5} (1.48 \cdot 10^{-6})$
$v = 17/2$	$4.06 \cdot 10^{-5} (1.18 \cdot 10^{-6})$	$4.26 \cdot 10^{-5} (1.42 \cdot 10^{-6})$	$4.15 \cdot 10^{-5} (1.33 \cdot 10^{-6})$	$4.21 \cdot 10^{-5} (1.44 \cdot 10^{-6})$	$6.53 \cdot 10^{-3} (5.00 \cdot 10^{-4})$	$4.60 \cdot 10^{-5} (1.76 \cdot 10^{-6})$
$v = 33/2$	$4.23 \cdot 10^{-5} (1.15 \cdot 10^{-6})$	$4.54 \cdot 10^{-5} (1.50 \cdot 10^{-6})$	$4.37 \cdot 10^{-5} (1.40 \cdot 10^{-6})$	$4.35 \cdot 10^{-5} (1.38 \cdot 10^{-6})$	$5.44 \cdot 10^{-3} (3.97 \cdot 10^{-4})$	$4.93 \cdot 10^{-5} (1.94 \cdot 10^{-6})$
$v = \infty$	$4.78 \cdot 10^{-5} (1.25 \cdot 10^{-6})$	$5.16 \cdot 10^{-5} (1.66 \cdot 10^{-6})$	$5.04 \cdot 10^{-5} (1.57 \cdot 10^{-6})$	$5.09 \cdot 10^{-5} (1.66 \cdot 10^{-6})$	$4.56 \cdot 10^{-3} (3.17 \cdot 10^{-4})$	$5.55 \cdot 10^{-5} (2.07 \cdot 10^{-6})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$3.64 \cdot 10^{-5} (1.51 \cdot 10^{-6})$	$3.96 \cdot 10^{-5} (1.51 \cdot 10^{-6})$	$3.70 \cdot 10^{-5} (1.43 \cdot 10^{-6})$	$3.78 \cdot 10^{-5} (1.64 \cdot 10^{-6})$	$4.56 \cdot 10^{-3} (3.17 \cdot 10^{-4})$	$3.88 \cdot 10^{-5} (1.85 \cdot 10^{-6})$

$R^*(S^{\text{SPE}})$	
$v = 1/2$	$3.59 \cdot 10^{-3} (1.99 \cdot 10^{-4})$
$v = 3/2$	$1.56 \cdot 10^{-4} (1.05 \cdot 10^{-5})$
$v = 5/2$	$3.99 \cdot 10^{-5} (1.98 \cdot 10^{-6})$
$v = 7/2$	$2.78 \cdot 10^{-5} (1.10 \cdot 10^{-6})$
$v = 9/2$	$2.80 \cdot 10^{-5} (9.61 \cdot 10^{-7})$
$v = 17/2$	$3.18 \cdot 10^{-5} (9.13 \cdot 10^{-7})$
$v = 33/2$	$3.31 \cdot 10^{-5} (8.94 \cdot 10^{-7})$
$v = \infty$	$3.78 \cdot 10^{-5} (9.68 \cdot 10^{-7})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$2.66 \cdot 10^{-5} (9.51 \cdot 10^{-7})$

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	
NLL/SPE	$3.88 \cdot 10^{-5} (1.47 \cdot 10^{-6})$
linear	$1.36 \cdot 10^{-1} (2.85 \cdot 10^{-4})$
1NN	$4.00 \cdot 10^{-1} (1.24 \cdot 10^{-3})$
2NN	$2.79 \cdot 10^{-1} (1.35 \cdot 10^{-3})$

Averages of $R(\theta; S^{\text{CRPS}})$.

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$3.51 \cdot 10^{-2} (2.04 \cdot 10^{-4})$	$2.52 \cdot 10^{-2} (3.24 \cdot 10^{-4})$	$2.47 \cdot 10^{-2} (3.25 \cdot 10^{-4})$	$2.22 \cdot 10^{-2} (4.16 \cdot 10^{-4})$	$1.29 \cdot 10^{-1} (3.72 \cdot 10^{-3})$	$2.45 \cdot 10^{-2} (3.28 \cdot 10^{-4})$
$v = 3/2$	$6.05 \cdot 10^{-3} (5.42 \cdot 10^{-5})$	$5.13 \cdot 10^{-3} (8.15 \cdot 10^{-5})$	$4.88 \cdot 10^{-3} (7.48 \cdot 10^{-5})$	$4.56 \cdot 10^{-3} (8.67 \cdot 10^{-5})$	$1.25 \cdot 10^{-1} (6.81 \cdot 10^{-3})$	$4.84 \cdot 10^{-3} (7.42 \cdot 10^{-5})$
$v = 5/2$	$2.96 \cdot 10^{-3} (2.49 \cdot 10^{-5})$	$2.78 \cdot 10^{-3} (4.23 \cdot 10^{-5})$	$2.64 \cdot 10^{-3} (3.74 \cdot 10^{-5})$	$2.58 \cdot 10^{-3} (3.99 \cdot 10^{-5})$	$1.09 \cdot 10^{-1} (6.10 \cdot 10^{-3})$	$2.63 \cdot 10^{-3} (3.63 \cdot 10^{-5})$
$v = 7/2$	$2.51 \cdot 10^{-3} (2.14 \cdot 10^{-5})$	$2.47 \cdot 10^{-3} (3.17 \cdot 10^{-5})$	$2.37 \cdot 10^{-3} (2.95 \cdot 10^{-5})$	$2.37 \cdot 10^{-3} (3.18 \cdot 10^{-5})$	$6.20 \cdot 10^{-2} (3.24 \cdot 10^{-3})$	$2.39 \cdot 10^{-3} (3.04 \cdot 10^{-5})$
$v = 9/2$	$2.55 \cdot 10^{-3} (2.18 \cdot 10^{-5})$	$2.60 \cdot 10^{-3} (3.46 \cdot 10^{-5})$	$2.51 \cdot 10^{-3} (3.10 \cdot 10^{-5})$	$2.52 \cdot 10^{-3} (3.31 \cdot 10^{-5})$	$4.56 \cdot 10^{-2} (2.07 \cdot 10^{-3})$	$2.57 \cdot 10^{-3} (3.42 \cdot 10^{-5})$
$v = 17/2$	$2.79 \cdot 10^{-3} (2.49 \cdot 10^{-5})$	$2.88 \cdot 10^{-3} (3.73 \cdot 10^{-5})$	$2.83 \cdot 10^{-3} (3.47 \cdot 10^{-5})$	$2.85 \cdot 10^{-3} (3.70 \cdot 10^{-5})$	$3.45 \cdot 10^{-2} (1.25 \cdot 10^{-3})$	$2.94 \cdot 10^{-3} (4.32 \cdot 10^{-5})$
$v = 33/2$	$2.89 \cdot 10^{-3} (2.65 \cdot 10^{-5})$	$3.02 \cdot 10^{-3} (4.30 \cdot 10^{-5})$	$2.94 \cdot 10^{-3} (3.75 \cdot 10^{-5})$	$2.96 \cdot 10^{-3} (3.85 \cdot 10^{-5})$	$3.15 \cdot 10^{-2} (1.09 \cdot 10^{-3})$	$3.10 \cdot 10^{-3} (5.05 \cdot 10^{-5})$
$v = \infty$	$3.11 \cdot 10^{-3} (2.92 \cdot 10^{-5})$	$3.26 \cdot 10^{-3} (4.62 \cdot 10^{-5})$	$3.21 \cdot 10^{-3} (4.36 \cdot 10^{-5})$	$3.23 \cdot 10^{-3} (4.55 \cdot 10^{-5})$	$2.88 \cdot 10^{-2} (9.55 \cdot 10^{-4})$	$3.32 \cdot 10^{-3} (5.13 \cdot 10^{-5})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$2.51 \cdot 10^{-3} (2.14 \cdot 10^{-5})$	$2.60 \cdot 10^{-3} (4.09 \cdot 10^{-5})$	$2.44 \cdot 10^{-3} (3.47 \cdot 10^{-5})$	$2.41 \cdot 10^{-3} (3.46 \cdot 10^{-5})$	$2.88 \cdot 10^{-2} (9.55 \cdot 10^{-4})$	$2.45 \cdot 10^{-3} (3.57 \cdot 10^{-5})$

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	
NLL/SPE	$2.62 \cdot 10^{-3} (2.96 \cdot 10^{-5})$

Averages of $R(\theta; S^{\text{SIS}}_{0.95})$.

$R(\theta; S^{\text{SIS}}_{0.95})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$5.24 \cdot 10^{-1} (4.30 \cdot 10^{-3})$	$4.12 \cdot 10^{-1} (1.08 \cdot 10^{-2})$	$4.03 \cdot 10^{-1} (1.08 \cdot 10^{-2})$	$4.54 \cdot 10^{-1} (1.40 \cdot 10^{-2})$	$1.46 \cdot 10^0 (3.81 \cdot 10^{-2})$	$3.98 \cdot 10^{-1} (1.09 \cdot 10^{-2})$
$v = 3/2$	$8.81 \cdot 10^{-2} (1.24 \cdot 10^{-3})$	$8.41 \cdot 10^{-2} (2.56 \cdot 10^{-3})$	$8.04 \cdot 10^{-2} (2.48 \cdot 10^{-3})$	$8.94 \cdot 10^{-2} (2.91 \cdot 10^{-3})$	$1.44 \cdot 10^0 (7.41 \cdot 10^{-2})$	$7.89 \cdot 10^{-2} (2.50 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$4.02 \cdot 10^{-2} (5.79 \cdot 10^{-4})$	$4.15 \cdot 10^{-2} (1.20 \cdot 10^{-3})$	$3.98 \cdot 10^{-2} (1.13 \cdot 10^{-3})$	$4.48 \cdot 10^{-2} (1.21 \cdot 10^{-3})$	$1.26 \cdot 10^0 (6.66 \cdot 10^{-2})$	$3.96 \cdot 10^{-2} (1.12 \cdot 10^{-3})$
$v = 7/2$	$3.17 \cdot 10^{-2} (4.46 \cdot 10^{-4})$	$3.24 \cdot 10^{-2} (7.77 \cdot 10^{-4})$	$3.18 \cdot 10^{-2} (7.87 \cdot 10^{-4})$	$3.49 \cdot 10^{-2} (8.76 \cdot 10^{-4})$	$7.53 \cdot 10^{-1} (3.74 \cdot 10^{-2})$	$3.23 \cdot 10^{-2} (8.07 \cdot 10^{-4})$
$v = 9/2$	$3.03 \cdot 10^{-2} (4.37 \cdot 10^{-4})$	$3.17 \cdot 10^{-2} (7.67 \cdot 10^{-4})$	$3.13 \cdot 10^{-2} (7.55 \cdot 10^{-4})$	$3.38 \cdot 10^{-2} (8.42 \cdot 10^{-4})$	$5.75 \cdot 10^{-1} (2.60 \cdot 10^{-2})$	$3.25 \cdot 10^{-2} (7.97 \cdot 10^{-4})$
$v = 17/2$	$3.03 \cdot 10^{-2} (4.71 \cdot 10^{-4})$	$3.27 \cdot 10^{-2} (7.56 \cdot 10^{-4})$	$3.26 \cdot 10^{-2} (7.41 \cdot 10^{-4})$	$3.45 \cdot 10^{-2} (8.42 \cdot 10^{-4})$	$4.35 \cdot 10^{-1} (1.75 \cdot 10^{-2})$	$3.47 \cdot 10^{-2} (8.78 \cdot 10^{-4})$
$v = 33/2$	$3.06 \cdot 10^{-2} (5.02 \cdot 10^{-4})$	$3.36 \cdot 10^{-2} (7.87 \cdot 10^{-4})$	$3.32 \cdot 10^{-2} (7.58 \cdot 10^{-4})$	$3.45 \cdot 10^{-2} (8.15 \cdot 10^{-4})$	$3.91 \cdot 10^{-1} (1.53 \cdot 10^{-2})$	$3.58 \cdot 10^{-2} (9.26 \cdot 10^{-4})$
$v = \infty$	$3.26 \cdot 10^{-2} (5.55 \cdot 10^{-4})$	$3.57 \cdot 10^{-2} (8.32 \cdot 10^{-4})$	$3.54 \cdot 10^{-2} (7.87 \cdot 10^{-4})$	$3.71 \cdot 10^{-2} (9.02 \cdot 10^{-4})$	$3.52 \cdot 10^{-1} (1.34 \cdot 10^{-2})$	$3.75 \cdot 10^{-2} (9.28 \cdot 10^{-4})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$3.17 \cdot 10^{-2} (4.46 \cdot 10^{-4})$	$3.29 \cdot 10^{-2} (8.19 \cdot 10^{-4})$	$3.21 \cdot 10^{-2} (7.90 \cdot 10^{-4})$	$3.57 \cdot 10^{-2} (9.60 \cdot 10^{-4})$	$3.52 \cdot 10^{-1} (1.34 \cdot 10^{-2})$	$3.30 \cdot 10^{-2} (9.12 \cdot 10^{-4})$

$R(\theta; S^{\text{SIS}}_{0.95})$	
NLL/SPE	$3.16 \cdot 10^{-2} (5.12 \cdot 10^{-4})$

SM2.2.36. Borehole, $n = 400, d = 8$.

Averages of $R(\theta; S^{\text{SPE}})$.

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$1.09 \cdot 10^{-3} (4.58 \cdot 10^{-5})$	$1.15 \cdot 10^{-3} (4.74 \cdot 10^{-5})$	$1.11 \cdot 10^{-3} (4.60 \cdot 10^{-5})$	$1.08 \cdot 10^{-3} (4.61 \cdot 10^{-5})$	$1.74 \cdot 10^{-2} (1.66 \cdot 10^{-3})$	$1.08 \cdot 10^{-3} (4.55 \cdot 10^{-5})$
$v = 3/2$	$3.31 \cdot 10^{-3} (1.73 \cdot 10^{-6})$	$3.72 \cdot 10^{-3} (1.86 \cdot 10^{-6})$	$3.50 \cdot 10^{-3} (1.77 \cdot 10^{-6})$	$3.41 \cdot 10^{-3} (1.83 \cdot 10^{-6})$	$1.96 \cdot 10^{-2} (3.32 \cdot 10^{-3})$	$3.53 \cdot 10^{-3} (1.78 \cdot 10^{-6})$
$v = 5/2$	$7.40 \cdot 10^{-6} (3.55 \cdot 10^{-7})$	$8.25 \cdot 10^{-6} (3.78 \cdot 10^{-7})$	$7.91 \cdot 10^{-6} (3.61 \cdot 10^{-7})$	$7.73 \cdot 10^{-6} (3.63 \cdot 10^{-7})$	$4.57 \cdot 10^{-3} (6.34 \cdot 10^{-4})$	$8.03 \cdot 10^{-6} (3.70 \cdot 10^{-7})$
$v = 7/2$	$4.85 \cdot 10^{-6} (2.05 \cdot 10^{-7})$	$4.90 \cdot 10^{-6} (1.88 \cdot 10^{-7})$	$4.82 \cdot 10^{-6} (1.93 \cdot 10^{-7})$	$4.84 \cdot 10^{-6} (1.94 \cdot 10^{-7})$	$1.41 \cdot 10^{-3} (1.22 \cdot 10^{-4})$	$5.01 \cdot 10^{-6} (2.08 \cdot 10^{-7})$
$v = 9/2$	$4.39 \cdot 10^{-6} (1.66 \cdot 10^{-7})$	$4.25 \cdot 10^{-6} (1.49 \cdot 10^{-7})$	$4.27 \cdot 10^{-6} (1.61 \cdot 10^{-7})$	$4.28 \cdot 10^{-6} (1.60 \cdot 10^{-7})$	$1.01 \cdot 10^{-3} (8.46 \cdot 10^{-5})$	$4.51 \cdot 10^{-6} (1.75 \cdot 10^{-7})$
$v = 17/2$	$5.17 \cdot 10^{-6} (1.52 \cdot 10^{-7})$	$5.30 \cdot 10^{-6} (1.56 \cdot 10^{-7})$	$5.34 \cdot 10^{-6} (1.68 \cdot 10^{-7})$	$5.31 \cdot 10^{-6} (1.63 \cdot 10^{-7})$	$6.55 \cdot 10^{-4} (5.15 \cdot 10^{-5})$	$5.75 \cdot 10^{-6} (1.98 \cdot 10^{-7})$
$v = 33/2$	$5.98 \cdot 10^{-6} (1.54 \cdot 10^{-7})$	$6.25 \cdot 10^{-6} (1.65 \cdot 10^{-7})$	$6.20 \cdot 10^{-6} (1.73 \cdot 10^{-7})$	$6.18 \cdot 10^{-6} (1.64 \cdot 10^{-7})$	$5.46 \cdot 10^{-4} (4.03 \cdot 10^{-5})$	$6.64 \cdot 10^{-6} (2.19 \cdot 10^{-7})$
$v = \infty$	$7.51 \cdot 10^{-6} (1.70 \cdot 10^{-7})$	$7.78 \cdot 10^{-6} (1.88 \cdot 10^{-7})$	$7.72 \cdot 10^{-6} (1.78 \cdot 10^{-7})$	$7.71 \cdot 10^{-6} (1.79 \cdot 10^{-7})$	$4.71 \cdot 10^{-4} (3.14 \cdot 10^{-5})$	$8.28 \cdot 10^{-6} (2.52 \cdot 10^{-7})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$4.85 \cdot 10^{-6} (2.05 \cdot 10^{-7})$	$4.38 \cdot 10^{-6} (1.53 \cdot 10^{-7})$	$4.39 \cdot 10^{-6} (1.63 \cdot 10^{-7})$	$4.61 \cdot 10^{-6} (1.70 \cdot 10^{-7})$	$4.71 \cdot 10^{-4} (3.14 \cdot 10^{-5})$	$4.75 \cdot 10^{-6} (1.85 \cdot 10^{-7})$

$R^*(S^{\text{SPE}})$	
$v = 1/2$	$1.02 \cdot 10^{-3} (4.43 \cdot 10^{-5})$
$v = 3/2$	$2.84 \cdot 10^{-5} (1.54 \cdot 10^{-6})$
$v = 5/2$	$6.46 \cdot 10^{-6} (3.14 \cdot 10^{-7})$
$v = 7/2$	$4.29 \cdot 10^{-6} (1.73 \cdot 10^{-7})$
$v = 9/2$	$3.92 \cdot 10^{-6} (1.34 \cdot 10^{-7})$
$v = 17/2$	$4.85 \cdot 10^{-6} (1.24 \cdot 10^{-7})$
$v = 33/2$	$5.61 \cdot 10^{-6} (1.23 \cdot 10^{-7})$
$v = \infty$	$6.96 \cdot 10^{-6} (1.33 \cdot 10^{-7})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$3.86 \cdot 10^{-6} (1.34 \cdot 10^{-7})$

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	
NLL/SPE	$4.51 \cdot 10^{-6} (1.69 \cdot 10^{-7})$
linear	$1.33 \cdot 10^{-1} (1.06 \cdot 10^{-4})$
1NN	$3.09 \cdot 10^{-1} (6.87 \cdot 10^{-4})$
2NN	$2.08 \cdot 10^{-1} (8.08 \cdot 10^{-4})$

Averages of $R(\theta; S^{\text{CRPS}})$.

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$2.02 \cdot 10^{-2} (5.82 \cdot 10^{-5})$	$1.29 \cdot 10^{-2} (1.18 \cdot 10^{-4})$	$1.27 \cdot 10^{-2} (1.10 \cdot 10^{-4})$	$1.10 \cdot 10^{-2} (1.36 \cdot 10^{-4})$	$6.02 \cdot 10^{-2} (2.86 \cdot 10^{-3})$	$1.26 \cdot 10^{-2} (1.09 \cdot 10^{-4})$
$v = 3/2$	$2.77 \cdot 10^{-3} (1.36 \cdot 10^{-5})$	$2.04 \cdot 10^{-3} (2.51 \cdot 10^{-5})$	$1.97 \cdot 10^{-3} (2.27 \cdot 10^{-5})$	$1.81 \cdot 10^{-3} (2.49 \cdot 10^{-5})$	$5.44 \cdot 10^{-2} (5.16 \cdot 10^{-3})$	$1.99 \cdot 10^{-3} (2.33 \cdot 10^{-5})$
$v = 5/2$	$1.17 \cdot 10^{-3} (6.94 \cdot 10^{-6})$	$9.73 \cdot 10^{-4} (1.16 \cdot 10^{-5})$	$9.43 \cdot 10^{-4} (1.04 \cdot 10^{-5})$	$8.88 \cdot 10^{-4} (1.12 \cdot 10^{-5})$	$2.66 \cdot 10^{-2} (1.91 \cdot 10^{-3})$	$9.51 \cdot 10^{-4} (1.04 \cdot 10^{-5})$
$v = 7/2$	$9.01 \cdot 10^{-4} (6.07 \cdot 10^{-6})$	$8.02 \cdot 10^{-4} (7.98 \cdot 10^{-6})$	$7.86 \cdot 10^{-4} (7.77 \cdot 10^{-6})$	$7.71 \cdot 10^{-4} (8.31 \cdot 10^{-6})$	$1.51 \cdot 10^{-2} (6.84 \cdot 10^{-4})$	$7.95 \cdot 10^{-4} (8.13 \cdot 10^{-6})$
$v = 9/2$	$8.50 \cdot 10^{-4} (6.10 \cdot 10^{-6})$	$7.94 \cdot 10^{-4} (7.25 \cdot 10^{-6})$	$7.84 \cdot 10^{-4} (7.41 \cdot 10^{-6})$	$7.76 \cdot 10^{-4} (7.80 \cdot 10^{-6})$	$1.27 \cdot 10^{-2} (5.40 \cdot 10^{-4})$	$8.00 \cdot 10^{-4} (8.09 \cdot 10^{-6})$
$v = 17/2$	$9.50 \cdot 10^{-4} (6.89 \cdot 10^{-6})$	$9.64 \cdot 10^{-4} (8.59 \cdot 10^{-6})$	$9.55 \cdot 10^{-4} (8.11 \cdot 10^{-6})$	$9.49 \cdot 10^{-4} (8.50 \cdot 10^{-6})$	$1.02 \cdot 10^{-2} (3.60 \cdot 10^{-4})$	$9.81 \cdot 10^{-4} (9.64 \cdot 10^{-6})$
$v = 33/2$	$1.04 \cdot 10^{-3} (7.39 \cdot 10^{-6})$	$1.08 \cdot 10^{-3} (9.77 \cdot 10^{-6})$	$1.06 \cdot 10^{-3} (8.56 \cdot 10^{-6})$	$1.06 \cdot 10^{-3} (9.61 \cdot 10^{-6})$	$9.33 \cdot 10^{-3} (3.01 \cdot 10^{-4})$	$1.08 \cdot 10^{-3} (1.02 \cdot 10^{-5})$
$v = \infty$	$1.18 \cdot 10^{-3} (8.02 \cdot 10^{-6})$	$1.22 \cdot 10^{-3} (1.08 \cdot 10^{-5})$	$1.21 \cdot 10^{-3} (8.88 \cdot 10^{-6})$	$1.20 \cdot 10^{-3} (9.82 \cdot 10^{-6})$	$8.76 \cdot 10^{-3} (2.51 \cdot 10^{-4})$	$1.23 \cdot 10^{-3} (1.12 \cdot 10^{-5})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$9.01 \cdot 10^{-4} (6.07 \cdot 10^{-6})$	$8.02 \cdot 10^{-4} (9.11 \cdot 10^{-6})$	$7.85 \cdot 10^{-4} (7.34 \cdot 10^{-6})$	$7.72 \cdot 10^{-4} (7.97 \cdot 10^{-6})$	$8.76 \cdot 10^{-3} (2.51 \cdot 10^{-4})$	$8.00 \cdot 10^{-4} (8.09 \cdot 10^{-6})$

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	
NLL/SPE	$8.65 \cdot 10^{-4} (7.53 \cdot 10^{-6})$

Averages of $R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$.

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$3.09 \cdot 10^{-1} (1.50 \cdot 10^{-3})$	$2.12 \cdot 10^{-1} (3.77 \cdot 10^{-3})$	$2.07 \cdot 10^{-1} (3.68 \cdot 10^{-3})$	$2.34 \cdot 10^{-1} (4.76 \cdot 10^{-3})$	$7.40 \cdot 10^{-1} (2.57 \cdot 10^{-2})$	$2.06 \cdot 10^{-1} (3.66 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$4.14 \cdot 10^{-2} (3.33 \cdot 10^{-4})$	$3.33 \cdot 10^{-2} (7.44 \cdot 10^{-4})$	$3.22 \cdot 10^{-2} (7.23 \cdot 10^{-4})$	$3.67 \cdot 10^{-2} (8.71 \cdot 10^{-4})$	$6.36 \cdot 10^{-1} (5.36 \cdot 10^{-2})$	$3.23 \cdot 10^{-2} (7.33 \cdot 10^{-4})$
$v = 5/2$	$1.67 \cdot 10^{-2} (1.58 \cdot 10^{-4})$	$1.52 \cdot 10^{-2} (3.18 \cdot 10^{-4})$	$1.49 \cdot 10^{-2} (3.01 \cdot 10^{-4})$	$1.75 \cdot 10^{-2} (3.71 \cdot 10^{-4})$	$3.39 \cdot 10^{-1} (2.20 \cdot 10^{-2})$	$1.50 \cdot 10^{-2} (3.02 \cdot 10^{-4})$
$v = 7/2$	$1.20 \cdot 10^{-2} (1.29 \cdot 10^{-4})$	$1.11 \cdot 10^{-2} (2.12 \cdot 10^{-4})$	$1.11 \cdot 10^{-2} (2.17 \cdot 10^{-4})$	$1.25 \cdot 10^{-2} (2.53 \cdot 10^{-4})$	$1.97 \cdot 10^{-1} (8.38 \cdot 10^{-3})$	$1.13 \cdot 10^{-2} (2.27 \cdot 10^{-4})$
$v = 9/2$	$1.07 \cdot 10^{-2} (1.22 \cdot 10^{-4})$	$9.96 \cdot 10^{-3} (1.73 \cdot 10^{-4})$	$1.00 \cdot 10^{-2} (1.86 \cdot 10^{-4})$	$1.08 \cdot 10^{-2} (2.12 \cdot 10^{-4})$	$1.64 \cdot 10^{-1} (6.72 \cdot 10^{-3})$	$1.03 \cdot 10^{-2} (1.98 \cdot 10^{-4})$
$v = 17/2$	$1.06 \cdot 10^{-2} (1.32 \cdot 10^{-4})$	$1.06 \cdot 10^{-2} (1.63 \cdot 10^{-4})$	$1.07 \cdot 10^{-2} (1.76 \cdot 10^{-4})$	$1.11 \cdot 10^{-2} (1.97 \cdot 10^{-4})$	$1.30 \cdot 10^{-1} (4.78 \cdot 10^{-3})$	$1.12 \cdot 10^{-2} (2.00 \cdot 10^{-4})$
$v = 33/2$	$1.11 \cdot 10^{-2} (1.41 \cdot 10^{-4})$	$1.14 \cdot 10^{-2} (1.68 \cdot 10^{-4})$	$1.14 \cdot 10^{-2} (1.74 \cdot 10^{-4})$	$1.18 \cdot 10^{-2} (1.96 \cdot 10^{-4})$	$1.17 \cdot 10^{-1} (4.04 \cdot 10^{-3})$	$1.18 \cdot 10^{-2} (2.06 \cdot 10^{-4})$
$v = \infty$	$1.24 \cdot 10^{-2} (1.56 \cdot 10^{-4})$	$1.27 \cdot 10^{-2} (1.76 \cdot 10^{-4})$	$1.27 \cdot 10^{-2} (1.70 \cdot 10^{-4})$	$1.30 \cdot 10^{-2} (2.03 \cdot 10^{-4})$	$1.07 \cdot 10^{-1} (3.36 \cdot 10^{-3})$	$1.31 \cdot 10^{-2} (2.14 \cdot 10^{-4})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$1.20 \cdot 10^{-2} (1.29 \cdot 10^{-4})$	$1.02 \cdot 10^{-2} (1.81 \cdot 10^{-4})$	$1.03 \cdot 10^{-2} (1.93 \cdot 10^{-4})$	$1.20 \cdot 10^{-2} (2.33 \cdot 10^{-4})$	$1.07 \cdot 10^{-1} (3.36 \cdot 10^{-3})$	$1.08 \cdot 10^{-2} (2.10 \cdot 10^{-4})$

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	
NLL/SPE	$1.08 \cdot 10^{-2} (1.27 \cdot 10^{-4})$

SM2.2.37. $\text{Re}(S_{2\pi})$, $n = 60$, $d = 6$.

Averages of $R(\theta; S^{\text{SPE}})$.

SUPPLEMENTARY MATERIALS: MODEL PARAMETERS IN GAUSSIAN PROCESS INTERPOLATIONS_{M41}

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$2.56 \cdot 10^{-2}$ (7.27 · 10 ⁻⁴)	$2.57 \cdot 10^{-2}$ (7.42 · 10 ⁻⁴)	$2.41 \cdot 10^{-2}$ (6.95 · 10 ⁻⁴)	$2.41 \cdot 10^{-2}$ (7.22 · 10 ⁻⁴)	$3.42 \cdot 10^{-1}$ (6.76 · 10 ⁻³)	$2.34 \cdot 10^{-2}$ (6.92 · 10 ⁻⁴)
$v = 3/2$	$8.23 \cdot 10^{-3}$ (2.79 · 10 ⁻⁶)	$9.83 \cdot 10^{-3}$ (6.82 · 10 ⁻⁶)	$7.48 \cdot 10^{-3}$ (3.20 · 10 ⁻⁶)	$7.90 \cdot 10^{-3}$ (4.19 · 10 ⁻⁶)	$3.04 \cdot 10^{-1}$ (8.73 · 10 ⁻³)	$7.41 \cdot 10^{-3}$ (2.38 · 10 ⁻⁶)
$v = 5/2$	$2.27 \cdot 10^{-3}$ (6.91 · 10 ⁻⁷)	$2.91 \cdot 10^{-3}$ (2.84 · 10 ⁻⁶)	$2.21 \cdot 10^{-3}$ (9.60 · 10 ⁻⁷)	$2.23 \cdot 10^{-3}$ (9.77 · 10 ⁻⁷)	$2.94 \cdot 10^{-1}$ (9.47 · 10 ⁻³)	$2.38 \cdot 10^{-3}$ (1.09 · 10 ⁻⁶)
$v = 7/2$	$2.88 \cdot 10^{-3}$ (8.15 · 10 ⁻⁷)	$4.06 \cdot 10^{-3}$ (3.68 · 10 ⁻⁶)	$2.93 \cdot 10^{-3}$ (1.36 · 10 ⁻⁶)	$2.95 \cdot 10^{-3}$ (1.44 · 10 ⁻⁶)	$2.79 \cdot 10^{-1}$ (8.90 · 10 ⁻³)	$4.28 \cdot 10^{-3}$ (4.92 · 10 ⁻⁶)
$v = 9/2$	$4.22 \cdot 10^{-3}$ (1.81 · 10 ⁻⁶)	$5.92 \cdot 10^{-3}$ (5.32 · 10 ⁻⁶)	$4.32 \cdot 10^{-3}$ (2.92 · 10 ⁻⁶)	$4.61 \cdot 10^{-3}$ (3.18 · 10 ⁻⁶)	$2.65 \cdot 10^{-1}$ (8.75 · 10 ⁻³)	$7.42 \cdot 10^{-3}$ (1.30 · 10 ⁻⁵)
$v = 13/2$	$5.53 \cdot 10^{-3}$ (3.00 · 10 ⁻⁶)	$8.08 \cdot 10^{-3}$ (7.40 · 10 ⁻⁶)	$6.29 \cdot 10^{-3}$ (5.15 · 10 ⁻⁶)	$6.91 \cdot 10^{-3}$ (5.97 · 10 ⁻⁶)	$2.53 \cdot 10^{-1}$ (8.95 · 10 ⁻³)	$9.70 \cdot 10^{-3}$ (1.26 · 10 ⁻⁵)
$v = 25/2$	$6.39 \cdot 10^{-3}$ (3.58 · 10 ⁻⁶)	$9.79 \cdot 10^{-3}$ (8.38 · 10 ⁻⁶)	$8.35 \cdot 10^{-3}$ (6.93 · 10 ⁻⁶)	$8.91 \cdot 10^{-3}$ (7.51 · 10 ⁻⁶)	$2.40 \cdot 10^{-1}$ (9.35 · 10 ⁻³)	$1.73 \cdot 10^{-3}$ (2.85 · 10 ⁻⁵)
$v = \infty$	$7.23 \cdot 10^{-3}$ (4.14 · 10 ⁻⁶)	$1.24 \cdot 10^{-2}$ (1.10 · 10 ⁻⁵)	$1.01 \cdot 10^{-2}$ (7.78 · 10 ⁻⁶)	$1.07 \cdot 10^{-2}$ (8.65 · 10 ⁻⁶)	$2.24 \cdot 10^{-1}$ (9.85 · 10 ⁻³)	$2.09 \cdot 10^{-3}$ (3.86 · 10 ⁻⁵)
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$2.28 \cdot 10^{-3}$ (7.10 · 10 ⁻⁷)	$3.44 \cdot 10^{-3}$ (3.31 · 10 ⁻⁶)	$2.29 \cdot 10^{-3}$ (9.76 · 10 ⁻⁷)	$2.32 \cdot 10^{-3}$ (1.01 · 10 ⁻⁶)	$2.31 \cdot 10^{-1}$ (1.03 · 10 ⁻²)	$2.68 \cdot 10^{-3}$ (1.44 · 10 ⁻⁶)

$R^*(S^{\text{SPE}})$	
$v = 1/2$	$2.21 \cdot 10^{-2}$ (6.54 · 10 ⁻⁴)
$v = 3/2$	$6.47 \cdot 10^{-3}$ (2.02 · 10 ⁻⁶)
$v = 5/2$	$1.74 \cdot 10^{-3}$ (7.30 · 10 ⁻⁷)
$v = 7/2$	$2.11 \cdot 10^{-3}$ (7.61 · 10 ⁻⁷)
$v = 9/2$	$2.90 \cdot 10^{-3}$ (1.14 · 10 ⁻⁶)
$v = 13/2$	$3.67 \cdot 10^{-3}$ (1.39 · 10 ⁻⁶)
$v = 25/2$	$4.55 \cdot 10^{-3}$ (1.67 · 10 ⁻⁶)
$v = \infty$	$5.31 \cdot 10^{-3}$ (1.90 · 10 ⁻⁶)
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$1.68 \cdot 10^{-3}$ (7.01 · 10 ⁻⁷)

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	
NLL/SPE	$2.50 \cdot 10^{-5}$ (1.02 · 10 ⁻⁶)
linear	$6.23 \cdot 10^{-1}$ (3.57 · 10 ⁻³)
1NN	$4.35 \cdot 10^{-1}$ (2.40 · 10 ⁻³)
2NN	$3.40 \cdot 10^{-1}$ (3.35 · 10 ⁻³)

Averages of $R(\theta; S^{\text{CRPS}})$.

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$8.71 \cdot 10^{-2}$ (5.88 · 10 ⁻⁴)	$7.29 \cdot 10^{-2}$ (1.03 · 10 ⁻³)	$7.00 \cdot 10^{-2}$ (9.59 · 10 ⁻⁴)	$6.95 \cdot 10^{-2}$ (1.08 · 10 ⁻³)	$3.08 \cdot 10^{-1}$ (3.39 · 10 ⁻³)	$6.89 \cdot 10^{-2}$ (9.53 · 10 ⁻⁴)
$v = 3/2$	$4.31 \cdot 10^{-3}$ (3.98 · 10 ⁻⁵)	$4.11 \cdot 10^{-3}$ (1.26 · 10 ⁻⁴)	$3.57 \cdot 10^{-3}$ (6.59 · 10 ⁻⁵)	$3.66 \cdot 10^{-3}$ (7.80 · 10 ⁻⁵)	$2.82 \cdot 10^{-1}$ (4.94 · 10 ⁻³)	$3.54 \cdot 10^{-3}$ (5.35 · 10 ⁻⁵)
$v = 5/2$	$1.90 \cdot 10^{-3}$ (1.94 · 10 ⁻⁵)	$1.87 \cdot 10^{-3}$ (6.37 · 10 ⁻⁵)	$1.59 \cdot 10^{-3}$ (2.74 · 10 ⁻⁵)	$1.63 \cdot 10^{-3}$ (3.15 · 10 ⁻⁵)	$2.75 \cdot 10^{-1}$ (5.57 · 10 ⁻³)	$1.66 \cdot 10^{-3}$ (3.05 · 10 ⁻⁵)
$v = 7/2$	$2.10 \cdot 10^{-3}$ (3.32 · 10 ⁻⁵)	$2.28 \cdot 10^{-3}$ (8.58 · 10 ⁻⁵)	$1.94 \cdot 10^{-3}$ (4.03 · 10 ⁻⁵)	$1.98 \cdot 10^{-3}$ (4.46 · 10 ⁻⁵)	$2.65 \cdot 10^{-1}$ (5.00 · 10 ⁻³)	$2.24 \cdot 10^{-3}$ (7.31 · 10 ⁻⁵)
$v = 9/2$	$2.61 \cdot 10^{-3}$ (6.21 · 10 ⁻⁵)	$2.88 \cdot 10^{-3}$ (1.08 · 10 ⁻⁴)	$2.51 \cdot 10^{-3}$ (7.25 · 10 ⁻⁵)	$2.60 \cdot 10^{-3}$ (7.39 · 10 ⁻⁵)	$2.55 \cdot 10^{-1}$ (4.79 · 10 ⁻³)	$3.00 \cdot 10^{-3}$ (1.40 · 10 ⁻⁴)
$v = 13/2$	$3.04 \cdot 10^{-3}$ (8.58 · 10 ⁻⁵)	$3.45 \cdot 10^{-3}$ (1.29 · 10 ⁻⁴)	$3.09 \cdot 10^{-3}$ (9.90 · 10 ⁻⁵)	$3.27 \cdot 10^{-3}$ (1.16 · 10 ⁻⁴)	$2.45 \cdot 10^{-1}$ (4.87 · 10 ⁻³)	$3.61 \cdot 10^{-3}$ (1.61 · 10 ⁻⁴)
$v = 25/2$	$3.32 \cdot 10^{-3}$ (9.19 · 10 ⁻⁵)	$3.94 \cdot 10^{-3}$ (1.41 · 10 ⁻⁴)	$3.66 \cdot 10^{-3}$ (1.31 · 10 ⁻⁴)	$3.78 \cdot 10^{-3}$ (1.35 · 10 ⁻⁴)	$2.34 \cdot 10^{-1}$ (5.11 · 10 ⁻³)	$4.61 \cdot 10^{-3}$ (2.33 · 10 ⁻⁴)
$v = \infty$	$3.57 \cdot 10^{-3}$ (9.76 · 10 ⁻⁵)	$4.40 \cdot 10^{-3}$ (1.53 · 10 ⁻⁴)	$4.07 \cdot 10^{-3}$ (1.40 · 10 ⁻⁴)	$4.18 \cdot 10^{-3}$ (1.46 · 10 ⁻⁴)	$2.21 \cdot 10^{-1}$ (5.44 · 10 ⁻³)	$5.14 \cdot 10^{-3}$ (2.64 · 10 ⁻⁴)
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$1.90 \cdot 10^{-3}$ (2.02 · 10 ⁻⁵)	$2.07 \cdot 10^{-3}$ (8.97 · 10 ⁻⁵)	$1.63 \cdot 10^{-3}$ (2.74 · 10 ⁻⁵)	$1.68 \cdot 10^{-3}$ (3.28 · 10 ⁻⁵)	$2.26 \cdot 10^{-1}$ (5.79 · 10 ⁻³)	$1.79 \cdot 10^{-3}$ (4.89 · 10 ⁻⁵)

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	
NLL/SPE	$1.98 \cdot 10^{-3}$ (3.63 · 10 ⁻⁵)

Averages of $R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$.

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$1.05 \cdot 10^0$ (2.19 · 10 ⁻³)	$9.32 \cdot 10^{-1}$ (1.96 · 10 ⁻²)	$9.02 \cdot 10^{-1}$ (1.89 · 10 ⁻²)	$1.03 \cdot 10^0$ (2.44 · 10 ⁻²)	$3.09 \cdot 10^0$ (3.91 · 10 ⁻²)	$8.88 \cdot 10^{-1}$ (1.86 · 10 ⁻²)
$v = 3/2$	$5.05 \cdot 10^{-2}$ (2.14 · 10 ⁻⁴)	$4.65 \cdot 10^{-2}$ (2.12 · 10 ⁻³)	$3.97 \cdot 10^{-2}$ (1.27 · 10 ⁻³)	$4.09 \cdot 10^{-2}$ (1.45 · 10 ⁻³)	$2.88 \cdot 10^0$ (5.27 · 10 ⁻²)	$3.91 \cdot 10^{-2}$ (1.05 · 10 ⁻³)
$v = 5/2$	$2.31 \cdot 10^{-2}$ (3.64 · 10 ⁻⁴)	$2.45 \cdot 10^{-2}$ (1.04 · 10 ⁻³)	$2.04 \cdot 10^{-2}$ (7.92 · 10 ⁻⁴)	$2.15 \cdot 10^{-2}$ (8.18 · 10 ⁻⁴)	$2.80 \cdot 10^0$ (5.97 · 10 ⁻²)	$2.11 \cdot 10^{-2}$ (8.25 · 10 ⁻⁴)
$v = 7/2$	$2.47 \cdot 10^{-2}$ (4.84 · 10 ⁻⁴)	$2.79 \cdot 10^{-2}$ (1.28 · 10 ⁻³)	$2.32 \cdot 10^{-2}$ (8.87 · 10 ⁻⁴)	$2.42 \cdot 10^{-2}$ (9.35 · 10 ⁻⁴)	$2.65 \cdot 10^0$ (5.04 · 10 ⁻²)	$2.66 \cdot 10^{-2}$ (1.07 · 10 ⁻³)
$v = 9/2$	$3.00 \cdot 10^{-2}$ (7.58 · 10 ⁻⁴)	$3.47 \cdot 10^{-2}$ (1.79 · 10 ⁻³)	$3.03 \cdot 10^{-2}$ (1.49 · 10 ⁻³)	$3.18 \cdot 10^{-2}$ (1.43 · 10 ⁻³)	$2.53 \cdot 10^0$ (4.99 · 10 ⁻²)	$3.75 \cdot 10^{-2}$ (2.49 · 10 ⁻³)
$v = 13/2$	$3.57 \cdot 10^{-2}$ (1.23 · 10 ⁻³)	$4.17 \cdot 10^{-2}$ (2.29 · 10 ⁻³)	$3.75 \cdot 10^{-2}$ (1.93 · 10 ⁻³)	$4.26 \cdot 10^{-2}$ (2.49 · 10 ⁻³)	$2.41 \cdot 10^0$ (5.20 · 10 ⁻²)	$4.54 \cdot 10^{-2}$ (2.87 · 10 ⁻³)
$v = 25/2$	$3.97 \cdot 10^{-2}$ (1.52 · 10 ⁻³)	$4.73 \cdot 10^{-2}$ (2.64 · 10 ⁻³)	$4.66 \cdot 10^{-2}$ (2.87 · 10 ⁻³)	$5.03 \cdot 10^{-2}$ (3.06 · 10 ⁻³)	$2.28 \cdot 10^0$ (5.50 · 10 ⁻²)	$6.14 \cdot 10^{-2}$ (4.39 · 10 ⁻³)
$v = \infty$	$4.39 \cdot 10^{-2}$ (1.77 · 10 ⁻³)	$5.33 \cdot 10^{-2}$ (2.85 · 10 ⁻³)	$5.19 \cdot 10^{-2}$ (3.07 · 10 ⁻³)	$5.66 \cdot 10^{-2}$ (3.45 · 10 ⁻³)	$2.12 \cdot 10^0$ (5.79 · 10 ⁻²)	$6.99 \cdot 10^{-2}$ (5.25 · 10 ⁻³)
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$2.32 \cdot 10^{-2}$ (3.80 · 10 ⁻⁴)	$2.73 \cdot 10^{-2}$ (1.33 · 10 ⁻³)	$2.10 \cdot 10^{-2}$ (8.02 · 10 ⁻⁴)	$2.20 \cdot 10^{-2}$ (8.19 · 10 ⁻⁴)	$2.18 \cdot 10^0$ (6.22 · 10 ⁻²)	$2.27 \cdot 10^{-2}$ (1.03 · 10 ⁻³)

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	
NLL/SPE	$2.41 \cdot 10^{-2}$ (5.53 · 10 ⁻⁴)

SM2.2.38. $\text{Re}(S_{2\pi})$, $n = 120$, $d = 6$.

