

1 **SUPPLEMENTARY MATERIALS:**

2 **Parameter selection in Gaussian process interpolation:**  
3 **an empirical study of selection criteria\***

4 Sébastien J. Petit<sup>‡†</sup>, Julien Bect<sup>‡</sup>, Paul Feliot<sup>†</sup>, and Emmanuel Vazquez<sup>‡</sup>  
5

---

---

\*Submitted to the editors DATE.

**Funding:** This work was funded by the french *Agence Nationale de la Recherche et de la Technologie* (ANRT) under a CIFRE grant.

<sup>†</sup>Safran Aircraft Engines, Moissy-Cramayel, France.

<sup>‡</sup>Université Paris-Saclay, CNRS, CentraleSupélec, Laboratoire des signaux et systèmes, 91190, Gif-sur-Yvette, France ([firstname.lastname@centralesupelec.fr](mailto:firstname.lastname@centralesupelec.fr)).

**SM1**

6 **Contents**

7	<b>SM1 Additional information about the experiments</b>	<b>SM5</b>
8	SM1.1 Some remarkable features of two problems . . . . .	SM5
9	SM1.1.1 GKLS setup . . . . .	SM5
10	SM1.1.2 Goldstein-Price (1D) . . . . .	SM5
11	SM1.2 Custom version of GPy . . . . .	SM5
12	SM1.3 Numerics . . . . .	SM5
13	SM1.4 Optimal values $R^*$ . . . . .	SM6
14	<b>SM2 Detailed results</b>	<b>SM7</b>
15	SM2.1 Conventions . . . . .	SM7
16	SM2.2 Results . . . . .	SM8
17	SM2.2.1 Goldstein-Price (1D), $n = 10, d = 1$ . . . . .	SM9
18	SM2.2.2 Goldstein-Price (1D), $n = 20, d = 1$ . . . . .	SM10
19	SM2.2.3 Goldstein-Price (1D), $n = 50, d = 1$ . . . . .	SM11
20	SM2.2.4 Goldstein-Price, $n = 20, d = 2$ . . . . .	SM11
21	SM2.2.5 Goldstein-Price, $n = 40, d = 2$ . . . . .	SM12
22	SM2.2.6 Goldstein-Price, $n = 100, d = 2$ . . . . .	SM14
23	SM2.2.7 Mystery, $n = 20, d = 2$ . . . . .	SM15
24	SM2.2.8 Mystery, $n = 40, d = 2$ . . . . .	SM16
25	SM2.2.9 Mystery, $n = 100, d = 2$ . . . . .	SM17
26	SM2.2.10 GKLS $C^0$ , $n = 20, d = 2$ . . . . .	SM18
27	SM2.2.11 GKLS $C^0$ , $n = 40, d = 2$ . . . . .	SM19
28	SM2.2.12 GKLS $C^0$ , $n = 100, d = 2$ . . . . .	SM20
29	SM2.2.13 GKLS $C^0$ , $n = 50, d = 5$ . . . . .	SM21
30	SM2.2.14 GKLS $C^0$ , $n = 100, d = 5$ . . . . .	SM22
31	SM2.2.15 GKLS $C^0$ , $n = 250, d = 5$ . . . . .	SM23
32	SM2.2.16 GKLS $C^1$ , $n = 20, d = 2$ . . . . .	SM24
33	SM2.2.17 GKLS $C^1$ , $n = 40, d = 2$ . . . . .	SM26
34	SM2.2.18 GKLS $C^1$ , $n = 100, d = 2$ . . . . .	SM27
35	SM2.2.19 GKLS $C^1$ , $n = 50, d = 5$ . . . . .	SM28
36	SM2.2.20 GKLS $C^1$ , $n = 100, d = 5$ . . . . .	SM29
37	SM2.2.21 GKLS $C^1$ , $n = 250, d = 5$ . . . . .	SM30
38	SM2.2.22 GKLS $C^2$ , $n = 20, d = 2$ . . . . .	SM31
39	SM2.2.23 GKLS $C^2$ , $n = 40, d = 2$ . . . . .	SM32
40	SM2.2.24 GKLS $C^2$ , $n = 100, d = 2$ . . . . .	SM33