Averages of $R(\theta; S^{\text{SPE}})$.

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$1.08 \cdot 10^{-2}$ (3.12 · 10 ⁻⁴)	$1.12 \cdot 10^{-2}$ (3.21 · 10 ⁻⁴)	$1.07 \cdot 10^{-2}$ (3.09 · 10 ⁻⁴)	$1.06 \cdot 10^{-2}$ (3.05 · 10 ⁻⁴)	$2.16 \cdot 10^{-1}$ (4.39 · 10 ⁻³)	$1.04 \cdot 10^{-2}$ (3.03 · 10 ⁻⁴)
$v = 3/2$	$3.27 \cdot 10^{-3}$ (1.07 · 10 ⁻⁶)	$3.11 \cdot 10^{-3}$ (1.08 · 10 ⁻⁶)	$2.78 \cdot 10^{-3}$ (9.29 · 10 ⁻⁷)	$2.85 \cdot 10^{-3}$ (9.75 · 10 ⁻⁷)	$1.71 \cdot 10^{-1}$ (4.84 · 10 ⁻³)	$2.79 \cdot 10^{-3}$ (9.25 · 10 ⁻⁷)
$v = 5/2$	$1.17 \cdot 10^{-3}$ (5.81 · 10 ⁻⁷)	$1.23 \cdot 10^{-3}$ (6.41 · 10 ⁻⁷)	$1.29 \cdot 10^{-3}$ (6.14 · 10 ⁻⁷)	$1.14 \cdot 10^{-3}$ (5.26 · 10 ⁻⁷)	$1.59 \cdot 10^{-1}$ (5.00 · 10 ⁻³)	$1.66 \cdot 10^{-3}$ (1.18 · 10 ⁻⁶)
$v = 7/2$	$1.54 \cdot 10^{-3}$ (5.81 · 10 ⁻⁷)	$1.80 \cdot 10^{-3}$ (8.56 · 10 ⁻⁷)	$1.81 \cdot 10^{-3}$ (7.94 · 10 ⁻⁷)	$1.62 \cdot 10^{-3}$ (6.91 · 10 ⁻⁷)	$1.36 \cdot 10^{-1}$ (4.01 · 10 ⁻³)	$2.32 \cdot 10^{-3}$ (1.22 · 10 ⁻⁶)
$v = 9/2$	$1.90 \cdot 10^{-3}$ (6.24 · 10 ⁻⁷)	$2.32 \cdot 10^{-3}$ (1.06 · 10 ⁻⁶)	$2.30 \cdot 10^{-3}$ (1.04 · 10 ⁻⁶)	$2.11 \cdot 10^{-3}$ (9.76 · 10 ⁻⁷)	$1.23 \cdot 10^{-1}$ (3.80 · 10 ⁻³)	$3.13 \cdot 10^{-3}$ (1.97 · 10 ⁻⁶)
$v = 13/2$	$2.36 \cdot 10^{-3}$ (7.45 · 10 ⁻⁷)	$3.07 \cdot 10^{-3}$ (1.87 · 10 ⁻⁶)	$2.90 \cdot 10^{-3}$ (1.46 · 10 ⁻⁶)	$2.68 \cdot 10^{-3}$ (1.34 · 10 ⁻⁶)	$1.12 \cdot 10^{-1}$ (3.71 · 10 ⁻³)	$4.00 \cdot 10^{-3}$ (2.94 · 10 ⁻⁶)
$v = 25/2$	$2.60 \cdot 10^{-3}$ (8.71 · 10 ⁻⁷)	$3.30 \cdot 10^{-3}$ (2.53 · 10 ⁻⁶)	$3.04 \cdot 10^{-3}$ (1.55 · 10 ⁻⁶)	$2.97 \cdot 10^{-3}$ (1.55 · 10 ⁻⁶)	$1.03 \cdot 10^{-1}$ (3.62 · 10 ⁻³)	$4.11 \cdot 10^{-3}$ (3.02 · 10 ⁻⁶)
$v = \infty$	$2.94 \cdot 10^{-3}$ (9.91 · 10 ⁻⁷)	$3.77 \cdot 10^{-3}$ (3.29 · 10 ⁻⁶)	$3.33 \cdot 10^{-3}$ (1.65 · 10 ⁻⁶)	$3.18 \cdot 10^{-3}$ (1.59 · 10 ⁻⁶)	$9.23 \cdot 10^{-2}$ (3.51 · 10 ⁻³)	$4.31 \cdot 10^{-3}$ (3.20 · 10 ⁻⁶)
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$1.17 \cdot 10^{-3}$ (5.81 · 10 ⁻⁷)	$1.27 \cdot 10^{-3}$ (6.91 · 10 ⁻⁷)	$1.29 \cdot 10^{-3}$ (6.17 · 10 ⁻⁷)	$1.15 \cdot 10^{-3}$ (5.30 · 10 ⁻⁷)	$9.23 \cdot 10^{-2}$ (3.51 · 10 ⁻³)	$1.74 \cdot 10^{-3}$ (1.16 · 10 ⁻⁶)

$R^*(S^{\text{SPE}})$	
$v = 1/2$	$9.74 \cdot 10^{-3}$ (2.84 · 10 ⁻⁴)
$v = 3/2$	$2.45 \cdot 10^{-3}$ (8.20 · 10 ⁻⁷)
$v = 5/2$	$8.68 \cdot 10^{-6}$ (4.00 · 10 ⁻⁷)
$v = 7/2$	$1.26 \cdot 10^{-3}$ (4.51 · 10 ⁻⁷)
$v = 9/2$	$1.60 \cdot 10^{-3}$ (5.20 · 10 ⁻⁷)
$v = 13/2$	$1.99 \cdot 10^{-3}$ (6.24 · 10 ⁻⁷)
$v = 25/2$	$2.16 \cdot 10^{-3}$ (7.03 · 10 ⁻⁷)
$v = \infty$	$2.43 \cdot 10^{-3}$ (8.00 · 10 ⁻⁷)
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$8.68 \cdot 10^{-6}$ (4.00 · 10 ⁻⁷)

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	
NLL/SPE	$1.21 \cdot 10^{-5}$ (6.15 · 10 ⁻⁷)
linear	$5.94 \cdot 10^{-1}$ (1.70 · 10 ⁻³)
1NN	$3.47 \cdot 10^{-1}$ (1.43 · 10 ⁻³)
2NN	$2.64 \cdot 10^{-1}$ (1.89 · 10 ⁻³)

Averages of $R(\theta; S^{\text{CRPS}})$.

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$5.67 \cdot 10^{-2}$ (3.19 · 10 ⁻⁴)	$4.45 \cdot 10^{-2}$ (6.07 · 10 ⁻⁴)	$4.33 \cdot 10^{-2}$ (5.72 · 10 ⁻⁴)	$4.24 \cdot 10^{-2}$ (6.35 · 10 ⁻⁴)	$2.34 \cdot 10^{-1}$ (2.81 · 10 ⁻³)	$4.27 \cdot 10^{-2}$ (5.57 · 10 ⁻⁴)
$v = 3/2$	$2.60 \cdot 10^{-3}$ (1.61 · 10 ⁻⁵)	$2.09 \cdot 10^{-3}$ (2.84 · 10 ⁻⁵)	$1.96 \cdot 10^{-3}$ (2.27 · 10 ⁻⁵)	$1.98 \cdot 10^{-3}$ (2.30 · 10 ⁻⁵)	$1.97 \cdot 10^{-1}$ (3.79 · 10 ⁻³)	$1.96 \cdot 10^{-3}$ (2.25 · 10 ⁻⁵)
$v = 5/2$	$1.24 \cdot 10^{-3}$ (1.19 · 10 ⁻⁵)	$1.11 \cdot 10^{-3}$ (1.97 · 10 ⁻⁵)	$1.06 \cdot 10^{-3}$ (1.77 · 10 ⁻⁵)	$1.04 \cdot 10^{-3}$ (1.57 · 10 ⁻⁵)	$1.86 \cdot 10^{-1}$ (4.13 · 10 ⁻³)	$1.16 \cdot 10^{-3}$ (2.77 · 10 ⁻⁵)
$v = 7/2$	$1.39 \cdot 10^{-3}$ (1.40 · 10 ⁻⁵)	$1.37 \cdot 10^{-3}$ (2.60 · 10 ⁻⁵)	$1.31 \cdot 10^{-3}$ (2.15 · 10 ⁻⁵)	$1.29 \cdot 10^{-3}$ (2.03 · 10 ⁻⁵)	$1.62 \cdot 10^{-1}$ (3.00 · 10 ⁻³)	$1.47 \cdot 10^{-3}$ (3.02 · 10 ⁻⁵)
$v = 9/2$	$1.56 \cdot 10^{-3}$ (1.86 · 10 ⁻⁵)	$1.60 \cdot 10^{-3}$ (3.11 · 10 ⁻⁵)	$1.53 \cdot 10^{-3}$ (2.67 · 10 ⁻⁵)	$1.51 \cdot 10^{-3}$ (2.85 · 10 ⁻⁵)	$1.47 \cdot 10^{-1}$ (2.68 · 10 ⁻³)	$1.75 \cdot 10^{-3}$ (4.25 · 10 ⁻⁵)
$v = 13/2$	$1.76 \cdot 10^{-3}$ (2.59 · 10 ⁻⁵)	$1.86 \cdot 10^{-3}$ (4.56 · 10 ⁻⁵)	$1.77 \cdot 10^{-3}$ (3.57 · 10 ⁻⁵)	$1.74 \cdot 10^{-3}$ (3.56 · 10 ⁻⁵)	$1.35 \cdot 10^{-1}$ (2.61 · 10 ⁻³)	$2.04 \cdot 10^{-3}$ (5.94 · 10 ⁻⁵)
$v = 25/2$	$1.86 \cdot 10^{-3}$ (3.11 · 10 ⁻⁵)	$1.94 \cdot 10^{-3}$ (5.19 · 10 ⁻⁵)	$1.86 \cdot 10^{-3}$ (4.12 · 10 ⁻⁵)	$1.86 \cdot 10^{-3}$ (4.30 · 10 ⁻⁵)	$1.24 \cdot 10^{-1}$ (2.60 · 10 ⁻³)	$2.12 \cdot 10^{-3}$ (6.28 · 10 ⁻⁵)
$v = \infty$	$2.00 \cdot 10^{-3}$ (3.55 · 10 ⁻⁵)	$2.08 \cdot 10^{-3}$ (5.84 · 10 ⁻⁵)	$1.99 \cdot 10^{-3}$ (4.57 · 10 ⁻⁵)	$1.97 \cdot 10^{-3}$ (4.50 · 10 ⁻⁵)	$1.14 \cdot 10^{-1}$ (2.60 · 10 ⁻³)	$2.22 \cdot 10^{-3}$ (6.61 · 10 ⁻⁵)
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$1.24 \cdot 10^{-3}$ (1.19 · 10 ⁻⁵)	$1.13 \cdot 10^{-3}$ (2.32 · 10 ⁻⁵)	$1.06 \cdot 10^{-3}$ (1.79 · 10 ⁻⁵)	$1.04 \cdot 10^{-3}$ (1.58 · 10 ⁻⁵)	$1.14 \cdot 10^{-1}$ (2.60 · 10 ⁻³)	$1.21 \cdot 10^{-3}$ (3.24 · 10 ⁻⁵)

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	
NLL/SPE	$1.26 \cdot 10^{-3}$ (1.42 · 10 ⁻⁵)

Averages of $R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$.

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$7.37 \cdot 10^{-1}$ (1.47 · 10 ⁻³)	$6.46 \cdot 10^{-1}$ (1.32 · 10 ⁻²)	$6.29 \cdot 10^{-1}$ (1.29 · 10 ⁻²)	$7.32 \cdot 10^{-1}$ (1.70 · 10 ⁻²)	$2.56 \cdot 10^0$ (3.34 · 10 ⁻²)	$6.18 \cdot 10^{-1}$ (1.26 · 10 ⁻²)
$v = 3/2$	$3.23 \cdot 10^{-2}$ (2.33 · 10 ⁻⁴)	$2.71 \cdot 10^{-2}$ (7.95 · 10 ⁻⁴)	$2.52 \cdot 10^{-2}$ (7.13 · 10 ⁻⁴)	$2.57 \cdot 10^{-2}$ (7.73 · 10 ⁻⁴)	$2.20 \cdot 10^0$ (3.90 · 10 ⁻²)	$2.49 \cdot 10^{-2}$ (6.91 · 10 ⁻⁴)
$v = 5/2$	$1.61 \cdot 10^{-2}$ (4.52 · 10 ⁻⁴)	$1.54 \cdot 10^{-2}$ (5.96 · 10 ⁻⁴)	$1.46 \cdot 10^{-2}$ (5.25 · 10 ⁻⁴)	$1.42 \cdot 10^{-2}$ (5.58 · 10 ⁻⁴)	$2.04 \cdot 10^0$ (4.11 · 10 ⁻²)	$1.58 \cdot 10^{-2}$ (5.98 · 10 ⁻⁴)
$v = 7/2$	$1.69 \cdot 10^{-2}$ (4.78 · 10 ⁻⁴)	$1.69 \cdot 10^{-2}$ (6.05 · 10 ⁻⁴)	$1.59 \cdot 10^{-2}$ (5.28 · 10 ⁻⁴)	$1.55 \cdot 10^{-2}$ (5.50 · 10 ⁻⁴)	$1.80 \cdot 10^0$ (4.24 · 10 ⁻²)	$1.81 \cdot 10^{-2}$ (6.60 · 10 ⁻⁴)
$v = 9/2$	$1.82 \cdot 10^{-2}$ (4.70 · 10 ⁻⁴)	$1.87 \cdot 10^{-2}$ (6.02 · 10 ⁻⁴)	$1.77 \cdot 10^{-2}$ (5.32 · 10 ⁻⁴)	$1.75 \cdot 10^{-2}$ (5.70 · 10 ⁻⁴)	$1.69 \cdot 10^0$ (4.45 · 10 ⁻²)	$2.07 \cdot 10^{-2}$ (7.29 · 10 ⁻⁴)
$v = 13/2$	$2.00 \cdot 10^{-2}$ (4.48 · 10 ⁻⁴)	$2.11 \cdot 10^{-2}$ (6.19 · 10 ⁻⁴)	$2.01 \cdot 10^{-2}$ (5.22 · 10 ⁻⁴)	$1.98 \cdot 10^{-2}$ (5.76 · 10 ⁻⁴)	$1.60 \cdot 10^0$ (4.55 · 10 ⁻²)	$2.35 \cdot 10^{-2}$ (7.69 · 10 ⁻⁴)
$v = 25/2$	$2.11 \cdot 10^{-2}$ (4.78 · 10 ⁻⁴)	$2.18 \cdot 10^{-2}$ (6.26 · 10 ⁻⁴)	$2.07 \cdot 10^{-2}$ (4.97 · 10 ⁻⁴)	$2.15 \cdot 10^{-2}$ (6.19 · 10 ⁻⁴)	$1.48 \cdot 10^0$ (4.55 · 10 ⁻²)	$2.40 \cdot 10^{-2}$ (7.61 · 10 ⁻⁴)
$v = \infty$	$2.24 \cdot 10^{-2}$ (4.84 · 10 ⁻⁴)	$2.29 \cdot 10^{-2}$ (6.35 · 10 ⁻⁴)	$2.18 \cdot 10^{-2}$ (5.10 · 10 ⁻⁴)	$2.23 \cdot 10^{-2}$ (5.67 · 10 ⁻⁴)	$1.35 \cdot 10^0$ (4.42 · 10 ⁻²)	$2.43 \cdot 10^{-2}$ (7.03 · 10 ⁻⁴)
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$1.61 \cdot 10^{-2}$ (4.52 · 10 ⁻⁴)	$1.55 \cdot 10^{-2}$ (5.99 · 10 ⁻⁴)	$1.47 \cdot 10^{-2}$ (5.32 · 10 ⁻⁴)	$1.42 \cdot 10^{-2}$ (5.56 · 10 ⁻⁴)	$1.35 \cdot 10^0$ (4.42 · 10 ⁻²)	$1.63 \cdot 10^{-2}$ (6.58 · 10 ⁻⁴)

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	
NLL/SPE	$1.62 \cdot 10^{-2}$ (4.58 · 10 ⁻⁴)

SM2.2.39. $\text{Re}(S_{2\pi})$, $n = 300$, $d = 6$.

Averages of $R(\theta; S^{\text{SPE}})$.

SUPPLEMENTARY MATERIALS: MODEL PARAMETERS IN GAUSSIAN PROCESS INTERPOLATIONS_{M43}

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$3.32 \cdot 10^{-3} (7.25 \cdot 10^{-3})$	$3.53 \cdot 10^{-3} (8.00 \cdot 10^{-3})$	$3.32 \cdot 10^{-3} (7.17 \cdot 10^{-3})$	$3.28 \cdot 10^{-3} (7.28 \cdot 10^{-3})$	$1.01 \cdot 10^{-1} (2.32 \cdot 10^{-3})$	$3.24 \cdot 10^{-3} (7.09 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$7.56 \cdot 10^{-6} (1.75 \cdot 10^{-7})$	$6.74 \cdot 10^{-6} (1.70 \cdot 10^{-7})$	$6.65 \cdot 10^{-6} (1.72 \cdot 10^{-7})$	$6.54 \cdot 10^{-6} (1.66 \cdot 10^{-7})$	$7.33 \cdot 10^{-2} (2.45 \cdot 10^{-3})$	$7.07 \cdot 10^{-6} (1.85 \cdot 10^{-7})$
$v = 5/2$	$3.42 \cdot 10^{-6} (9.20 \cdot 10^{-8})$	$4.32 \cdot 10^{-6} (1.58 \cdot 10^{-7})$	$6.30 \cdot 10^{-6} (3.59 \cdot 10^{-7})$	$4.39 \cdot 10^{-6} (2.20 \cdot 10^{-7})$	$6.20 \cdot 10^{-2} (2.14 \cdot 10^{-3})$	$9.93 \cdot 10^{-6} (8.50 \cdot 10^{-7})$
$v = 7/2$	$7.07 \cdot 10^{-6} (2.15 \cdot 10^{-7})$	$9.02 \cdot 10^{-6} (3.59 \cdot 10^{-7})$	$1.32 \cdot 10^{-5} (6.84 \cdot 10^{-7})$	$9.32 \cdot 10^{-6} (4.02 \cdot 10^{-7})$	$5.00 \cdot 10^{-2} (1.48 \cdot 10^{-3})$	$2.10 \cdot 10^{-5} (1.41 \cdot 10^{-6})$
$v = 9/2$	$1.15 \cdot 10^{-5} (3.39 \cdot 10^{-7})$	$1.50 \cdot 10^{-5} (6.19 \cdot 10^{-7})$	$2.12 \cdot 10^{-5} (1.03 \cdot 10^{-6})$	$1.45 \cdot 10^{-5} (5.26 \cdot 10^{-7})$	$4.52 \cdot 10^{-2} (1.35 \cdot 10^{-3})$	$3.36 \cdot 10^{-5} (2.45 \cdot 10^{-6})$
$v = 13/2$	$1.97 \cdot 10^{-5} (5.79 \cdot 10^{-7})$	$2.44 \cdot 10^{-5} (1.17 \cdot 10^{-6})$	$3.10 \cdot 10^{-5} (1.63 \cdot 10^{-6})$	$2.29 \cdot 10^{-5} (7.41 \cdot 10^{-7})$	$4.06 \cdot 10^{-2} (1.26 \cdot 10^{-3})$	$4.78 \cdot 10^{-5} (3.56 \cdot 10^{-6})$
$v = 25/2$	$2.97 \cdot 10^{-5} (8.82 \cdot 10^{-7})$	$3.75 \cdot 10^{-5} (2.04 \cdot 10^{-6})$	$4.16 \cdot 10^{-5} (2.26 \cdot 10^{-6})$	$3.41 \cdot 10^{-5} (1.25 \cdot 10^{-6})$	$3.58 \cdot 10^{-2} (1.16 \cdot 10^{-3})$	$6.87 \cdot 10^{-5} (6.69 \cdot 10^{-6})$
$v = \infty$	$3.93 \cdot 10^{-5} (1.16 \cdot 10^{-6})$	$4.92 \cdot 10^{-5} (2.65 \cdot 10^{-6})$	$5.26 \cdot 10^{-5} (2.81 \cdot 10^{-6})$	$4.37 \cdot 10^{-5} (1.36 \cdot 10^{-6})$	$3.02 \cdot 10^{-2} (1.02 \cdot 10^{-3})$	$9.28 \cdot 10^{-5} (1.04 \cdot 10^{-5})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$3.42 \cdot 10^{-6} (9.20 \cdot 10^{-8})$	$4.37 \cdot 10^{-6} (1.58 \cdot 10^{-7})$	$6.30 \cdot 10^{-6} (3.59 \cdot 10^{-7})$	$4.39 \cdot 10^{-6} (2.20 \cdot 10^{-7})$	$3.02 \cdot 10^{-2} (1.02 \cdot 10^{-3})$	$1.01 \cdot 10^{-5} (8.50 \cdot 10^{-7})$

$R^*(S^{\text{SPE}})$	
$v = 1/2$	$3.09 \cdot 10^{-3} (6.90 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$5.89 \cdot 10^{-6} (1.34 \cdot 10^{-7})$
$v = 5/2$	$2.96 \cdot 10^{-6} (8.28 \cdot 10^{-8})$
$v = 7/2$	$6.24 \cdot 10^{-6} (1.69 \cdot 10^{-7})$
$v = 9/2$	$1.07 \cdot 10^{-5} (2.99 \cdot 10^{-7})$
$v = 13/2$	$1.89 \cdot 10^{-5} (5.51 \cdot 10^{-7})$
$v = 25/2$	$2.83 \cdot 10^{-5} (8.24 \cdot 10^{-7})$
$v = \infty$	$3.68 \cdot 10^{-5} (1.02 \cdot 10^{-6})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$2.95 \cdot 10^{-6} (8.17 \cdot 10^{-8})$

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	
NLL/SPE	$3.47 \cdot 10^{-6} (1.09 \cdot 10^{-7})$
linear	$5.75 \cdot 10^{-1} (5.55 \cdot 10^{-4})$
1NN	$2.57 \cdot 10^{-1} (6.37 \cdot 10^{-4})$
2NN	$1.88 \cdot 10^{-1} (8.83 \cdot 10^{-4})$

Averages of $R(\theta; S^{\text{CRPS}})$.

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$3.24 \cdot 10^{-2} (1.01 \cdot 10^{-4})$	$2.26 \cdot 10^{-2} (2.29 \cdot 10^{-4})$	$2.19 \cdot 10^{-2} (2.01 \cdot 10^{-4})$	$2.08 \cdot 10^{-2} (2.40 \cdot 10^{-4})$	$1.48 \cdot 10^{-1} (2.18 \cdot 10^{-3})$	$2.17 \cdot 10^{-2} (1.98 \cdot 10^{-4})$
$v = 3/2$	$1.21 \cdot 10^{-3} (5.67 \cdot 10^{-6})$	$9.09 \cdot 10^{-4} (8.75 \cdot 10^{-6})$	$8.88 \cdot 10^{-4} (8.37 \cdot 10^{-6})$	$8.89 \cdot 10^{-4} (8.25 \cdot 10^{-6})$	$1.14 \cdot 10^{-1} (3.13 \cdot 10^{-3})$	$9.08 \cdot 10^{-4} (8.63 \cdot 10^{-6})$
$v = 5/2$	$5.91 \cdot 10^{-4} (3.59 \cdot 10^{-6})$	$5.94 \cdot 10^{-4} (9.96 \cdot 10^{-6})$	$5.53 \cdot 10^{-4} (9.45 \cdot 10^{-6})$	$5.32 \cdot 10^{-4} (7.38 \cdot 10^{-6})$	$9.90 \cdot 10^{-2} (2.92 \cdot 10^{-3})$	$6.59 \cdot 10^{-4} (1.53 \cdot 10^{-5})$
$v = 7/2$	$7.64 \cdot 10^{-4} (6.27 \cdot 10^{-6})$	$8.41 \cdot 10^{-4} (1.51 \cdot 10^{-5})$	$8.01 \cdot 10^{-4} (1.23 \cdot 10^{-5})$	$7.63 \cdot 10^{-4} (9.33 \cdot 10^{-6})$	$7.94 \cdot 10^{-2} (1.55 \cdot 10^{-3})$	$1.01 \cdot 10^{-3} (2.40 \cdot 10^{-5})$
$v = 9/2$	$9.89 \cdot 10^{-4} (1.01 \cdot 10^{-5})$	$1.11 \cdot 10^{-3} (2.32 \cdot 10^{-5})$	$1.06 \cdot 10^{-3} (1.55 \cdot 10^{-5})$	$1.01 \cdot 10^{-3} (1.20 \cdot 10^{-5})$	$7.15 \cdot 10^{-2} (1.32 \cdot 10^{-3})$	$1.33 \cdot 10^{-3} (3.60 \cdot 10^{-5})$
$v = 13/2$	$1.36 \cdot 10^{-3} (1.74 \cdot 10^{-5})$	$1.47 \cdot 10^{-3} (3.09 \cdot 10^{-5})$	$1.43 \cdot 10^{-3} (2.27 \cdot 10^{-5})$	$1.36 \cdot 10^{-3} (1.85 \cdot 10^{-5})$	$6.45 \cdot 10^{-2} (1.24 \cdot 10^{-3})$	$1.72 \cdot 10^{-3} (4.79 \cdot 10^{-5})$
$v = 25/2$	$1.74 \cdot 10^{-3} (2.40 \cdot 10^{-5})$	$1.85 \cdot 10^{-3} (4.05 \cdot 10^{-5})$	$1.78 \cdot 10^{-3} (2.90 \cdot 10^{-5})$	$1.73 \cdot 10^{-3} (2.68 \cdot 10^{-5})$	$5.76 \cdot 10^{-2} (1.18 \cdot 10^{-3})$	$2.14 \cdot 10^{-3} (7.20 \cdot 10^{-5})$
$v = \infty$	$2.05 \cdot 10^{-3} (2.93 \cdot 10^{-5})$	$2.16 \cdot 10^{-3} (4.23 \cdot 10^{-5})$	$2.09 \cdot 10^{-3} (3.39 \cdot 10^{-5})$	$2.04 \cdot 10^{-3} (2.88 \cdot 10^{-5})$	$5.06 \cdot 10^{-2} (1.09 \cdot 10^{-3})$	$2.51 \cdot 10^{-3} (8.36 \cdot 10^{-5})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$5.91 \cdot 10^{-4} (3.59 \cdot 10^{-6})$	$6.03 \cdot 10^{-4} (1.08 \cdot 10^{-5})$	$5.53 \cdot 10^{-4} (9.45 \cdot 10^{-6})$	$5.32 \cdot 10^{-4} (7.38 \cdot 10^{-6})$	$5.06 \cdot 10^{-2} (1.09 \cdot 10^{-3})$	$6.68 \cdot 10^{-4} (1.59 \cdot 10^{-5})$

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	
NLL/SPE	$5.97 \cdot 10^{-4} (7.58 \cdot 10^{-6})$

Averages of $R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$.

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$4.56 \cdot 10^{-1} (5.87 \cdot 10^{-4})$	$3.60 \cdot 10^{-1} (5.24 \cdot 10^{-3})$	$3.46 \cdot 10^{-1} (4.81 \cdot 10^{-3})$	$4.11 \cdot 10^{-1} (6.66 \cdot 10^{-3})$	$1.86 \cdot 10^0 (2.10 \cdot 10^{-2})$	$3.41 \cdot 10^{-1} (4.70 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$1.47 \cdot 10^{-2} (6.93 \cdot 10^{-3})$	$1.24 \cdot 10^{-2} (2.40 \cdot 10^{-4})$	$1.22 \cdot 10^{-2} (2.35 \cdot 10^{-4})$	$1.23 \cdot 10^{-2} (2.33 \cdot 10^{-4})$	$1.44 \cdot 10^0 (2.27 \cdot 10^{-2})$	$1.24 \cdot 10^{-2} (2.33 \cdot 10^{-4})$
$v = 5/2$	$7.72 \cdot 10^{-3} (8.08 \cdot 10^{-5})$	$8.50 \cdot 10^{-3} (1.81 \cdot 10^{-4})$	$8.12 \cdot 10^{-3} (2.58 \cdot 10^{-4})$	$7.91 \cdot 10^{-3} (2.02 \cdot 10^{-4})$	$1.23 \cdot 10^0 (2.22 \cdot 10^{-2})$	$9.83 \cdot 10^{-3} (3.65 \cdot 10^{-4})$
$v = 7/2$	$9.89 \cdot 10^{-3} (1.24 \cdot 10^{-4})$	$1.06 \cdot 10^{-2} (2.04 \cdot 10^{-4})$	$1.01 \cdot 10^{-2} (2.67 \cdot 10^{-4})$	$1.00 \cdot 10^{-2} (2.20 \cdot 10^{-4})$	$1.06 \cdot 10^0 (2.27 \cdot 10^{-2})$	$1.31 \cdot 10^{-2} (4.44 \cdot 10^{-4})$
$v = 9/2$	$1.19 \cdot 10^{-2} (1.62 \cdot 10^{-4})$	$1.26 \cdot 10^{-2} (2.52 \cdot 10^{-4})$	$1.19 \cdot 10^{-2} (2.52 \cdot 10^{-4})$	$1.18 \cdot 10^{-2} (2.05 \cdot 10^{-4})$	$9.93 \cdot 10^{-1} (2.28 \cdot 10^{-2})$	$1.56 \cdot 10^{-2} (5.20 \cdot 10^{-4})$
$v = 13/2$	$1.52 \cdot 10^{-2} (2.50 \cdot 10^{-4})$	$1.51 \cdot 10^{-2} (3.17 \cdot 10^{-4})$	$1.45 \cdot 10^{-2} (2.56 \cdot 10^{-4})$	$1.43 \cdot 10^{-2} (2.40 \cdot 10^{-4})$	$9.09 \cdot 10^{-1} (2.22 \cdot 10^{-2})$	$1.82 \cdot 10^{-2} (5.95 \cdot 10^{-4})$
$v = 25/2$	$1.98 \cdot 10^{-2} (3.77 \cdot 10^{-4})$	$1.80 \cdot 10^{-2} (4.07 \cdot 10^{-4})$	$1.71 \cdot 10^{-2} (3.14 \cdot 10^{-4})$	$1.70 \cdot 10^{-2} (3.15 \cdot 10^{-4})$	$8.02 \cdot 10^{-1} (2.07 \cdot 10^{-2})$	$2.11 \cdot 10^{-2} (8.40 \cdot 10^{-4})$
$v = \infty$	$2.46 \cdot 10^{-2} (5.11 \cdot 10^{-4})$	$2.04 \cdot 10^{-2} (4.28 \cdot 10^{-4})$	$1.95 \cdot 10^{-2} (3.60 \cdot 10^{-4})$	$1.96 \cdot 10^{-2} (3.49 \cdot 10^{-4})$	$6.70 \cdot 10^{-1} (1.84 \cdot 10^{-2})$	$2.40 \cdot 10^{-2} (8.64 \cdot 10^{-4})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$7.72 \cdot 10^{-3} (8.08 \cdot 10^{-5})$	$8.59 \cdot 10^{-3} (1.83 \cdot 10^{-4})$	$8.12 \cdot 10^{-3} (2.58 \cdot 10^{-4})$	$7.91 \cdot 10^{-3} (2.02 \cdot 10^{-4})$	$6.70 \cdot 10^{-1} (1.84 \cdot 10^{-2})$	$9.90 \cdot 10^{-3} (3.65 \cdot 10^{-4})$

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	
NLL/SPE	$7.78 \cdot 10^{-3} (1.06 \cdot 10^{-4})$

SM2.2.40. $\text{Re}(S_{6\pi})$, $n = 60$, $d = 6$.

Averages of $R(\theta; S^{\text{SPE}})$.

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$4.94 \cdot 10^{-2} (1.71 \cdot 10^{-3})$	$5.11 \cdot 10^{-2} (1.61 \cdot 10^{-3})$	$4.84 \cdot 10^{-2} (1.63 \cdot 10^{-3})$	$4.84 \cdot 10^{-2} (1.68 \cdot 10^{-3})$	$4.29 \cdot 10^{-1} (8.01 \cdot 10^{-3})$	$4.73 \cdot 10^{-2} (1.64 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$3.85 \cdot 10^{-3} (1.40 \cdot 10^{-4})$	$4.24 \cdot 10^{-3} (1.95 \cdot 10^{-4})$	$3.52 \cdot 10^{-3} (1.31 \cdot 10^{-4})$	$3.59 \cdot 10^{-3} (1.34 \cdot 10^{-4})$	$3.82 \cdot 10^{-1} (1.07 \cdot 10^{-2})$	$3.45 \cdot 10^{-3} (1.26 \cdot 10^{-4})$
$v = 5/2$	$4.02 \cdot 10^{-4} (1.62 \cdot 10^{-5})$	$5.11 \cdot 10^{-4} (2.92 \cdot 10^{-5})$	$4.18 \cdot 10^{-4} (1.42 \cdot 10^{-5})$	$4.31 \cdot 10^{-4} (1.63 \cdot 10^{-5})$	$3.71 \cdot 10^{-1} (1.18 \cdot 10^{-2})$	$4.93 \cdot 10^{-4} (2.33 \cdot 10^{-5})$
$v = 7/2$	$2.88 \cdot 10^{-4} (1.03 \cdot 10^{-5})$	$4.33 \cdot 10^{-4} (2.25 \cdot 10^{-5})$	$3.73 \cdot 10^{-4} (1.60 \cdot 10^{-5})$	$3.86 \cdot 10^{-4} (1.72 \cdot 10^{-5})$	$3.54 \cdot 10^{-1} (1.11 \cdot 10^{-2})$	$4.75 \cdot 10^{-4} (3.44 \cdot 10^{-5})$
$v = 9/2$	$2.96 \cdot 10^{-4} (1.02 \cdot 10^{-5})$	$4.39 \cdot 10^{-4} (1.93 \cdot 10^{-5})$	$4.22 \cdot 10^{-4} (2.56 \cdot 10^{-5})$	$3.95 \cdot 10^{-4} (1.57 \cdot 10^{-5})$	$3.42 \cdot 10^{-1} (1.10 \cdot 10^{-2})$	$5.44 \cdot 10^{-4} (4.85 \cdot 10^{-5})$
$v = 13/2$	$3.15 \cdot 10^{-4} (1.05 \cdot 10^{-5})$	$4.80 \cdot 10^{-4} (2.25 \cdot 10^{-5})$	$4.48 \cdot 10^{-4} (3.07 \cdot 10^{-5})$	$4.25 \cdot 10^{-4} (1.73 \cdot 10^{-5})$	$3.29 \cdot 10^{-1} (1.11 \cdot 10^{-2})$	$6.43 \cdot 10^{-4} (6.64 \cdot 10^{-5})$
$v = 25/2$	$3.46 \cdot 10^{-4} (1.12 \cdot 10^{-5})$	$5.29 \cdot 10^{-4} (3.00 \cdot 10^{-5})$	$4.92 \cdot 10^{-4} (3.61 \cdot 10^{-5})$	$4.61 \cdot 10^{-4} (1.84 \cdot 10^{-5})$	$3.14 \cdot 10^{-1} (1.14 \cdot 10^{-2})$	$7.43 \cdot 10^{-4} (8.57 \cdot 10^{-5})$
$v = \infty$	$3.80 \cdot 10^{-4} (1.21 \cdot 10^{-5})$	$6.34 \cdot 10^{-4} (4.87 \cdot 10^{-5})$	$5.38 \cdot 10^{-4} (4.06 \cdot 10^{-5})$	$5.38 \cdot 10^{-4} (4.18 \cdot 10^{-5})$	$2.94 \cdot 10^{-1} (1.13 \cdot 10^{-2})$	$8.75 \cdot 10^{-4} (1.32 \cdot 10^{-4})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$3.07 \cdot 10^{-4} (1.09 \cdot 10^{-5})$	$4.90 \cdot 10^{-4} (2.59 \cdot 10^{-5})$	$4.64 \cdot 10^{-4} (4.07 \cdot 10^{-5})$	$4.31 \cdot 10^{-4} (1.87 \cdot 10^{-5})$	$2.98 \cdot 10^{-1} (1.12 \cdot 10^{-2})$	$6.89 \cdot 10^{-4} (8.81 \cdot 10^{-5})$

$R^*(S^{\text{SPE}})$	
$v = 1/2$	$4.44 \cdot 10^{-2} (1.62 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$2.97 \cdot 10^{-3} (1.13 \cdot 10^{-4})$
$v = 5/2$	$3.21 \cdot 10^{-4} (1.04 \cdot 10^{-5})$
$v = 7/2$	$2.26 \cdot 10^{-4} (7.54 \cdot 10^{-6})$
$v = 9/2$	$2.26 \cdot 10^{-4} (7.46 \cdot 10^{-6})$
$v = 13/2$	$2.32 \cdot 10^{-4} (7.49 \cdot 10^{-6})$
$v = 25/2$	$2.45 \cdot 10^{-4} (7.54 \cdot 10^{-6})$
$v = \infty$	$2.60 \cdot 10^{-4} (7.57 \cdot 10^{-6})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$2.13 \cdot 10^{-4} (6.61 \cdot 10^{-6})$

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	
NLL/SPE	$3.26 \cdot 10^{-4} (1.15 \cdot 10^{-5})$
linear	$5.10 \cdot 10^{-1} (3.00 \cdot 10^{-3})$
1NN	$4.56 \cdot 10^{-1} (2.93 \cdot 10^{-3})$
2NN	$3.62 \cdot 10^{-1} (4.15 \cdot 10^{-3})$

Averages of $R(\theta; S^{\text{CRPS}})$.

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$1.09 \cdot 10^{-1} (8.65 \cdot 10^{-4})$	$9.69 \cdot 10^{-2} (1.23 \cdot 10^{-3})$	$9.39 \cdot 10^{-2} (1.24 \cdot 10^{-3})$	$9.16 \cdot 10^{-2} (1.47 \cdot 10^{-3})$	$3.41 \cdot 10^{-1} (3.74 \cdot 10^{-3})$	$9.29 \cdot 10^{-2} (1.24 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$2.59 \cdot 10^{-2} (3.48 \cdot 10^{-4})$	$2.57 \cdot 10^{-2} (5.51 \cdot 10^{-4})$	$2.31 \cdot 10^{-2} (4.22 \cdot 10^{-4})$	$2.34 \cdot 10^{-2} (4.38 \cdot 10^{-4})$	$3.12 \cdot 10^{-1} (5.36 \cdot 10^{-3})$	$2.26 \cdot 10^{-2} (3.93 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$8.26 \cdot 10^{-3} (9.79 \cdot 10^{-5})$	$8.57 \cdot 10^{-3} (2.28 \cdot 10^{-4})$	$7.74 \cdot 10^{-3} (1.23 \cdot 10^{-4})$	$7.93 \cdot 10^{-3} (1.49 \cdot 10^{-4})$	$3.05 \cdot 10^{-1} (6.18 \cdot 10^{-3})$	$8.37 \cdot 10^{-3} (1.82 \cdot 10^{-4})$
$v = 7/2$	$6.86 \cdot 10^{-3} (8.36 \cdot 10^{-5})$	$8.12 \cdot 10^{-3} (1.84 \cdot 10^{-4})$	$7.58 \cdot 10^{-3} (1.55 \cdot 10^{-4})$	$7.75 \cdot 10^{-3} (1.61 \cdot 10^{-4})$	$2.96 \cdot 10^{-1} (5.87 \cdot 10^{-3})$	$8.30 \cdot 10^{-3} (2.02 \cdot 10^{-4})$
$v = 9/2$	$6.95 \cdot 10^{-3} (9.07 \cdot 10^{-5})$	$8.32 \cdot 10^{-3} (1.72 \cdot 10^{-4})$	$8.07 \cdot 10^{-3} (1.78 \cdot 10^{-4})$	$8.02 \cdot 10^{-3} (1.58 \cdot 10^{-4})$	$2.88 \cdot 10^{-1} (5.73 \cdot 10^{-3})$	$8.86 \cdot 10^{-3} (2.38 \cdot 10^{-4})$
$v = 13/2$	$7.20 \cdot 10^{-3} (1.00 \cdot 10^{-4})$	$8.82 \cdot 10^{-3} (1.96 \cdot 10^{-4})$	$8.45 \cdot 10^{-3} (1.82 \cdot 10^{-4})$	$8.46 \cdot 10^{-3} (1.74 \cdot 10^{-4})$	$2.79 \cdot 10^{-1} (5.77 \cdot 10^{-3})$	$9.76 \cdot 10^{-3} (3.03 \cdot 10^{-4})$
$v = 25/2$	$7.58 \cdot 10^{-3} (1.10 \cdot 10^{-4})$	$9.38 \cdot 10^{-3} (2.47 \cdot 10^{-4})$	$8.96 \cdot 10^{-3} (1.88 \cdot 10^{-4})$	$8.96 \cdot 10^{-3} (1.83 \cdot 10^{-4})$	$2.68 \cdot 10^{-1} (5.99 \cdot 10^{-3})$	$1.05 \cdot 10^{-2} (3.35 \cdot 10^{-4})$
$v = \infty$	$7.99 \cdot 10^{-3} (1.19 \cdot 10^{-4})$	$1.01 \cdot 10^{-2} (2.90 \cdot 10^{-4})$	$9.42 \cdot 10^{-3} (2.00 \cdot 10^{-4})$	$9.48 \cdot 10^{-3} (2.13 \cdot 10^{-4})$	$2.55 \cdot 10^{-1} (6.04 \cdot 10^{-3})$	$1.13 \cdot 10^{-2} (4.47 \cdot 10^{-4})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$7.08 \cdot 10^{-3} (9.98 \cdot 10^{-5})$	$8.80 \cdot 10^{-3} (2.09 \cdot 10^{-4})$	$8.48 \cdot 10^{-3} (2.14 \cdot 10^{-4})$	$8.40 \cdot 10^{-3} (1.79 \cdot 10^{-4})$	$2.58 \cdot 10^{-1} (6.14 \cdot 10^{-3})$	$9.88 \cdot 10^{-3} (3.52 \cdot 10^{-4})$

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	
NLL/SPE	$7.28 \cdot 10^{-3} (1.02 \cdot 10^{-4})$

Averages of $R(\theta; S_{0.95}^{\text{SIS}})$.

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{SIS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$1.44 \cdot 10^0 (1.35 \cdot 10^{-2})$	$1.38 \cdot 10^0 (3.54 \cdot 10^{-2})$	$1.34 \cdot 10^0 (3.56 \cdot 10^{-2})$	$1.48 \cdot 10^0 (4.47 \cdot 10^{-2})$	$3.69 \cdot 10^0 (5.16 \cdot 10^{-2})$	$1.32 \cdot 10^0 (3.53 \cdot 10^{-2})$
$v = 3/2$	$2.80 \cdot 10^{-1} (3.52 \cdot 10^{-3})$	$3.05 \cdot 10^{-1} (9.78 \cdot 10^{-3})$	$2.75 \cdot 10^{-1} (8.16 \cdot 10^{-3})$	$2.88 \cdot 10^{-1} (9.36 \cdot 10^{-3})$	$3.43 \cdot 10^0 (6.18 \cdot 10^{-2})$	$2.69 \cdot 10^{-1} (7.48 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$9.30 \cdot 10^{-2} (6.54 \cdot 10^{-4})$	$9.42 \cdot 10^{-2} (3.19 \cdot 10^{-3})$	$8.55 \cdot 10^{-2} (2.32 \cdot 10^{-3})$	$9.11 \cdot 10^{-2} (2.88 \cdot 10^{-3})$	$3.36 \cdot 10^0 (6.71 \cdot 10^{-2})$	$9.18 \cdot 10^{-2} (2.71 \cdot 10^{-3})$
$v = 7/2$	$6.82 \cdot 10^{-2} (5.82 \cdot 10^{-4})$	$8.82 \cdot 10^{-2} (3.20 \cdot 10^{-3})$	$8.42 \cdot 10^{-2} (3.05 \cdot 10^{-3})$	$9.10 \cdot 10^{-2} (3.74 \cdot 10^{-3})$	$3.23 \cdot 10^0 (6.24 \cdot 10^{-2})$	$9.17 \cdot 10^{-2} (3.49 \cdot 10^{-3})$
$v = 9/2$	$6.50 \cdot 10^{-2} (6.50 \cdot 10^{-4})$	$9.08 \cdot 10^{-2} (3.28 \cdot 10^{-3})$	$9.30 \cdot 10^{-2} (3.75 \cdot 10^{-3})$	$9.53 \cdot 10^{-2} (3.88 \cdot 10^{-3})$	$3.14 \cdot 10^0 (6.16 \cdot 10^{-2})$	$1.00 \cdot 10^{-1} (3.99 \cdot 10^{-3})$
$v = 13/2$	$6.48 \cdot 10^{-2} (8.76 \cdot 10^{-4})$	$9.95 \cdot 10^{-2} (4.05 \cdot 10^{-3})$	$9.99 \cdot 10^{-2} (4.31 \cdot 10^{-3})$	$1.03 \cdot 10^{-1} (4.27 \cdot 10^{-3})$	$3.02 \cdot 10^0 (6.27 \cdot 10^{-2})$	$1.16 \cdot 10^{-1} (5.44 \cdot 10^{-3})$
$v = 25/2$	$6.77 \cdot 10^{-2} (1.21 \cdot 10^{-3})$	$1.10 \cdot 10^{-1} (5.70 \cdot 10^{-3})$	$1.08 \cdot 10^{-1} (4.73 \cdot 10^{-3})$	$1.12 \cdot 10^{-1} (4.91 \cdot 10^{-3})$	$2.90 \cdot 10^0 (6.52 \cdot 10^{-2})$	$1.29 \cdot 10^{-1} (6.36 \cdot 10^{-3})$
$v = \infty$	$7.23 \cdot 10^{-2} (1.57 \cdot 10^{-3})$	$1.23 \cdot 10^{-1} (6.70 \cdot 10^{-3})$	$1.16 \cdot 10^{-1} (5.20 \cdot 10^{-3})$	$1.23 \cdot 10^{-1} (6.18 \cdot 10^{-3})$	$2.74 \cdot 10^0 (6.73 \cdot 10^{-2})$	$1.44 \cdot 10^{-1} (8.33 \cdot 10^{-3})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$6.70 \cdot 10^{-2} (8.65 \cdot 10^{-4})$	$1.04 \cdot 10^{-1} (4.50 \cdot 10^{-3})$	$1.06 \cdot 10^{-1} (5.29 \cdot 10^{-3})$	$1.08 \cdot 10^{-1} (4.92 \cdot 10^{-3})$	$2.78 \cdot 10^0 (6.97 \cdot 10^{-2})$	$1.23 \cdot 10^{-1} (6.81 \cdot 10^{-3})$

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{SIS}})$	
NLL/SPE	$7.06 \cdot 10^{-2} (1.24 \cdot 10^{-3})$

SM2.2.41. $\text{Re}(S_{6\pi})$, $n = 120$, $d = 6$.

Averages of $R(\theta; S^{\text{SPE}})$.

SUPPLEMENTARY MATERIALS: MODEL PARAMETERS IN GAUSSIAN PROCESS INTERPOLATIONS_{M45}

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$2.42 \cdot 10^{-2}$ (7.58 · 10 ⁻⁴)	$2.55 \cdot 10^{-2}$ (7.81 · 10 ⁻⁴)	$2.43 \cdot 10^{-2}$ (7.49 · 10 ⁻⁴)	$2.42 \cdot 10^{-2}$ (7.63 · 10 ⁻⁴)	$2.68 \cdot 10^{-1}$ (6.22 · 10 ⁻³)	$2.38 \cdot 10^{-2}$ (7.38 · 10 ⁻⁴)
$v = 3/2$	$1.24 \cdot 10^{-3}$ (3.82 · 10 ⁻⁵)	$1.38 \cdot 10^{-3}$ (4.73 · 10 ⁻⁵)	$1.24 \cdot 10^{-3}$ (3.85 · 10 ⁻⁵)	$1.27 \cdot 10^{-3}$ (4.03 · 10 ⁻⁵)	$2.13 \cdot 10^{-1}$ (5.64 · 10 ⁻³)	$1.23 \cdot 10^{-3}$ (3.94 · 10 ⁻⁵)
$v = 5/2$	$1.48 \cdot 10^{-4}$ (4.43 · 10 ⁻⁶)	$1.73 \cdot 10^{-4}$ (5.55 · 10 ⁻⁶)	$1.59 \cdot 10^{-4}$ (5.02 · 10 ⁻⁶)	$1.62 \cdot 10^{-4}$ (5.01 · 10 ⁻⁶)	$1.97 \cdot 10^{-1}$ (5.70 · 10 ⁻³)	$1.68 \cdot 10^{-4}$ (5.49 · 10 ⁻⁶)
$v = 7/2$	$9.31 \cdot 10^{-5}$ (2.51 · 10 ⁻⁶)	$1.05 \cdot 10^{-4}$ (3.76 · 10 ⁻⁶)	$1.02 \cdot 10^{-4}$ (3.38 · 10 ⁻⁶)	$1.00 \cdot 10^{-4}$ (3.37 · 10 ⁻⁶)	$1.77 \cdot 10^{-1}$ (4.76 · 10 ⁻³)	$1.20 \cdot 10^{-4}$ (4.55 · 10 ⁻⁶)
$v = 9/2$	$8.68 \cdot 10^{-5}$ (2.23 · 10 ⁻⁶)	$1.01 \cdot 10^{-4}$ (3.78 · 10 ⁻⁶)	$9.75 \cdot 10^{-5}$ (3.31 · 10 ⁻⁶)	$9.53 \cdot 10^{-5}$ (3.19 · 10 ⁻⁶)	$1.65 \cdot 10^{-1}$ (4.39 · 10 ⁻³)	$1.27 \cdot 10^{-4}$ (6.13 · 10 ⁻⁶)
$v = 13/2$	$9.08 \cdot 10^{-5}$ (2.28 · 10 ⁻⁶)	$1.06 \cdot 10^{-4}$ (3.59 · 10 ⁻⁶)	$1.04 \cdot 10^{-4}$ (3.46 · 10 ⁻⁶)	$1.02 \cdot 10^{-4}$ (3.28 · 10 ⁻⁶)	$1.53 \cdot 10^{-1}$ (4.21 · 10 ⁻³)	$1.44 \cdot 10^{-4}$ (9.01 · 10 ⁻⁶)
$v = 25/2$	$9.20 \cdot 10^{-5}$ (2.27 · 10 ⁻⁶)	$1.06 \cdot 10^{-4}$ (3.48 · 10 ⁻⁶)	$1.05 \cdot 10^{-4}$ (3.31 · 10 ⁻⁶)	$1.02 \cdot 10^{-4}$ (3.16 · 10 ⁻⁶)	$1.41 \cdot 10^{-1}$ (4.11 · 10 ⁻³)	$1.55 \cdot 10^{-4}$ (1.14 · 10 ⁻⁵)
$v = \infty$	$1.02 \cdot 10^{-4}$ (2.51 · 10 ⁻⁶)	$1.15 \cdot 10^{-4}$ (3.81 · 10 ⁻⁶)	$1.12 \cdot 10^{-4}$ (3.50 · 10 ⁻⁶)	$1.11 \cdot 10^{-4}$ (3.29 · 10 ⁻⁶)	$1.28 \cdot 10^{-1}$ (4.00 · 10 ⁻³)	$1.66 \cdot 10^{-4}$ (1.30 · 10 ⁻⁵)
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$9.29 \cdot 10^{-5}$ (2.50 · 10 ⁻⁶)	$1.07 \cdot 10^{-4}$ (3.90 · 10 ⁻⁶)	$1.01 \cdot 10^{-4}$ (3.33 · 10 ⁻⁶)	$1.01 \cdot 10^{-4}$ (3.41 · 10 ⁻⁶)	$1.29 \cdot 10^{-1}$ (4.20 · 10 ⁻³)	$1.28 \cdot 10^{-4}$ (6.02 · 10 ⁻⁶)

$R^*(S^{\text{SPE}})$	
$v = 1/2$	$2.26 \cdot 10^{-2}$ (7.24 · 10 ⁻⁴)
$v = 3/2$	$1.15 \cdot 10^{-3}$ (3.77 · 10 ⁻⁵)
$v = 5/2$	$1.30 \cdot 10^{-4}$ (3.77 · 10 ⁻⁶)
$v = 7/2$	$7.74 \cdot 10^{-5}$ (1.97 · 10 ⁻⁶)
$v = 9/2$	$7.15 \cdot 10^{-5}$ (1.71 · 10 ⁻⁶)
$v = 13/2$	$7.54 \cdot 10^{-5}$ (1.77 · 10 ⁻⁶)
$v = 25/2$	$7.65 \cdot 10^{-5}$ (1.79 · 10 ⁻⁶)
$v = \infty$	$8.56 \cdot 10^{-5}$ (1.98 · 10 ⁻⁶)
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$6.95 \cdot 10^{-5}$ (1.64 · 10 ⁻⁶)

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	
NLL/SPE	$9.60 \cdot 10^{-5}$ (2.97 · 10 ⁻⁶)
linear	$4.83 \cdot 10^{-1}$ (1.40 · 10 ⁻³)
1NN	$3.66 \cdot 10^{-1}$ (1.73 · 10 ⁻³)
2NN	$2.84 \cdot 10^{-1}$ (2.23 · 10 ⁻³)

Averages of $R(\theta; S^{\text{CRPS}})$.

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$7.36 \cdot 10^{-2}$ (4.45 · 10 ⁻⁴)	$6.24 \cdot 10^{-2}$ (7.51 · 10 ⁻⁴)	$6.08 \cdot 10^{-2}$ (6.99 · 10 ⁻⁴)	$5.88 \cdot 10^{-2}$ (8.35 · 10 ⁻⁴)	$2.55 \cdot 10^{-1}$ (3.65 · 10 ⁻³)	$6.02 \cdot 10^{-2}$ (6.80 · 10 ⁻⁴)
$v = 3/2$	$1.32 \cdot 10^{-2}$ (1.16 · 10 ⁻⁴)	$1.26 \cdot 10^{-2}$ (1.97 · 10 ⁻⁴)	$1.18 \cdot 10^{-2}$ (1.62 · 10 ⁻⁴)	$1.19 \cdot 10^{-2}$ (1.71 · 10 ⁻⁴)	$2.14 \cdot 10^{-1}$ (3.98 · 10 ⁻³)	$1.17 \cdot 10^{-2}$ (1.64 · 10 ⁻⁴)
$v = 5/2$	$4.20 \cdot 10^{-3}$ (3.21 · 10 ⁻⁵)	$4.22 \cdot 10^{-3}$ (5.83 · 10 ⁻⁵)	$3.93 \cdot 10^{-3}$ (4.68 · 10 ⁻⁵)	$4.01 \cdot 10^{-3}$ (4.86 · 10 ⁻⁵)	$2.01 \cdot 10^{-1}$ (4.35 · 10 ⁻³)	$4.01 \cdot 10^{-3}$ (4.71 · 10 ⁻⁵)
$v = 7/2$	$3.31 \cdot 10^{-3}$ (3.06 · 10 ⁻⁵)	$3.44 \cdot 10^{-3}$ (4.77 · 10 ⁻⁵)	$3.29 \cdot 10^{-3}$ (4.11 · 10 ⁻⁵)	$3.31 \cdot 10^{-3}$ (4.33 · 10 ⁻⁵)	$1.84 \cdot 10^{-1}$ (3.44 · 10 ⁻³)	$3.51 \cdot 10^{-3}$ (5.39 · 10 ⁻⁵)
$v = 9/2$	$3.25 \cdot 10^{-3}$ (3.38 · 10 ⁻⁵)	$3.48 \cdot 10^{-3}$ (4.92 · 10 ⁻⁵)	$3.35 \cdot 10^{-3}$ (4.40 · 10 ⁻⁵)	$3.36 \cdot 10^{-3}$ (4.35 · 10 ⁻⁵)	$1.72 \cdot 10^{-1}$ (2.95 · 10 ⁻³)	$3.71 \cdot 10^{-3}$ (7.17 · 10 ⁻⁵)
$v = 13/2$	$3.39 \cdot 10^{-3}$ (3.79 · 10 ⁻⁵)	$3.69 \cdot 10^{-3}$ (5.68 · 10 ⁻⁵)	$3.60 \cdot 10^{-3}$ (5.29 · 10 ⁻⁵)	$3.60 \cdot 10^{-3}$ (5.26 · 10 ⁻⁵)	$1.60 \cdot 10^{-1}$ (2.67 · 10 ⁻³)	$4.02 \cdot 10^{-3}$ (8.84 · 10 ⁻⁵)
$v = 25/2$	$3.48 \cdot 10^{-3}$ (4.05 · 10 ⁻⁵)	$3.77 \cdot 10^{-3}$ (5.93 · 10 ⁻⁵)	$3.71 \cdot 10^{-3}$ (5.48 · 10 ⁻⁵)	$3.71 \cdot 10^{-3}$ (5.73 · 10 ⁻⁵)	$1.49 \cdot 10^{-1}$ (2.57 · 10 ⁻³)	$4.25 \cdot 10^{-3}$ (1.10 · 10 ⁻⁴)
$v = \infty$	$3.70 \cdot 10^{-3}$ (4.31 · 10 ⁻⁵)	$3.94 \cdot 10^{-3}$ (6.28 · 10 ⁻⁵)	$3.89 \cdot 10^{-3}$ (5.71 · 10 ⁻⁵)	$3.90 \cdot 10^{-3}$ (5.80 · 10 ⁻⁵)	$1.38 \cdot 10^{-1}$ (2.51 · 10 ⁻³)	$4.44 \cdot 10^{-3}$ (1.14 · 10 ⁻⁴)
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$3.31 \cdot 10^{-3}$ (3.07 · 10 ⁻⁵)	$3.55 \cdot 10^{-3}$ (5.02 · 10 ⁻⁵)	$3.38 \cdot 10^{-3}$ (4.55 · 10 ⁻⁵)	$3.41 \cdot 10^{-3}$ (4.74 · 10 ⁻⁵)	$1.39 \cdot 10^{-1}$ (2.72 · 10 ⁻³)	$3.74 \cdot 10^{-3}$ (7.08 · 10 ⁻⁵)

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	
NLL/SPE	$3.39 \cdot 10^{-3}$ (4.16 · 10 ⁻⁵)

Averages of $R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$.

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$1.04 \cdot 10^0$ (8.08 · 10 ⁻³)	$9.64 \cdot 10^{-1}$ (2.22 · 10 ⁻²)	$9.37 \cdot 10^{-1}$ (2.14 · 10 ⁻²)	$1.05 \cdot 10^0$ (2.57 · 10 ⁻²)	$2.98 \cdot 10^0$ (3.58 · 10 ⁻²)	$9.23 \cdot 10^{-1}$ (2.08 · 10 ⁻²)
$v = 3/2$	$1.59 \cdot 10^{-1}$ (1.45 · 10 ⁻³)	$1.70 \cdot 10^{-1}$ (4.47 · 10 ⁻³)	$1.61 \cdot 10^{-1}$ (4.05 · 10 ⁻³)	$1.67 \cdot 10^{-1}$ (4.35 · 10 ⁻³)	$2.58 \cdot 10^0$ (3.97 · 10 ⁻²)	$1.60 \cdot 10^{-1}$ (4.02 · 10 ⁻³)
$v = 5/2$	$4.90 \cdot 10^{-2}$ (3.47 · 10 ⁻⁴)	$5.18 \cdot 10^{-2}$ (1.06 · 10 ⁻³)	$4.90 \cdot 10^{-2}$ (1.08 · 10 ⁻³)	$5.08 \cdot 10^{-2}$ (1.09 · 10 ⁻³)	$2.42 \cdot 10^0$ (4.17 · 10 ⁻²)	$4.95 \cdot 10^{-2}$ (1.09 · 10 ⁻³)
$v = 7/2$	$3.41 \cdot 10^{-2}$ (2.92 · 10 ⁻⁴)	$3.85 \cdot 10^{-2}$ (8.26 · 10 ⁻⁴)	$3.79 \cdot 10^{-2}$ (8.62 · 10 ⁻⁴)	$3.85 \cdot 10^{-2}$ (8.83 · 10 ⁻⁴)	$2.23 \cdot 10^0$ (4.10 · 10 ⁻²)	$4.00 \cdot 10^{-2}$ (9.96 · 10 ⁻⁴)
$v = 9/2$	$3.15 \cdot 10^{-2}$ (3.38 · 10 ⁻⁴)	$3.71 \cdot 10^{-2}$ (8.20 · 10 ⁻⁴)	$3.68 \cdot 10^{-2}$ (8.90 · 10 ⁻⁴)	$3.73 \cdot 10^{-2}$ (9.00 · 10 ⁻⁴)	$2.12 \cdot 10^0$ (4.23 · 10 ⁻²)	$4.09 \cdot 10^{-2}$ (1.25 · 10 ⁻³)
$v = 13/2$	$3.19 \cdot 10^{-2}$ (4.15 · 10 ⁻⁴)	$3.85 \cdot 10^{-2}$ (1.02 · 10 ⁻³)	$3.87 \cdot 10^{-2}$ (1.11 · 10 ⁻³)	$3.90 \cdot 10^{-2}$ (1.12 · 10 ⁻³)	$2.01 \cdot 10^0$ (4.37 · 10 ⁻²)	$4.34 \cdot 10^{-2}$ (1.55 · 10 ⁻³)
$v = 25/2$	$3.27 \cdot 10^{-2}$ (5.00 · 10 ⁻⁴)	$3.86 \cdot 10^{-2}$ (1.08 · 10 ⁻³)	$3.92 \cdot 10^{-2}$ (1.16 · 10 ⁻³)	$3.97 \cdot 10^{-2}$ (1.17 · 10 ⁻³)	$1.88 \cdot 10^0$ (4.44 · 10 ⁻²)	$4.50 \cdot 10^{-2}$ (1.70 · 10 ⁻³)
$v = \infty$	$3.49 \cdot 10^{-2}$ (5.69 · 10 ⁻⁴)	$3.95 \cdot 10^{-2}$ (1.09 · 10 ⁻³)	$4.01 \cdot 10^{-2}$ (1.15 · 10 ⁻³)	$4.07 \cdot 10^{-2}$ (1.16 · 10 ⁻³)	$1.72 \cdot 10^0$ (4.40 · 10 ⁻²)	$4.60 \cdot 10^{-2}$ (1.81 · 10 ⁻³)
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$3.40 \cdot 10^{-2}$ (2.98 · 10 ⁻⁴)	$3.93 \cdot 10^{-2}$ (8.88 · 10 ⁻⁴)	$3.84 \cdot 10^{-2}$ (9.64 · 10 ⁻⁴)	$3.96 \cdot 10^{-2}$ (9.73 · 10 ⁻⁴)	$1.73 \cdot 10^0$ (4.50 · 10 ⁻²)	$4.21 \cdot 10^{-2}$ (1.26 · 10 ⁻³)

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	
NLL/SPE	$3.43 \cdot 10^{-2}$ (5.61 · 10 ⁻⁴)

SM2.2.42. $\text{Re}(S_{6\pi})$, $n = 300$, $d = 6$.

Averages of $R(\theta; S^{\text{SPE}})$.

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$9.04 \cdot 10^{-3} (2.64 \cdot 10^{-4})$	$9.46 \cdot 10^{-3} (2.65 \cdot 10^{-4})$	$9.16 \cdot 10^{-3} (2.63 \cdot 10^{-4})$	$9.07 \cdot 10^{-3} (2.70 \cdot 10^{-4})$	$1.31 \cdot 10^{-1} (3.27 \cdot 10^{-3})$	$9.01 \cdot 10^{-3} (2.64 \cdot 10^{-4})$
$v = 3/2$	$3.42 \cdot 10^{-4} (9.44 \cdot 10^{-6})$	$3.76 \cdot 10^{-4} (1.08 \cdot 10^{-5})$	$3.51 \cdot 10^{-4} (9.83 \cdot 10^{-6})$	$3.52 \cdot 10^{-4} (9.93 \cdot 10^{-6})$	$9.49 \cdot 10^{-2} (2.56 \cdot 10^{-3})$	$3.46 \cdot 10^{-4} (9.76 \cdot 10^{-6})$
$v = 5/2$	$3.75 \cdot 10^{-5} (9.97 \cdot 10^{-7})$	$4.32 \cdot 10^{-5} (2.36 \cdot 10^{-6})$	$3.93 \cdot 10^{-5} (1.11 \cdot 10^{-6})$	$3.88 \cdot 10^{-5} (1.14 \cdot 10^{-6})$	$8.33 \cdot 10^{-2} (2.44 \cdot 10^{-3})$	$4.34 \cdot 10^{-5} (1.39 \cdot 10^{-6})$
$v = 7/2$	$2.11 \cdot 10^{-5} (4.94 \cdot 10^{-7})$	$2.44 \cdot 10^{-5} (1.53 \cdot 10^{-6})$	$2.51 \cdot 10^{-5} (6.94 \cdot 10^{-7})$	$2.22 \cdot 10^{-5} (5.83 \cdot 10^{-7})$	$7.30 \cdot 10^{-2} (1.97 \cdot 10^{-3})$	$3.10 \cdot 10^{-5} (1.42 \cdot 10^{-6})$
$v = 9/2$	$2.10 \cdot 10^{-5} (4.89 \cdot 10^{-7})$	$2.33 \cdot 10^{-5} (7.97 \cdot 10^{-7})$	$2.62 \cdot 10^{-5} (8.27 \cdot 10^{-7})$	$2.24 \cdot 10^{-5} (6.10 \cdot 10^{-7})$	$6.75 \cdot 10^{-2} (1.85 \cdot 10^{-3})$	$3.34 \cdot 10^{-5} (2.10 \cdot 10^{-6})$
$v = 13/2$	$2.57 \cdot 10^{-5} (6.49 \cdot 10^{-7})$	$3.01 \cdot 10^{-5} (1.05 \cdot 10^{-6})$	$3.28 \cdot 10^{-5} (1.23 \cdot 10^{-6})$	$2.90 \cdot 10^{-5} (8.44 \cdot 10^{-7})$	$6.16 \cdot 10^{-2} (1.76 \cdot 10^{-3})$	$4.04 \cdot 10^{-5} (1.97 \cdot 10^{-6})$
$v = 25/2$	$3.01 \cdot 10^{-5} (8.24 \cdot 10^{-7})$	$3.76 \cdot 10^{-5} (1.45 \cdot 10^{-6})$	$3.80 \cdot 10^{-5} (1.46 \cdot 10^{-6})$	$3.54 \cdot 10^{-5} (1.15 \cdot 10^{-6})$	$5.50 \cdot 10^{-2} (1.65 \cdot 10^{-3})$	$4.81 \cdot 10^{-5} (2.61 \cdot 10^{-6})$
$v = \infty$	$3.47 \cdot 10^{-5} (9.43 \cdot 10^{-7})$	$4.29 \cdot 10^{-5} (1.65 \cdot 10^{-6})$	$4.27 \cdot 10^{-5} (1.72 \cdot 10^{-6})$	$3.91 \cdot 10^{-5} (1.27 \cdot 10^{-6})$	$4.72 \cdot 10^{-2} (1.49 \cdot 10^{-3})$	$5.56 \cdot 10^{-5} (3.78 \cdot 10^{-6})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$2.11 \cdot 10^{-5} (4.94 \cdot 10^{-7})$	$2.26 \cdot 10^{-5} (6.35 \cdot 10^{-7})$	$2.57 \cdot 10^{-5} (7.73 \cdot 10^{-7})$	$2.20 \cdot 10^{-5} (6.06 \cdot 10^{-7})$	$4.72 \cdot 10^{-2} (1.49 \cdot 10^{-3})$	$3.40 \cdot 10^{-5} (1.66 \cdot 10^{-6})$

$R^*(S^{\text{SPE}})$	
$v = 1/2$	$8.64 \cdot 10^{-3} (2.61 \cdot 10^{-4})$
$v = 3/2$	$3.26 \cdot 10^{-4} (9.34 \cdot 10^{-6})$
$v = 5/2$	$3.23 \cdot 10^{-5} (7.68 \cdot 10^{-7})$
$v = 7/2$	$1.71 \cdot 10^{-5} (3.30 \cdot 10^{-7})$
$v = 9/2$	$1.76 \cdot 10^{-5} (3.67 \cdot 10^{-7})$
$v = 13/2$	$2.38 \cdot 10^{-5} (5.72 \cdot 10^{-7})$
$v = 25/2$	$2.93 \cdot 10^{-5} (7.54 \cdot 10^{-7})$
$v = \infty$	$3.42 \cdot 10^{-5} (8.78 \cdot 10^{-7})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$1.66 \cdot 10^{-5} (3.25 \cdot 10^{-7})$

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	
NLL/SPE	$2.15 \cdot 10^{-5} (6.08 \cdot 10^{-7})$
linear	$4.68 \cdot 10^{-1} (5.47 \cdot 10^{-4})$
1NN	$2.73 \cdot 10^{-1} (8.82 \cdot 10^{-4})$
2NN	$2.03 \cdot 10^{-1} (1.23 \cdot 10^{-3})$

Averages of $R(\theta; S^{\text{CRPS}})$.

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$4.41 \cdot 10^{-2} (1.88 \cdot 10^{-4})$	$3.42 \cdot 10^{-2} (3.18 \cdot 10^{-4})$	$3.36 \cdot 10^{-2} (3.24 \cdot 10^{-4})$	$3.14 \cdot 10^{-2} (3.82 \cdot 10^{-4})$	$1.63 \cdot 10^{-1} (2.60 \cdot 10^{-3})$	$3.34 \cdot 10^{-2} (3.22 \cdot 10^{-4})$
$v = 3/2$	$6.07 \cdot 10^{-3} (3.84 \cdot 10^{-5})$	$5.47 \cdot 10^{-3} (7.11 \cdot 10^{-5})$	$5.14 \cdot 10^{-3} (5.82 \cdot 10^{-5})$	$5.16 \cdot 10^{-3} (6.02 \cdot 10^{-5})$	$1.23 \cdot 10^{-1} (2.49 \cdot 10^{-3})$	$5.06 \cdot 10^{-3} (5.74 \cdot 10^{-5})$
$v = 5/2$	$1.73 \cdot 10^{-3} (8.56 \cdot 10^{-6})$	$1.75 \cdot 10^{-3} (2.83 \cdot 10^{-5})$	$1.60 \cdot 10^{-3} (1.28 \cdot 10^{-5})$	$1.62 \cdot 10^{-3} (1.31 \cdot 10^{-5})$	$1.10 \cdot 10^{-1} (2.62 \cdot 10^{-3})$	$1.65 \cdot 10^{-3} (1.43 \cdot 10^{-5})$
$v = 7/2$	$1.31 \cdot 10^{-3} (7.41 \cdot 10^{-6})$	$1.38 \cdot 10^{-3} (2.19 \cdot 10^{-5})$	$1.28 \cdot 10^{-3} (1.09 \cdot 10^{-5})$	$1.27 \cdot 10^{-3} (9.92 \cdot 10^{-6})$	$9.66 \cdot 10^{-2} (1.65 \cdot 10^{-3})$	$1.36 \cdot 10^{-3} (1.41 \cdot 10^{-5})$
$v = 9/2$	$1.32 \cdot 10^{-3} (1.06 \cdot 10^{-5})$	$1.37 \cdot 10^{-3} (1.81 \cdot 10^{-5})$	$1.32 \cdot 10^{-3} (1.35 \cdot 10^{-5})$	$1.30 \cdot 10^{-3} (1.16 \cdot 10^{-5})$	$8.93 \cdot 10^{-2} (1.41 \cdot 10^{-3})$	$1.41 \cdot 10^{-3} (1.90 \cdot 10^{-5})$
$v = 13/2$	$1.49 \cdot 10^{-3} (1.74 \cdot 10^{-5})$	$1.54 \cdot 10^{-3} (2.22 \cdot 10^{-5})$	$1.52 \cdot 10^{-3} (1.94 \cdot 10^{-5})$	$1.49 \cdot 10^{-3} (1.73 \cdot 10^{-5})$	$8.20 \cdot 10^{-2} (1.34 \cdot 10^{-3})$	$1.62 \cdot 10^{-3} (2.60 \cdot 10^{-5})$
$v = 25/2$	$1.65 \cdot 10^{-3} (2.31 \cdot 10^{-5})$	$1.75 \cdot 10^{-3} (2.94 \cdot 10^{-5})$	$1.71 \cdot 10^{-3} (2.47 \cdot 10^{-5})$	$1.69 \cdot 10^{-3} (2.23 \cdot 10^{-5})$	$7.44 \cdot 10^{-2} (1.29 \cdot 10^{-3})$	$1.84 \cdot 10^{-3} (3.48 \cdot 10^{-5})$
$v = \infty$	$1.79 \cdot 10^{-3} (2.64 \cdot 10^{-5})$	$1.91 \cdot 10^{-3} (3.29 \cdot 10^{-5})$	$1.88 \cdot 10^{-3} (2.87 \cdot 10^{-5})$	$1.84 \cdot 10^{-3} (2.57 \cdot 10^{-5})$	$6.62 \cdot 10^{-2} (1.22 \cdot 10^{-3})$	$2.03 \cdot 10^{-3} (4.43 \cdot 10^{-5})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$1.31 \cdot 10^{-3} (7.41 \cdot 10^{-6})$	$1.35 \cdot 10^{-3} (1.41 \cdot 10^{-5})$	$1.31 \cdot 10^{-3} (1.24 \cdot 10^{-5})$	$1.27 \cdot 10^{-3} (1.05 \cdot 10^{-5})$	$6.62 \cdot 10^{-2} (1.22 \cdot 10^{-3})$	$1.44 \cdot 10^{-3} (2.28 \cdot 10^{-5})$

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	
NLL/SPE	$1.32 \cdot 10^{-3} (1.08 \cdot 10^{-5})$

Averages of $R(\theta; S_{0.95}^{\text{SIS}})$.

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{SIS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$6.56 \cdot 10^{-1} (3.82 \cdot 10^{-3})$	$5.54 \cdot 10^{-1} (9.76 \cdot 10^{-3})$	$5.43 \cdot 10^{-1} (9.67 \cdot 10^{-3})$	$6.22 \cdot 10^{-1} (1.18 \cdot 10^{-2})$	$2.17 \cdot 10^0 (2.50 \cdot 10^{-2})$	$5.37 \cdot 10^{-1} (9.64 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$7.98 \cdot 10^{-2} (5.89 \cdot 10^{-4})$	$8.36 \cdot 10^{-2} (1.78 \cdot 10^{-3})$	$7.98 \cdot 10^{-2} (1.62 \cdot 10^{-3})$	$8.47 \cdot 10^{-2} (1.71 \cdot 10^{-3})$	$1.73 \cdot 10^0 (2.66 \cdot 10^{-2})$	$7.82 \cdot 10^{-2} (1.61 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$2.05 \cdot 10^{-2} (1.53 \cdot 10^{-4})$	$2.39 \cdot 10^{-2} (5.46 \cdot 10^{-4})$	$2.22 \cdot 10^{-2} (3.71 \cdot 10^{-4})$	$2.22 \cdot 10^{-2} (3.77 \cdot 10^{-4})$	$1.53 \cdot 10^0 (2.73 \cdot 10^{-2})$	$2.27 \cdot 10^{-2} (3.93 \cdot 10^{-4})$
$v = 7/2$	$1.45 \cdot 10^{-2} (1.12 \cdot 10^{-4})$	$1.66 \cdot 10^{-2} (3.35 \cdot 10^{-4})$	$1.65 \cdot 10^{-2} (2.59 \cdot 10^{-4})$	$1.61 \cdot 10^{-2} (2.42 \cdot 10^{-4})$	$1.37 \cdot 10^0 (2.69 \cdot 10^{-2})$	$1.75 \cdot 10^{-2} (3.12 \cdot 10^{-4})$
$v = 9/2$	$1.43 \cdot 10^{-2} (1.29 \cdot 10^{-4})$	$1.55 \cdot 10^{-2} (2.38 \cdot 10^{-4})$	$1.58 \cdot 10^{-2} (2.40 \cdot 10^{-4})$	$1.55 \cdot 10^{-2} (2.13 \cdot 10^{-4})$	$1.28 \cdot 10^0 (2.68 \cdot 10^{-2})$	$1.70 \cdot 10^{-2} (3.21 \cdot 10^{-4})$
$v = 13/2$	$1.56 \cdot 10^{-2} (1.93 \cdot 10^{-4})$	$1.64 \cdot 10^{-2} (2.59 \cdot 10^{-4})$	$1.67 \cdot 10^{-2} (2.69 \cdot 10^{-4})$	$1.66 \cdot 10^{-2} (2.45 \cdot 10^{-4})$	$1.19 \cdot 10^0 (2.63 \cdot 10^{-2})$	$1.81 \cdot 10^{-2} (3.83 \cdot 10^{-4})$
$v = 25/2$	$1.72 \cdot 10^{-2} (2.82 \cdot 10^{-4})$	$1.79 \cdot 10^{-2} (3.15 \cdot 10^{-4})$	$1.77 \cdot 10^{-2} (2.96 \cdot 10^{-4})$	$1.79 \cdot 10^{-2} (2.87 \cdot 10^{-4})$	$1.06 \cdot 10^0 (2.51 \cdot 10^{-2})$	$1.94 \cdot 10^{-2} (4.64 \cdot 10^{-4})$
$v = \infty$	$1.89 \cdot 10^{-2} (3.60 \cdot 10^{-4})$	$1.89 \cdot 10^{-2} (3.50 \cdot 10^{-4})$	$1.86 \cdot 10^{-2} (3.27 \cdot 10^{-4})$	$1.86 \cdot 10^{-2} (3.04 \cdot 10^{-4})$	$9.14 \cdot 10^{-1} (2.28 \cdot 10^{-2})$	$2.06 \cdot 10^{-2} (5.65 \cdot 10^{-4})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$1.45 \cdot 10^{-2} (1.12 \cdot 10^{-4})$	$1.60 \cdot 10^{-2} (2.30 \cdot 10^{-4})$	$1.61 \cdot 10^{-2} (2.61 \cdot 10^{-4})$	$1.59 \cdot 10^{-2} (2.40 \cdot 10^{-4})$	$9.14 \cdot 10^{-1} (2.28 \cdot 10^{-2})$	$1.74 \cdot 10^{-2} (3.39 \cdot 10^{-4})$

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{SIS}})$	
NLL/SPE	$1.46 \cdot 10^{-2} (1.55 \cdot 10^{-4})$

SM2.2.43. $\text{Re}(S_{10\pi})$, $n = 60$, $d = 6$.

Averages of $R(\theta; S^{\text{SPE}})$.

SUPPLEMENTARY MATERIALS: MODEL PARAMETERS IN GAUSSIAN PROCESS INTERPOLATIONS^{M47}

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$5.76 \cdot 10^{-2} (1.62 \cdot 10^{-3})$	$4.72 \cdot 10^{-2} (1.43 \cdot 10^{-3})$	$4.66 \cdot 10^{-2} (1.50 \cdot 10^{-3})$	$4.18 \cdot 10^{-2} (1.39 \cdot 10^{-3})$	$1.75 \cdot 10^{-1} (5.05 \cdot 10^{-3})$	$4.44 \cdot 10^{-2} (1.37 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$1.63 \cdot 10^{-2} (8.27 \cdot 10^{-4})$	$1.88 \cdot 10^{-2} (1.32 \cdot 10^{-3})$	$1.55 \cdot 10^{-2} (9.79 \cdot 10^{-4})$	$1.43 \cdot 10^{-2} (7.84 \cdot 10^{-4})$	$1.63 \cdot 10^{-1} (5.91 \cdot 10^{-3})$	$1.55 \cdot 10^{-2} (1.14 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$1.21 \cdot 10^{-2} (8.97 \cdot 10^{-4})$	$1.36 \cdot 10^{-2} (1.10 \cdot 10^{-3})$	$1.22 \cdot 10^{-2} (9.02 \cdot 10^{-4})$	$1.15 \cdot 10^{-2} (7.73 \cdot 10^{-4})$	$1.56 \cdot 10^{-1} (5.70 \cdot 10^{-3})$	$1.18 \cdot 10^{-2} (6.24 \cdot 10^{-4})$
$v = 7/2$	$1.18 \cdot 10^{-2} (9.86 \cdot 10^{-4})$	$1.34 \cdot 10^{-2} (1.01 \cdot 10^{-3})$	$1.15 \cdot 10^{-2} (7.52 \cdot 10^{-4})$	$1.14 \cdot 10^{-2} (6.82 \cdot 10^{-4})$	$1.40 \cdot 10^{-1} (5.66 \cdot 10^{-3})$	$1.21 \cdot 10^{-2} (8.02 \cdot 10^{-4})$
$v = 9/2$	$1.18 \cdot 10^{-2} (9.03 \cdot 10^{-4})$	$1.47 \cdot 10^{-2} (2.33 \cdot 10^{-3})$	$1.11 \cdot 10^{-2} (6.43 \cdot 10^{-4})$	$1.20 \cdot 10^{-2} (9.69 \cdot 10^{-4})$	$1.30 \cdot 10^{-1} (5.63 \cdot 10^{-3})$	$1.25 \cdot 10^{-2} (7.49 \cdot 10^{-4})$
$v = 13/2$	$1.23 \cdot 10^{-2} (1.01 \cdot 10^{-3})$	$1.60 \cdot 10^{-2} (2.68 \cdot 10^{-3})$	$1.20 \cdot 10^{-2} (7.35 \cdot 10^{-4})$	$1.28 \cdot 10^{-2} (9.60 \cdot 10^{-4})$	$1.23 \cdot 10^{-1} (5.64 \cdot 10^{-3})$	$1.31 \cdot 10^{-2} (7.76 \cdot 10^{-4})$
$v = 25/2$	$1.23 \cdot 10^{-2} (9.80 \cdot 10^{-4})$	$1.50 \cdot 10^{-2} (1.23 \cdot 10^{-3})$	$1.31 \cdot 10^{-2} (8.72 \cdot 10^{-4})$	$1.34 \cdot 10^{-2} (1.06 \cdot 10^{-3})$	$1.15 \cdot 10^{-1} (5.63 \cdot 10^{-3})$	$1.38 \cdot 10^{-2} (8.60 \cdot 10^{-4})$
$v = \infty$	$1.28 \cdot 10^{-2} (1.09 \cdot 10^{-3})$	$1.60 \cdot 10^{-2} (1.43 \cdot 10^{-3})$	$1.34 \cdot 10^{-2} (9.61 \cdot 10^{-4})$	$1.41 \cdot 10^{-2} (1.17 \cdot 10^{-3})$	$1.10 \cdot 10^{-1} (6.73 \cdot 10^{-3})$	$1.57 \cdot 10^{-2} (9.70 \cdot 10^{-4})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$1.20 \cdot 10^{-2} (8.94 \cdot 10^{-4})$	$1.45 \cdot 10^{-2} (1.28 \cdot 10^{-3})$	$1.32 \cdot 10^{-2} (9.68 \cdot 10^{-4})$	$1.36 \cdot 10^{-2} (1.19 \cdot 10^{-3})$	$1.12 \cdot 10^{-1} (5.35 \cdot 10^{-3})$	$1.45 \cdot 10^{-2} (9.25 \cdot 10^{-4})$

$R^*(S^{\text{SPE}})$	
$v = 1/2$	$3.62 \cdot 10^{-2} (1.27 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$9.75 \cdot 10^{-3} (2.74 \cdot 10^{-4})$
$v = 5/2$	$6.77 \cdot 10^{-3} (1.44 \cdot 10^{-4})$
$v = 7/2$	$6.42 \cdot 10^{-3} (1.25 \cdot 10^{-4})$
$v = 9/2$	$6.40 \cdot 10^{-3} (1.24 \cdot 10^{-4})$
$v = 13/2$	$6.45 \cdot 10^{-3} (1.25 \cdot 10^{-4})$
$v = 25/2$	$6.59 \cdot 10^{-3} (1.43 \cdot 10^{-4})$
$v = \infty$	$6.72 \cdot 10^{-3} (1.58 \cdot 10^{-4})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$6.17 \cdot 10^{-3} (1.21 \cdot 10^{-4})$

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	
NLL/SPE	$1.28 \cdot 10^{-2} (1.25 \cdot 10^{-3})$
linear	$3.48 \cdot 10^{-1} (2.59 \cdot 10^{-3})$
1NN	$5.04 \cdot 10^{-1} (3.07 \cdot 10^{-3})$
2NN	$3.96 \cdot 10^{-1} (4.17 \cdot 10^{-3})$

Averages of $R(\theta; S^{\text{CRPS}})$.