41	SM2.2.25	GKLS $C^2$ , $n = 50$ , $d = 5$ . . . . .	SM34
42	SM2.2.26	GKLS $C^2$ , $n = 100$ , $d = 5$ . . . . .	SM36
43	SM2.2.27	GKLS $C^2$ , $n = 250$ , $d = 5$ . . . . .	SM37
44	SM2.2.28	Rosenbrock, $n = 20$ , $d = 2$ . . . . .	SM38
45	SM2.2.29	Rosenbrock, $n = 40$ , $d = 2$ . . . . .	SM39
46	SM2.2.30	Rosenbrock, $n = 100$ , $d = 2$ . . . . .	SM41
47	SM2.2.31	Rosenbrock, $n = 50$ , $d = 5$ . . . . .	SM41
48	SM2.2.32	Rosenbrock, $n = 100$ , $d = 5$ . . . . .	SM43
49	SM2.2.33	Rosenbrock, $n = 250$ , $d = 5$ . . . . .	SM44
50	SM2.2.34	Borehole, $n = 80$ , $d = 8$ . . . . .	SM45
51	SM2.2.35	Borehole, $n = 160$ , $d = 8$ . . . . .	SM46
52	SM2.2.36	Borehole, $n = 400$ , $d = 8$ . . . . .	SM48
53	SM2.2.37	$\text{Re}(s_{2\pi})$ , $n = 60$ , $d = 6$ . . . . .	SM49
54	SM2.2.38	$\text{Re}(s_{2\pi})$ , $n = 120$ , $d = 6$ . . . . .	SM50
55	SM2.2.39	$\text{Re}(s_{2\pi})$ , $n = 300$ , $d = 6$ . . . . .	SM51
56	SM2.2.40	$\text{Re}(s_{6\pi})$ , $n = 60$ , $d = 6$ . . . . .	SM53
57	SM2.2.41	$\text{Re}(s_{6\pi})$ , $n = 120$ , $d = 6$ . . . . .	SM54
58	SM2.2.42	$\text{Re}(s_{6\pi})$ , $n = 300$ , $d = 6$ . . . . .	SM55
59	SM2.2.43	$\text{Re}(s_{10\pi})$ , $n = 60$ , $d = 6$ . . . . .	SM56
60	SM2.2.44	$\text{Re}(s_{10\pi})$ , $n = 120$ , $d = 6$ . . . . .	SM58
61	SM2.2.45	$\text{Re}(s_{10\pi})$ , $n = 300$ , $d = 6$ . . . . .	SM59
62	SM2.2.46	$\text{Re}(s_{14\pi})$ , $n = 60$ , $d = 6$ . . . . .	SM60
63	SM2.2.47	$\text{Re}(s_{14\pi})$ , $n = 120$ , $d = 6$ . . . . .	SM61
64	SM2.2.48	$\text{Re}(s_{14\pi})$ , $n = 300$ , $d = 6$ . . . . .	SM63
65	<b>SM3</b>	<b>Additional analysis of the results</b>	<b>SM65</b>
66	SM3.1	Some comments about the results . . . . .	SM65
67	SM3.2	ANOVA analysis . . . . .	SM66
68	SM3.2.1	Raw ANOVA tables . . . . .	SM66
69	SM3.2.2	Graphical summaries of the ANOVA tables . . . . .	SM74
70	SM3.3	Additional criteria comparison . . . . .	SM76
71	SM3.3.1	Varying regularity . . . . .	SM76
72	SM3.3.2	Varying the design size . . . . .	SM81
73	SM3.3.3	Varying the type of problem . . . . .	SM85
74	SM3.3.4	Varying both the type of problem and the regularity . . . . .	SM89
75	SM3.4	Additional model comparison . . . . .	SM102
76	SM3.4.1	Accuracy of NLL . . . . .	SM103

77	SM3.4.2	Accuracy of LOO-CRPS . . . . .	SM107
78	SM3.4.3	Accuracy of LOO-SPE . . . . .	SM111
79	SM3.4.4	Accuracy of LOO-NLPD . . . . .	SM115
80	SM3.4.5	Accuracy of GCV . . . . .	SM119
81	SM3.4.6	Summary . . . . .	SM123

82 **SM1. Additional information about the experiments.**

83 **SM1.1. Some remarkable features of two problems.**

84 **SM1.1.1. GKLS setup.** We chose the following parameters for the collections of functions  
 85 taken from the GKLS simulator:

- 86 •  $[0, 1]^d$  as inputs domain,
- 87 • 10 local minima,
- 88 • the default value of the global minimum value was set to  $-1.0$ ,
- 89 • the distance from the global minimizer to the vertex of the paraboloid was set to  $1/3$ ,
- 90 • and the radius of the attraction region of the global minimizer was set to  $1/6$ .

91 **SM1.1.2. Goldstein-Price (1D).** The Goldstein-Price function [SM4] is a function that is  
 92 defined on  $[-2, 2] \times [-2, 2]$ . It is relatively well-behaved close to the global minimizer and at the center  
 93 of the domain, but has large variations on the edges. For illustration purpose, we consider a section  
 94 along an axis going from the corner with highest values and passing through the local minimizer. The  
 95 resulting function (see Figure SM1) is defined by

$$96 \quad f(t) = g\left(t(2/3, -2)^\top + (1-t)(-2, 2)^\top\right), \quad t \in [0, 1],$$

97 where  $g$  is the Goldstein-Price function.