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$1.05 \cdot 10^{-1} (1.24 \cdot 10^{-3})$	$9.22 \cdot 10^{-2} (1.35 \cdot 10^{-3})$	$9.01 \cdot 10^{-2} (1.37 \cdot 10^{-3})$	$8.27 \cdot 10^{-2} (1.19 \cdot 10^{-3})$	$1.82 \cdot 10^{-1} (2.58 \cdot 10^{-3})$	$8.80 \cdot 10^{-2} (1.19 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$4.36 \cdot 10^{-2} (9.74 \cdot 10^{-4})$	$5.12 \cdot 10^{-2} (2.01 \cdot 10^{-3})$	$4.28 \cdot 10^{-2} (1.13 \cdot 10^{-3})$	$4.22 \cdot 10^{-2} (1.11 \cdot 10^{-3})$	$1.73 \cdot 10^{-1} (3.86 \cdot 10^{-3})$	$4.25 \cdot 10^{-2} (1.32 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$3.40 \cdot 10^{-2} (1.00 \cdot 10^{-3})$	$4.02 \cdot 10^{-2} (1.62 \cdot 10^{-3})$	$3.53 \cdot 10^{-2} (1.07 \cdot 10^{-3})$	$3.58 \cdot 10^{-2} (1.10 \cdot 10^{-3})$	$1.64 \cdot 10^{-1} (3.39 \cdot 10^{-3})$	$3.52 \cdot 10^{-2} (8.48 \cdot 10^{-4})$
$v = 7/2$	$3.33 \cdot 10^{-2} (1.05 \cdot 10^{-3})$	$3.91 \cdot 10^{-2} (1.43 \cdot 10^{-3})$	$3.42 \cdot 10^{-2} (8.76 \cdot 10^{-4})$	$3.62 \cdot 10^{-2} (1.11 \cdot 10^{-3})$	$1.44 \cdot 10^{-1} (3.52 \cdot 10^{-3})$	$3.54 \cdot 10^{-2} (9.21 \cdot 10^{-4})$
$v = 9/2$	$3.35 \cdot 10^{-2} (8.66 \cdot 10^{-4})$	$3.93 \cdot 10^{-2} (1.91 \cdot 10^{-3})$	$3.40 \cdot 10^{-2} (7.57 \cdot 10^{-4})$	$3.65 \cdot 10^{-2} (1.18 \cdot 10^{-3})$	$1.34 \cdot 10^{-1} (3.56 \cdot 10^{-3})$	$3.65 \cdot 10^{-2} (9.47 \cdot 10^{-4})$
$v = 13/2$	$3.44 \cdot 10^{-2} (9.03 \cdot 10^{-4})$	$4.06 \cdot 10^{-2} (1.95 \cdot 10^{-3})$	$3.55 \cdot 10^{-2} (8.35 \cdot 10^{-4})$	$3.80 \cdot 10^{-2} (1.14 \cdot 10^{-3})$	$1.25 \cdot 10^{-1} (3.59 \cdot 10^{-3})$	$3.76 \cdot 10^{-2} (1.01 \cdot 10^{-3})$
$v = 25/2$	$3.50 \cdot 10^{-2} (8.46 \cdot 10^{-4})$	$4.04 \cdot 10^{-2} (1.44 \cdot 10^{-3})$	$3.71 \cdot 10^{-2} (8.99 \cdot 10^{-4})$	$3.92 \cdot 10^{-2} (1.15 \cdot 10^{-3})$	$1.18 \cdot 10^{-1} (3.61 \cdot 10^{-3})$	$3.85 \cdot 10^{-2} (1.04 \cdot 10^{-3})$
$v = \infty$	$3.60 \cdot 10^{-2} (8.87 \cdot 10^{-4})$	$4.18 \cdot 10^{-2} (1.56 \cdot 10^{-3})$	$3.81 \cdot 10^{-2} (9.68 \cdot 10^{-4})$	$4.00 \cdot 10^{-2} (1.18 \cdot 10^{-3})$	$1.12 \cdot 10^{-1} (4.16 \cdot 10^{-3})$	$4.11 \cdot 10^{-2} (1.15 \cdot 10^{-3})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$3.41 \cdot 10^{-2} (8.96 \cdot 10^{-4})$	$4.03 \cdot 10^{-2} (1.43 \cdot 10^{-3})$	$3.76 \cdot 10^{-2} (9.78 \cdot 10^{-4})$	$3.91 \cdot 10^{-2} (1.22 \cdot 10^{-3})$	$1.18 \cdot 10^{-1} (4.26 \cdot 10^{-3})$	$3.97 \cdot 10^{-2} (1.14 \cdot 10^{-3})$

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	
NLL/SPE	$3.57 \cdot 10^{-2} (1.25 \cdot 10^{-3})$

Averages of $R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$.

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$1.37 \cdot 10^0 (2.45 \cdot 10^{-2})$	$1.36 \cdot 10^0 (3.07 \cdot 10^{-2})$	$1.35 \cdot 10^0 (3.05 \cdot 10^{-2})$	$1.50 \cdot 10^0 (3.79 \cdot 10^{-2})$	$2.60 \cdot 10^0 (5.00 \cdot 10^{-2})$	$1.31 \cdot 10^0 (2.92 \cdot 10^{-2})$
$v = 3/2$	$6.23 \cdot 10^{-1} (2.17 \cdot 10^{-2})$	$7.42 \cdot 10^{-1} (2.78 \cdot 10^{-2})$	$6.79 \cdot 10^{-1} (2.59 \cdot 10^{-2})$	$6.73 \cdot 10^{-1} (2.47 \cdot 10^{-2})$	$2.20 \cdot 10^0 (4.85 \cdot 10^{-2})$	$6.49 \cdot 10^{-1} (2.49 \cdot 10^{-2})$
$v = 5/2$	$5.16 \cdot 10^{-1} (2.28 \cdot 10^{-2})$	$5.86 \cdot 10^{-1} (2.41 \cdot 10^{-2})$	$5.70 \cdot 10^{-1} (2.41 \cdot 10^{-2})$	$6.09 \cdot 10^{-1} (2.58 \cdot 10^{-2})$	$1.97 \cdot 10^0 (4.16 \cdot 10^{-2})$	$5.30 \cdot 10^{-1} (1.69 \cdot 10^{-2})$
$v = 7/2$	$5.05 \cdot 10^{-1} (2.31 \cdot 10^{-2})$	$5.78 \cdot 10^{-1} (2.30 \cdot 10^{-2})$	$5.37 \cdot 10^{-1} (1.87 \cdot 10^{-2})$	$6.25 \cdot 10^{-1} (2.51 \cdot 10^{-2})$	$1.72 \cdot 10^0 (4.41 \cdot 10^{-2})$	$5.30 \cdot 10^{-1} (1.73 \cdot 10^{-2})$
$v = 9/2$	$5.05 \cdot 10^{-1} (1.67 \cdot 10^{-2})$	$5.72 \cdot 10^{-1} (2.60 \cdot 10^{-2})$	$5.32 \cdot 10^{-1} (1.41 \cdot 10^{-2})$	$6.21 \cdot 10^{-1} (2.63 \cdot 10^{-2})$	$1.60 \cdot 10^0 (4.57 \cdot 10^{-2})$	$5.46 \cdot 10^{-1} (1.78 \cdot 10^{-2})$
$v = 13/2$	$5.25 \cdot 10^{-1} (1.73 \cdot 10^{-2})$	$5.90 \cdot 10^{-1} (2.57 \cdot 10^{-2})$	$5.64 \cdot 10^{-1} (1.70 \cdot 10^{-2})$	$6.59 \cdot 10^{-1} (2.47 \cdot 10^{-2})$	$1.50 \cdot 10^0 (4.62 \cdot 10^{-2})$	$5.71 \cdot 10^{-1} (2.03 \cdot 10^{-2})$
$v = 25/2$	$5.40 \cdot 10^{-1} (1.56 \cdot 10^{-2})$	$5.90 \cdot 10^{-1} (2.25 \cdot 10^{-2})$	$5.99 \cdot 10^{-1} (1.85 \cdot 10^{-2})$	$6.95 \cdot 10^{-1} (2.58 \cdot 10^{-2})$	$1.40 \cdot 10^0 (4.60 \cdot 10^{-2})$	$5.92 \cdot 10^{-1} (2.06 \cdot 10^{-2})$
$v = \infty$	$5.64 \cdot 10^{-1} (1.60 \cdot 10^{-2})$	$6.20 \cdot 10^{-1} (2.59 \cdot 10^{-2})$	$6.30 \cdot 10^{-1} (2.02 \cdot 10^{-2})$	$7.19 \cdot 10^{-1} (2.77 \cdot 10^{-2})$	$1.31 \cdot 10^0 (4.87 \cdot 10^{-2})$	$6.51 \cdot 10^{-1} (2.44 \cdot 10^{-2})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$5.28 \cdot 10^{-1} (1.74 \cdot 10^{-2})$	$6.05 \cdot 10^{-1} (2.27 \cdot 10^{-2})$	$6.23 \cdot 10^{-1} (2.00 \cdot 10^{-2})$	$7.14 \cdot 10^{-1} (2.80 \cdot 10^{-2})$	$1.41 \cdot 10^0 (5.88 \cdot 10^{-2})$	$6.30 \cdot 10^{-1} (2.42 \cdot 10^{-2})$

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	
NLL/SPE	$5.54 \cdot 10^{-1} (2.07 \cdot 10^{-2})$

SM2.2.44. $\text{Re}(S_{10\pi})$, $n = 120$, $d = 6$.

Averages of $R(\theta; S^{\text{SPE}})$.

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$2.78 \cdot 10^{-2}$ ($8.04 \cdot 10^{-4}$)	$2.42 \cdot 10^{-2}$ ($6.84 \cdot 10^{-4}$)	$2.29 \cdot 10^{-2}$ ($6.18 \cdot 10^{-4}$)	$2.22 \cdot 10^{-2}$ ($6.42 \cdot 10^{-4}$)	$1.04 \cdot 10^{-1}$ ($3.37 \cdot 10^{-3}$)	$2.26 \cdot 10^{-2}$ ($6.28 \cdot 10^{-4}$)
$v = 3/2$	$8.67 \cdot 10^{-3}$ ($2.99 \cdot 10^{-4}$)	$9.98 \cdot 10^{-3}$ ($9.50 \cdot 10^{-4}$)	$8.01 \cdot 10^{-3}$ ($2.85 \cdot 10^{-4}$)	$8.12 \cdot 10^{-3}$ ($5.52 \cdot 10^{-4}$)	$9.76 \cdot 10^{-2}$ ($4.06 \cdot 10^{-3}$)	$8.16 \cdot 10^{-3}$ ($3.77 \cdot 10^{-4}$)
$v = 5/2$	$6.84 \cdot 10^{-3}$ ($3.43 \cdot 10^{-4}$)	$7.78 \cdot 10^{-3}$ ($5.51 \cdot 10^{-4}$)	$7.28 \cdot 10^{-3}$ ($6.84 \cdot 10^{-4}$)	$6.54 \cdot 10^{-3}$ ($2.58 \cdot 10^{-4}$)	$7.69 \cdot 10^{-2}$ ($3.29 \cdot 10^{-3}$)	$8.36 \cdot 10^{-3}$ ($1.20 \cdot 10^{-3}$)
$v = 7/2$	$6.35 \cdot 10^{-3}$ ($3.90 \cdot 10^{-4}$)	$7.05 \cdot 10^{-3}$ ($4.24 \cdot 10^{-4}$)	$6.40 \cdot 10^{-3}$ ($2.84 \cdot 10^{-4}$)	$6.20 \cdot 10^{-3}$ ($2.92 \cdot 10^{-4}$)	$6.00 \cdot 10^{-2}$ ($2.88 \cdot 10^{-3}$)	$7.39 \cdot 10^{-3}$ ($7.05 \cdot 10^{-4}$)
$v = 9/2$	$6.29 \cdot 10^{-3}$ ($4.39 \cdot 10^{-4}$)	$7.08 \cdot 10^{-3}$ ($4.33 \cdot 10^{-4}$)	$6.19 \cdot 10^{-3}$ ($2.85 \cdot 10^{-4}$)	$6.26 \cdot 10^{-3}$ ($3.16 \cdot 10^{-4}$)	$5.47 \cdot 10^{-2}$ ($2.79 \cdot 10^{-3}$)	$7.42 \cdot 10^{-3}$ ($1.05 \cdot 10^{-3}$)
$v = 13/2$	$6.37 \cdot 10^{-3}$ ($4.85 \cdot 10^{-4}$)	$7.18 \cdot 10^{-3}$ ($4.14 \cdot 10^{-4}$)	$6.36 \cdot 10^{-3}$ ($3.23 \cdot 10^{-4}$)	$6.28 \cdot 10^{-3}$ ($3.24 \cdot 10^{-4}$)	$5.06 \cdot 10^{-2}$ ($2.69 \cdot 10^{-3}$)	$7.57 \cdot 10^{-3}$ ($7.46 \cdot 10^{-4}$)
$v = 25/2$	$6.56 \cdot 10^{-3}$ ($5.38 \cdot 10^{-4}$)	$7.65 \cdot 10^{-3}$ ($4.94 \cdot 10^{-4}$)	$6.45 \cdot 10^{-3}$ ($2.86 \cdot 10^{-4}$)	$6.66 \cdot 10^{-3}$ ($4.04 \cdot 10^{-4}$)	$4.70 \cdot 10^{-2}$ ($2.59 \cdot 10^{-3}$)	$8.40 \cdot 10^{-3}$ ($1.01 \cdot 10^{-3}$)
$v = \infty$	$6.75 \cdot 10^{-3}$ ($5.53 \cdot 10^{-4}$)	$7.80 \cdot 10^{-3}$ ($5.29 \cdot 10^{-4}$)	$7.28 \cdot 10^{-3}$ ($5.79 \cdot 10^{-4}$)	$7.00 \cdot 10^{-3}$ ($4.66 \cdot 10^{-4}$)	$4.29 \cdot 10^{-2}$ ($2.45 \cdot 10^{-3}$)	$8.75 \cdot 10^{-3}$ ($1.11 \cdot 10^{-3}$)
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$6.46 \cdot 10^{-3}$ ($4.82 \cdot 10^{-4}$)	$7.70 \cdot 10^{-3}$ ($6.28 \cdot 10^{-4}$)	$6.43 \cdot 10^{-3}$ ($2.86 \cdot 10^{-4}$)	$6.62 \cdot 10^{-3}$ ($4.62 \cdot 10^{-4}$)	$4.35 \cdot 10^{-2}$ ($2.47 \cdot 10^{-3}$)	$8.44 \cdot 10^{-3}$ ($1.10 \cdot 10^{-3}$)

$R^*(S^{\text{SPE}})$	
$v = 1/2$	$1.99 \cdot 10^{-2}$ ($5.62 \cdot 10^{-4}$)
$v = 3/2$	$5.90 \cdot 10^{-3}$ ($1.02 \cdot 10^{-4}$)
$v = 5/2$	$4.46 \cdot 10^{-3}$ ($6.52 \cdot 10^{-5}$)
$v = 7/2$	$4.18 \cdot 10^{-3}$ ($6.07 \cdot 10^{-5}$)
$v = 9/2$	$4.12 \cdot 10^{-3}$ ($6.11 \cdot 10^{-5}$)
$v = 13/2$	$4.13 \cdot 10^{-3}$ ($6.34 \cdot 10^{-5}$)
$v = 25/2$	$4.21 \cdot 10^{-3}$ ($6.68 \cdot 10^{-5}$)
$v = \infty$	$4.35 \cdot 10^{-3}$ ($7.21 \cdot 10^{-5}$)
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$4.04 \cdot 10^{-3}$ ($5.93 \cdot 10^{-5}$)

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	
NLL/SPE	$6.70 \cdot 10^{-3}$ ($5.46 \cdot 10^{-4}$)
linear	$3.30 \cdot 10^{-1}$ ($1.02 \cdot 10^{-3}$)
1NN	$4.03 \cdot 10^{-1}$ ($1.76 \cdot 10^{-3}$)
2NN	$3.07 \cdot 10^{-1}$ ($2.26 \cdot 10^{-3}$)

Averages of $R(\theta; S^{\text{CRPS}})$.

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$6.99 \cdot 10^{-2}$ ($6.49 \cdot 10^{-4}$)	$6.11 \cdot 10^{-2}$ ($7.90 \cdot 10^{-4}$)	$5.87 \cdot 10^{-2}$ ($5.98 \cdot 10^{-4}$)	$5.45 \cdot 10^{-2}$ ($6.74 \cdot 10^{-4}$)	$1.35 \cdot 10^{-1}$ ($1.92 \cdot 10^{-3}$)	$5.80 \cdot 10^{-2}$ ($5.81 \cdot 10^{-4}$)
$v = 3/2$	$2.75 \cdot 10^{-2}$ ($4.72 \cdot 10^{-4}$)	$3.10 \cdot 10^{-2}$ ($1.16 \cdot 10^{-3}$)	$2.67 \cdot 10^{-2}$ ($5.37 \cdot 10^{-4}$)	$2.65 \cdot 10^{-2}$ ($5.87 \cdot 10^{-4}$)	$1.30 \cdot 10^{-1}$ ($3.79 \cdot 10^{-3}$)	$2.64 \cdot 10^{-2}$ ($5.04 \cdot 10^{-4}$)
$v = 5/2$	$2.07 \cdot 10^{-2}$ ($4.42 \cdot 10^{-4}$)	$2.53 \cdot 10^{-2}$ ($9.45 \cdot 10^{-4}$)	$2.14 \cdot 10^{-2}$ ($6.57 \cdot 10^{-4}$)	$2.15 \cdot 10^{-2}$ ($5.07 \cdot 10^{-4}$)	$1.00 \cdot 10^{-1}$ ($2.48 \cdot 10^{-3}$)	$2.21 \cdot 10^{-2}$ ($7.05 \cdot 10^{-4}$)
$v = 7/2$	$1.93 \cdot 10^{-2}$ ($4.35 \cdot 10^{-4}$)	$2.34 \cdot 10^{-2}$ ($8.94 \cdot 10^{-4}$)	$2.01 \cdot 10^{-2}$ ($4.81 \cdot 10^{-4}$)	$2.05 \cdot 10^{-2}$ ($5.16 \cdot 10^{-4}$)	$7.57 \cdot 10^{-2}$ ($1.92 \cdot 10^{-3}$)	$2.10 \cdot 10^{-2}$ ($6.07 \cdot 10^{-4}$)
$v = 9/2$	$1.92 \cdot 10^{-2}$ ($4.52 \cdot 10^{-4}$)	$2.32 \cdot 10^{-2}$ ($8.81 \cdot 10^{-4}$)	$1.98 \cdot 10^{-2}$ ($4.55 \cdot 10^{-4}$)	$2.06 \cdot 10^{-2}$ ($5.35 \cdot 10^{-4}$)	$6.77 \cdot 10^{-2}$ ($1.79 \cdot 10^{-3}$)	$2.11 \cdot 10^{-2}$ ($6.37 \cdot 10^{-4}$)
$v = 13/2$	$1.95 \cdot 10^{-2}$ ($4.68 \cdot 10^{-4}$)	$2.36 \cdot 10^{-2}$ ($8.67 \cdot 10^{-4}$)	$2.05 \cdot 10^{-2}$ ($5.21 \cdot 10^{-4}$)	$2.08 \cdot 10^{-2}$ ($5.08 \cdot 10^{-4}$)	$6.20 \cdot 10^{-2}$ ($1.67 \cdot 10^{-3}$)	$2.18 \cdot 10^{-2}$ ($6.33 \cdot 10^{-4}$)
$v = 25/2$	$2.00 \cdot 10^{-2}$ ($4.85 \cdot 10^{-4}$)	$2.45 \cdot 10^{-2}$ ($9.56 \cdot 10^{-4}$)	$2.10 \cdot 10^{-2}$ ($4.70 \cdot 10^{-4}$)	$2.17 \cdot 10^{-2}$ ($5.81 \cdot 10^{-4}$)	$5.77 \cdot 10^{-2}$ ($1.60 \cdot 10^{-3}$)	$2.32 \cdot 10^{-2}$ ($7.30 \cdot 10^{-4}$)
$v = \infty$	$2.06 \cdot 10^{-2}$ ($4.97 \cdot 10^{-4}$)	$2.47 \cdot 10^{-2}$ ($8.93 \cdot 10^{-4}$)	$2.19 \cdot 10^{-2}$ ($5.57 \cdot 10^{-4}$)	$2.26 \cdot 10^{-2}$ ($7.04 \cdot 10^{-4}$)	$5.34 \cdot 10^{-2}$ ($1.49 \cdot 10^{-3}$)	$2.40 \cdot 10^{-2}$ ($7.42 \cdot 10^{-4}$)
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$1.94 \cdot 10^{-2}$ ($4.61 \cdot 10^{-4}$)	$2.38 \cdot 10^{-2}$ ($8.80 \cdot 10^{-4}$)	$2.09 \cdot 10^{-2}$ ($4.78 \cdot 10^{-4}$)	$2.11 \cdot 10^{-2}$ ($5.99 \cdot 10^{-4}$)	$5.45 \cdot 10^{-2}$ ($1.81 \cdot 10^{-3}$)	$2.33 \cdot 10^{-2}$ ($7.35 \cdot 10^{-4}$)

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	
NLL/SPE	$2.04 \cdot 10^{-2}$ ($6.79 \cdot 10^{-4}$)

Averages of $R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$.

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$9.74 \cdot 10^{-1}$ ($1.22 \cdot 10^{-2}$)	$9.59 \cdot 10^{-1}$ ($1.72 \cdot 10^{-2}$)	$9.33 \cdot 10^{-1}$ ($1.62 \cdot 10^{-2}$)	$1.11 \cdot 10^0$ ($2.24 \cdot 10^{-2}$)	$1.94 \cdot 10^0$ ($4.06 \cdot 10^{-2}$)	$9.24 \cdot 10^{-1}$ ($1.60 \cdot 10^{-2}$)
$v = 3/2$	$4.32 \cdot 10^{-1}$ ($9.95 \cdot 10^{-3}$)	$4.96 \cdot 10^{-1}$ ($2.06 \cdot 10^{-2}$)	$4.46 \cdot 10^{-1}$ ($1.02 \cdot 10^{-2}$)	$4.89 \cdot 10^{-1}$ ($1.41 \cdot 10^{-2}$)	$1.63 \cdot 10^0$ ($3.93 \cdot 10^{-2}$)	$4.40 \cdot 10^{-1}$ ($9.97 \cdot 10^{-3}$)
$v = 5/2$	$3.44 \cdot 10^{-1}$ ($9.53 \cdot 10^{-3}$)	$3.81 \cdot 10^{-1}$ ($1.28 \cdot 10^{-2}$)	$3.58 \cdot 10^{-1}$ ($1.29 \cdot 10^{-2}$)	$3.85 \cdot 10^{-1}$ ($1.17 \cdot 10^{-2}$)	$1.26 \cdot 10^0$ ($2.70 \cdot 10^{-2}$)	$3.65 \cdot 10^{-1}$ ($1.33 \cdot 10^{-2}$)
$v = 7/2$	$3.20 \cdot 10^{-1}$ ($9.62 \cdot 10^{-3}$)	$3.42 \cdot 10^{-1}$ ($1.16 \cdot 10^{-2}$)	$3.27 \cdot 10^{-1}$ ($9.35 \cdot 10^{-3}$)	$3.54 \cdot 10^{-1}$ ($1.19 \cdot 10^{-2}$)	$1.04 \cdot 10^0$ ($2.96 \cdot 10^{-2}$)	$3.38 \cdot 10^{-1}$ ($1.22 \cdot 10^{-2}$)
$v = 9/2$	$3.15 \cdot 10^{-1}$ ($1.02 \cdot 10^{-2}$)	$3.31 \cdot 10^{-1}$ ($1.14 \cdot 10^{-2}$)	$3.13 \cdot 10^{-1}$ ($8.70 \cdot 10^{-3}$)	$3.48 \cdot 10^{-1}$ ($1.18 \cdot 10^{-2}$)	$9.59 \cdot 10^{-1}$ ($3.06 \cdot 10^{-2}$)	$3.30 \cdot 10^{-1}$ ($1.31 \cdot 10^{-2}$)
$v = 13/2$	$3.14 \cdot 10^{-1}$ ($1.06 \cdot 10^{-2}$)	$3.29 \cdot 10^{-1}$ ($1.10 \cdot 10^{-2}$)	$3.15 \cdot 10^{-1}$ ($9.29 \cdot 10^{-3}$)	$3.42 \cdot 10^{-1}$ ($1.08 \cdot 10^{-2}$)	$8.87 \cdot 10^{-1}$ ($3.01 \cdot 10^{-2}$)	$3.34 \cdot 10^{-1}$ ($1.20 \cdot 10^{-2}$)
$v = 25/2$	$3.19 \cdot 10^{-1}$ ($1.09 \cdot 10^{-2}$)	$3.34 \cdot 10^{-1}$ ($1.27 \cdot 10^{-2}$)	$3.16 \cdot 10^{-1}$ ($8.44 \cdot 10^{-3}$)	$3.49 \cdot 10^{-1}$ ($1.27 \cdot 10^{-2}$)	$8.14 \cdot 10^{-1}$ ($2.87 \cdot 10^{-2}$)	$3.48 \cdot 10^{-1}$ ($1.35 \cdot 10^{-2}$)
$v = \infty$	$3.24 \cdot 10^{-1}$ ($1.10 \cdot 10^{-2}$)	$3.37 \cdot 10^{-1}$ ($1.29 \cdot 10^{-2}$)	$3.29 \cdot 10^{-1}$ ($1.08 \cdot 10^{-2}$)	$3.56 \cdot 10^{-1}$ ($1.36 \cdot 10^{-2}$)	$7.39 \cdot 10^{-1}$ ($2.71 \cdot 10^{-2}$)	$3.54 \cdot 10^{-1}$ ($1.45 \cdot 10^{-2}$)
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$3.22 \cdot 10^{-1}$ ($1.04 \cdot 10^{-2}$)	$3.42 \cdot 10^{-1}$ ($1.31 \cdot 10^{-2}$)	$3.22 \cdot 10^{-1}$ ($8.39 \cdot 10^{-3}$)	$3.61 \cdot 10^{-1}$ ($1.33 \cdot 10^{-2}$)	$7.51 \cdot 10^{-1}$ ($2.89 \cdot 10^{-2}$)	$3.51 \cdot 10^{-1}$ ($1.41 \cdot 10^{-2}$)

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	
NLL/SPE	$3.33 \cdot 10^{-1}$ ($1.20 \cdot 10^{-2}$)

SM2.2.45. $\text{Re}(S_{10\pi})$, $n = 300$, $d = 6$.

Averages of $R(\theta; S^{\text{SPE}})$.

SUPPLEMENTARY MATERIALS: MODEL PARAMETERS IN GAUSSIAN PROCESS INTERPOLATIONS_{M49}

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$\nu = 1/2$	$1.22 \cdot 10^{-2}$ (2.90 · 10 ⁻⁴)	$1.11 \cdot 10^{-2}$ (2.69 · 10 ⁻⁴)	$1.06 \cdot 10^{-2}$ (2.61 · 10 ⁻⁴)	$1.03 \cdot 10^{-2}$ (2.54 · 10 ⁻⁴)	$5.10 \cdot 10^{-2}$ (1.57 · 10 ⁻³)	$1.05 \cdot 10^{-2}$ (2.50 · 10 ⁻⁴)
$\nu = 3/2$	$4.87 \cdot 10^{-3}$ (2.03 · 10 ⁻⁴)	$4.89 \cdot 10^{-3}$ (1.81 · 10 ⁻⁴)	$4.72 \cdot 10^{-3}$ (1.97 · 10 ⁻⁴)	$4.29 \cdot 10^{-3}$ (1.11 · 10 ⁻⁴)	$5.40 \cdot 10^{-2}$ (3.00 · 10 ⁻³)	$4.71 \cdot 10^{-3}$ (1.97 · 10 ⁻⁴)
$\nu = 5/2$	$4.01 \cdot 10^{-3}$ (2.15 · 10 ⁻⁴)	$4.27 \cdot 10^{-3}$ (1.97 · 10 ⁻⁴)	$4.10 \cdot 10^{-3}$ (2.31 · 10 ⁻⁴)	$3.75 \cdot 10^{-3}$ (1.09 · 10 ⁻⁴)	$3.25 \cdot 10^{-2}$ (1.41 · 10 ⁻³)	$4.21 \cdot 10^{-3}$ (3.38 · 10 ⁻⁴)
$\nu = 7/2$	$3.43 \cdot 10^{-3}$ (1.63 · 10 ⁻⁴)	$3.70 \cdot 10^{-3}$ (1.34 · 10 ⁻⁴)	$3.54 \cdot 10^{-3}$ (1.90 · 10 ⁻⁴)	$3.31 \cdot 10^{-3}$ (9.34 · 10 ⁻⁵)	$2.49 \cdot 10^{-2}$ (1.13 · 10 ⁻³)	$3.56 \cdot 10^{-3}$ (1.19 · 10 ⁻⁴)
$\nu = 9/2$	$3.17 \cdot 10^{-3}$ (1.24 · 10 ⁻⁴)	$3.55 \cdot 10^{-3}$ (1.33 · 10 ⁻⁴)	$3.22 \cdot 10^{-3}$ (1.15 · 10 ⁻⁴)	$3.12 \cdot 10^{-3}$ (8.04 · 10 ⁻⁵)	$2.19 \cdot 10^{-2}$ (9.76 · 10 ⁻⁴)	$3.42 \cdot 10^{-3}$ (1.19 · 10 ⁻⁴)
$\nu = 13/2$	$3.04 \cdot 10^{-3}$ (1.01 · 10 ⁻⁴)	$3.53 \cdot 10^{-3}$ (1.52 · 10 ⁻⁴)	$3.11 \cdot 10^{-3}$ (9.66 · 10 ⁻⁵)	$3.00 \cdot 10^{-3}$ (7.05 · 10 ⁻⁵)	$1.95 \cdot 10^{-2}$ (8.40 · 10 ⁻⁴)	$3.41 \cdot 10^{-3}$ (9.80 · 10 ⁻⁵)
$\nu = 25/2$	$3.06 \cdot 10^{-3}$ (9.93 · 10 ⁻⁵)	$3.45 \cdot 10^{-3}$ (1.23 · 10 ⁻⁴)	$3.21 \cdot 10^{-3}$ (1.02 · 10 ⁻⁴)	$3.09 \cdot 10^{-3}$ (8.41 · 10 ⁻⁵)	$1.75 \cdot 10^{-2}$ (7.66 · 10 ⁻⁴)	$3.89 \cdot 10^{-3}$ (2.02 · 10 ⁻⁴)
$\nu = \infty$	$3.20 \cdot 10^{-3}$ (1.07 · 10 ⁻⁴)	$3.75 \cdot 10^{-3}$ (1.66 · 10 ⁻⁴)	$3.51 \cdot 10^{-3}$ (1.32 · 10 ⁻⁴)	$3.28 \cdot 10^{-3}$ (1.02 · 10 ⁻⁴)	$1.54 \cdot 10^{-2}$ (6.68 · 10 ⁻⁴)	$4.44 \cdot 10^{-3}$ (2.73 · 10 ⁻⁴)
$\nu \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$3.25 \cdot 10^{-3}$ (1.24 · 10 ⁻⁴)	$3.73 \cdot 10^{-3}$ (2.02 · 10 ⁻⁴)	$3.26 \cdot 10^{-3}$ (1.10 · 10 ⁻⁴)	$3.13 \cdot 10^{-3}$ (8.08 · 10 ⁻⁵)	$1.55 \cdot 10^{-2}$ (6.70 · 10 ⁻⁴)	$3.81 \cdot 10^{-3}$ (1.59 · 10 ⁻⁴)

$R^*(S^{\text{SPE}})$	
$\nu = 1/2$	$9.44 \cdot 10^{-3}$ (2.09 · 10 ⁻⁴)
$\nu = 3/2$	$3.46 \cdot 10^{-3}$ (5.06 · 10 ⁻⁵)
$\nu = 5/2$	$2.77 \cdot 10^{-3}$ (4.56 · 10 ⁻⁵)
$\nu = 7/2$	$2.50 \cdot 10^{-3}$ (4.59 · 10 ⁻⁵)
$\nu = 9/2$	$2.39 \cdot 10^{-3}$ (4.50 · 10 ⁻⁵)
$\nu = 13/2$	$2.37 \cdot 10^{-3}$ (4.23 · 10 ⁻⁵)
$\nu = 25/2$	$2.40 \cdot 10^{-3}$ (3.84 · 10 ⁻⁵)
$\nu = \infty$	$2.48 \cdot 10^{-3}$ (3.52 · 10 ⁻⁵)
$\nu \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$2.33 \cdot 10^{-3}$ (4.18 · 10 ⁻⁵)

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	
NLL/SPE	$3.34 \cdot 10^{-3}$ (1.56 · 10 ⁻⁴)
linear	$3.19 \cdot 10^{-1}$ (3.59 · 10 ⁻⁴)
1NN	$3.05 \cdot 10^{-1}$ (9.04 · 10 ⁻⁴)
2NN	$2.27 \cdot 10^{-1}$ (1.24 · 10 ⁻³)

Averages of $R(\theta; S^{\text{CRPS}})$.

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$\nu = 1/2$	$4.36 \cdot 10^{-2}$ (2.71 · 10 ⁻⁴)	$3.75 \cdot 10^{-2}$ (4.08 · 10 ⁻⁴)	$3.61 \cdot 10^{-2}$ (3.58 · 10 ⁻⁴)	$3.20 \cdot 10^{-2}$ (3.60 · 10 ⁻⁴)	$8.62 \cdot 10^{-2}$ (1.59 · 10 ⁻³)	$3.58 \cdot 10^{-2}$ (3.29 · 10 ⁻⁴)
$\nu = 3/2$	$1.67 \cdot 10^{-2}$ (2.85 · 10 ⁻⁴)	$1.83 \cdot 10^{-2}$ (4.77 · 10 ⁻⁴)	$1.63 \cdot 10^{-2}$ (3.39 · 10 ⁻⁴)	$1.54 \cdot 10^{-2}$ (2.51 · 10 ⁻⁴)	$9.32 \cdot 10^{-2}$ (3.96 · 10 ⁻³)	$1.60 \cdot 10^{-2}$ (3.12 · 10 ⁻⁴)
$\nu = 5/2$	$1.17 \cdot 10^{-2}$ (2.72 · 10 ⁻⁴)	$1.42 \cdot 10^{-2}$ (5.33 · 10 ⁻⁴)	$1.19 \cdot 10^{-2}$ (2.93 · 10 ⁻⁴)	$1.18 \cdot 10^{-2}$ (2.64 · 10 ⁻⁴)	$5.32 \cdot 10^{-2}$ (1.48 · 10 ⁻³)	$1.20 \cdot 10^{-2}$ (2.93 · 10 ⁻⁴)
$\nu = 7/2$	$1.01 \cdot 10^{-2}$ (2.32 · 10 ⁻⁴)	$1.22 \cdot 10^{-2}$ (4.35 · 10 ⁻⁴)	$1.03 \cdot 10^{-2}$ (2.49 · 10 ⁻⁴)	$1.03 \cdot 10^{-2}$ (2.38 · 10 ⁻⁴)	$3.91 \cdot 10^{-2}$ (1.19 · 10 ⁻³)	$1.07 \cdot 10^{-2}$ (2.46 · 10 ⁻⁴)
$\nu = 9/2$	$9.72 \cdot 10^{-3}$ (2.12 · 10 ⁻⁴)	$1.17 \cdot 10^{-2}$ (4.05 · 10 ⁻⁴)	$9.98 \cdot 10^{-3}$ (2.15 · 10 ⁻⁴)	$9.99 \cdot 10^{-3}$ (2.19 · 10 ⁻⁴)	$3.39 \cdot 10^{-2}$ (9.63 · 10 ⁻⁴)	$1.07 \cdot 10^{-2}$ (2.56 · 10 ⁻⁴)
$\nu = 13/2$	$9.87 \cdot 10^{-3}$ (2.03 · 10 ⁻⁴)	$1.20 \cdot 10^{-2}$ (4.53 · 10 ⁻⁴)	$1.02 \cdot 10^{-2}$ (2.09 · 10 ⁻⁴)	$1.02 \cdot 10^{-2}$ (2.07 · 10 ⁻⁴)	$3.00 \cdot 10^{-2}$ (7.61 · 10 ⁻⁴)	$1.10 \cdot 10^{-2}$ (2.44 · 10 ⁻⁴)
$\nu = 25/2$	$1.03 \cdot 10^{-2}$ (2.11 · 10 ⁻⁴)	$1.22 \cdot 10^{-2}$ (3.57 · 10 ⁻⁴)	$1.08 \cdot 10^{-2}$ (2.22 · 10 ⁻⁴)	$1.08 \cdot 10^{-2}$ (2.11 · 10 ⁻⁴)	$2.71 \cdot 10^{-2}$ (6.37 · 10 ⁻⁴)	$1.19 \cdot 10^{-2}$ (3.13 · 10 ⁻⁴)
$\nu = \infty$	$1.09 \cdot 10^{-2}$ (2.30 · 10 ⁻⁴)	$1.30 \cdot 10^{-2}$ (4.34 · 10 ⁻⁴)	$1.16 \cdot 10^{-2}$ (2.65 · 10 ⁻⁴)	$1.15 \cdot 10^{-2}$ (2.32 · 10 ⁻⁴)	$2.46 \cdot 10^{-2}$ (5.52 · 10 ⁻⁴)	$1.29 \cdot 10^{-2}$ (3.64 · 10 ⁻⁴)
$\nu \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$9.83 \cdot 10^{-3}$ (2.09 · 10 ⁻⁴)	$1.22 \cdot 10^{-2}$ (5.01 · 10 ⁻⁴)	$1.04 \cdot 10^{-2}$ (2.42 · 10 ⁻⁴)	$1.01 \cdot 10^{-2}$ (2.24 · 10 ⁻⁴)	$2.47 \cdot 10^{-2}$ (5.50 · 10 ⁻⁴)	$1.18 \cdot 10^{-2}$ (2.93 · 10 ⁻⁴)

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	
NLL/SPE	$1.07 \cdot 10^{-2}$ (5.15 · 10 ⁻⁴)

Averages of $R(\theta; S^{\text{SIS}}_{0.95})$.