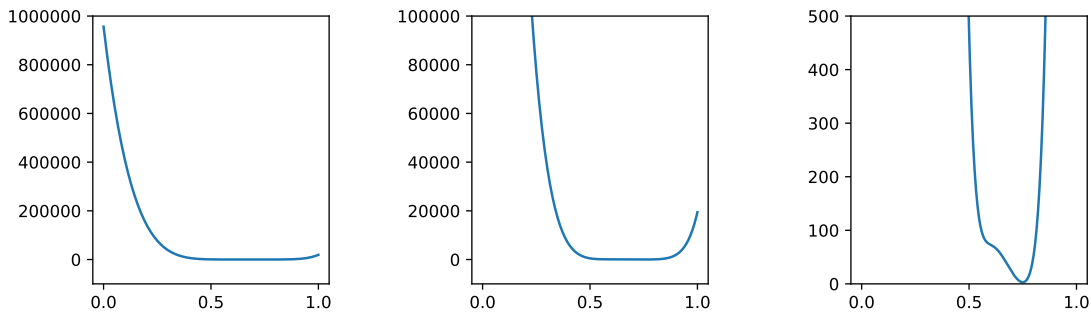


Figure SM1: Left: Goldstein-Price (1D) with two zooms on the y-axis (middle and right).

98 **SM1.2. Custom version of GPpy.** In our experiments, we use the GPpy Python package [SM5]  
 99 with a few modifications.

- 100 • We use the levers identified by [SM3] to facilitate the optimization of the criteria (especially  
 101 the “log” parameterization),
- 102 • we added the general expression for a Matérn covariance function with regularity  $\nu = \chi + 1/2$   
 103 (see, e.g, Section 4.2.1 of [SM11]),
- 104 • we deactivated all kinds of *jitter* or *nugget* (see next subsection).

105 **SM1.3. Numerics.** Some criteria sometimes select very large  $\sigma^2$  and  $\rho_i$ , as reported by [SM6]  
 106 and [SM2]. Unfortunately, most kriging implementations suffer from large  $\rho_i$ s, because this entails

107 nearly singular  $\mathbf{K}_\vartheta$ . A common way to circumvent this difficulty is to add a small quantity called *jitter*  
 108 or *nugget* to the diagonal of  $\mathbf{K}_\vartheta$  [SM10, SM8]. Note that the effect of this parameter on the model’s  
 109 predictions and on the shape of the likelihood can be nonintuitive, especially for high  $\rho_i$ s as showed  
 110 by [SM1].

111 For the sake of simplicity, we chose to circumvent this difficulty by setting bounds for the range  
 112 parameters. We describe those bounds here assuming that the input domain is  $[0, 1]^d$ . Given  $\mathbf{v}$  and  
 113 a design, a bound  $L$  is taken to be the largest  $\rho$  such that the condition number of  $\mathbf{K}_{(1,\rho,\dots,\rho,\mathbf{v})}$  stays  
 114 below some threshold  $\kappa$  that must be small compared to the invert of the double precision  $10^{-16}$ . The  
 115 search space for  $(\rho_1, \dots, \rho_d)$  is then restricted to  $(0, L]^d$ . **In our experiments, we choose  $\kappa = 10^{12}$  for**  
 116 **all problems.**

117 The  $L$ -values used in this work are provided as a function<sup>1</sup> of  $\mathbf{v}$ ,  $n$ ,  $d$  and a datasets type—with  
 118 *unif* referring to a “space-filling” and *gaussian* referring to a sample from the low-pass filter data—in  
 119 the file *rho\_bounds.csv*. The bounds used for the problems must then be computed taking the scales  
 120 of the domains into account.

121 **Unfortunately, there are configurations yielding to very low  $L$  values. This happens for high  $\mathbf{v}$ ,**  
 122 **high  $n$ , and small  $d^2$ . To prevent this issue, we consider only the values  $\mathbf{v}$  such that  $L \geq 0.35\sqrt{d}$ , given**  
 123 **a couple  $(n, d)$ .**

124 Finally, predictions on very dense validation grids can suffer from numerical instabilities that may  
 125 yield numerically negative values when predicting the kriging variance at a location that is very near  
 126 an element of the initial design. We choose to truncate predicted variances to be greater than  $10^{-15}$  in  
 127 our experiments.

128 **SM1.4. Optimal values  $R^*$ .** Here we present how we obtain optimal values  $R^*$  for the scores  
 129  $R(\theta; S)$ . Given a function  $f$ , a design  $(x_i, z_i)_{1 \leq i \leq n}$  and a test set  $(x_j^t, z_j^t)_{1 \leq j \leq n_t}$ , these are obtained by  
 130 direct minimization of

$$131 \quad (\text{SM1.1}) \quad R(\theta; S) = \frac{1}{n_t} \sum_{j=1}^{n_t} S(P_{\theta, x_j^t}; f(x_j^t))$$

132 To obtain the gradient of (SM1.1) with respect to  $\theta$ , in the spirit of [SM9], we decompose the  
 133 evaluation of (SM1.1) in

$$134 \quad \begin{cases} \Gamma : \theta \in \Theta \mapsto \mathbf{G} \in \mathbb{R}^{1+n^2+n \times n_t+n_t}, \\ \rho : \mathbf{G} \in \mathbb{R}^{1+n^2+n \times n_t+n_t} \mapsto (\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\sigma}^2) \in \mathbb{R}^{2n_t}, \\ \varphi : (\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\sigma}^2) \in \mathbb{R}^{2n_t} \mapsto R \in \mathbb{R}, \end{cases}$$

<sup>1</sup>We therefore use common bounds for several similar datasets since we observed the fact that the variations were negligible.