$R(\theta; S^{\text{SIS}}_{0.95})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$\nu = 1/2$	$6.70 \cdot 10^{-1}$ (6.06 · 10 ⁻³)	$6.32 \cdot 10^{-1}$ (9.34 · 10 ⁻³)	$6.19 \cdot 10^{-1}$ (8.88 · 10 ⁻³)	$7.57 \cdot 10^{-1}$ (1.24 · 10 ⁻²)	$1.32 \cdot 10^0$ (1.96 · 10 ⁻²)	$6.15 \cdot 10^{-1}$ (8.24 · 10 ⁻³)
$\nu = 3/2$	$2.92 \cdot 10^{-1}$ (6.92 · 10 ⁻³)	$3.19 \cdot 10^{-1}$ (7.71 · 10 ⁻³)	$2.99 \cdot 10^{-1}$ (7.01 · 10 ⁻³)	$3.32 \cdot 10^{-1}$ (6.88 · 10 ⁻³)	$1.18 \cdot 10^0$ (4.01 · 10 ⁻²)	$2.94 \cdot 10^{-1}$ (6.80 · 10 ⁻³)
$\nu = 5/2$	$2.19 \cdot 10^{-1}$ (6.80 · 10 ⁻³)	$2.43 \cdot 10^{-1}$ (7.67 · 10 ⁻³)	$2.25 \cdot 10^{-1}$ (6.80 · 10 ⁻³)	$2.45 \cdot 10^{-1}$ (6.05 · 10 ⁻³)	$7.39 \cdot 10^{-1}$ (1.89 · 10 ⁻²)	$2.22 \cdot 10^{-1}$ (6.43 · 10 ⁻³)
$\nu = 7/2$	$1.90 \cdot 10^{-1}$ (5.61 · 10 ⁻³)	$2.05 \cdot 10^{-1}$ (6.18 · 10 ⁻³)	$1.92 \cdot 10^{-1}$ (5.62 · 10 ⁻³)	$2.10 \cdot 10^{-1}$ (5.52 · 10 ⁻³)	$5.84 \cdot 10^{-1}$ (1.67 · 10 ⁻²)	$1.93 \cdot 10^{-1}$ (4.70 · 10 ⁻³)
$\nu = 9/2$	$1.79 \cdot 10^{-1}$ (4.93 · 10 ⁻³)	$1.93 \cdot 10^{-1}$ (5.84 · 10 ⁻³)	$1.78 \cdot 10^{-1}$ (4.46 · 10 ⁻³)	$1.96 \cdot 10^{-1}$ (4.90 · 10 ⁻³)	$5.21 \cdot 10^{-1}$ (1.37 · 10 ⁻²)	$1.85 \cdot 10^{-1}$ (4.53 · 10 ⁻³)
$\nu = 13/2$	$1.74 \cdot 10^{-1}$ (4.47 · 10 ⁻³)	$1.88 \cdot 10^{-1}$ (5.92 · 10 ⁻³)	$1.73 \cdot 10^{-1}$ (4.02 · 10 ⁻³)	$1.86 \cdot 10^{-1}$ (4.19 · 10 ⁻³)	$4.60 \cdot 10^{-1}$ (1.11 · 10 ⁻²)	$1.82 \cdot 10^{-1}$ (3.81 · 10 ⁻³)
$\nu = 25/2$	$1.73 \cdot 10^{-1}$ (4.31 · 10 ⁻³)	$1.81 \cdot 10^{-1}$ (4.79 · 10 ⁻³)	$1.73 \cdot 10^{-1}$ (4.00 · 10 ⁻³)	$1.82 \cdot 10^{-1}$ (3.85 · 10 ⁻³)	$4.01 \cdot 10^{-1}$ (9.62 · 10 ⁻³)	$1.89 \cdot 10^{-1}$ (5.10 · 10 ⁻³)
$\nu = \infty$	$1.77 \cdot 10^{-1}$ (4.31 · 10 ⁻³)	$1.85 \cdot 10^{-1}$ (5.06 · 10 ⁻³)	$1.77 \cdot 10^{-1}$ (4.52 · 10 ⁻³)	$1.83 \cdot 10^{-1}$ (3.71 · 10 ⁻³)	$3.44 \cdot 10^{-1}$ (8.12 · 10 ⁻³)	$1.97 \cdot 10^{-1}$ (5.77 · 10 ⁻³)
$\nu \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$1.82 \cdot 10^{-1}$ (4.85 · 10 ⁻³)	$1.98 \cdot 10^{-1}$ (7.12 · 10 ⁻³)	$1.77 \cdot 10^{-1}$ (4.33 · 10 ⁻³)	$1.96 \cdot 10^{-1}$ (4.80 · 10 ⁻³)	$3.45 \cdot 10^{-1}$ (8.06 · 10 ⁻³)	$1.91 \cdot 10^{-1}$ (4.87 · 10 ⁻³)

$R(\theta; S^{\text{SIS}}_{0.95})$	
NLL/SPE	$1.88 \cdot 10^{-1}$ (8.12 · 10 ⁻³)

SM2.2.46. $\text{Re}(S_{14\pi})$, $n = 60$, $d = 6$.

Averages of $R(\theta; S^{\text{SPE}})$.

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$2.40 \cdot 10^{-1} (1.06 \cdot 10^{-2})$	$2.09 \cdot 10^{-1} (7.27 \cdot 10^{-3})$	$2.32 \cdot 10^{-1} (1.10 \cdot 10^{-2})$	$2.13 \cdot 10^{-1} (8.34 \cdot 10^{-3})$	$4.72 \cdot 10^{-1} (1.10 \cdot 10^{-2})$	$2.40 \cdot 10^{-1} (1.27 \cdot 10^{-2})$
$v = 3/2$	$1.24 \cdot 10^{-1} (1.07 \cdot 10^{-2})$	$1.48 \cdot 10^{-1} (1.01 \cdot 10^{-2})$	$1.26 \cdot 10^{-1} (1.22 \cdot 10^{-2})$	$1.13 \cdot 10^{-1} (7.54 \cdot 10^{-3})$	$4.81 \cdot 10^{-1} (1.72 \cdot 10^{-2})$	$1.49 \cdot 10^{-1} (1.46 \cdot 10^{-2})$
$v = 5/2$	$9.95 \cdot 10^{-2} (5.04 \cdot 10^{-3})$	$1.23 \cdot 10^{-1} (1.62 \cdot 10^{-2})$	$1.04 \cdot 10^{-1} (9.78 \cdot 10^{-3})$	$9.08 \cdot 10^{-2} (5.48 \cdot 10^{-3})$	$4.84 \cdot 10^{-1} (1.85 \cdot 10^{-2})$	$1.20 \cdot 10^{-1} (7.82 \cdot 10^{-3})$
$v = 7/2$	$1.06 \cdot 10^{-1} (5.11 \cdot 10^{-3})$	$1.01 \cdot 10^{-1} (9.24 \cdot 10^{-3})$	$9.63 \cdot 10^{-2} (6.20 \cdot 10^{-3})$	$8.82 \cdot 10^{-2} (5.44 \cdot 10^{-3})$	$4.74 \cdot 10^{-1} (1.88 \cdot 10^{-2})$	$1.37 \cdot 10^{-1} (8.17 \cdot 10^{-3})$
$v = 9/2$	$1.12 \cdot 10^{-1} (4.90 \cdot 10^{-3})$	$1.08 \cdot 10^{-1} (9.66 \cdot 10^{-3})$	$9.91 \cdot 10^{-2} (5.74 \cdot 10^{-3})$	$9.24 \cdot 10^{-2} (6.11 \cdot 10^{-3})$	$4.66 \cdot 10^{-1} (1.86 \cdot 10^{-2})$	$1.49 \cdot 10^{-1} (8.47 \cdot 10^{-3})$
$v = 13/2$	$1.20 \cdot 10^{-1} (5.26 \cdot 10^{-3})$	$1.06 \cdot 10^{-1} (8.88 \cdot 10^{-3})$	$1.04 \cdot 10^{-1} (6.04 \cdot 10^{-3})$	$9.36 \cdot 10^{-2} (6.15 \cdot 10^{-3})$	$4.63 \cdot 10^{-1} (1.96 \cdot 10^{-2})$	$1.61 \cdot 10^{-1} (9.73 \cdot 10^{-3})$
$v = 25/2$	$1.29 \cdot 10^{-1} (5.71 \cdot 10^{-3})$	$1.38 \cdot 10^{-1} (3.35 \cdot 10^{-2})$	$1.13 \cdot 10^{-1} (6.83 \cdot 10^{-3})$	$1.01 \cdot 10^{-1} (6.59 \cdot 10^{-3})$	$4.62 \cdot 10^{-1} (2.08 \cdot 10^{-2})$	$1.73 \cdot 10^{-1} (9.81 \cdot 10^{-3})$
$v = \infty$	$1.38 \cdot 10^{-1} (6.25 \cdot 10^{-3})$	$1.09 \cdot 10^{-1} (7.38 \cdot 10^{-3})$	$1.18 \cdot 10^{-1} (7.53 \cdot 10^{-3})$	$1.05 \cdot 10^{-1} (6.61 \cdot 10^{-3})$	$4.47 \cdot 10^{-1} (1.95 \cdot 10^{-2})$	$1.93 \cdot 10^{-1} (1.17 \cdot 10^{-2})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$1.04 \cdot 10^{-1} (5.74 \cdot 10^{-3})$	$1.50 \cdot 10^{-1} (3.04 \cdot 10^{-2})$	$1.06 \cdot 10^{-1} (6.48 \cdot 10^{-3})$	$9.72 \cdot 10^{-2} (6.21 \cdot 10^{-3})$	$4.48 \cdot 10^{-1} (1.72 \cdot 10^{-2})$	$1.76 \cdot 10^{-1} (1.21 \cdot 10^{-2})$

$R^*(S^{\text{SPE}})$	
$v = 1/2$	$1.73 \cdot 10^{-1} (6.96 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$5.81 \cdot 10^{-2} (2.79 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$3.89 \cdot 10^{-2} (1.92 \cdot 10^{-3})$
$v = 7/2$	$3.39 \cdot 10^{-2} (1.48 \cdot 10^{-3})$
$v = 9/2$	$3.31 \cdot 10^{-2} (1.35 \cdot 10^{-3})$
$v = 13/2$	$3.23 \cdot 10^{-2} (1.23 \cdot 10^{-3})$
$v = 25/2$	$3.22 \cdot 10^{-2} (1.15 \cdot 10^{-3})$
$v = \infty$	$3.20 \cdot 10^{-2} (1.11 \cdot 10^{-3})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$3.03 \cdot 10^{-2} (1.14 \cdot 10^{-3})$

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	
NLL/SPE	$1.20 \cdot 10^{-1} (6.53 \cdot 10^{-3})$
linear	$7.39 \cdot 10^{-1} (1.18 \cdot 10^{-2})$
1NN	$7.44 \cdot 10^{-1} (5.33 \cdot 10^{-3})$
2NN	$6.53 \cdot 10^{-1} (6.13 \cdot 10^{-3})$

Averages of $R(\theta; S^{\text{CRPS}})$.

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$1.28 \cdot 10^{-1} (3.04 \cdot 10^{-3})$	$1.20 \cdot 10^{-1} (2.68 \cdot 10^{-3})$	$1.22 \cdot 10^{-1} (3.22 \cdot 10^{-3})$	$9.84 \cdot 10^{-2} (2.17 \cdot 10^{-3})$	$2.31 \cdot 10^{-1} (9.08 \cdot 10^{-3})$	$1.27 \cdot 10^{-1} (4.26 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$6.81 \cdot 10^{-2} (2.28 \cdot 10^{-3})$	$8.71 \cdot 10^{-2} (3.86 \cdot 10^{-3})$	$7.03 \cdot 10^{-2} (2.51 \cdot 10^{-3})$	$6.78 \cdot 10^{-2} (2.43 \cdot 10^{-3})$	$2.31 \cdot 10^{-1} (1.34 \cdot 10^{-2})$	$8.03 \cdot 10^{-2} (5.53 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$5.58 \cdot 10^{-2} (1.54 \cdot 10^{-3})$	$7.30 \cdot 10^{-2} (5.01 \cdot 10^{-3})$	$5.87 \cdot 10^{-2} (2.19 \cdot 10^{-3})$	$5.84 \cdot 10^{-2} (1.79 \cdot 10^{-3})$	$2.29 \cdot 10^{-1} (1.40 \cdot 10^{-2})$	$6.32 \cdot 10^{-2} (2.04 \cdot 10^{-3})$
$v = 7/2$	$5.60 \cdot 10^{-2} (1.45 \cdot 10^{-3})$	$6.69 \cdot 10^{-2} (3.92 \cdot 10^{-3})$	$5.71 \cdot 10^{-2} (1.59 \cdot 10^{-3})$	$5.81 \cdot 10^{-2} (1.61 \cdot 10^{-3})$	$2.18 \cdot 10^{-1} (1.26 \cdot 10^{-2})$	$6.77 \cdot 10^{-2} (2.24 \cdot 10^{-3})$
$v = 9/2$	$5.74 \cdot 10^{-2} (1.37 \cdot 10^{-3})$	$7.03 \cdot 10^{-2} (4.07 \cdot 10^{-3})$	$5.92 \cdot 10^{-2} (1.53 \cdot 10^{-3})$	$5.99 \cdot 10^{-2} (1.78 \cdot 10^{-3})$	$2.09 \cdot 10^{-1} (1.14 \cdot 10^{-2})$	$6.95 \cdot 10^{-2} (2.12 \cdot 10^{-3})$
$v = 13/2$	$5.91 \cdot 10^{-2} (1.40 \cdot 10^{-3})$	$7.05 \cdot 10^{-2} (3.78 \cdot 10^{-3})$	$6.10 \cdot 10^{-2} (1.59 \cdot 10^{-3})$	$6.17 \cdot 10^{-2} (1.83 \cdot 10^{-3})$	$2.10 \cdot 10^{-1} (1.33 \cdot 10^{-2})$	$7.29 \cdot 10^{-2} (2.43 \cdot 10^{-3})$
$v = 25/2$	$6.15 \cdot 10^{-2} (1.46 \cdot 10^{-3})$	$7.55 \cdot 10^{-2} (5.96 \cdot 10^{-3})$	$6.41 \cdot 10^{-2} (1.82 \cdot 10^{-3})$	$6.44 \cdot 10^{-2} (1.71 \cdot 10^{-3})$	$2.03 \cdot 10^{-1} (1.22 \cdot 10^{-2})$	$7.59 \cdot 10^{-2} (2.41 \cdot 10^{-3})$
$v = \infty$	$6.36 \cdot 10^{-2} (1.54 \cdot 10^{-3})$	$7.37 \cdot 10^{-2} (3.18 \cdot 10^{-3})$	$6.58 \cdot 10^{-2} (1.91 \cdot 10^{-3})$	$6.68 \cdot 10^{-2} (1.97 \cdot 10^{-3})$	$1.94 \cdot 10^{-1} (1.17 \cdot 10^{-2})$	$8.02 \cdot 10^{-2} (2.91 \cdot 10^{-3})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$5.69 \cdot 10^{-2} (1.68 \cdot 10^{-3})$	$8.17 \cdot 10^{-2} (6.09 \cdot 10^{-3})$	$6.20 \cdot 10^{-2} (1.66 \cdot 10^{-3})$	$6.41 \cdot 10^{-2} (2.16 \cdot 10^{-3})$	$2.15 \cdot 10^{-1} (1.39 \cdot 10^{-2})$	$7.83 \cdot 10^{-2} (4.12 \cdot 10^{-3})$

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	
NLL/SPE	$6.08 \cdot 10^{-2} (1.86 \cdot 10^{-3})$

Averages of $R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$.

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$2.64 \cdot 10^0 (7.42 \cdot 10^{-2})$	$2.45 \cdot 10^0 (5.78 \cdot 10^{-2})$	$2.64 \cdot 10^0 (7.67 \cdot 10^{-2})$	$2.92 \cdot 10^0 (8.40 \cdot 10^{-2})$	$4.38 \cdot 10^0 (1.17 \cdot 10^{-1})$	$2.71 \cdot 10^0 (9.41 \cdot 10^{-2})$
$v = 3/2$	$1.59 \cdot 10^0 (7.57 \cdot 10^{-2})$	$1.84 \cdot 10^0 (7.24 \cdot 10^{-2})$	$1.71 \cdot 10^0 (8.34 \cdot 10^{-2})$	$1.86 \cdot 10^0 (8.49 \cdot 10^{-2})$	$4.18 \cdot 10^0 (1.81 \cdot 10^{-1})$	$1.76 \cdot 10^0 (9.40 \cdot 10^{-2})$
$v = 5/2$	$1.27 \cdot 10^0 (4.72 \cdot 10^{-2})$	$1.41 \cdot 10^0 (7.04 \cdot 10^{-2})$	$1.36 \cdot 10^0 (7.10 \cdot 10^{-2})$	$1.45 \cdot 10^0 (6.27 \cdot 10^{-2})$	$4.06 \cdot 10^0 (1.90 \cdot 10^{-1})$	$1.38 \cdot 10^0 (5.83 \cdot 10^{-2})$
$v = 7/2$	$1.26 \cdot 10^0 (4.43 \cdot 10^{-2})$	$1.24 \cdot 10^0 (5.78 \cdot 10^{-2})$	$1.27 \cdot 10^0 (5.35 \cdot 10^{-2})$	$1.35 \cdot 10^0 (5.91 \cdot 10^{-2})$	$3.89 \cdot 10^0 (1.63 \cdot 10^{-1})$	$1.48 \cdot 10^0 (6.38 \cdot 10^{-2})$
$v = 9/2$	$1.28 \cdot 10^0 (4.26 \cdot 10^{-2})$	$1.29 \cdot 10^0 (6.52 \cdot 10^{-2})$	$1.29 \cdot 10^0 (4.96 \cdot 10^{-2})$	$1.36 \cdot 10^0 (6.02 \cdot 10^{-2})$	$3.75 \cdot 10^0 (1.44 \cdot 10^{-1})$	$1.53 \cdot 10^0 (6.26 \cdot 10^{-2})$
$v = 13/2$	$1.32 \cdot 10^0 (4.42 \cdot 10^{-2})$	$1.27 \cdot 10^0 (5.95 \cdot 10^{-2})$	$1.32 \cdot 10^0 (5.02 \cdot 10^{-2})$	$1.36 \cdot 10^0 (6.06 \cdot 10^{-2})$	$3.73 \cdot 10^0 (1.76 \cdot 10^{-1})$	$1.59 \cdot 10^0 (7.08 \cdot 10^{-2})$
$v = 25/2$	$1.38 \cdot 10^0 (4.64 \cdot 10^{-2})$	$1.31 \cdot 10^0 (6.64 \cdot 10^{-2})$	$1.39 \cdot 10^0 (5.68 \cdot 10^{-2})$	$1.43 \cdot 10^0 (6.43 \cdot 10^{-2})$	$3.59 \cdot 10^0 (1.56 \cdot 10^{-1})$	$1.65 \cdot 10^0 (6.98 \cdot 10^{-2})$
$v = \infty$	$1.42 \cdot 10^0 (4.89 \cdot 10^{-2})$	$1.32 \cdot 10^0 (6.47 \cdot 10^{-2})$	$1.41 \cdot 10^0 (6.17 \cdot 10^{-2})$	$1.47 \cdot 10^0 (6.70 \cdot 10^{-2})$	$3.43 \cdot 10^0 (1.52 \cdot 10^{-1})$	$1.76 \cdot 10^0 (7.66 \cdot 10^{-2})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$1.31 \cdot 10^0 (5.22 \cdot 10^{-2})$	$1.45 \cdot 10^0 (7.08 \cdot 10^{-2})$	$1.37 \cdot 10^0 (5.44 \cdot 10^{-2})$	$1.52 \cdot 10^0 (7.21 \cdot 10^{-2})$	$3.85 \cdot 10^0 (1.96 \cdot 10^{-1})$	$1.68 \cdot 10^0 (7.87 \cdot 10^{-2})$

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	
NLL/SPE	$1.39 \cdot 10^0 (5.56 \cdot 10^{-2})$

SM2.2.47. $\text{Re}(S_{14\pi})$, $n = 120$, $d = 6$.

Averages of $R(\theta; S^{\text{SPE}})$.

SUPPLEMENTARY MATERIALS: MODEL PARAMETERS IN GAUSSIAN PROCESS INTERPOLATIONSM51

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$\nu = 1/2$	$1.66 \cdot 10^{-1} (5.10 \cdot 10^{-3})$	$1.51 \cdot 10^{-1} (5.29 \cdot 10^{-3})$	$1.61 \cdot 10^{-1} (5.52 \cdot 10^{-3})$	$1.44 \cdot 10^{-1} (5.35 \cdot 10^{-3})$	$3.68 \cdot 10^{-1} (1.00 \cdot 10^{-2})$	$1.53 \cdot 10^{-1} (5.05 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 3/2$	$6.20 \cdot 10^{-2} (2.63 \cdot 10^{-3})$	$8.39 \cdot 10^{-2} (9.93 \cdot 10^{-3})$	$6.41 \cdot 10^{-2} (2.71 \cdot 10^{-3})$	$6.01 \cdot 10^{-2} (2.99 \cdot 10^{-3})$	$3.76 \cdot 10^{-1} (1.80 \cdot 10^{-2})$	$6.17 \cdot 10^{-2} (2.78 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 5/2$	$4.99 \cdot 10^{-2} (2.24 \cdot 10^{-3})$	$5.44 \cdot 10^{-2} (6.37 \cdot 10^{-3})$	$4.97 \cdot 10^{-2} (2.66 \cdot 10^{-3})$	$4.55 \cdot 10^{-2} (2.51 \cdot 10^{-3})$	$3.53 \cdot 10^{-1} (1.73 \cdot 10^{-2})$	$5.62 \cdot 10^{-2} (3.47 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 7/2$	$5.54 \cdot 10^{-2} (2.69 \cdot 10^{-3})$	$4.75 \cdot 10^{-2} (3.24 \cdot 10^{-3})$	$4.85 \cdot 10^{-2} (2.73 \cdot 10^{-3})$	$4.77 \cdot 10^{-2} (3.22 \cdot 10^{-3})$	$3.28 \cdot 10^{-1} (1.68 \cdot 10^{-2})$	$6.77 \cdot 10^{-2} (3.96 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 9/2$	$6.18 \cdot 10^{-2} (3.03 \cdot 10^{-3})$	$4.90 \cdot 10^{-2} (3.88 \cdot 10^{-3})$	$5.46 \cdot 10^{-2} (3.31 \cdot 10^{-3})$	$5.04 \cdot 10^{-2} (3.40 \cdot 10^{-3})$	$3.17 \cdot 10^{-1} (1.67 \cdot 10^{-2})$	$7.52 \cdot 10^{-2} (4.28 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 13/2$	$7.03 \cdot 10^{-2} (3.38 \cdot 10^{-3})$	$5.28 \cdot 10^{-2} (4.09 \cdot 10^{-3})$	$6.37 \cdot 10^{-2} (3.88 \cdot 10^{-3})$	$5.52 \cdot 10^{-2} (3.64 \cdot 10^{-3})$	$3.09 \cdot 10^{-1} (1.81 \cdot 10^{-2})$	$9.50 \cdot 10^{-2} (5.36 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 25/2$	$7.81 \cdot 10^{-2} (3.68 \cdot 10^{-3})$	$5.58 \cdot 10^{-2} (4.31 \cdot 10^{-3})$	$7.41 \cdot 10^{-2} (4.58 \cdot 10^{-3})$	$6.23 \cdot 10^{-2} (4.33 \cdot 10^{-3})$	$2.97 \cdot 10^{-1} (1.73 \cdot 10^{-2})$	$1.12 \cdot 10^{-1} (7.16 \cdot 10^{-3})$
$\nu = \infty$	$8.57 \cdot 10^{-2} (3.94 \cdot 10^{-3})$	$6.38 \cdot 10^{-2} (5.14 \cdot 10^{-3})$	$8.09 \cdot 10^{-2} (4.91 \cdot 10^{-3})$	$7.47 \cdot 10^{-2} (6.23 \cdot 10^{-3})$	$2.84 \cdot 10^{-1} (1.69 \cdot 10^{-2})$	$1.24 \cdot 10^{-1} (7.71 \cdot 10^{-3})$
$\nu \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$5.04 \cdot 10^{-2} (2.25 \cdot 10^{-3})$	$6.66 \cdot 10^{-2} (1.09 \cdot 10^{-2})$	$5.53 \cdot 10^{-2} (3.44 \cdot 10^{-3})$	$4.75 \cdot 10^{-2} (2.82 \cdot 10^{-3})$	$3.09 \cdot 10^{-1} (1.75 \cdot 10^{-2})$	$8.25 \cdot 10^{-2} (5.16 \cdot 10^{-3})$

$R^*(S^{\text{SPE}})$	
$\nu = 1/2$	$1.27 \cdot 10^{-1} (5.41 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 3/2$	$3.81 \cdot 10^{-2} (1.96 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 5/2$	$2.33 \cdot 10^{-2} (1.05 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 7/2$	$2.01 \cdot 10^{-2} (8.10 \cdot 10^{-4})$
$\nu = 9/2$	$1.93 \cdot 10^{-2} (7.21 \cdot 10^{-4})$
$\nu = 13/2$	$1.94 \cdot 10^{-2} (6.63 \cdot 10^{-4})$
$\nu = 25/2$	$1.94 \cdot 10^{-2} (6.07 \cdot 10^{-4})$
$\nu = \infty$	$2.05 \cdot 10^{-2} (6.06 \cdot 10^{-4})$
$\nu \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$1.82 \cdot 10^{-2} (6.77 \cdot 10^{-4})$

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	
NLL/SPE	$5.84 \cdot 10^{-2} (2.80 \cdot 10^{-3})$
linear	$6.88 \cdot 10^{-1} (6.37 \cdot 10^{-3})$
1NN	$6.49 \cdot 10^{-1} (3.84 \cdot 10^{-3})$
2NN	$5.72 \cdot 10^{-1} (5.06 \cdot 10^{-3})$

Averages of $R(\theta; S^{\text{CRPS}})$.

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$\nu = 1/2$	$9.75 \cdot 10^{-2} (1.96 \cdot 10^{-3})$	$9.05 \cdot 10^{-2} (2.38 \cdot 10^{-3})$	$9.04 \cdot 10^{-2} (2.28 \cdot 10^{-3})$	$6.70 \cdot 10^{-2} (1.18 \cdot 10^{-3})$	$1.82 \cdot 10^{-1} (7.16 \cdot 10^{-3})$	$8.78 \cdot 10^{-2} (1.87 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 3/2$	$4.15 \cdot 10^{-2} (9.31 \cdot 10^{-4})$	$5.25 \cdot 10^{-2} (2.64 \cdot 10^{-3})$	$4.30 \cdot 10^{-2} (1.04 \cdot 10^{-3})$	$4.06 \cdot 10^{-2} (1.13 \cdot 10^{-3})$	$1.75 \cdot 10^{-1} (1.01 \cdot 10^{-2})$	$4.10 \cdot 10^{-2} (8.40 \cdot 10^{-4})$
$\nu = 5/2$	$3.26 \cdot 10^{-2} (5.81 \cdot 10^{-4})$	$4.13 \cdot 10^{-2} (3.11 \cdot 10^{-3})$	$3.38 \cdot 10^{-2} (7.68 \cdot 10^{-4})$	$3.29 \cdot 10^{-2} (6.47 \cdot 10^{-4})$	$1.59 \cdot 10^{-1} (1.20 \cdot 10^{-2})$	$3.46 \cdot 10^{-2} (8.35 \cdot 10^{-4})$
$\nu = 7/2$	$3.30 \cdot 10^{-2} (5.85 \cdot 10^{-4})$	$3.72 \cdot 10^{-2} (1.34 \cdot 10^{-3})$	$3.29 \cdot 10^{-2} (6.91 \cdot 10^{-4})$	$3.32 \cdot 10^{-2} (7.56 \cdot 10^{-4})$	$1.42 \cdot 10^{-1} (1.19 \cdot 10^{-2})$	$3.69 \cdot 10^{-2} (9.04 \cdot 10^{-4})$
$\nu = 9/2$	$3.43 \cdot 10^{-2} (6.27 \cdot 10^{-4})$	$3.80 \cdot 10^{-2} (1.35 \cdot 10^{-3})$	$3.49 \cdot 10^{-2} (7.35 \cdot 10^{-4})$	$3.45 \cdot 10^{-2} (7.31 \cdot 10^{-4})$	$1.34 \cdot 10^{-1} (1.19 \cdot 10^{-2})$	$3.89 \cdot 10^{-2} (8.57 \cdot 10^{-4})$
$\nu = 13/2$	$3.66 \cdot 10^{-2} (6.67 \cdot 10^{-4})$	$4.07 \cdot 10^{-2} (1.45 \cdot 10^{-3})$	$3.76 \cdot 10^{-2} (8.05 \cdot 10^{-4})$	$3.67 \cdot 10^{-2} (6.79 \cdot 10^{-4})$	$1.28 \cdot 10^{-1} (1.21 \cdot 10^{-2})$	$4.42 \cdot 10^{-2} (1.16 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 25/2$	$3.86 \cdot 10^{-2} (6.93 \cdot 10^{-4})$	$4.19 \cdot 10^{-2} (1.27 \cdot 10^{-3})$	$4.02 \cdot 10^{-2} (8.72 \cdot 10^{-4})$	$3.92 \cdot 10^{-2} (7.57 \cdot 10^{-4})$	$1.22 \cdot 10^{-1} (1.20 \cdot 10^{-2})$	$4.80 \cdot 10^{-2} (1.44 \cdot 10^{-3})$
$\nu = \infty$	$4.10 \cdot 10^{-2} (7.12 \cdot 10^{-4})$	$4.50 \cdot 10^{-2} (1.57 \cdot 10^{-3})$	$4.29 \cdot 10^{-2} (8.83 \cdot 10^{-4})$	$4.31 \cdot 10^{-2} (1.18 \cdot 10^{-3})$	$1.16 \cdot 10^{-1} (1.18 \cdot 10^{-2})$	$5.11 \cdot 10^{-2} (1.53 \cdot 10^{-3})$
$\nu \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$3.27 \cdot 10^{-2} (5.84 \cdot 10^{-4})$	$4.54 \cdot 10^{-2} (3.63 \cdot 10^{-3})$	$3.53 \cdot 10^{-2} (8.30 \cdot 10^{-4})$	$3.40 \cdot 10^{-2} (7.06 \cdot 10^{-4})$	$1.41 \cdot 10^{-1} (1.26 \cdot 10^{-2})$	$4.08 \cdot 10^{-2} (1.20 \cdot 10^{-3})$

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	
NLL/SPE	$3.55 \cdot 10^{-2} (8.04 \cdot 10^{-4})$

Averages of $R(\theta; S_{0.95}^{\text{SIS}})$.

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{SIS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$\nu = 1/2$	$2.02 \cdot 10^0 (4.37 \cdot 10^{-2})$	$1.89 \cdot 10^0 (4.32 \cdot 10^{-2})$	$1.99 \cdot 10^0 (4.86 \cdot 10^{-2})$	$2.06 \cdot 10^0 (5.07 \cdot 10^{-2})$	$3.53 \cdot 10^0 (9.63 \cdot 10^{-2})$	$1.92 \cdot 10^0 (4.19 \cdot 10^{-2})$
$\nu = 3/2$	$9.44 \cdot 10^{-1} (3.01 \cdot 10^{-2})$	$1.14 \cdot 10^0 (5.62 \cdot 10^{-2})$	$1.03 \cdot 10^0 (3.23 \cdot 10^{-2})$	$1.14 \cdot 10^0 (3.62 \cdot 10^{-2})$	$3.20 \cdot 10^0 (1.31 \cdot 10^{-1})$	$9.56 \cdot 10^{-1} (2.83 \cdot 10^{-2})$
$\nu = 5/2$	$7.30 \cdot 10^{-1} (2.06 \cdot 10^{-2})$	$8.27 \cdot 10^{-1} (4.71 \cdot 10^{-2})$	$7.85 \cdot 10^{-1} (2.66 \cdot 10^{-2})$	$8.53 \cdot 10^{-1} (2.57 \cdot 10^{-2})$	$2.92 \cdot 10^0 (1.69 \cdot 10^{-1})$	$7.79 \cdot 10^{-1} (2.72 \cdot 10^{-2})$
$\nu = 7/2$	$7.30 \cdot 10^{-1} (2.13 \cdot 10^{-2})$	$7.18 \cdot 10^{-1} (2.63 \cdot 10^{-2})$	$7.19 \cdot 10^{-1} (2.43 \cdot 10^{-2})$	$8.12 \cdot 10^{-1} (3.08 \cdot 10^{-2})$	$2.69 \cdot 10^0 (1.69 \cdot 10^{-1})$	$8.20 \cdot 10^{-1} (2.95 \cdot 10^{-2})$
$\nu = 9/2$	$7.56 \cdot 10^{-1} (2.27 \cdot 10^{-2})$	$6.95 \cdot 10^{-1} (2.76 \cdot 10^{-2})$	$7.46 \cdot 10^{-1} (2.58 \cdot 10^{-2})$	$7.98 \cdot 10^{-1} (3.12 \cdot 10^{-2})$	$2.56 \cdot 10^0 (1.69 \cdot 10^{-1})$	$8.46 \cdot 10^{-1} (2.99 \cdot 10^{-2})$
$\nu = 13/2$	$7.98 \cdot 10^{-1} (2.37 \cdot 10^{-2})$	$7.20 \cdot 10^{-1} (3.03 \cdot 10^{-2})$	$7.90 \cdot 10^{-1} (2.89 \cdot 10^{-2})$	$8.06 \cdot 10^{-1} (2.89 \cdot 10^{-2})$	$2.44 \cdot 10^0 (1.73 \cdot 10^{-1})$	$9.62 \cdot 10^{-1} (3.84 \cdot 10^{-2})$
$\nu = 25/2$	$8.34 \cdot 10^{-1} (2.43 \cdot 10^{-2})$	$7.19 \cdot 10^{-1} (2.92 \cdot 10^{-2})$	$8.32 \cdot 10^{-1} (3.06 \cdot 10^{-2})$	$8.30 \cdot 10^{-1} (3.17 \cdot 10^{-2})$	$2.30 \cdot 10^0 (1.72 \cdot 10^{-1})$	$1.05 \cdot 10^0 (4.99 \cdot 10^{-2})$
$\nu = \infty$	$8.78 \cdot 10^{-1} (2.48 \cdot 10^{-2})$	$7.64 \cdot 10^{-1} (3.21 \cdot 10^{-2})$	$8.68 \cdot 10^{-1} (3.11 \cdot 10^{-2})$	$9.11 \cdot 10^{-1} (4.76 \cdot 10^{-2})$	$2.14 \cdot 10^0 (1.69 \cdot 10^{-1})$	$1.10 \cdot 10^0 (5.25 \cdot 10^{-2})$
$\nu \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$7.34 \cdot 10^{-1} (2.08 \cdot 10^{-2})$	$8.32 \cdot 10^{-1} (4.85 \cdot 10^{-2})$	$7.84 \cdot 10^{-1} (2.80 \cdot 10^{-2})$	$8.54 \cdot 10^{-1} (2.78 \cdot 10^{-2})$	$2.59 \cdot 10^0 (1.83 \cdot 10^{-1})$	$9.07 \cdot 10^{-1} (3.71 \cdot 10^{-2})$

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{SIS}})$	
NLL/SPE	$7.91 \cdot 10^{-1} (2.57 \cdot 10^{-2})$

SM2.2.48. $\text{Re}(S_{14\pi})$, $n = 300$, $d = 6$.

Averages of $R(\theta; S^{\text{SPE}})$.

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$9.39 \cdot 10^{-2} (2.73 \cdot 10^{-3})$	$8.84 \cdot 10^{-2} (3.38 \cdot 10^{-3})$	$8.98 \cdot 10^{-2} (2.77 \cdot 10^{-3})$	$8.41 \cdot 10^{-2} (3.37 \cdot 10^{-3})$	$2.45 \cdot 10^{-1} (5.90 \cdot 10^{-3})$	$8.33 \cdot 10^{-2} (2.90 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$2.47 \cdot 10^{-2} (1.26 \cdot 10^{-3})$	$3.44 \cdot 10^{-2} (4.32 \cdot 10^{-3})$	$2.49 \cdot 10^{-2} (1.26 \cdot 10^{-3})$	$2.48 \cdot 10^{-2} (1.32 \cdot 10^{-3})$	$2.49 \cdot 10^{-1} (1.04 \cdot 10^{-2})$	$2.51 \cdot 10^{-2} (1.37 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$1.74 \cdot 10^{-2} (9.56 \cdot 10^{-4})$	$1.80 \cdot 10^{-2} (1.05 \cdot 10^{-3})$	$1.71 \cdot 10^{-2} (9.10 \cdot 10^{-4})$	$1.57 \cdot 10^{-2} (9.05 \cdot 10^{-4})$	$2.09 \cdot 10^{-1} (9.84 \cdot 10^{-3})$	$2.16 \cdot 10^{-2} (1.46 \cdot 10^{-3})$
$v = 7/2$	$1.88 \cdot 10^{-2} (1.09 \cdot 10^{-3})$	$1.55 \cdot 10^{-2} (1.24 \cdot 10^{-3})$	$1.66 \cdot 10^{-2} (9.33 \cdot 10^{-4})$	$1.44 \cdot 10^{-2} (9.15 \cdot 10^{-4})$	$1.68 \cdot 10^{-1} (5.73 \cdot 10^{-3})$	$2.96 \cdot 10^{-2} (2.31 \cdot 10^{-3})$
$v = 9/2$	$2.18 \cdot 10^{-2} (1.27 \cdot 10^{-3})$	$1.36 \cdot 10^{-2} (9.51 \cdot 10^{-4})$	$1.85 \cdot 10^{-2} (1.31 \cdot 10^{-3})$	$1.56 \cdot 10^{-2} (1.13 \cdot 10^{-3})$	$1.56 \cdot 10^{-1} (5.16 \cdot 10^{-3})$	$3.55 \cdot 10^{-2} (2.96 \cdot 10^{-3})$
$v = 13/2$	$2.78 \cdot 10^{-2} (1.57 \cdot 10^{-3})$	$1.48 \cdot 10^{-2} (1.12 \cdot 10^{-3})$	$2.28 \cdot 10^{-2} (1.67 \cdot 10^{-3})$	$1.82 \cdot 10^{-2} (1.51 \cdot 10^{-3})$	$1.47 \cdot 10^{-1} (4.87 \cdot 10^{-3})$	$4.48 \cdot 10^{-2} (3.53 \cdot 10^{-3})$
$v = 25/2$	$3.47 \cdot 10^{-2} (1.88 \cdot 10^{-3})$	$1.60 \cdot 10^{-2} (1.08 \cdot 10^{-3})$	$2.67 \cdot 10^{-2} (1.95 \cdot 10^{-3})$	$2.17 \cdot 10^{-2} (2.02 \cdot 10^{-3})$	$1.40 \cdot 10^{-1} (4.61 \cdot 10^{-3})$	$5.46 \cdot 10^{-2} (3.57 \cdot 10^{-3})$
$v = \infty$	$4.13 \cdot 10^{-2} (2.13 \cdot 10^{-3})$	$1.89 \cdot 10^{-2} (1.46 \cdot 10^{-3})$	$3.22 \cdot 10^{-2} (2.47 \cdot 10^{-3})$	$2.35 \cdot 10^{-2} (2.16 \cdot 10^{-3})$	$1.31 \cdot 10^{-1} (4.33 \cdot 10^{-3})$	$6.47 \cdot 10^{-2} (4.01 \cdot 10^{-3})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$1.80 \cdot 10^{-2} (9.98 \cdot 10^{-4})$	$1.54 \cdot 10^{-2} (1.18 \cdot 10^{-3})$	$1.76 \cdot 10^{-2} (1.21 \cdot 10^{-3})$	$1.48 \cdot 10^{-2} (9.05 \cdot 10^{-4})$	$1.56 \cdot 10^{-1} (5.64 \cdot 10^{-3})$	$3.53 \cdot 10^{-2} (2.70 \cdot 10^{-3})$

$R^*(S^{\text{SPE}})$	
$v = 1/2$	$7.22 \cdot 10^{-2} (3.22 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$1.72 \cdot 10^{-2} (9.39 \cdot 10^{-4})$
$v = 5/2$	$9.66 \cdot 10^{-3} (4.33 \cdot 10^{-4})$
$v = 7/2$	$8.10 \cdot 10^{-3} (3.03 \cdot 10^{-4})$
$v = 9/2$	$7.75 \cdot 10^{-3} (2.56 \cdot 10^{-4})$
$v = 13/2$	$8.01 \cdot 10^{-3} (2.32 \cdot 10^{-4})$
$v = 25/2$	$8.36 \cdot 10^{-3} (2.12 \cdot 10^{-4})$
$v = \infty$	$8.93 \cdot 10^{-3} (2.05 \cdot 10^{-4})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$7.48 \cdot 10^{-3} (2.48 \cdot 10^{-4})$

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	
NLL/SPE	$2.04 \cdot 10^{-2} (1.17 \cdot 10^{-3})$
linear	$6.58 \cdot 10^{-1} (2.28 \cdot 10^{-3})$
1NN	$5.39 \cdot 10^{-1} (2.85 \cdot 10^{-3})$
2NN	$4.67 \cdot 10^{-1} (3.86 \cdot 10^{-3})$

Averages of $R(\theta; S^{\text{CRPS}})$.

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$6.63 \cdot 10^{-2} (1.01 \cdot 10^{-3})$	$6.19 \cdot 10^{-2} (1.78 \cdot 10^{-3})$	$5.90 \cdot 10^{-2} (1.02 \cdot 10^{-3})$	$4.11 \cdot 10^{-2} (5.46 \cdot 10^{-4})$	$1.37 \cdot 10^{-1} (4.22 \cdot 10^{-3})$	$5.66 \cdot 10^{-2} (7.53 \cdot 10^{-4})$
$v = 3/2$	$2.23 \cdot 10^{-2} (2.98 \cdot 10^{-4})$	$2.90 \cdot 10^{-2} (1.62 \cdot 10^{-3})$	$2.21 \cdot 10^{-2} (3.61 \cdot 10^{-4})$	$2.07 \cdot 10^{-2} (3.75 \cdot 10^{-4})$	$1.28 \cdot 10^{-1} (5.40 \cdot 10^{-3})$	$2.18 \cdot 10^{-2} (3.05 \cdot 10^{-4})$
$v = 5/2$	$1.63 \cdot 10^{-2} (2.22 \cdot 10^{-4})$	$1.91 \cdot 10^{-2} (5.39 \cdot 10^{-4})$	$1.62 \cdot 10^{-2} (2.42 \cdot 10^{-4})$	$1.58 \cdot 10^{-2} (2.63 \cdot 10^{-4})$	$8.74 \cdot 10^{-2} (3.09 \cdot 10^{-3})$	$1.71 \cdot 10^{-2} (3.23 \cdot 10^{-4})$
$v = 7/2$	$1.62 \cdot 10^{-2} (2.23 \cdot 10^{-4})$	$1.77 \cdot 10^{-2} (4.24 \cdot 10^{-4})$	$1.58 \cdot 10^{-2} (2.12 \cdot 10^{-4})$	$1.53 \cdot 10^{-2} (2.35 \cdot 10^{-4})$	$6.47 \cdot 10^{-2} (1.87 \cdot 10^{-3})$	$1.87 \cdot 10^{-2} (4.41 \cdot 10^{-4})$
$v = 9/2$	$1.71 \cdot 10^{-2} (2.33 \cdot 10^{-4})$	$1.75 \cdot 10^{-2} (3.85 \cdot 10^{-4})$	$1.67 \cdot 10^{-2} (2.57 \cdot 10^{-4})$	$1.61 \cdot 10^{-2} (2.47 \cdot 10^{-4})$	$5.65 \cdot 10^{-2} (1.45 \cdot 10^{-3})$	$2.03 \cdot 10^{-2} (5.18 \cdot 10^{-4})$
$v = 13/2$	$1.90 \cdot 10^{-2} (2.61 \cdot 10^{-4})$	$1.88 \cdot 10^{-2} (3.03 \cdot 10^{-4})$	$1.86 \cdot 10^{-2} (2.99 \cdot 10^{-4})$	$1.79 \cdot 10^{-2} (2.86 \cdot 10^{-4})$	$5.05 \cdot 10^{-2} (1.14 \cdot 10^{-3})$	$2.30 \cdot 10^{-2} (5.99 \cdot 10^{-4})$
$v = 25/2$	$2.12 \cdot 10^{-2} (2.93 \cdot 10^{-4})$	$2.04 \cdot 10^{-2} (3.34 \cdot 10^{-4})$	$2.04 \cdot 10^{-2} (3.07 \cdot 10^{-4})$	$1.99 \cdot 10^{-2} (3.51 \cdot 10^{-4})$	$4.65 \cdot 10^{-2} (9.39 \cdot 10^{-4})$	$2.54 \cdot 10^{-2} (5.55 \cdot 10^{-4})$
$v = \infty$	$2.33 \cdot 10^{-2} (3.20 \cdot 10^{-4})$	$2.27 \cdot 10^{-2} (6.72 \cdot 10^{-4})$	$2.26 \cdot 10^{-2} (3.59 \cdot 10^{-4})$	$2.17 \cdot 10^{-2} (3.47 \cdot 10^{-4})$	$4.32 \cdot 10^{-2} (8.02 \cdot 10^{-4})$	$2.80 \cdot 10^{-2} (5.77 \cdot 10^{-4})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$1.62 \cdot 10^{-2} (2.18 \cdot 10^{-4})$	$1.87 \cdot 10^{-2} (6.74 \cdot 10^{-4})$	$1.63 \cdot 10^{-2} (2.60 \cdot 10^{-4})$	$1.56 \cdot 10^{-2} (2.36 \cdot 10^{-4})$	$6.55 \cdot 10^{-2} (5.49 \cdot 10^{-3})$	$2.04 \cdot 10^{-2} (4.61 \cdot 10^{-4})$

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	
NLL/SPE	$1.72 \cdot 10^{-2} (2.81 \cdot 10^{-4})$

Averages of $R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$.