<sup>2</sup>Note that, in such cases, kriging without any nugget is either numerically impossible or lacking of numerical stability.

**Algorithm 1:** Computing  $\delta_G = J_{\rho, G}^T \delta_\eta$ , from  $G$  and  $\delta_\eta$ . Inputs at first step refer to what has already been computed for evaluating  $\mu$  and  $\sigma^2$  efficiently. For vectors or matrices  $a$  and  $b$ ,  $a \circ b$  denotes the Hadamard element-wise multiplication. Moreover,  $\mathbb{1}_n = (1, \dots, 1)^T \in \mathbb{R}^n$ .

**Input:**

$$G = (\beta, K_\vartheta, K_\vartheta^*, k_{\vartheta}^{*,*}), z = (z_1, \dots, z_n), B = K_\vartheta^{-1}, \Gamma = BK_\vartheta^*, \delta_\eta = (\delta_\mu, \delta_{\sigma^2})$$

**Output:**  $\delta_K = J_{\rho, K}^T \delta_\eta$

- 1  $\Delta = \mathbb{1}_n \sigma^2$
- 2  $\delta_\Gamma = -K_\vartheta^* \circ \Delta$
- 3  $\delta_{K_\vartheta^*} = (B(z - \beta \mathbb{1}_n)) \delta_\mu^T - \Gamma \circ \Delta + B^T \delta_\Gamma$
- 4  $\delta_{k_{\vartheta}^{*,*}} = \delta_{\sigma^2}$
- 5  $\delta_B = (K_\vartheta^* \delta_\mu)(z - \beta \mathbb{1}_n^T) + \delta_\Gamma K_\vartheta^{*T}$
- 6  $\delta_{K_\vartheta} = -B^T \delta_B B^T$
- 7  $\delta_\beta = \mathbb{1}_{n_t}^T \delta_\mu - \mathbb{1}_n^T B K_\vartheta^* \delta_\mu$

135 where

$$136 \quad \left\{ \begin{array}{l} G = (\beta, K_\vartheta, K_\vartheta^*, k_{\vartheta}^{*,*}), \eta = (\mu, \sigma^2), \\ K_\vartheta^* = (k_\vartheta(x_i, x'_j))_{1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq n_t}, k_{\vartheta}^{*,*} = (k_\vartheta(x'_j, x'_j))_{1 \leq j \leq n_t}, \\ \mu = (\mu_\theta(x'_1), \dots, \mu_\theta(x'_{n_t}))^T, \sigma^2 = (\sigma_\theta^2(x'_1), \dots, \sigma_\theta^2(x'_{n_t}))^T, \end{array} \right.$$

137 in such a way that  $R(\theta; S) = (\varphi \circ \rho \circ \Gamma)(\theta)$ .

138 Using elements from [SM9], the computation of the gradient of (SM1.1) boils down to the imple-  
139 mentation of the adjoint operators of the differentials of  $\rho$ :

$$140 \quad \mathcal{L}_\rho^* : (G, \delta_\eta) \mapsto J_{\rho, G}^T \delta_\eta.$$

141 where  $J_{\rho, G}$  is the Jacobian matrix of  $\rho$  at  $G$ . A generic implementation of those operators is given by  
142 Algorithm 1. The overall computation of this gradient has complexity  $\mathcal{O}(n^3 + dn^2 + n_t n^2)$  for a Matérn  
143 covariance function. It can be used to optimize (SM1.1) with respect to  $\theta$  with a quasi-Newton type  
144 algorithm.

## 145 SM2. Detailed results.

146 **SM2.1. Conventions.** We state here more precisely the conventions used for the tables of sec-  
147 tion SM2.2. For each problem and design size, the first table represents the selection criteria considered  
148 in this work, without NLL/SPE. In this table, the gray scale indicates how far a cell is from the best  
149 value. More precisely, the combination of model and criterion that reaches the best score  $R_0$  is colored  
150 in white and we use a log-uniform scale of gray from  $R_0$  to the values that are greater than  $10R_0$ .

151 For comparison, NLL/SPE values are provided in another table along with results for a linear  
152 model and  $k$ -nearest neighbors models ( $k$ NN) for  $S^{\text{SPE}}$ .

153 Finally, optimal values  $R^*$  are provided for  $S^{\text{SPE}}$  in a third table. For all three tables, estimate  
154 standard deviations of the averages are provided in parentheses.

155 **SM2.2. Results.**



SM2.2.1. Goldstein-Price (1D),  $n = 10, d = 1$ .

Averages of  $R(\theta; S^{\text{SPE}})$ .

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$1.51 \cdot 10^{-2}$ (2.17 · 10 <sup>-3</sup> )	$1.18 \cdot 10^{-2}$ (1.03 · 10 <sup>-3</sup> )	$1.14 \cdot 10^{-2}$ (9.51 · 10 <sup>-4</sup> )	$1.25 \cdot 10^{-2}$ (1.20 · 10 <sup>-3</sup> )	$1.34 \cdot 10^{-2}$ (1.77 · 10 <sup>-3</sup> )	$1.11 \cdot 10^{-2}$ (8.89 · 10 <sup>-4</sup> )
$v = 3/2$	$3.40 \cdot 10^{-3}$ (3.79 · 10 <sup>-4</sup> )	$1.24 \cdot 10^{-3}$ (1.17 · 10 <sup>-4</sup> )	$1.60 \cdot 10^{-3}$ (1.90 · 10 <sup>-4</sup> )	$1.60 \cdot 10^{-3}$ (1.89 · 10 <sup>-4</sup> )	$1.62 \cdot 10^{-3}$ (1.84 · 10 <sup>-4</sup> )	$1.69 \cdot 10^{-3}$ (1.94 · 10 <sup>-4</sup> )
$v = 5/2$	$6.68 \cdot 10^{-4}$ (9.40 · 10 <sup>-5</sup> )	$1.26 \cdot 10^{-4}$ (1.42 · 10 <sup>-5</sup> )	$1.24 \cdot 10^{-4}$ (1.31 · 10 <sup>-5</sup> )	$1.55 \cdot 10^{-4}$ (2.23 · 10 <sup>-5</sup> )	$1.52 \cdot 10^{-4}$ (2.17 · 10 <sup>-5</sup> )	$1.47 \cdot 10^{-4}$ (2.13 · 10 <sup>-5</sup> )
$v = 7/2$	$1.38 \cdot 10^{-4}$ (2.52 · 10 <sup>-5</sup> )	$1.53 \cdot 10^{-5}$ (2.86 · 10 <sup>-6</sup> )	$1.61 \cdot 10^{-5}$ (3.03 · 10 <sup>-6</sup> )	$1.78 \cdot 10^{-5}$ (3.52 · 10 <sup>-6</sup> )	$1.91 \cdot 10^{-5}$ (2.90 · 10 <sup>-6</sup> )	$1.73 \cdot 10^{-5}$ (1.47 · 10 <sup>-6</sup> )
$v = 9/2$	$2.95 \cdot 10^{-5}$ (6.67 · 10 <sup>-6</sup> )	$4.01 \cdot 10^{-6}$ (7.69 · 10 <sup>-7</sup> )	$2.78 \cdot 10^{-6}$ (3.84 · 10 <sup>-7</sup> )	$3.43 \cdot 10^{-6}$ (7.20 · 10 <sup>-7</sup> )	$5.31 \cdot 10^{-6}$ (7.06 · 10 <sup>-7</sup> )	$5.19 \cdot 10^{-6}$ (7.64 · 10 <sup>-7</sup> )
$v = \infty$	$4.29 \cdot 10^{-7}$ (8.26 · 10 <sup>-8</sup> )	$3.85 \cdot 10^{-7}$ (7.19 · 10 <sup>-8</sup> )	$2.78 \cdot 10^{-7}$ (6.61 · 10 <sup>-8</sup> )	$3.00 \cdot 10^{-7}$ (4.81 · 10 <sup>-8</sup> )	$4.25 \cdot 10^{-7}$ (7.32 · 10 <sup>-8</sup> )	$4.51 \cdot 10^{-7}$ (7.95 · 10 <sup>-8</sup> )
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$4.29 \cdot 10^{-7}$ (8.26 · 10 <sup>-8</sup> )	$4.13 \cdot 10^{-7}$ (8.01 · 10 <sup>-8</sup> )	$2.59 \cdot 10^{-7}$ (4.45 · 10 <sup>-8</sup> )	$3.07 \cdot 10^{-7}$ (5.64 · 10 <sup>-8</sup> )	$2.91 \cdot 10^{-7}$ (3.18 · 10 <sup>-8</sup> )	$4.50 \cdot 10^{-7}$ (8.12 · 10 <sup>-8</sup> )

$R^*(S^{\text{SPE}})$	
$v = 1/2$	$2.77 \cdot 10^{-3}$ (3.48 · 10 <sup>-4</sup> )
$v = 3/2$	$1.54 \cdot 10^{-3}$ (1.83 · 10 <sup>-4</sup> )
$v = 5/2$	$1.53 \cdot 10^{-4}$ (2.24 · 10 <sup>-5</sup> )
$v = 7/2$	$1.96 \cdot 10^{-5}$ (3.01 · 10 <sup>-6</sup> )
$v = 9/2$	$5.21 \cdot 10^{-6}$ (7.52 · 10 <sup>-7</sup> )
$v = \infty$	$3.94 \cdot 10^{-7}$ (5.54 · 10 <sup>-8</sup> )
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$3.62 \cdot 10^{-7}$ (5.10 · 10 <sup>-8</sup> )

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	
NLL/SPE	$4.29 \cdot 10^{-7}$ (8.26 · 10 <sup>-8</sup> )
linear	$5.65 \cdot 10^{-1}$ (3.46 · 10 <sup>-3</sup> )
1NN	$8.89 \cdot 10^{-2}$ (3.23 · 10 <sup>-3</sup> )
2NN	$1.19 \cdot 10^{-1}$ (4.23 · 10 <sup>-3</sup> )

Averages of  $R(\theta; S^{\text{CRPS}})$ .