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$1.34 \cdot 10^0 (2.11 \cdot 10^{-2})$	$1.26 \cdot 10^0 (2.95 \cdot 10^{-2})$	$1.27 \cdot 10^0 (2.31 \cdot 10^{-2})$	$1.29 \cdot 10^0 (2.36 \cdot 10^{-2})$	$2.62 \cdot 10^0 (5.92 \cdot 10^{-2})$	$1.21 \cdot 10^0 (1.80 \cdot 10^{-2})$
$v = 3/2$	$4.84 \cdot 10^{-1} (1.22 \cdot 10^{-2})$	$6.22 \cdot 10^{-1} (3.33 \cdot 10^{-2})$	$5.10 \cdot 10^{-1} (1.38 \cdot 10^{-2})$	$6.00 \cdot 10^{-1} (1.54 \cdot 10^{-2})$	$2.23 \cdot 10^0 (7.20 \cdot 10^{-2})$	$4.96 \cdot 10^{-1} (1.28 \cdot 10^{-2})$
$v = 5/2$	$3.56 \cdot 10^{-1} (9.25 \cdot 10^{-3})$	$3.93 \cdot 10^{-1} (1.18 \cdot 10^{-2})$	$3.69 \cdot 10^{-1} (9.73 \cdot 10^{-3})$	$4.12 \cdot 10^{-1} (1.06 \cdot 10^{-2})$	$1.63 \cdot 10^0 (5.05 \cdot 10^{-2})$	$3.90 \cdot 10^{-1} (1.16 \cdot 10^{-2})$
$v = 7/2$	$3.50 \cdot 10^{-1} (9.38 \cdot 10^{-3})$	$3.37 \cdot 10^{-1} (9.45 \cdot 10^{-3})$	$3.42 \cdot 10^{-1} (9.05 \cdot 10^{-3})$	$3.70 \cdot 10^{-1} (1.03 \cdot 10^{-2})$	$1.27 \cdot 10^0 (3.49 \cdot 10^{-2})$	$4.21 \cdot 10^{-1} (1.54 \cdot 10^{-2})$
$v = 9/2$	$3.65 \cdot 10^{-1} (9.88 \cdot 10^{-3})$	$3.12 \cdot 10^{-1} (8.28 \cdot 10^{-3})$	$3.44 \cdot 10^{-1} (1.02 \cdot 10^{-2})$	$3.63 \cdot 10^{-1} (1.11 \cdot 10^{-2})$	$1.15 \cdot 10^0 (2.93 \cdot 10^{-2})$	$4.47 \cdot 10^{-1} (1.86 \cdot 10^{-2})$
$v = 13/2$	$4.01 \cdot 10^{-1} (1.09 \cdot 10^{-2})$	$3.13 \cdot 10^{-1} (7.99 \cdot 10^{-3})$	$3.63 \cdot 10^{-1} (1.14 \cdot 10^{-2})$	$3.70 \cdot 10^{-1} (1.24 \cdot 10^{-2})$	$1.05 \cdot 10^0 (2.57 \cdot 10^{-2})$	$4.89 \cdot 10^{-1} (2.08 \cdot 10^{-2})$
$v = 25/2$	$4.39 \cdot 10^{-1} (1.17 \cdot 10^{-2})$	$3.19 \cdot 10^{-1} (7.75 \cdot 10^{-3})$	$3.77 \cdot 10^{-1} (1.10 \cdot 10^{-2})$	$3.80 \cdot 10^{-1} (1.43 \cdot 10^{-2})$	$9.60 \cdot 10^{-1} (2.30 \cdot 10^{-2})$	$5.22 \cdot 10^{-1} (1.77 \cdot 10^{-2})$
$v = \infty$	$4.75 \cdot 10^{-1} (1.22 \cdot 10^{-2})$	$3.38 \cdot 10^{-1} (9.61 \cdot 10^{-3})$	$4.00 \cdot 10^{-1} (1.20 \cdot 10^{-2})$	$3.86 \cdot 10^{-1} (1.36 \cdot 10^{-2})$	$8.60 \cdot 10^{-1} (1.99 \cdot 10^{-2})$	$5.57 \cdot 10^{-1} (1.87 \cdot 10^{-2})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$3.55 \cdot 10^{-1} (9.12 \cdot 10^{-3})$	$3.46 \cdot 10^{-1} (1.31 \cdot 10^{-2})$	$3.45 \cdot 10^{-1} (9.90 \cdot 10^{-3})$	$3.85 \cdot 10^{-1} (1.02 \cdot 10^{-2})$	$1.24 \cdot 10^0 (9.04 \cdot 10^{-2})$	$4.43 \cdot 10^{-1} (1.61 \cdot 10^{-2})$

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	
NLL/SPE	$3.72 \cdot 10^{-1} (9.34 \cdot 10^{-3})$

1150 **SM3. Additional analysis of the results.**

1151 **SM3.1. Some comments about the results.** Detailed results are provided in Section [SM2.2](#).
1152 Here we briefly outline the few problems where the choice of the selection criterion has a more no-
1153 ticeable impact.

1154 Observe the Rosenbrock collection with $d = 2$ and $n = 20$ where LOO-SPE, LOO-CRPS and
1155 LOO-NLPD strongly outperform ML for more suitable values of ν . This is caused by ML screening
1156 out one variable by choosing a very large range parameter along this dimension on some repetitions.

1157 We count other situations where ML exhibits flaws like the Rosenbrock collection with $d = 5$ and
1158 $n = 100$, where CV methods slightly outperform ML. There is also the Goldstein-Price function with
1159 $n = 20$ where GCV slightly outperforms other methods.

1160 On the other hand, ML appears to be part of the top performers for all GKLS problems, for the
1161 Mystery function with $n = 100$, $n = 40$ and $n = 20$ and for the Rosenbrock collection with $d = 5$
1162 and $n = 50$. Note that for the last two cases, ML appears to give better results especially for weaker
1163 models, which is a property often associated with CV.

1164 **SM3.2. ANOVA analysis.** In Section [SM3.2.1](#) and Section [SM3.2.2](#), we provide more details
1165 about the influence of ν using one-factor ANOVA analysis as in the article. We consider the three
1166 metrics SPE, CRPS and IS.

1167 Observe that the large variations are also mainly explained by ν for CRPS and IS. Note that
1168 the Rosenbrock collection with $(n, d) = (20, 2)$ mentioned in Section [SM3.1](#) appears as an singular
1169 exception on Figure [SM2](#). Indeed, it presents significant fluctuations of $\log_{10}(R)$ with a non-negligible
1170 part that is not uniquely explained by ν .

1171 Observe also that the fluctuations are typically larger on very smooth problems than on GKLS
1172 problems. This is consistent with the results of [[SM11](#)], that suggest that underestimating the reg-
1173 ularity of an underlying function has much more dramatic consequences than overestimating it. As
1174 a consequence the more regular the function is the more critical is the choice of ν . The phenome-
1175 non is more strikeful as the design becomes larger since an infinitely differentiable function can seem
1176 irregular when the spacing between points is too large.

1177 **SM3.2.1. Raw ANOVA tables.** We provide here the Sobol' indexes along with the total vari-
1178 ances V_s for all problems.

1179 *ANOVA tables for the low-pass filter example.*

Table SM1: Sobol indices for experiments, SPE, $n \in \{10d, 20d, 50d\}$

Problem	d	n	$S_{\text{criterion}}$	S_v	S_{int}	total variance
$\text{Re}(S_{2\pi})$	6	60	0.006	0.989	0.005	0.803
$\text{Re}(S_{6\pi})$	6	60	0.008	0.987	0.005	0.492
$\text{Re}(S_{10\pi})$	6	60	0.021	0.962	0.017	0.036
$\text{Re}(S_{14\pi})$	6	60	0.233	0.69	0.078	0.015
Problem	d	n	$S_{\text{criterion}}$	S_v	S_{int}	total variance
$\text{Re}(S_{2\pi})$	6	120	0.003	0.996	0.002	0.785
$\text{Re}(S_{6\pi})$	6	120	0.002	0.996	0.002	0.639
$\text{Re}(S_{10\pi})$	6	120	0.024	0.959	0.017	0.032
$\text{Re}(S_{14\pi})$	6	120	0.104	0.804	0.092	0.026
Problem	d	n	$S_{\text{criterion}}$	S_v	S_{int}	total variance
$\text{Re}(S_{2\pi})$	6	300	0.017	0.977	0.007	0.7
$\text{Re}(S_{6\pi})$	6	300	0.003	0.996	0.001	0.702
$\text{Re}(S_{10\pi})$	6	300	0.016	0.969	0.015	0.028
$\text{Re}(S_{14\pi})$	6	300	0.158	0.724	0.118	0.061

Table SM2: Sobol indices for experiments, CRPS, $n \in \{10d, 20d, 50d\}$

Problem	d	n	$S_{\text{criterion}}$	S_v	S_{int}	total variance
$\text{Re}(S_{2\pi})$	6	60	0.002	0.994	0.004	0.23
$\text{Re}(S_{6\pi})$	6	60	0.004	0.991	0.006	0.132
$\text{Re}(S_{10\pi})$	6	60	0.021	0.96	0.02	0.017
$\text{Re}(S_{14\pi})$	6	60	0.123	0.838	0.039	0.009
Problem	d	n	$S_{\text{criterion}}$	S_v	S_{int}	total variance
$\text{Re}(S_{2\pi})$	6	120	0.002	0.996	0.003	0.234
$\text{Re}(S_{6\pi})$	6	120	0.001	0.997	0.002	0.176
$\text{Re}(S_{10\pi})$	6	120	0.023	0.961	0.016	0.022
$\text{Re}(S_{14\pi})$	6	120	0.041	0.916	0.043	0.016
Problem	d	n	$S_{\text{criterion}}$	S_v	S_{int}	total variance
$\text{Re}(S_{2\pi})$	6	300	0.004	0.99	0.006	0.218
$\text{Re}(S_{6\pi})$	6	300	0.001	0.997	0.002	0.211
$\text{Re}(S_{10\pi})$	6	300	0.019	0.968	0.013	0.031
$\text{Re}(S_{14\pi})$	6	300	0.033	0.931	0.036	0.028

Table SM3: Sobol indices for experiments, IS95%, $n \in \{10d, 20d, 50d\}$

Problem	d	n	$S_{\text{criterion}}$	S_v	S_{int}	total variance
$\text{Re}(S_{2\pi})$	6	60	0.002	0.992	0.006	0.239
$\text{Re}(S_{6\pi})$	6	60	0.014	0.973	0.012	0.162
$\text{Re}(S_{10\pi})$	6	60	0.043	0.945	0.012	0.016
$\text{Re}(S_{14\pi})$	6	60	0.056	0.91	0.035	0.01
Problem	d	n	$S_{\text{criterion}}$	S_v	S_{int}	total variance
$\text{Re}(S_{2\pi})$	6	120	0.001	0.997	0.002	0.26
$\text{Re}(S_{6\pi})$	6	120	0.002	0.996	0.002	0.228
$\text{Re}(S_{10\pi})$	6	120	0.012	0.984	0.005	0.024
$\text{Re}(S_{14\pi})$	6	120	0.027	0.928	0.045	0.018
Problem	d	n	$S_{\text{criterion}}$	S_v	S_{int}	total variance
$\text{Re}(S_{2\pi})$	6	300	0.003	0.993	0.004	0.245
$\text{Re}(S_{6\pi})$	6	300	0.0	0.998	0.002	0.269
$\text{Re}(S_{10\pi})$	6	300	0.007	0.988	0.006	0.034
$\text{Re}(S_{14\pi})$	6	300	0.031	0.918	0.051	0.033

1180 *ANOVA tables for GKLS and other test functions.*

Table SM4: Sobol indices for experiments, SPE, $n \in \{10d, 20d, 50d\}$

Problem	d	n	$S_{\text{criterion}}$	S_v	S_{int}	total variance	Problem	d	n	$S_{\text{criterion}}$	S_v	S_{int}	total variance
Borehole	8	80	0.004	0.994	0.002	0.276	GKLS C^0	2	20	0.367	0.333	0.299	0.062
Rosenbrock	2	20	0.188	0.621	0.191	0.329	GKLS C^0	5	50	0.236	0.691	0.073	0.017
Rosenbrock	5	50	0.08	0.812	0.109	0.006	GKLS C^1	2	20	0.411	0.406	0.182	0.036
Goldstein-Price	2	20	0.134	0.663	0.203	0.004	GKLS C^1	5	50	0.183	0.718	0.099	0.015
Mystery	2	20	0.284	0.565	0.151	0.033	GKLS C^2	2	20	0.407	0.447	0.147	0.029
Goldstein-Price (1D)	1	10	0.012	0.982	0.006	2.002	GKLS C^2	5	50	0.211	0.685	0.104	0.015
Problem	d	n	$S_{\text{criterion}}$	S_v	S_{int}	total variance	Problem	d	n	$S_{\text{criterion}}$	S_v	S_{int}	total variance
Borehole	8	160	0.0	0.999	0.0	0.426	GKLS C^0	2	40	0.453	0.229	0.318	0.032
Rosenbrock	2	40	0.0	0.999	0.001	0.549	GKLS C^0	5	100	0.22	0.734	0.047	0.022
Rosenbrock	5	100	0.18	0.735	0.086	0.014	GKLS C^1	2	40	0.441	0.253	0.306	0.048
Goldstein-Price	2	40	0.06	0.912	0.028	0.03	GKLS C^1	5	100	0.156	0.806	0.038	0.022
Mystery	2	40	0.414	0.259	0.327	0.032	GKLS C^2	2	40	0.429	0.284	0.287	0.046
Goldstein-Price (1D)	1	20	0.0	1.0	0.0	2.25	GKLS C^2	5	100	0.142	0.818	0.041	0.02
Problem	d	n	$S_{\text{criterion}}$	S_v	S_{int}	total variance	Problem	d	n	$S_{\text{criterion}}$	S_v	S_{int}	total variance
Borehole	8	400	0.0	1.0	0.0	0.581	GKLS C^0	2	100	0.343	0.35	0.307	0.017
Rosenbrock	2	100	0.0	0.995	0.004	0.639	GKLS C^0	5	250	0.166	0.797	0.037	0.016
Rosenbrock	5	250	0.001	0.995	0.004	0.348	GKLS C^1	2	100	0.349	0.348	0.303	0.015
Goldstein-Price	2	100	0.015	0.982	0.004	0.243	GKLS C^1	5	250	0.108	0.872	0.02	0.018
Mystery	2	100	0.064	0.898	0.038	0.036	GKLS C^2	2	100	0.424	0.222	0.353	0.013
Goldstein-Price (1D)	1	50	0.0	1.0	0.0	3.259	GKLS C^2	5	250	0.101	0.881	0.018	0.018

Table SM5: Sobol indices for experiments, CRPS, $n \in \{10d, 20d, 50d\}$

Problem	d	n	$S_{\text{criterion}}$	S_v	S_{int}	total variance	Problem	d	n	$S_{\text{criterion}}$	S_v	S_{int}	total variance
Borehole	8	80	0.002	0.985	0.013	0.068	GKLS C^0	2	20	0.475	0.35	0.176	0.006
Rosenbrock	2	20	0.14	0.7	0.16	0.101	GKLS C^0	5	50	0.205	0.708	0.086	0.005
Rosenbrock	5	50	0.124	0.771	0.106	0.003	GKLS C^1	2	20	0.385	0.509	0.106	0.006
Goldstein-Price	2	20	0.089	0.706	0.205	0.002	GKLS C^1	5	50	0.125	0.769	0.106	0.005
Mystery	2	20	0.366	0.529	0.106	0.004	GKLS C^2	2	20	0.377	0.541	0.082	0.005
Goldstein-Price (1D)	1	10	0.01	0.985	0.005	0.675	GKLS C^2	5	50	0.12	0.778	0.102	0.005
Problem	d	n	$S_{\text{criterion}}$	S_v	S_{int}	total variance	Problem	d	n	$S_{\text{criterion}}$	S_v	S_{int}	total variance
Borehole	8	160	0.002	0.991	0.006	0.105	GKLS C^0	2	40	0.482	0.207	0.311	0.003
Rosenbrock	2	40	0.001	0.998	0.002	0.203	GKLS C^0	5	100	0.156	0.8	0.045	0.006
Rosenbrock	5	100	0.142	0.785	0.073	0.004	GKLS C^1	2	40	0.473	0.29	0.237	0.003
Goldstein-Price	2	40	0.028	0.95	0.021	0.014	GKLS C^1	5	100	0.086	0.866	0.048	0.006
Mystery	2	40	0.423	0.215	0.362	0.003	GKLS C^2	2	40	0.487	0.314	0.198	0.003
Goldstein-Price (1D)	1	20	0.002	0.994	0.004	0.817	GKLS C^2	5	100	0.071	0.883	0.047	0.005
Problem	d	n	$S_{\text{criterion}}$	S_v	S_{int}	total variance	Problem	d	n	$S_{\text{criterion}}$	S_v	S_{int}	total variance
Borehole	8	400	0.005	0.988	0.007	0.15	GKLS C^0	2	100	0.235	0.543	0.222	0.003
Rosenbrock	2	100	0.007	0.984	0.009	0.25	GKLS C^0	5	250	0.1	0.864	0.035	0.005
Rosenbrock	5	250	0.001	0.996	0.003	0.104	GKLS C^1	2	100	0.215	0.595	0.19	0.004
Goldstein-Price	2	100	0.005	0.988	0.007	0.099	GKLS C^1	5	250	0.062	0.901	0.037	0.006
Mystery	2	100	0.004	0.993	0.003	0.039	GKLS C^2	2	100	0.323	0.412	0.265	0.003
Goldstein-Price (1D)	1	50	0.008	0.985	0.007	1.164	GKLS C^2	5	250	0.062	0.898	0.04	0.006

Table SM6: Sobol indices for experiments, IS95%, $n \in \{10d, 20d, 50d\}$

Problem	d	n	$S_{\text{criterion}}$	S_v	S_{int}	total variance	Problem	d	n	$S_{\text{criterion}}$	S_v	S_{int}	total variance
Borehole	8	80	0.011	0.975	0.014	0.085	GKLS C^0	2	20	0.371	0.499	0.13	0.01
Rosenbrock	2	20	0.152	0.635	0.214	0.151	GKLS C^0	5	50	0.259	0.684	0.057	0.017
Rosenbrock	5	50	0.185	0.72	0.094	0.011	GKLS C^1	2	20	0.279	0.656	0.065	0.01
Goldstein-Price	2	20	0.32	0.28	0.4	0.001	GKLS C^1	5	50	0.251	0.671	0.078	0.015
Mystery	2	20	0.218	0.731	0.051	0.021	GKLS C^2	2	20	0.242	0.719	0.039	0.008
Goldstein-Price (1D)	1	10	0.022	0.966	0.013	0.72	GKLS C^2	5	50	0.254	0.662	0.084	0.013
Problem	d	n	$S_{\text{criterion}}$	S_v	S_{int}	total variance	Problem	d	n	$S_{\text{criterion}}$	S_v	S_{int}	total variance
Borehole	8	160	0.001	0.996	0.003	0.137	GKLS C^0	2	40	0.462	0.365	0.173	0.004
Rosenbrock	2	40	0.001	0.997	0.002	0.227	GKLS C^0	5	100	0.259	0.692	0.049	0.007
Rosenbrock	5	100	0.131	0.799	0.07	0.007	GKLS C^1	2	40	0.361	0.522	0.118	0.005
Goldstein-Price	2	40	0.06	0.899	0.041	0.018	GKLS C^1	5	100	0.189	0.763	0.048	0.006
Mystery	2	40	0.411	0.324	0.264	0.007	GKLS C^2	2	40	0.324	0.578	0.098	0.004
Goldstein-Price (1D)	1	20	0.001	0.996	0.003	0.946	GKLS C^2	5	100	0.181	0.769	0.05	0.006
Problem	d	n	$S_{\text{criterion}}$	S_v	S_{int}	total variance	Problem	d	n	$S_{\text{criterion}}$	S_v	S_{int}	total variance
Borehole	8	400	0.002	0.995	0.003	0.189	GKLS C^0	2	100	0.344	0.436	0.22	0.004
Rosenbrock	2	100	0.001	0.99	0.009	0.258	GKLS C^0	5	250	0.383	0.564	0.054	0.003
Rosenbrock	5	250	0.001	0.995	0.003	0.136	GKLS C^1	2	100	0.208	0.658	0.134	0.006
Goldstein-Price	2	100	0.01	0.985	0.005	0.133	GKLS C^1	5	250	0.24	0.708	0.052	0.003
Mystery	2	100	0.098	0.856	0.046	0.02	GKLS C^2	2	100	0.338	0.447	0.215	0.004
Goldstein-Price (1D)	1	50	0.0	0.993	0.007	1.156	GKLS C^2	5	250	0.222	0.73	0.048	0.003

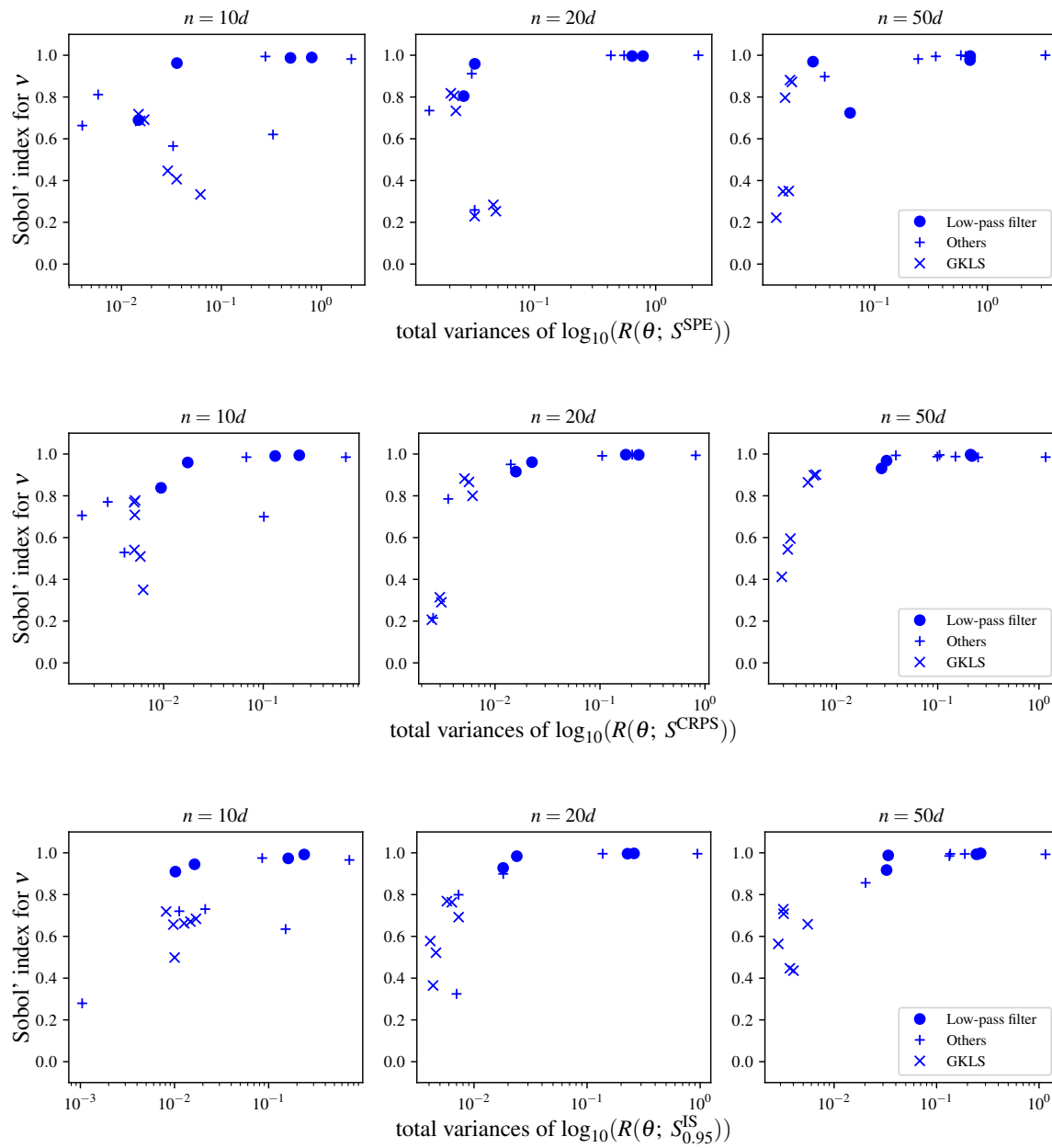


Figure SM2: One-factor ANOVA for SPE, CRPS and IS.

1181 **SM3.2.2. Graphical summaries of the ANOVA tables.** We provide here the same plot as
 1182 in the article, but also for S^{SPE} , S^{CRPS} and $S_{0.95}^{\text{IS}}$.

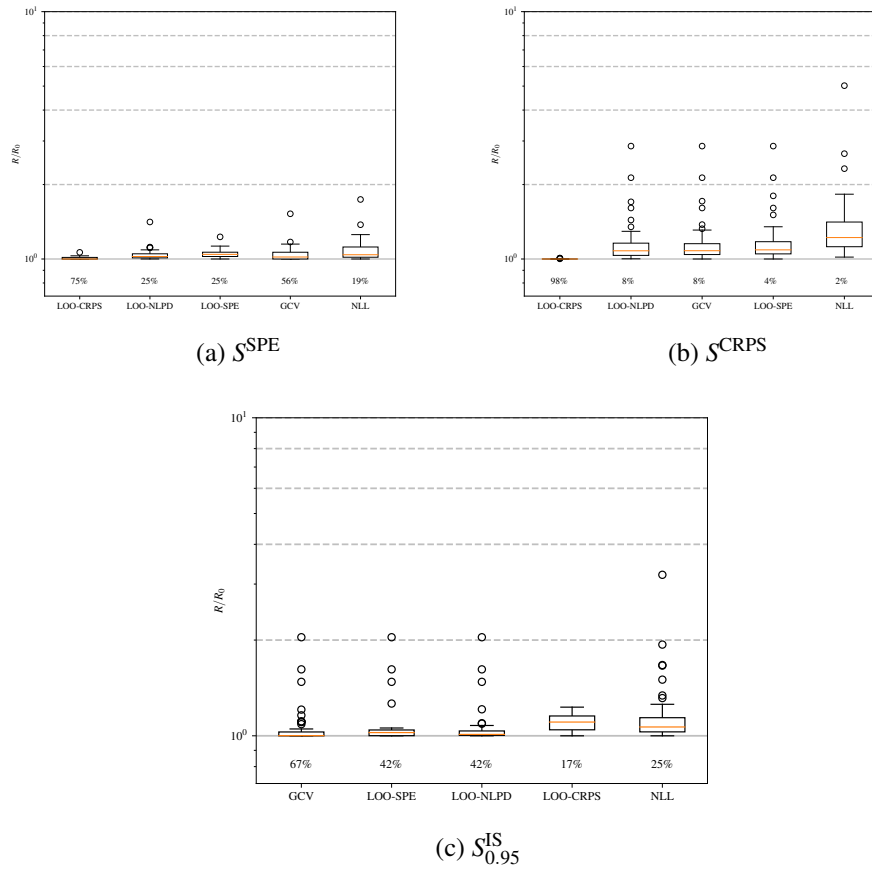
1183 **SM3.3. Additional criteria comparison.** We provide here more criteria comparison. We also
1184 add percentages which show the fraction of problems where a given criterion average score is statis-
1185 tically indistinguishable from the best selection criterion under study. Dotted lines indicates a ratio 2,
1186 4, 6, 8 and 10.

1187 We observe that the NLL criterion appears to dominate the other criteria when ν is automatically
1188 selected.

1189 The situation is a bit different when ν is enforced to a “weak” (as measured by R^*) value. When
1190 ν is underestimated, then the LOO criteria and GCV appear to dominate NLL. More precisely the
1191 LOO-CRPS criterion appears to be the most efficient in terms of CRPS and surprisingly of SPE and
1192 the LOO-SPE seems to be the most efficient according to IS in this situation.

1193 Note also that the NLL selection criterion appears to dominate the others when ν is overestimated.

1194 **SM3.3.1. Varying regularity.** Here we present comparison for $\nu = 1/2, 3/2, 5/2, \hat{\nu}$, on all test
1195 instances and for all design sizes.

Figure SM3: $\nu = 1/2$

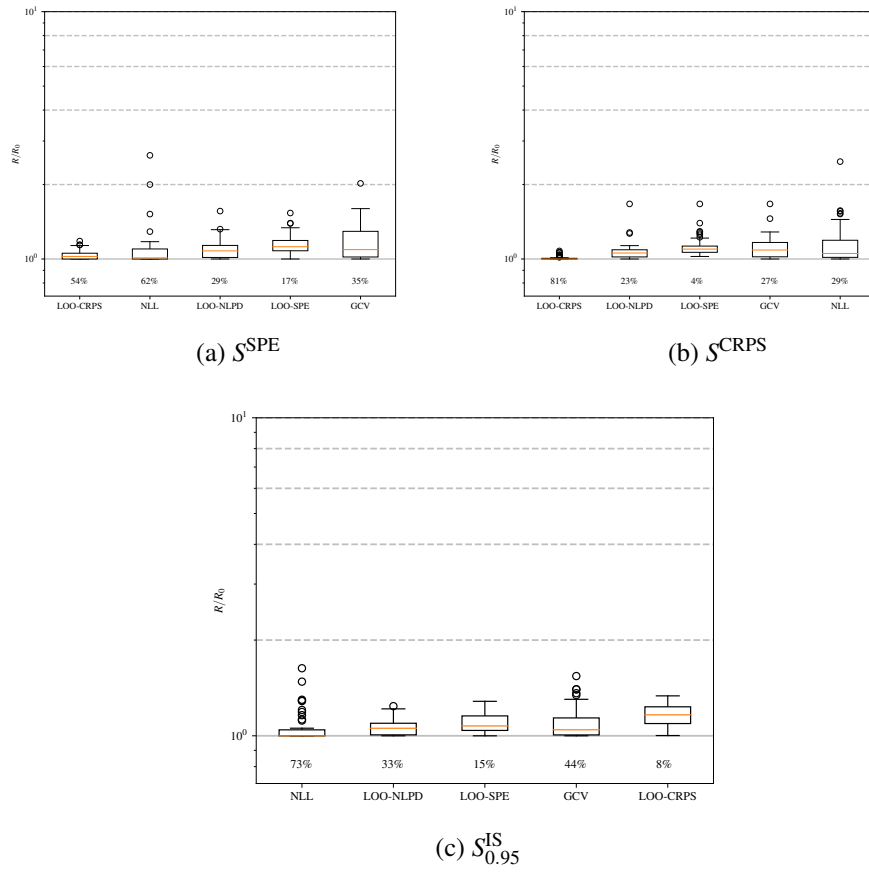
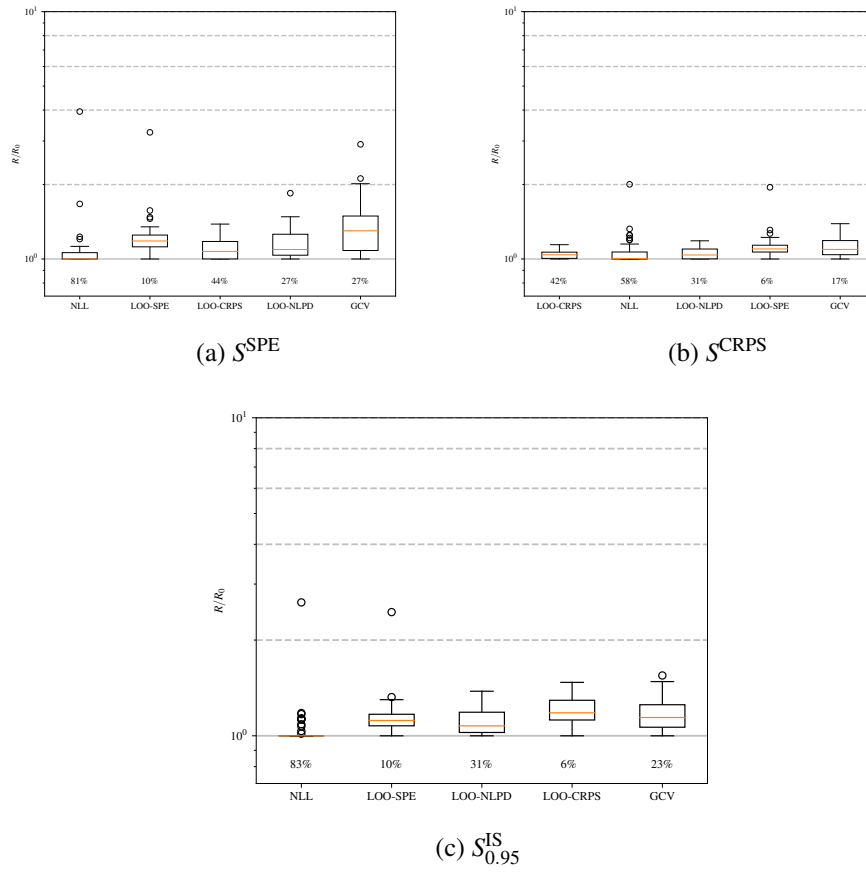


Figure SM4: $\nu = 3/2$

Figure SM5: $\nu = 5/2$

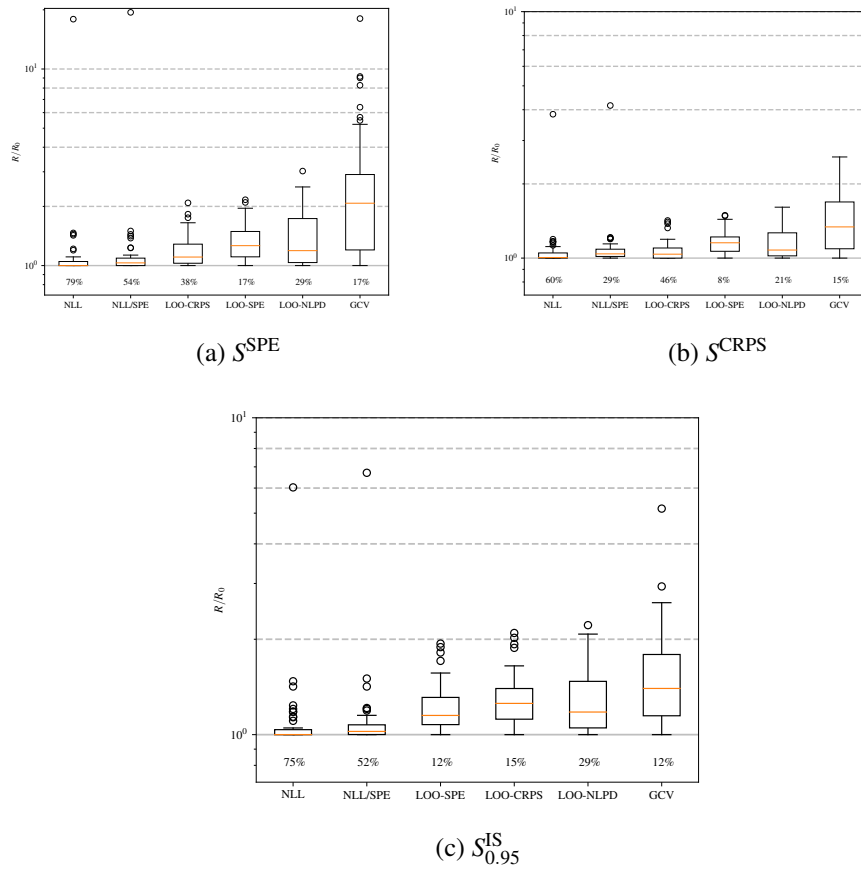


Figure SM6: $\nu = \hat{\nu}$

1196 **SM3.3.2. Varying the design size.** Here we present comparisons for $n = 10d, 20d, 50d$ on all
1197 problems and for $v = \hat{v}$.

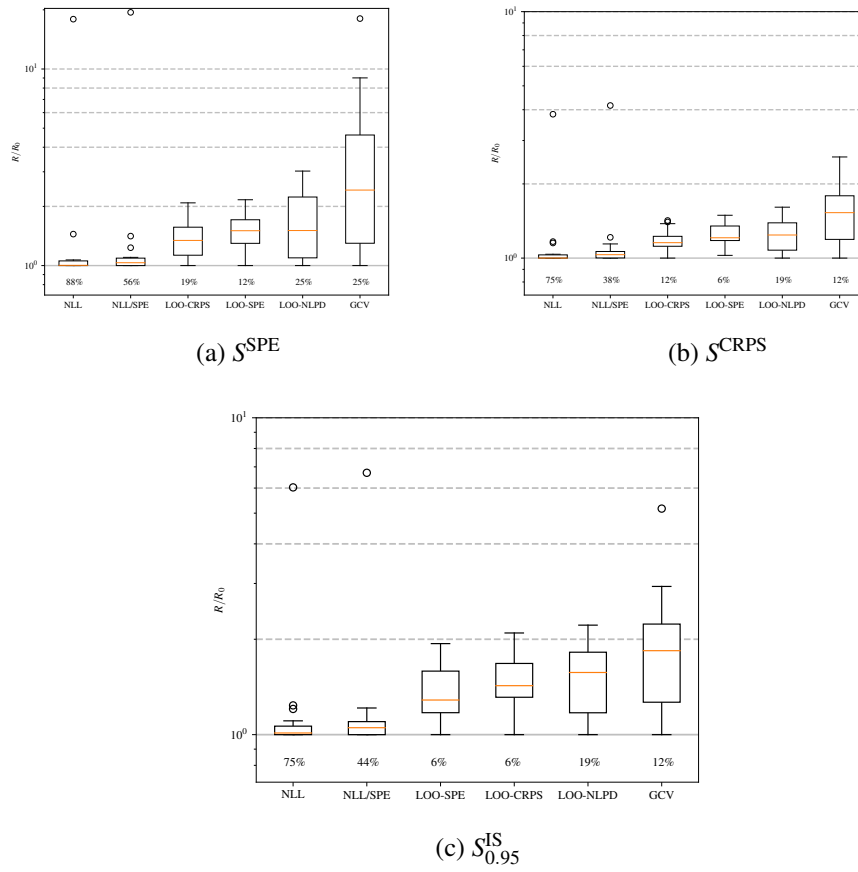
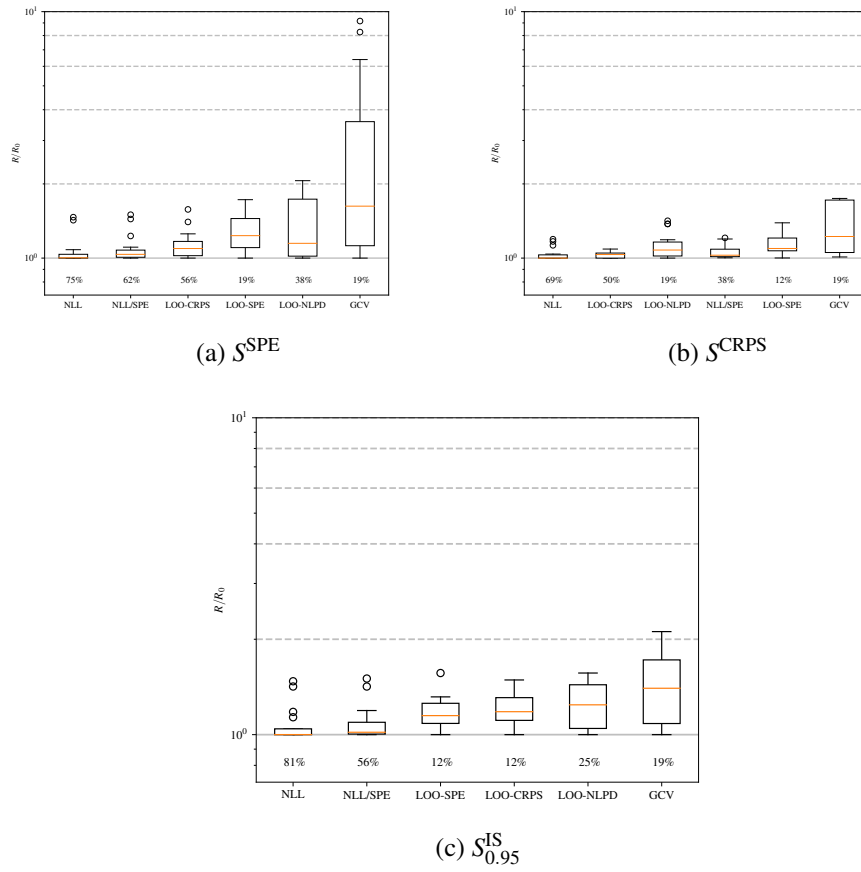


Figure SM7: $n = 10d$

Figure SM8: $n = 20d$

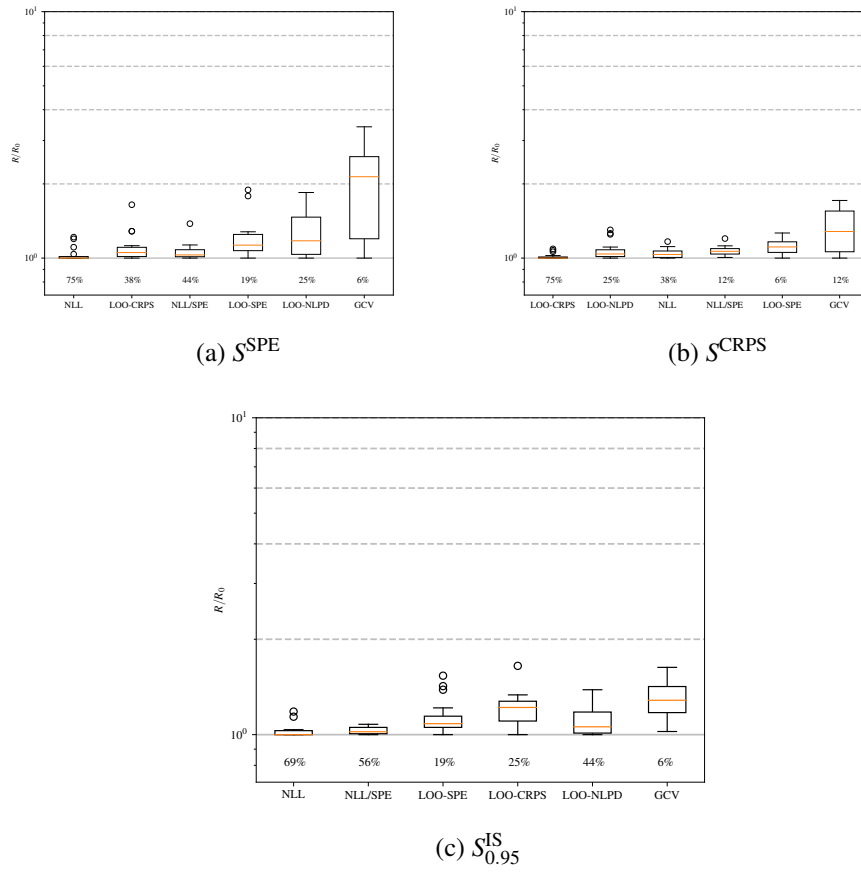


Figure SM9: $n = 50d$

1198 **SM3.3.3. Varying the type of problem.** Here we present comparisons on specific sets of
1199 problems for all design sizes and for $\nu = \hat{\nu}$.