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$9.87 \cdot 10^{-2}$ (8.22 · 10 <sup>-4</sup> )	$7.16 \cdot 10^{-2}$ (7.78 · 10 <sup>-4</sup> )	$7.11 \cdot 10^{-2}$ (7.40 · 10 <sup>-4</sup> )	$7.02 \cdot 10^{-2}$ (1.00 · 10 <sup>-3</sup> )	$8.88 \cdot 10^{-2}$ (8.42 · 10 <sup>-4</sup> )	$7.11 \cdot 10^{-2}$ (7.14 · 10 <sup>-4</sup> )
$v = 3/2$	$2.43 \cdot 10^{-2}$ (4.68 · 10 <sup>-4</sup> )	$1.53 \cdot 10^{-2}$ (3.06 · 10 <sup>-4</sup> )	$1.68 \cdot 10^{-2}$ (3.54 · 10 <sup>-4</sup> )	$1.62 \cdot 10^{-2}$ (4.71 · 10 <sup>-4</sup> )	$1.68 \cdot 10^{-2}$ (3.28 · 10 <sup>-4</sup> )	$1.71 \cdot 10^{-2}$ (3.71 · 10 <sup>-4</sup> )
$v = 5/2$	$8.78 \cdot 10^{-3}$ (2.56 · 10 <sup>-4</sup> )	$3.78 \cdot 10^{-3}$ (1.07 · 10 <sup>-4</sup> )	$3.80 \cdot 10^{-3}$ (1.11 · 10 <sup>-4</sup> )	$4.54 \cdot 10^{-3}$ (1.37 · 10 <sup>-4</sup> )	$4.13 \cdot 10^{-3}$ (1.15 · 10 <sup>-4</sup> )	$4.11 \cdot 10^{-3}$ (1.18 · 10 <sup>-4</sup> )
$v = 7/2$	$3.52 \cdot 10^{-3}$ (1.35 · 10 <sup>-4</sup> )	$1.11 \cdot 10^{-3}$ (4.64 · 10 <sup>-5</sup> )	$1.09 \cdot 10^{-3}$ (5.48 · 10 <sup>-5</sup> )	$1.28 \cdot 10^{-3}$ (6.47 · 10 <sup>-5</sup> )	$1.29 \cdot 10^{-3}$ (4.04 · 10 <sup>-5</sup> )	$1.28 \cdot 10^{-3}$ (3.47 · 10 <sup>-5</sup> )
$v = 9/2$	$1.47 \cdot 10^{-3}$ (6.80 · 10 <sup>-5</sup> )	$4.69 \cdot 10^{-4}$ (2.84 · 10 <sup>-5</sup> )	$4.26 \cdot 10^{-4}$ (2.63 · 10 <sup>-5</sup> )	$4.95 \cdot 10^{-4}$ (3.13 · 10 <sup>-5</sup> )	$6.43 \cdot 10^{-4}$ (1.86 · 10 <sup>-5</sup> )	$6.00 \cdot 10^{-4}$ (2.49 · 10 <sup>-5</sup> )
$v = \infty$	$1.86 \cdot 10^{-4}$ (6.90 · 10 <sup>-6</sup> )	$1.76 \cdot 10^{-4}$ (7.46 · 10 <sup>-6</sup> )	$1.38 \cdot 10^{-4}$ (7.19 · 10 <sup>-6</sup> )	$1.57 \cdot 10^{-4}$ (8.50 · 10 <sup>-6</sup> )	$1.94 \cdot 10^{-4}$ (6.20 · 10 <sup>-6</sup> )	$1.98 \cdot 10^{-4}$ (6.65 · 10 <sup>-6</sup> )
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$1.86 \cdot 10^{-4}$ (6.90 · 10 <sup>-6</sup> )	$1.76 \cdot 10^{-4}$ (8.02 · 10 <sup>-6</sup> )	$1.37 \cdot 10^{-4}$ (6.52 · 10 <sup>-6</sup> )	$1.54 \cdot 10^{-4}$ (8.74 · 10 <sup>-6</sup> )	$3.10 \cdot 10^{-2}$ (2.86 · 10 <sup>-3</sup> )	$1.97 \cdot 10^{-4}$ (6.83 · 10 <sup>-6</sup> )

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	
NLL/SPE	$1.86 \cdot 10^{-4}$ (6.90 · 10 <sup>-6</sup> )

Averages of  $R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$ .