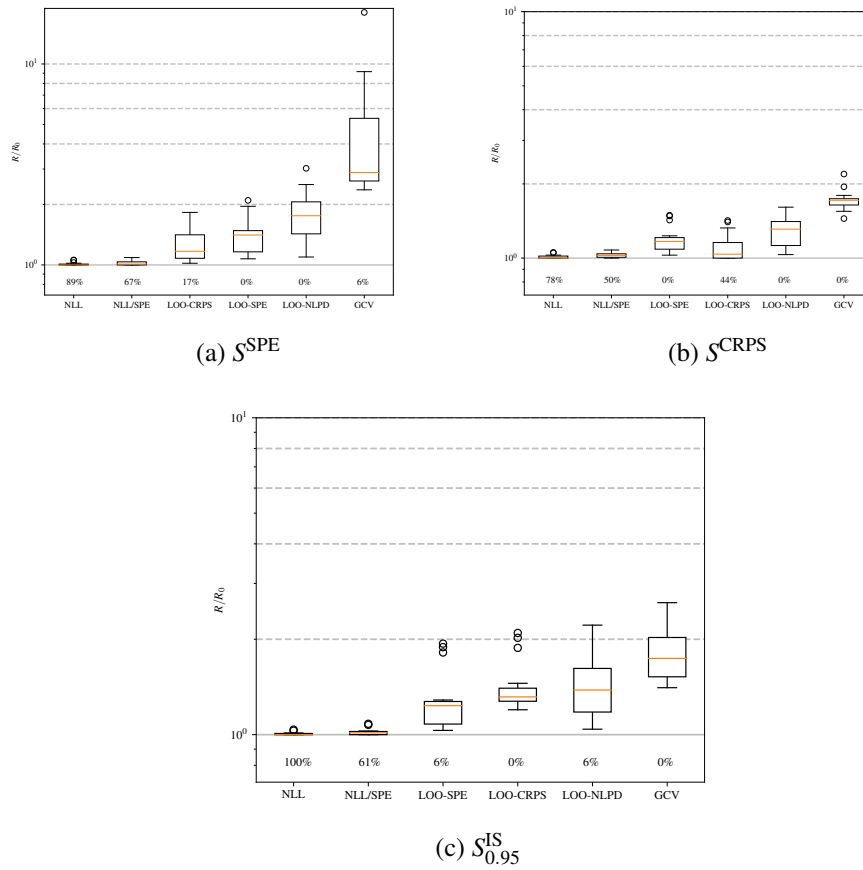


Figure SM10: GKLS

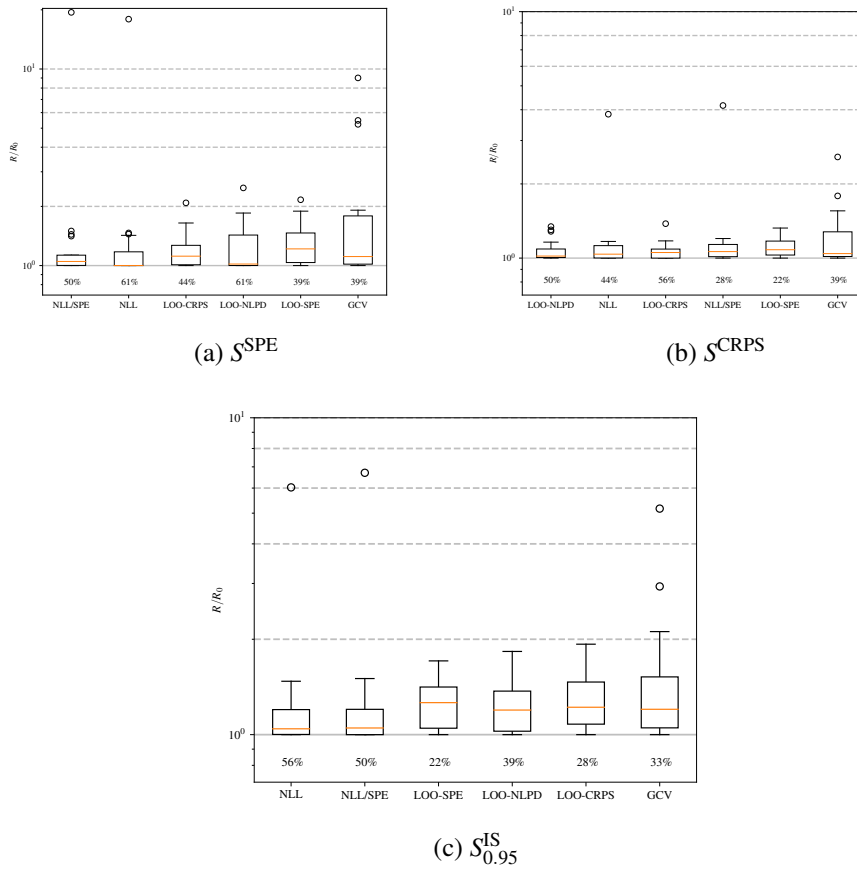


Figure SM11: Other test functions

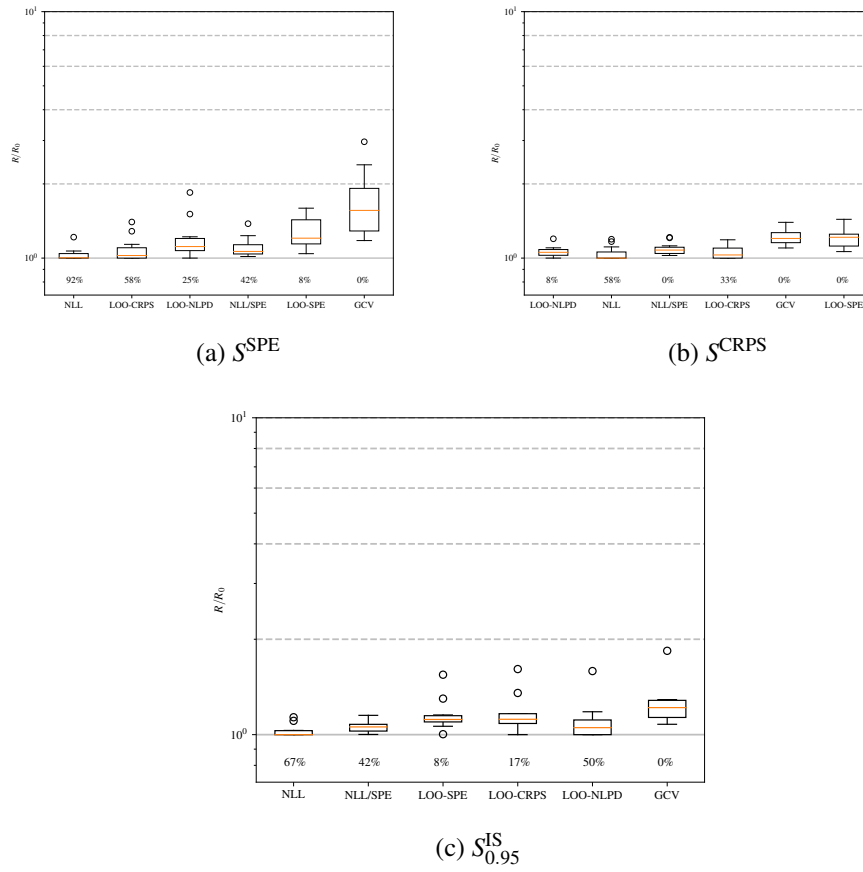


Figure SM12: lowpass filter

1200

SM3.3.4. Varying both the type of problem and the regularity.

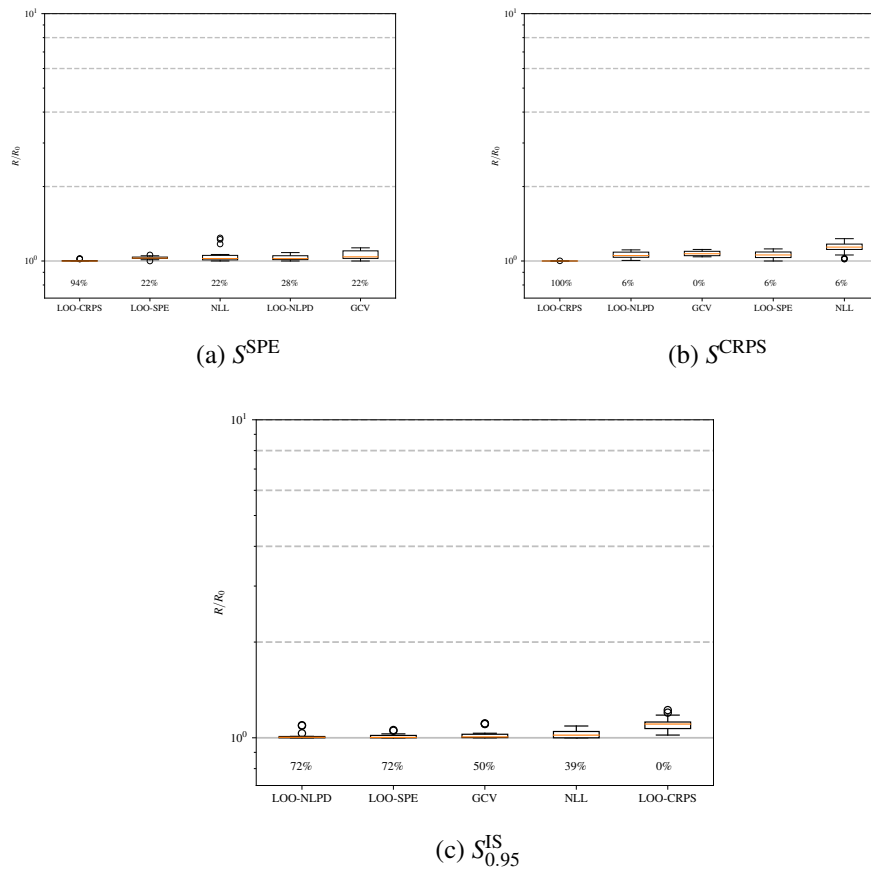
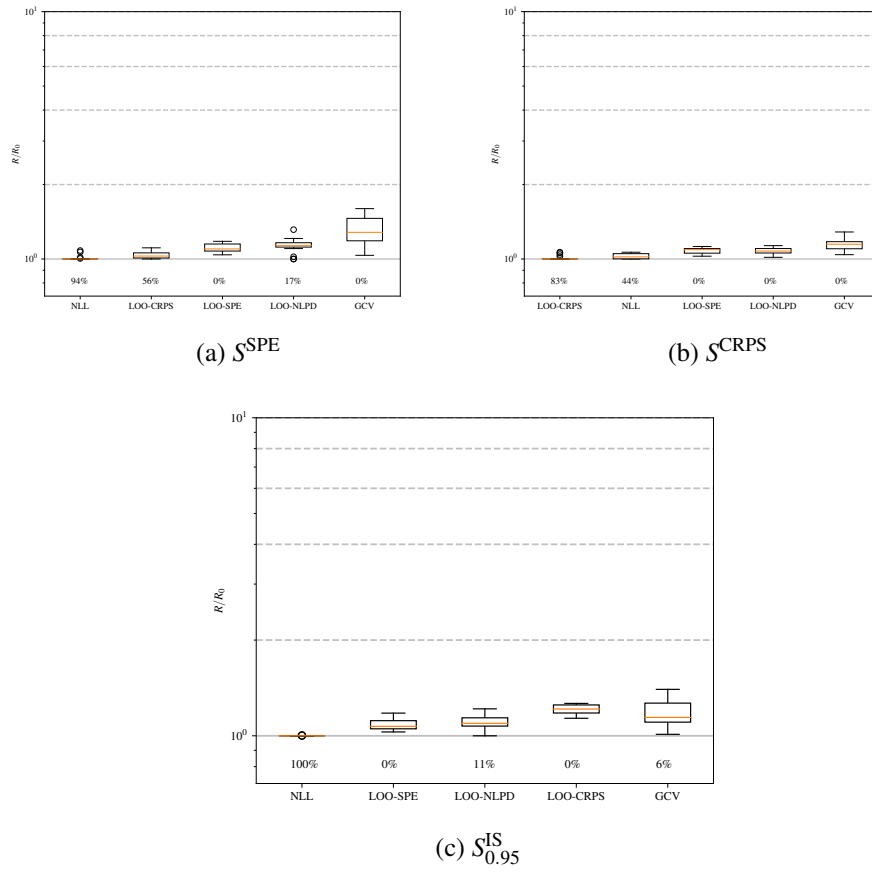


Figure SM13: GKLS, $\nu = 1/2$

Figure SM14: GKLS, $\nu = 3/2$

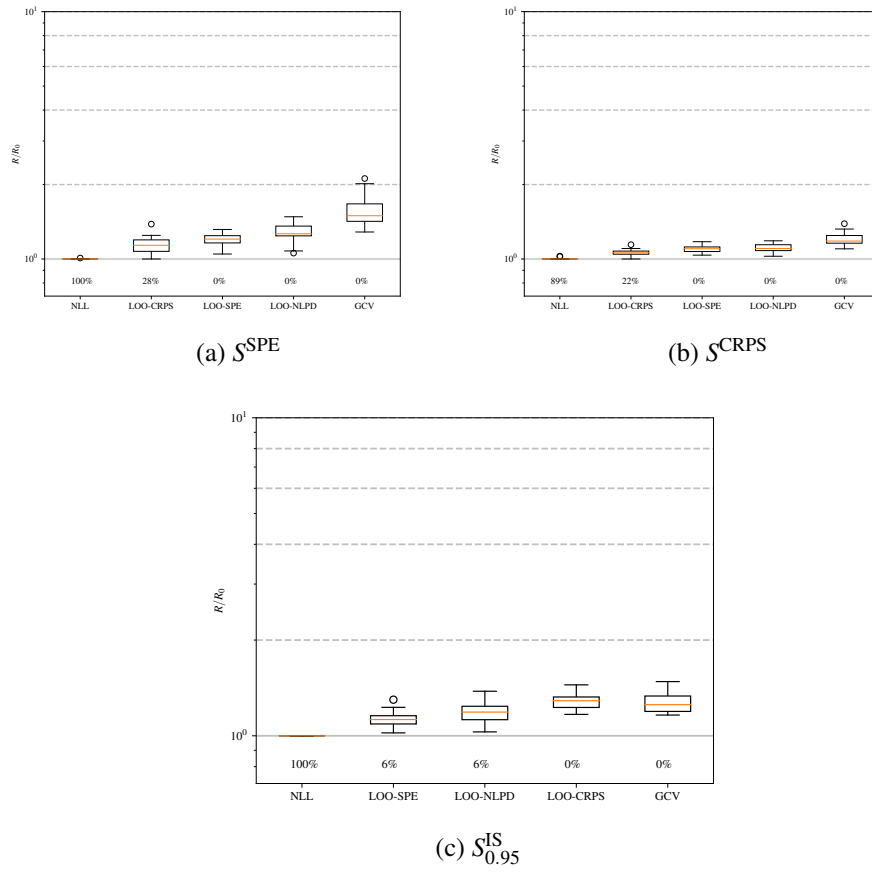
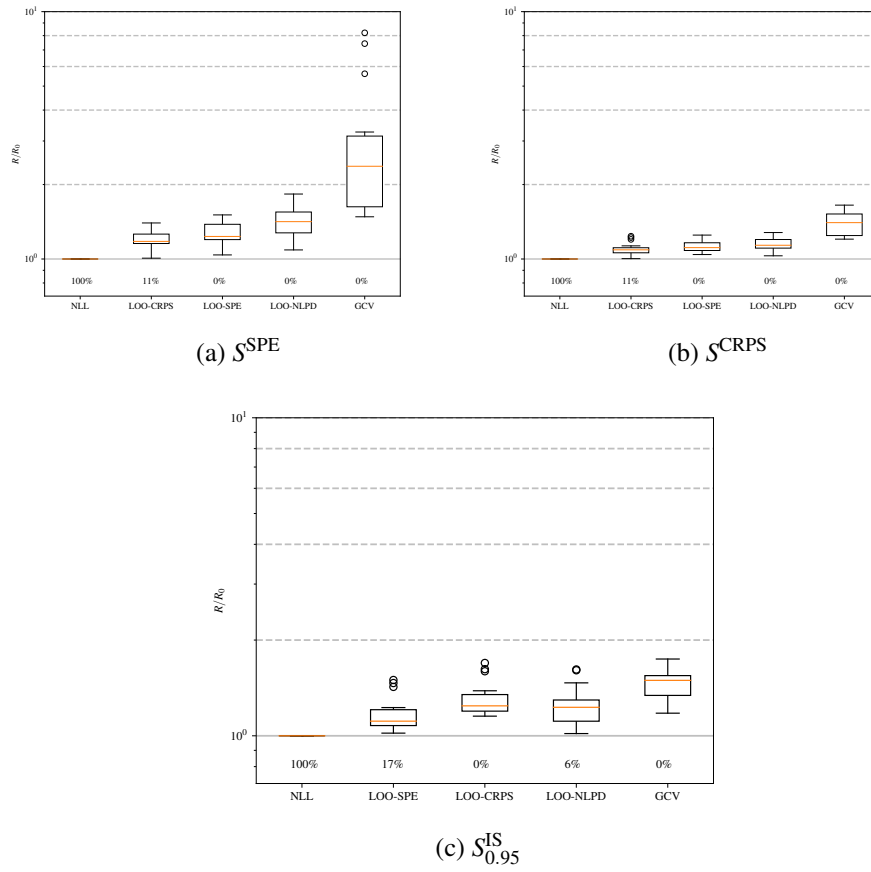


Figure SM15: GKLS, $\nu = 5/2$

Figure SM16: GKLS, $\nu = 9/2$

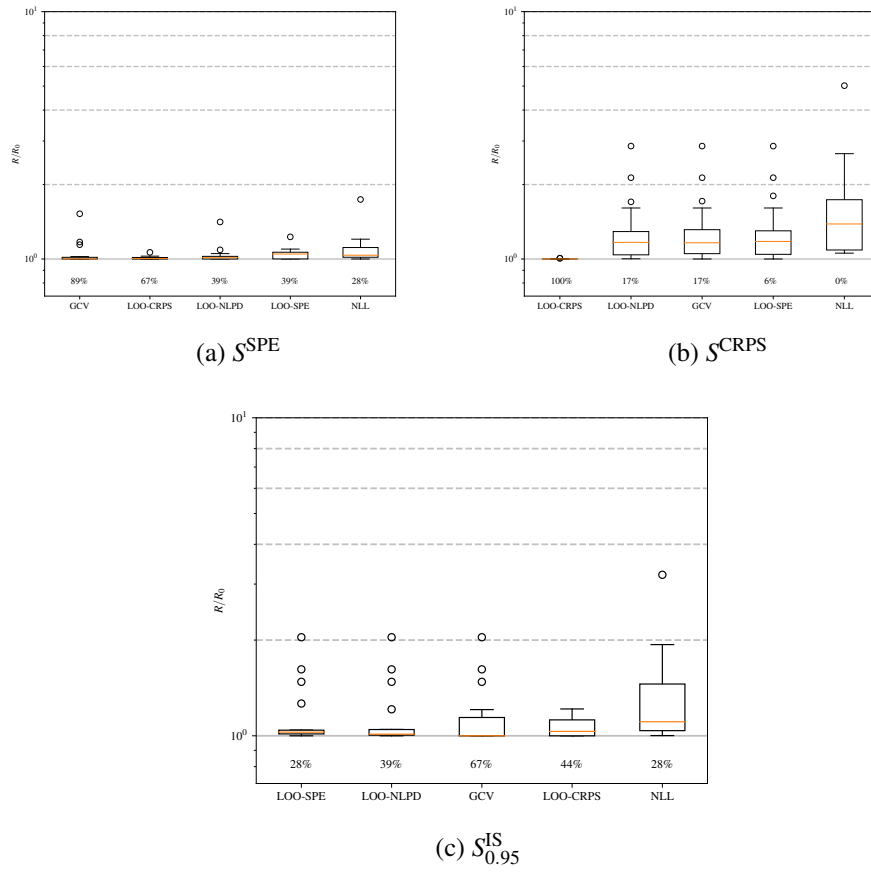
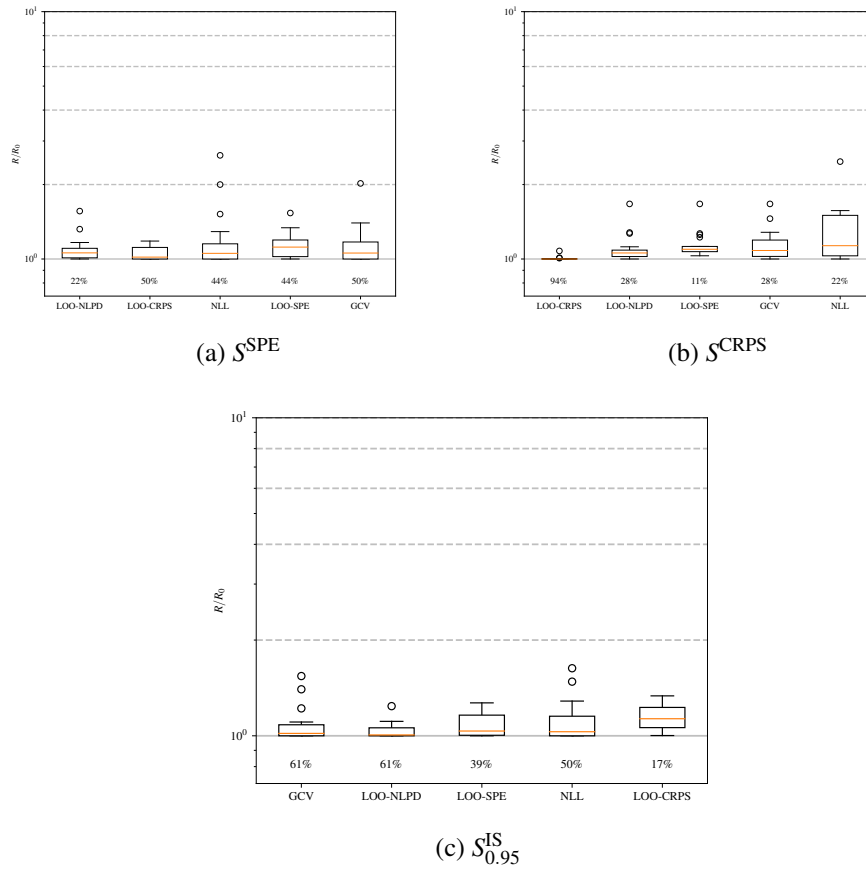


Figure SM17: Other test functions, $\nu = 1/2$

Figure SM18: Other test functions, $\nu = 3/2$

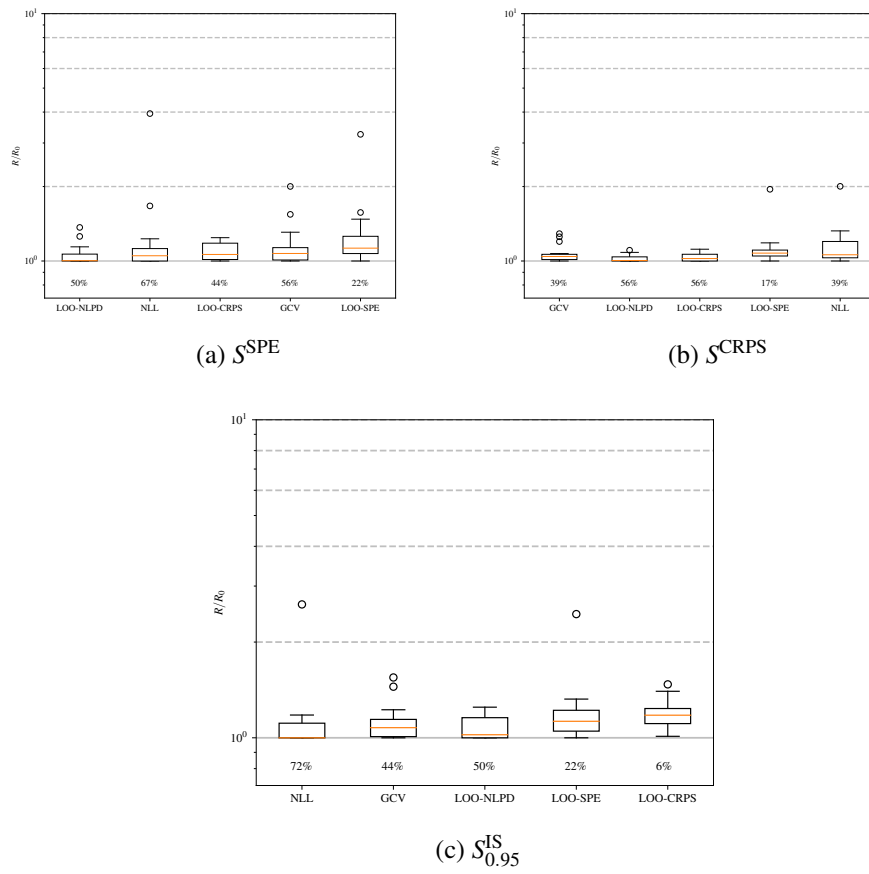
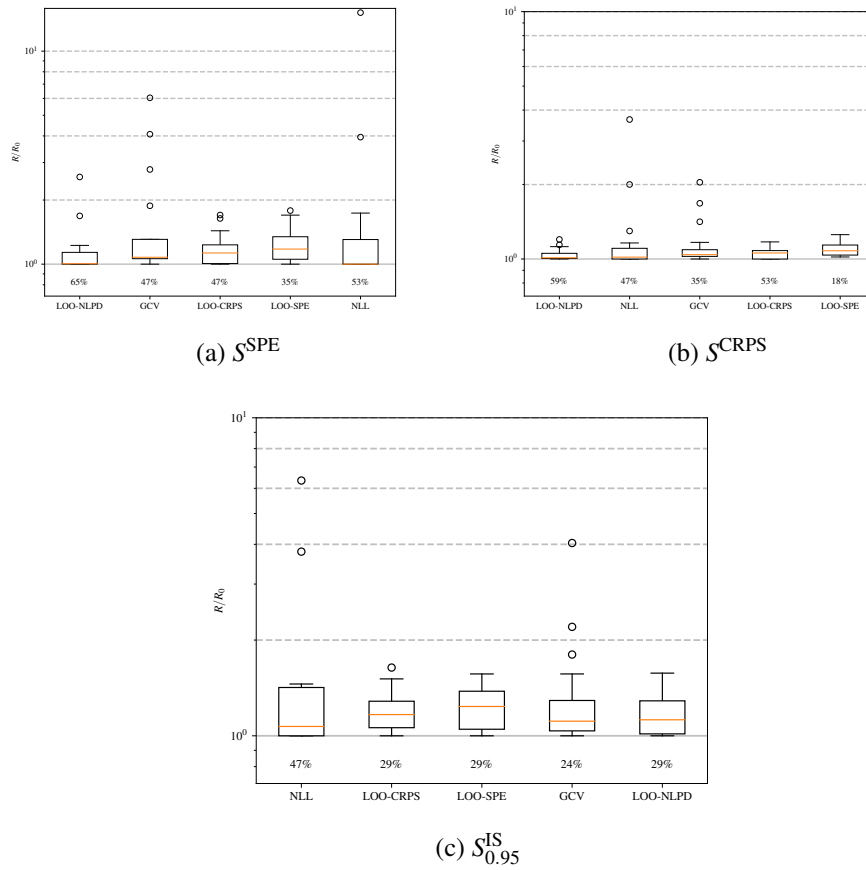


Figure SM19: Other test functions, $\nu = 5/2$

Figure SM20: Other test functions, $\nu = 9/2$

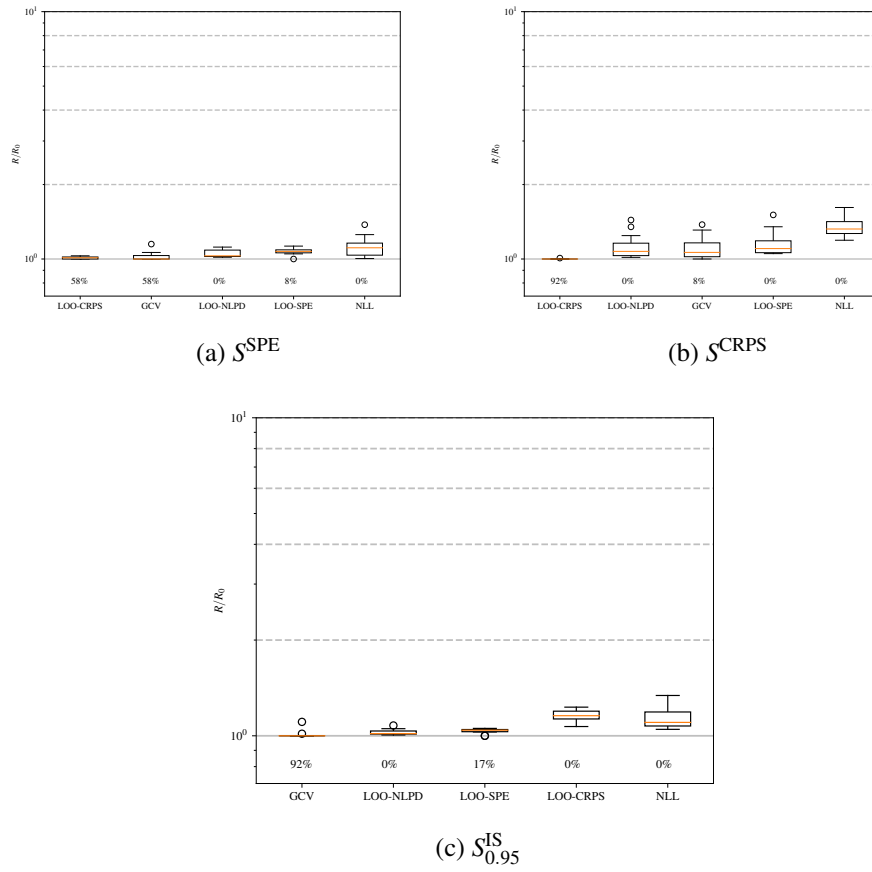
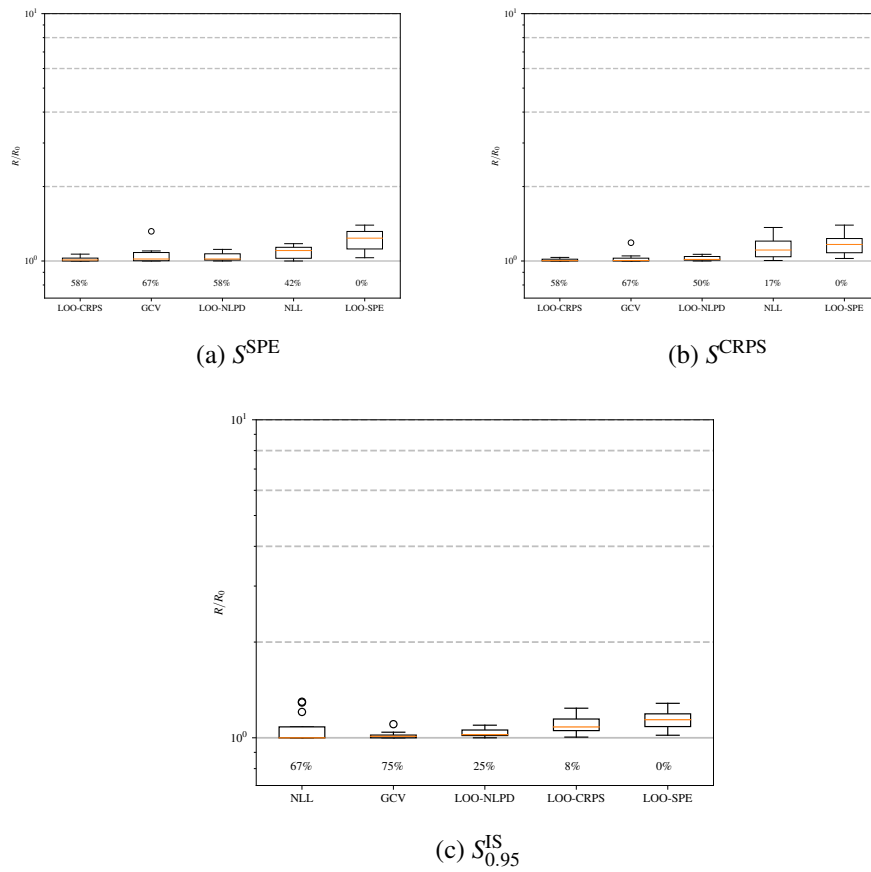


Figure SM21: lowpass filter, $\nu = 1/2$

Figure SM22: lowpass filter, $\nu = 3/2$

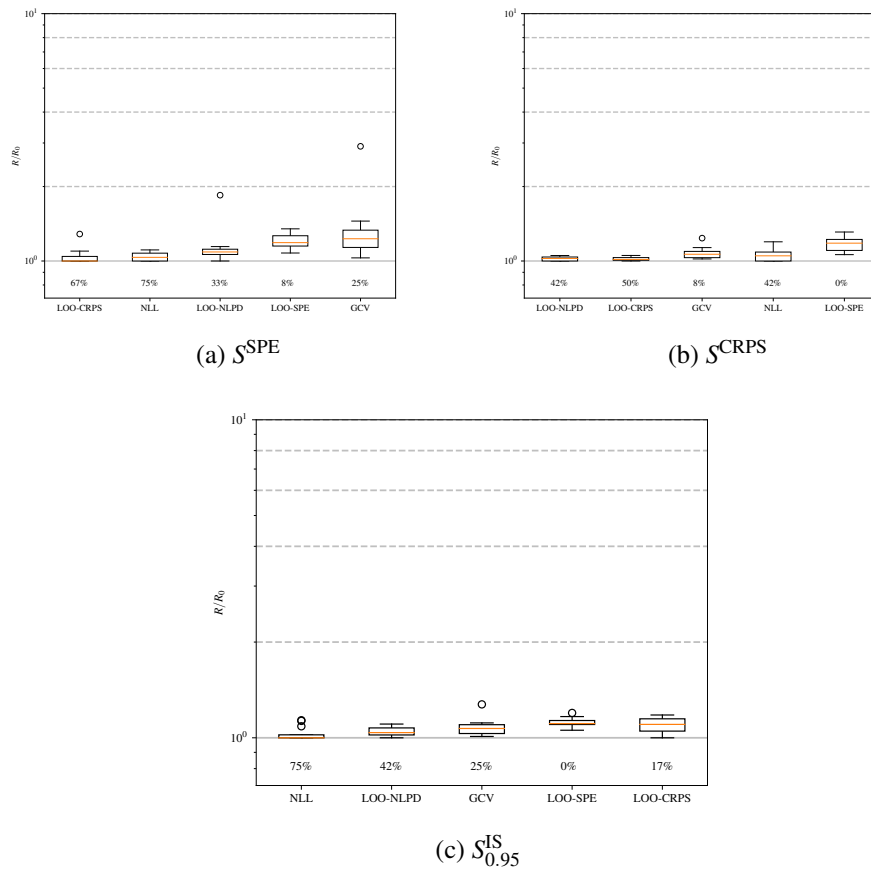
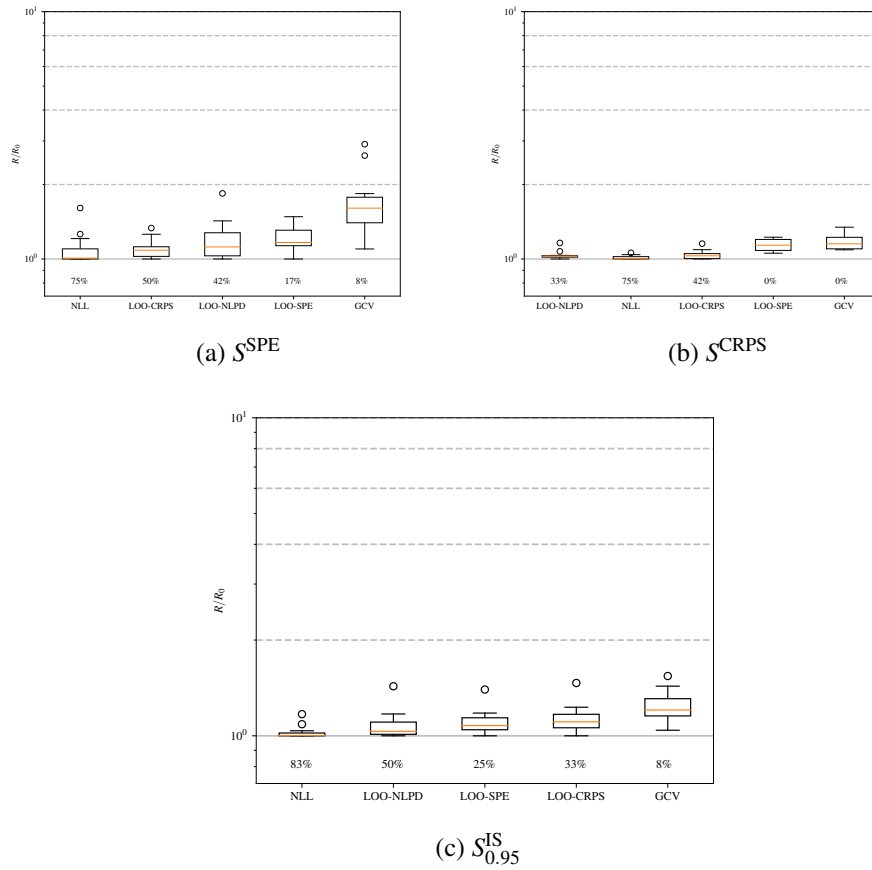


Figure SM23: lowpass filter, $\nu = 5/2$

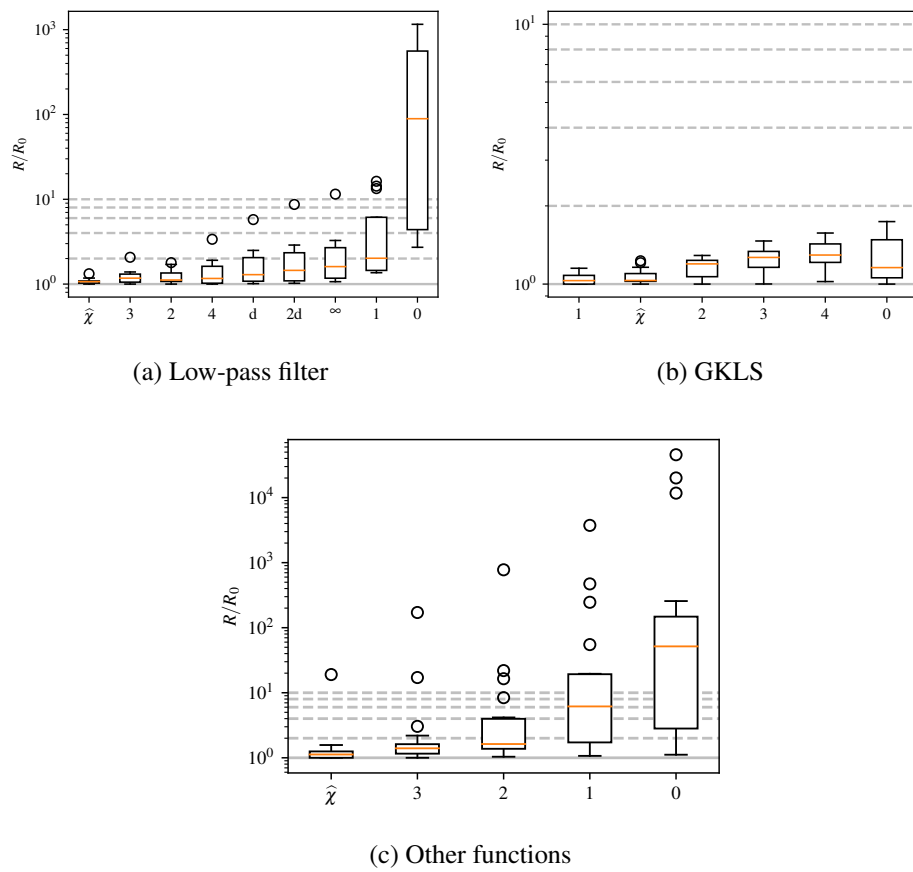
Figure SM24: lowpass filter, $\nu = 9/2$

1201 **SM3.4. Additional model comparison.** Here we present the same kind of analysis as in the
1202 article regarding the regularity parameter. Note here that we use the notation $\chi = \nu - 1/2$. A summary
1203 is given in Section [SM3.4.6](#).

1204 Observe that automatically selecting the model with NLL appears to be very efficient as it leads
1205 to a very small loss compared to the situation where the “best” ν is known in advance.

1206 The other criteria appear to be efficient to select ν on smooth problems but not on GKLS problems,
1207 especially GCV which seems to be the least efficient to select ν . Note that automatically selecting ν
1208 with the LOO criteria or even GCV still exhibits practical benefits as the regularity parameter has a
1209 much larger impact on smooth problems.

SM3.4.1. Accuracy of NLL.

Figure SM25: Accuracy according to S^{SPE} for criterion NLL

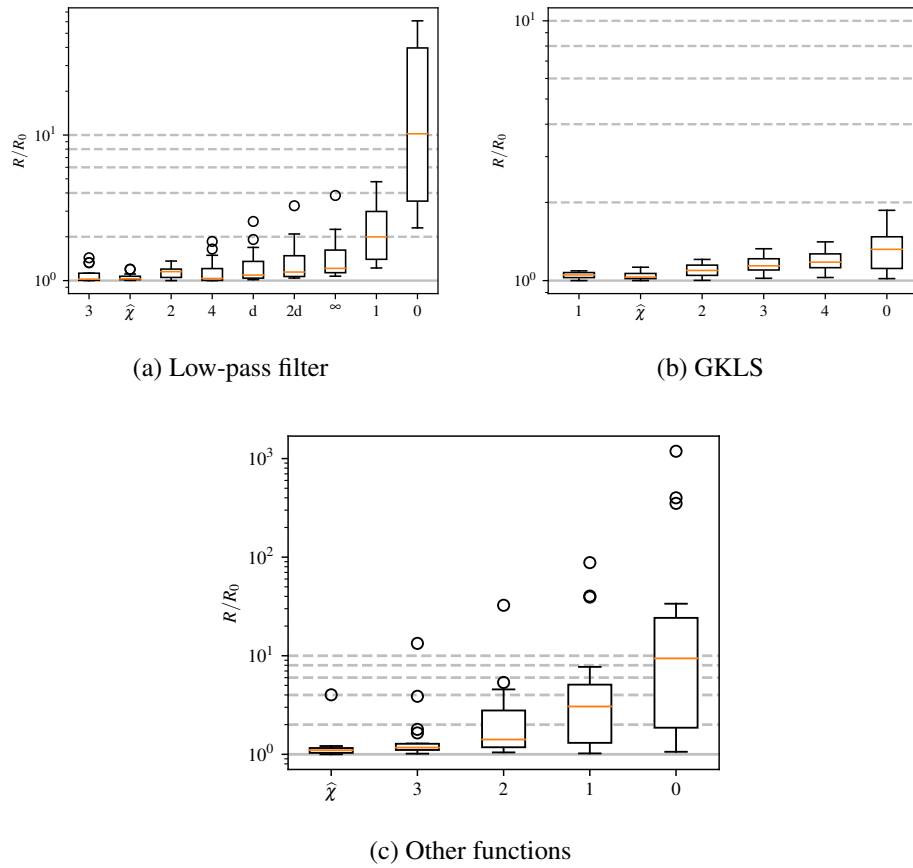


Figure SM26: Accuracy according to S^{CRPS} for criterion NLL

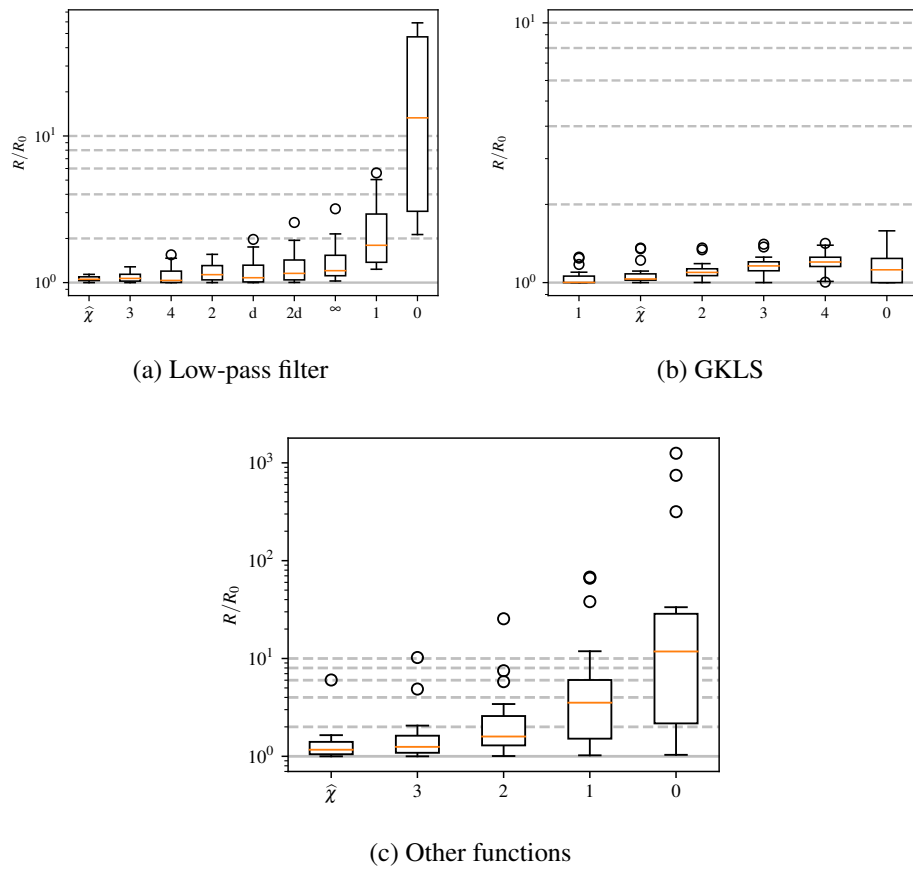


Figure SM27: Accuracy according to $S_{0.95}^{\text{IS}}$ for criterion NLL

SM3.4.2. Accuracy of LOO-CRPS.

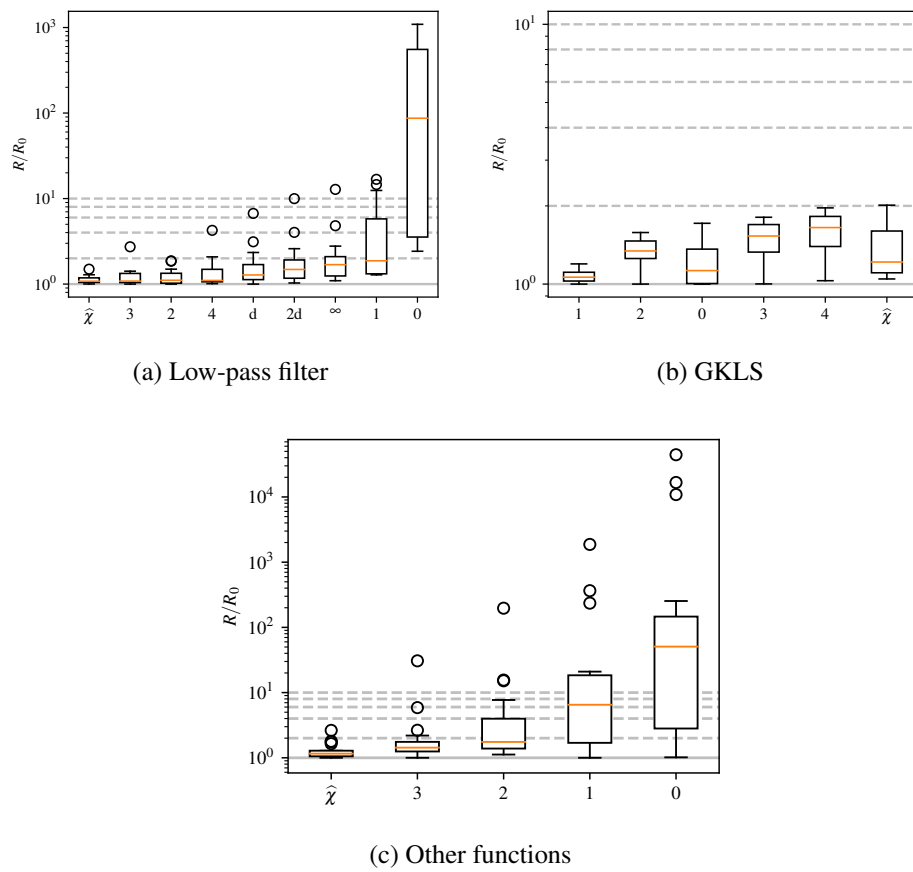


Figure SM28: Accuracy according to S^{SPE} for criterion LOO-CRPS

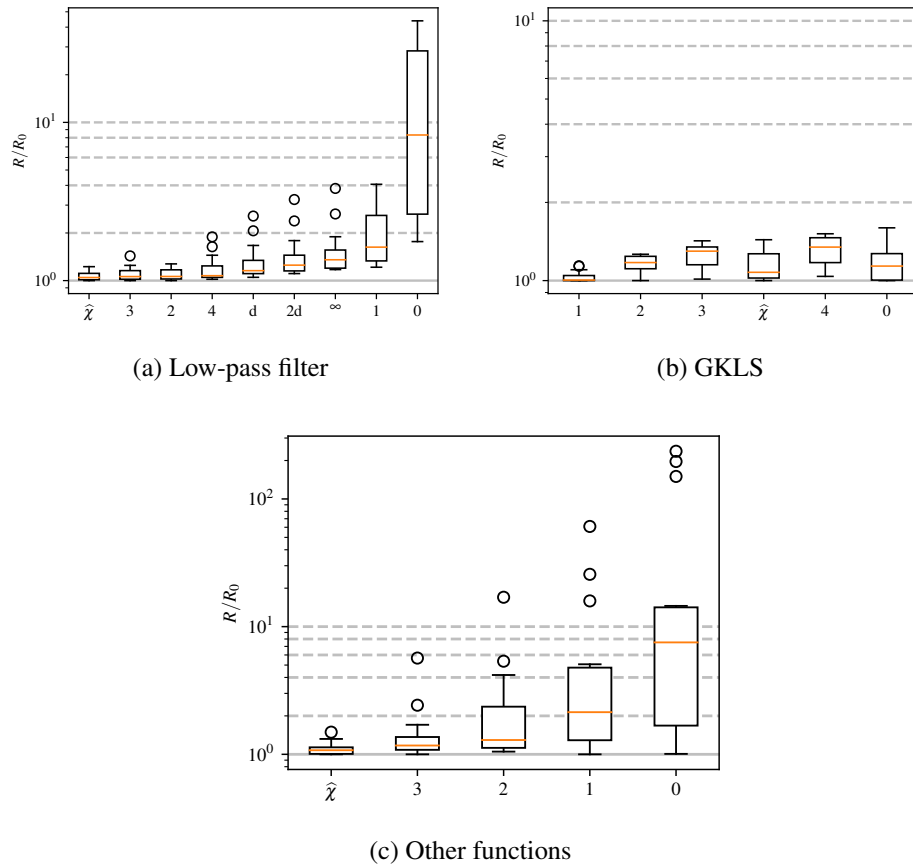


Figure SM29: Accuracy according to S^{CRPS} for criterion LOO-CRPS

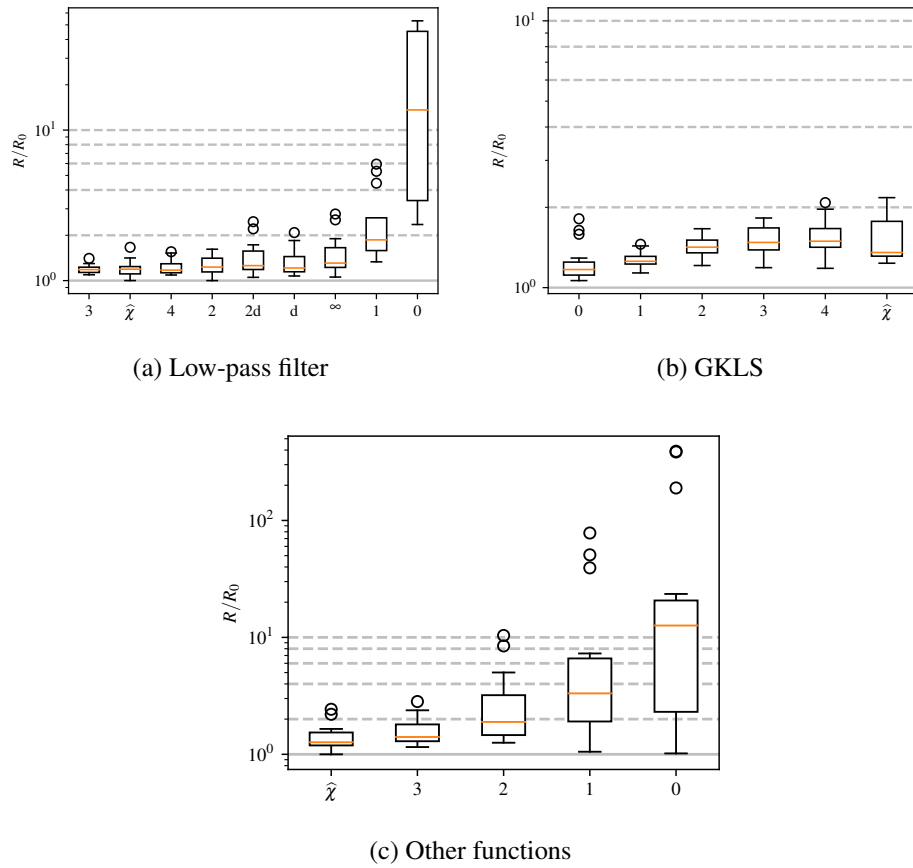
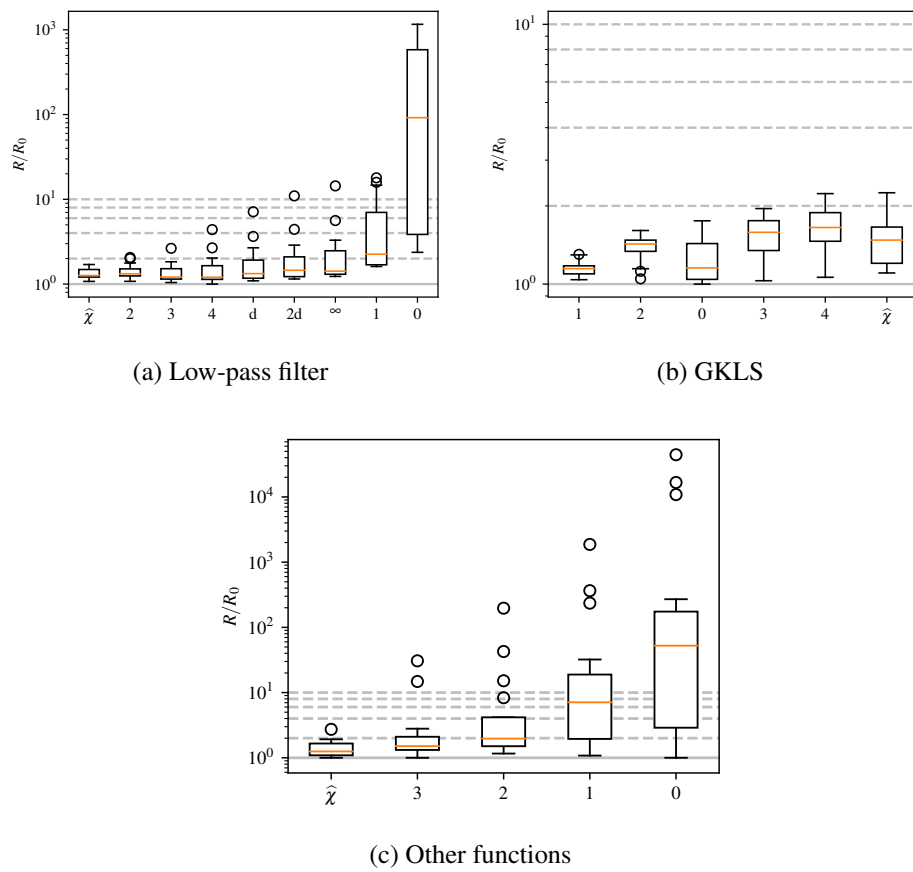


Figure SM30: Accuracy according to $S_{0.95}^{\text{GIS}}$ for criterion LOO-CRPS

SM3.4.3. Accuracy of LOO-SPE.

Figure SM31: Accuracy according to S^{SPE} for criterion LOO-SPE

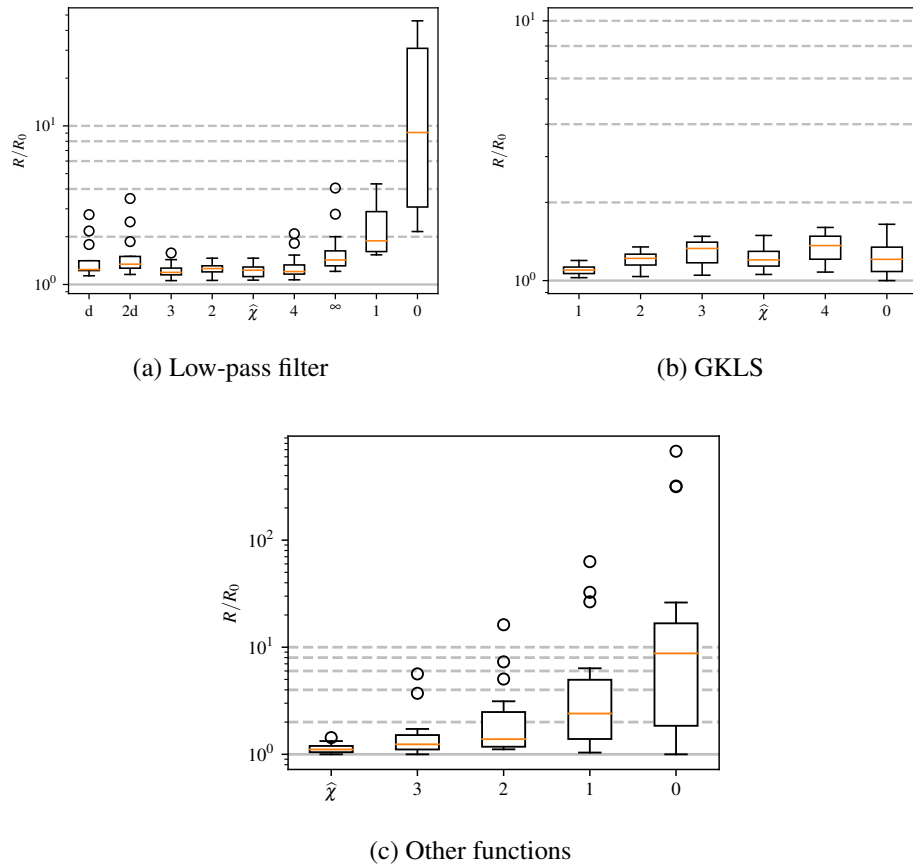


Figure SM32: Accuracy according to S^{CRPS} for criterion LOO-SPE

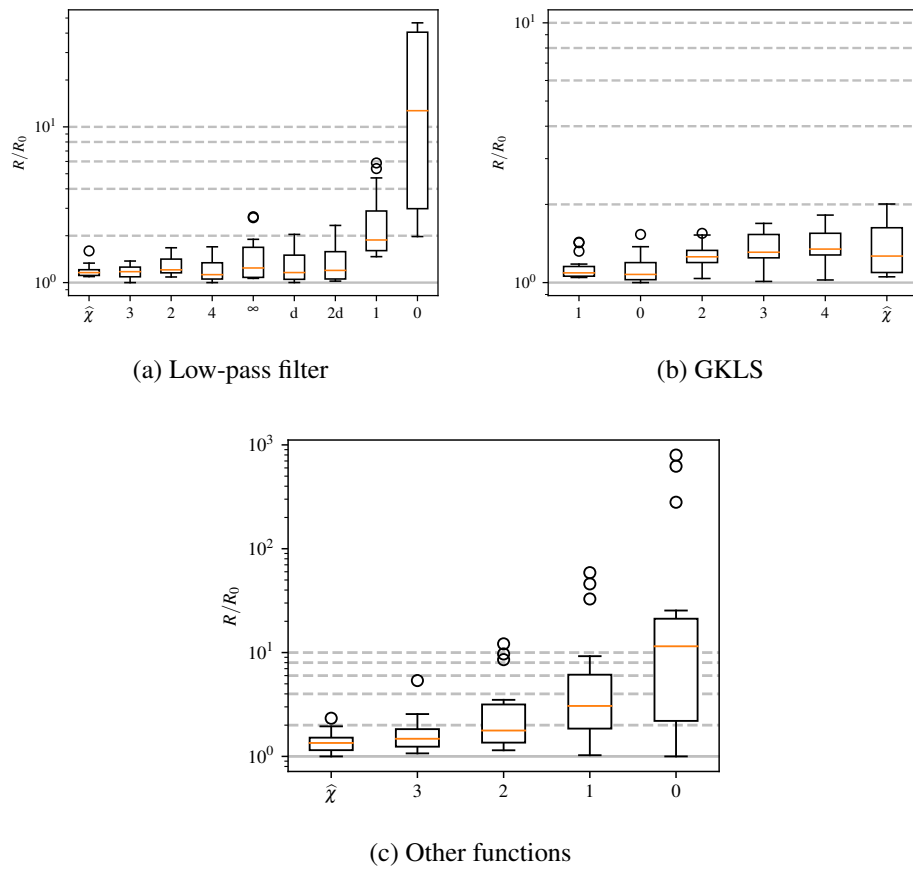


Figure SM33: Accuracy according to $S_{0.95}^{IS}$ for criterion LOO-SPE

SM3.4.4. Accuracy of LOO-NLPD.

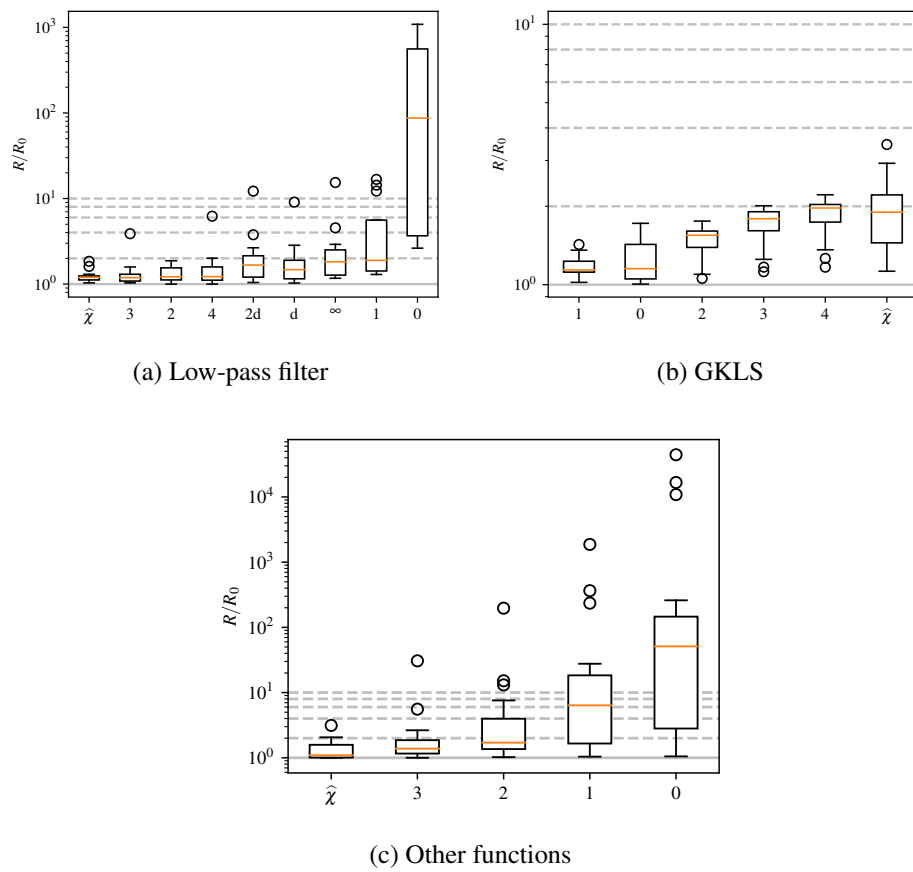


Figure SM34: Accuracy according to S^{SPE} for criterion LOO-NLPD

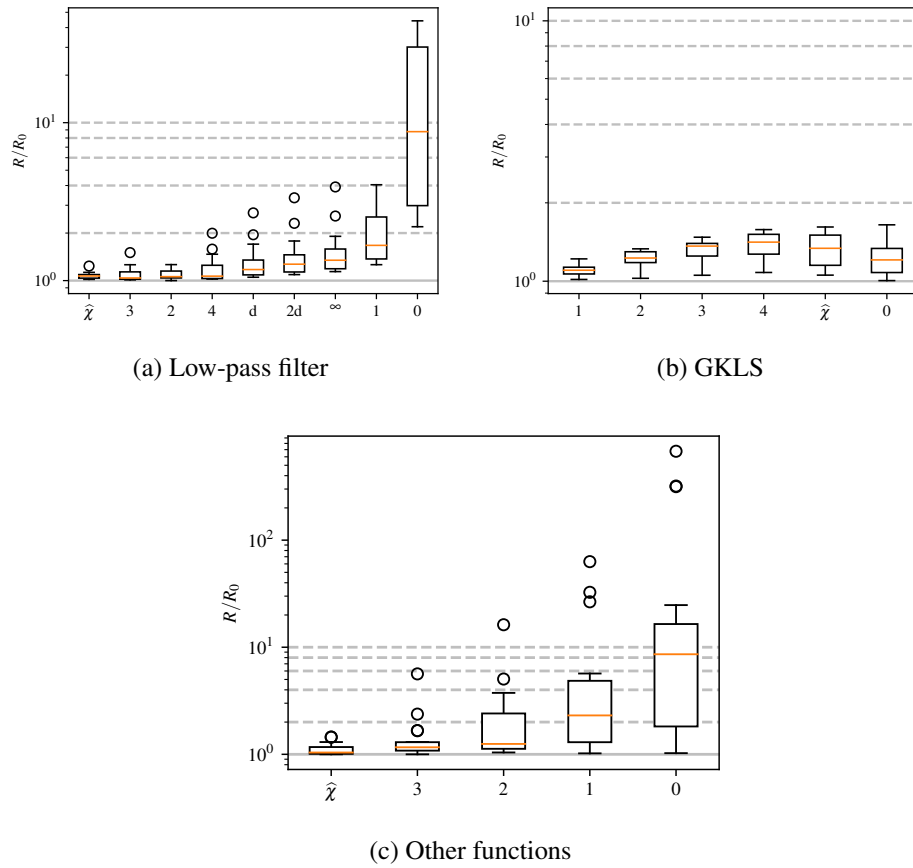


Figure SM35: Accuracy according to S^{CRPS} for criterion LOO-NLPD

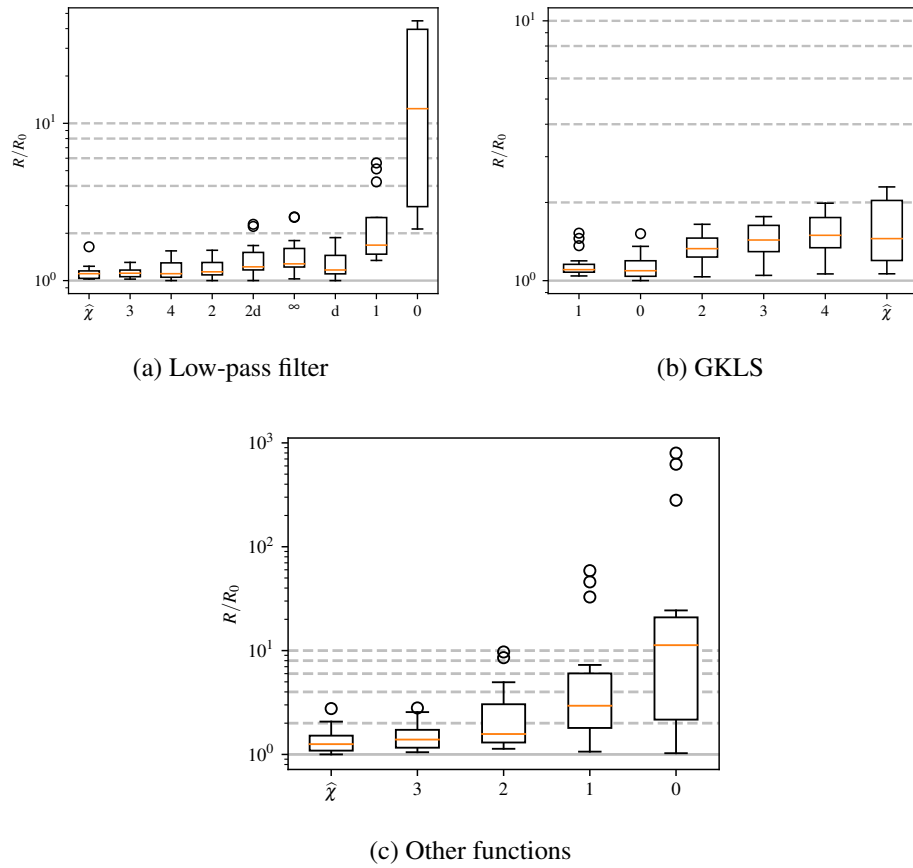


Figure SM36: Accuracy according to $S_{0,95}^{\text{IS}}$ for criterion LOO-NLPD

SM3.4.5. Accuracy of GCV.

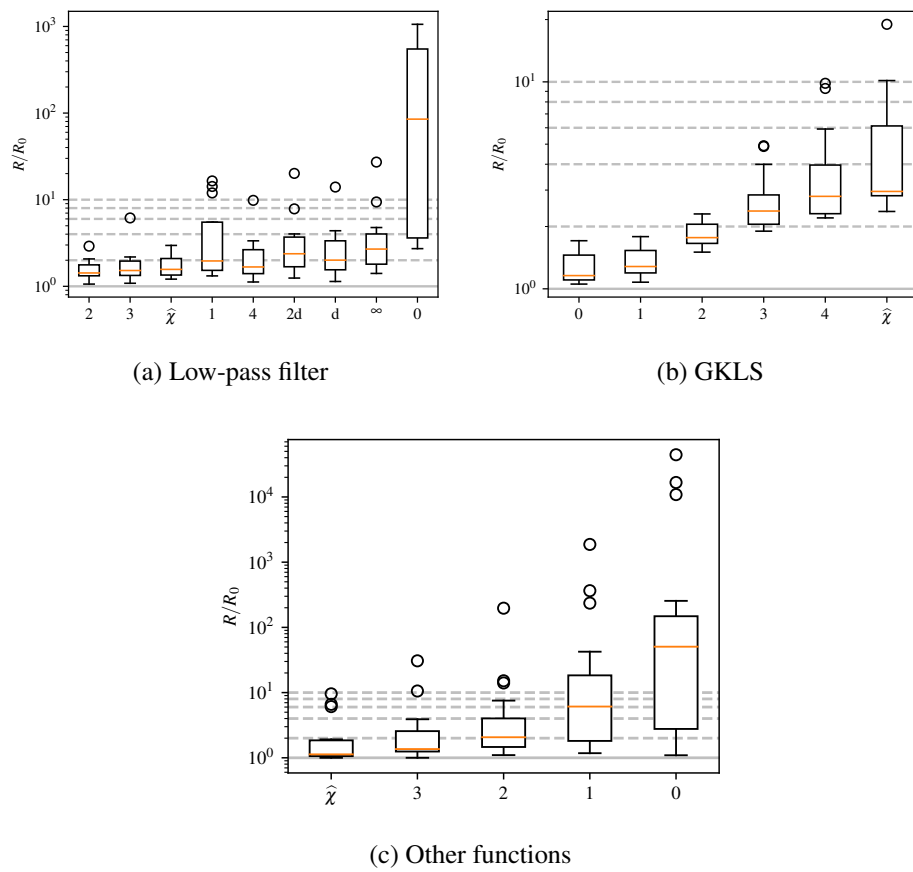


Figure SM37: Accuracy according to S^{SPE} for criterion GCV

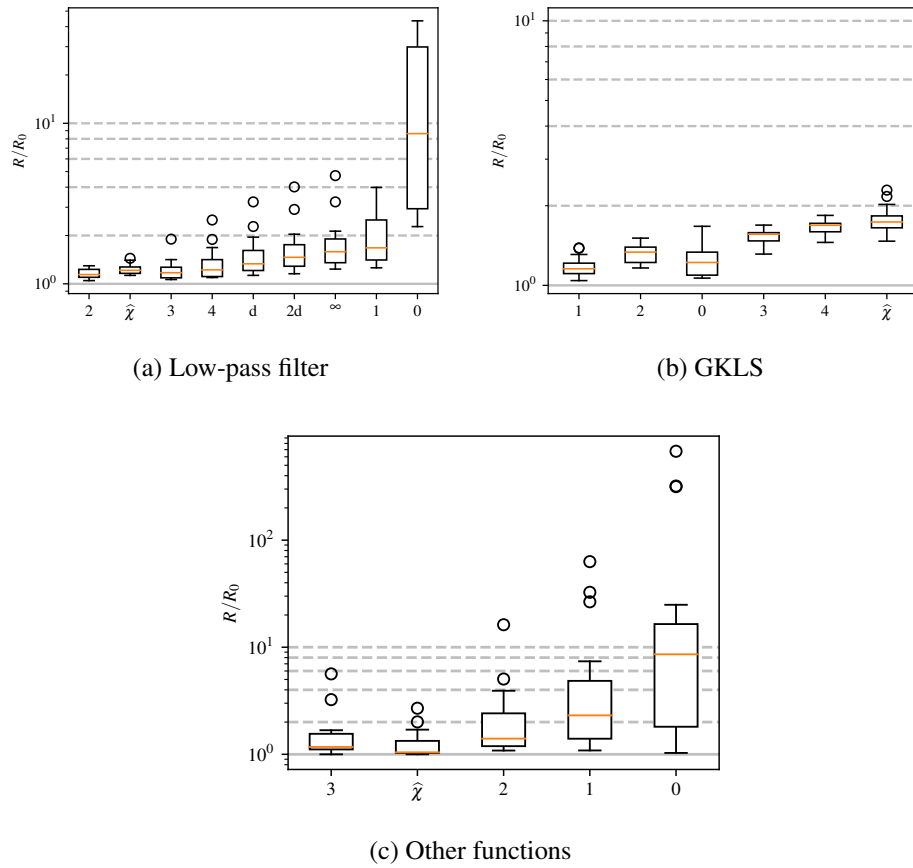


Figure SM38: Accuracy according to S^{CRPS} for criterion GCV

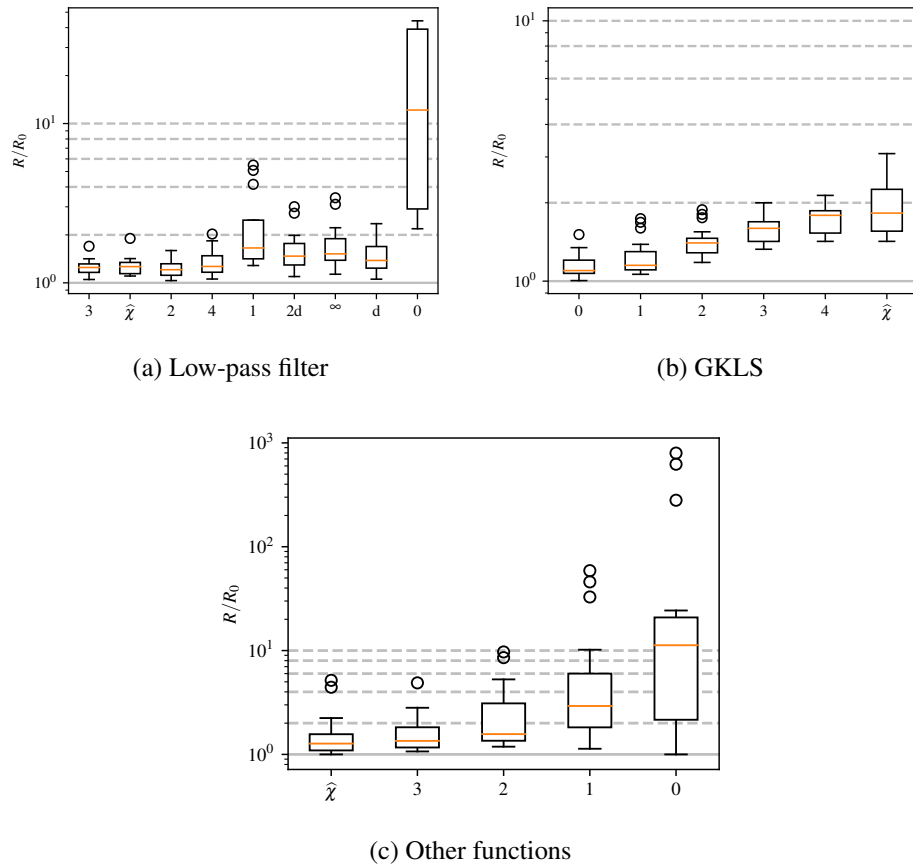


Figure SM39: Accuracy according to $S_{0,95}^{\text{IS}}$ for criterion GCV

1215 **SM3.4.6. Summary.** We provide here a last comparison between models on Table **SM7**, Ta-
 1216 ble **SM8** and Table **SM9** by taking all problems as a perimeter. These results clearly confirm that:
 1217 1. Under-smoothing has (much) more dramatic consequences than over-smoothing. This is true
 1218 for all selection criteria.
 1219 2. Good results are achieved in quite a robust manner (since we are looking at the 95%-quantile)
 1220 by selecting the value of ν automatically, jointly with the other hyper-parameters. This is
 1221 true for all selection criteria, with GCV as a notable exception. It is particularly true for NLL
 1222 (for other criteria, we have seen that the performance drops a little on the non-smooth GKLS
 1223 problems).

Table SM7: 95% quantiles for R/R_0 with SPE where R_0 is the best model for a given criteria and a given problem.

	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	GCV
$\nu = 1/2$	$8.0 \cdot 10^3$	$7.4 \cdot 10^3$	$7.4 \cdot 10^3$	$7.4 \cdot 10^3$	$7.4 \cdot 10^3$
$\nu = 3/2$	$1.7 \cdot 10^2$	$1.6 \cdot 10^2$	$1.6 \cdot 10^2$	$1.6 \cdot 10^2$	$1.6 \cdot 10^2$
$\nu = 5/2$	6.2	13	11	11	5.7
$\nu = 7/2$	2.1	2.5	2.5	2.5	4.2
$\nu = \hat{\nu}$	1.1	1.8	2.6	1.9	7.7

Table SM8: 95% quantiles for R/R_0 with CRPS where R_0 is the best model for a given criteria and a given problem.

	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	GCV
$\nu = 1/2$	$2.4 \cdot 10^2$	$2.1 \cdot 10^2$	$2.1 \cdot 10^2$	$1.1 \cdot 10^2$	$2.1 \cdot 10^2$
$\nu = 3/2$	26	19	19	11	19
$\nu = 5/2$	2.9	4.3	3.5	3.4	2.7
$\nu = 7/2$	1.5	1.7	1.6	1.7	1.6
$\nu = \hat{\nu}$	1.1	1.3	1.5	1.4	1.9

Table SM9: 95% quantiles for R/R_0 with IS where R_0 is the best model for a given criteria and a given problem.

	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	GCV
$\nu = 1/2$	$1.5 \cdot 10^2$	$2.0 \cdot 10^2$	$2.0 \cdot 10^2$	$1.2 \cdot 10^2$	$2.0 \cdot 10^2$
$\nu = 3/2$	27	19	18	22	17
$\nu = 5/2$	3.0	4.7	3.9	4.0	2.8
$\nu = 7/2$	1.5	1.9	1.9	2.0	1.8
$\nu = \hat{\nu}$	1.3	1.9	2.1	2.0	2.5

1224

REFERENCES

- 1225 [1] I. ANDRIANAKIS AND P. G. CHALLENGOR, *The effect of the nugget on gaussian process emulators of computer*
1226 *models*, Computational Statistics and Data Analysis, 56 (2012), pp. 4215 – 4228.
- 1227 [2] F. BACHOC, *Cross validation and maximum likelihood estimation of hyper-parameters of Gaussian processes with*
1228 *model misspecification*, Computational Statistics and Data Analysis, (2013).
- 1229 [3] S. BASAK, S. J. PETIT, J. BECT, AND E. VAZQUEZ, *Numerical issues in maximum likelihood parameter estimation*
1230 *for gaussian process regression*, 2021.
- 1231 [4] L. C. W. DIXON AND G. P. SZEGÖ, *The global optimisation problem: An introduction*, in Towards Global Optimi-
1232 *sation 2*, L. C. W. Dixon and G. P. Szegö, eds., North Holland, Amsterdam, 1978, pp. 1–15.
- 1233 [5] GPY, *GPpy: A Gaussian process framework in Python, version 1.9.9*. Available from [http://github.com/SheffieldML/](http://github.com/SheffieldML/GPy)
1234 [GPy](http://github.com/SheffieldML/GPy), 2019.
- 1235 [6] J. D. MARTIN AND T. W. SIMPSON, *Use of kriging models to approximate deterministic computer models*, AIAA
1236 *Journal*, (2005).
- 1237 [7] C. Y. PENG AND C. F. J. WU, *On the choice of nugget in kriging modeling for deterministic computer experiments*,
1238 *Journal of Computational and Graphical Statistics*, 23 (2014), pp. 151–168.
- 1239 [8] S. J. PETIT, J. BECT, S. DA VEIGA, P. FELIOT, AND E. VAZQUEZ, *Towards new cross-validation-based estimators*
1240 *for Gaussian process regression: efficient adjoint computation of gradients*, in 52èmes Journées de Statistique de
1241 *la SFdS (JdS 2020)*, 2020.
- 1242 [9] P. RANJAN, R. HAYNES, AND R. KARSTEN, *A computationally stable approach to gaussian process interpolation*
1243 *of deterministic computer simulation data*, Technometrics, 53 (2011), pp. 366–378.
- 1244 [10] C. E. RASMUSSEN AND C. K. I. WILLIAMS, *Gaussian Processes for Machine Learning*, Adaptive Computation and
1245 *Machine Learning*, MIT Press, Cambridge, MA, USA, 2006.
- 1246 [11] R. TUO AND W. WANG, *Kriging prediction with isotropic matern correlations: Robustness and experimental designs*,
1247 *Journal of Machine Learning Research*, 21 (2020), pp. 1–38.