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$1.54 \cdot 10^0$ (1.98 · 10 <sup>-2</sup> )	$1.03 \cdot 10^0$ (1.27 · 10 <sup>-2</sup> )	$1.02 \cdot 10^0$ (1.26 · 10 <sup>-2</sup> )	$1.01 \cdot 10^0$ (1.81 · 10 <sup>-2</sup> )	$1.37 \cdot 10^0$ (1.81 · 10 <sup>-2</sup> )	$1.02 \cdot 10^0$ (1.25 · 10 <sup>-2</sup> )
$v = 3/2$	$3.03 \cdot 10^{-1}$ (1.04 · 10 <sup>-2</sup> )	$1.80 \cdot 10^{-1}$ (5.03 · 10 <sup>-3</sup> )	$1.99 \cdot 10^{-1}$ (6.20 · 10 <sup>-3</sup> )	$2.16 \cdot 10^{-1}$ (9.02 · 10 <sup>-3</sup> )	$2.01 \cdot 10^{-1}$ (5.78 · 10 <sup>-3</sup> )	$2.03 \cdot 10^{-1}$ (6.24 · 10 <sup>-3</sup> )
$v = 5/2$	$1.12 \cdot 10^{-1}$ (5.77 · 10 <sup>-3</sup> )	$3.63 \cdot 10^{-2}$ (1.25 · 10 <sup>-3</sup> )	$3.61 \cdot 10^{-2}$ (1.21 · 10 <sup>-3</sup> )	$7.78 \cdot 10^{-2}$ (7.29 · 10 <sup>-3</sup> )	$4.02 \cdot 10^{-2}$ (1.59 · 10 <sup>-3</sup> )	$3.86 \cdot 10^{-2}$ (1.51 · 10 <sup>-3</sup> )
$v = 7/2$	$4.47 \cdot 10^{-2}$ (2.91 · 10 <sup>-3</sup> )	$8.13 \cdot 10^{-3}$ (3.67 · 10 <sup>-4</sup> )	$7.90 \cdot 10^{-3}$ (4.05 · 10 <sup>-4</sup> )	$2.74 \cdot 10^{-2}$ (3.05 · 10 <sup>-3</sup> )	$8.95 \cdot 10^{-3}$ (3.54 · 10 <sup>-4</sup> )	$8.72 \cdot 10^{-3}$ (2.32 · 10 <sup>-4</sup> )
$v = 9/2$	$1.63 \cdot 10^{-2}$ (1.37 · 10 <sup>-3</sup> )	$2.50 \cdot 10^{-3}$ (1.36 · 10 <sup>-4</sup> )	$2.30 \cdot 10^{-3}$ (9.93 · 10 <sup>-5</sup> )	$1.18 \cdot 10^{-2}$ (1.29 · 10 <sup>-3</sup> )	$3.05 \cdot 10^{-3}$ (1.14 · 10 <sup>-4</sup> )	$2.91 \cdot 10^{-3}$ (1.28 · 10 <sup>-4</sup> )
$v = \infty$	$5.43 \cdot 10^{-3}$ (1.98 · 10 <sup>-4</sup> )	$5.44 \cdot 10^{-3}$ (2.23 · 10 <sup>-4</sup> )	$4.11 \cdot 10^{-3}$ (2.16 · 10 <sup>-4</sup> )	$5.40 \cdot 10^{-3}$ (3.42 · 10 <sup>-4</sup> )	$6.07 \cdot 10^{-3}$ (1.84 · 10 <sup>-4</sup> )	$6.20 \cdot 10^{-3}$ (1.99 · 10 <sup>-4</sup> )
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$5.43 \cdot 10^{-3}$ (1.98 · 10 <sup>-4</sup> )	$5.43 \cdot 10^{-3}$ (2.45 · 10 <sup>-4</sup> )	$4.05 \cdot 10^{-3}$ (2.09 · 10 <sup>-4</sup> )	$5.29 \cdot 10^{-3}$ (3.59 · 10 <sup>-4</sup> )	$4.33 \cdot 10^{-1}$ (4.65 · 10 <sup>-2</sup> )	$6.18 \cdot 10^{-3}$ (2.04 · 10 <sup>-4</sup> )

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	
NLL/SPE	$5.43 \cdot 10^{-3}$ (1.98 · 10 <sup>-4</sup> )

Averages of  $C_{0.95}(\theta)$ .

$C_{0.95}(\theta)$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$9.94 \cdot 10^{-1}$ (1.41 · 10 <sup>-3</sup> )	$9.95 \cdot 10^{-1}$ (1.23 · 10 <sup>-3</sup> )	$9.95 \cdot 10^{-1}$ (1.20 · 10 <sup>-3</sup> )	$9.93 \cdot 10^{-1}$ (1.51 · 10 <sup>-3</sup> )	$9.94 \cdot 10^{-1}$ (1.41 · 10 <sup>-3</sup> )	$9.95 \cdot 10^{-1}$ (1.20 · 10 <sup>-3</sup> )
$v = 3/2$	$9.53 \cdot 10^{-1}$ (2.62 · 10 <sup>-3</sup> )	$9.74 \cdot 10^{-1}$ (2.37 · 10 <sup>-3</sup> )	$9.67 \cdot 10^{-1}$ (2.64 · 10 <sup>-3</sup> )	$9.51 \cdot 10^{-1}$ (4.65 · 10 <sup>-3</sup> )	$9.63 \cdot 10^{-1}$ (2.64 · 10 <sup>-3</sup> )	$9.66 \cdot 10^{-1}$ (2.73 · 10 <sup>-3</sup> )
$v = 5/2$	$9.12 \cdot 10^{-1}$ (2.12 · 10 <sup>-3</sup> )	$9.63 \cdot 10^{-1}$ (2.91 · 10 <sup>-3</sup> )	$9.62 \cdot 10^{-1}$ (2.65 · 10 <sup>-3</sup> )	$7.87 \cdot 10^{-1}$ (3.96 · 10 <sup>-2</sup> )	$9.50 \cdot 10^{-1}$ (2.50 · 10 <sup>-3</sup> )	$9.55 \cdot 10^{-1}$ (2.55 · 10 <sup>-3</sup> )
$v = 7/2$	$8.89 \cdot 10^{-1}$ (2.21 · 10 <sup>-3</sup> )	$9.77 \cdot 10^{-1}$ (2.40 · 10 <sup>-3</sup> )	$9.79 \cdot 10^{-1}$ (2.46 · 10 <sup>-3</sup> )	$6.27 \cdot 10^{-1}$ (4.75 · 10 <sup>-2</sup> )	$9.71 \cdot 10^{-1}$ (2.61 · 10 <sup>-3</sup> )	$9.73 \cdot 10^{-1}$ (2.40 · 10 <sup>-3</sup> )
$v = 9/2$	$8.82 \cdot 10^{-1}$ (2.66 · 10 <sup>-3</sup> )	$9.83 \cdot 10^{-1}$ (2.56 · 10 <sup>-3</sup> )	$9.90 \cdot 10^{-1}$ (1.64 · 10 <sup>-3</sup> )	$4.71 \cdot 10^{-1}$ (4.89 · 10 <sup>-2</sup> )	$9.82 \cdot 10^{-1}$ (2.08 · 10 <sup>-3</sup> )	$9.85 \cdot 10^{-1}$ (1.91 · 10 <sup>-3</sup> )
$v = \infty$	$8.50 \cdot 10^{-1}$ (8.57 · 10 <sup>-4</sup> )	$9.20 \cdot 10^{-1}$ (9.61 · 10 <sup>-4</sup> )	$8.20 \cdot 10^{-1}$ (1.09 · 10 <sup>-3</sup> )	$1.14 \cdot 10^{-2}$ (6.40 · 10 <sup>-3</sup> )	$8.00 \cdot 10^{-1}$ (1.04 · 10 <sup>-3</sup> )	$8.00 \cdot 10^{-1}$ (9.43 · 10 <sup>-4</sup> )
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$9.50 \cdot 10^{-1}$ (9.99 · 10 <sup>-4</sup> )	$1.75 \cdot 10^{-2}$ (9.86 · 10 <sup>-3</sup> )	$1.70 \cdot 10^{-2}$ (7.69 · 10 <sup>-3</sup> )	$2.31 \cdot 10^{-2}$ (1.07 · 10 <sup>-2</sup> )	$9.69 \cdot 10^{-1}$ (2.95 · 10 <sup>-3</sup> )	$1.53 \cdot 10^{-2}$ (7.69 · 10 <sup>-3</sup> )

181

182

$C_{0.95}(\theta)$	
NLL/SPE	$9.50 \cdot 10^{-3} (9.99 \cdot 10^{-4})$

183

### SM2.2.2. Goldstein-Price (1D), $n = 20$ , $d = 1$ .

184

Averages of  $R(\theta; S^{\text{SPE}})$ .

185

186

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$2.41 \cdot 10^{-3} (3.82 \cdot 10^{-4})$	$2.44 \cdot 10^{-3} (2.46 \cdot 10^{-4})$	$2.16 \cdot 10^{-3} (1.96 \cdot 10^{-4})$	$3.50 \cdot 10^{-3} (4.29 \cdot 10^{-4})$	$2.27 \cdot 10^{-3} (3.52 \cdot 10^{-4})$	$1.91 \cdot 10^{-3} (1.59 \cdot 10^{-4})$
$v = 3/2$	$1.10 \cdot 10^{-4} (1.14 \cdot 10^{-5})$	$7.95 \cdot 10^{-5} (8.14 \cdot 10^{-6})$	$7.71 \cdot 10^{-5} (8.23 \cdot 10^{-6})$	$8.39 \cdot 10^{-5} (9.42 \cdot 10^{-6})$	$7.40 \cdot 10^{-5} (7.73 \cdot 10^{-6})$	$8.56 \cdot 10^{-5} (8.69 \cdot 10^{-6})$
$v = 5/2$	$3.36 \cdot 10^{-6} (3.66 \cdot 10^{-7})$	$1.85 \cdot 10^{-6} (1.98 \cdot 10^{-7})$	$1.59 \cdot 10^{-6} (1.65 \cdot 10^{-7})$	$2.12 \cdot 10^{-6} (3.05 \cdot 10^{-7})$	$2.41 \cdot 10^{-6} (2.61 \cdot 10^{-7})$	$2.25 \cdot 10^{-6} (2.54 \cdot 10^{-7})$
$v = 7/2$	$2.70 \cdot 10^{-7} (2.79 \cdot 10^{-8})$	$1.05 \cdot 10^{-7} (1.57 \cdot 10^{-8})$	$7.48 \cdot 10^{-8} (9.25 \cdot 10^{-9})$	$1.29 \cdot 10^{-7} (2.05 \cdot 10^{-8})$	$2.53 \cdot 10^{-7} (2.66 \cdot 10^{-8})$	$2.15 \cdot 10^{-7} (3.07 \cdot 10^{-8})$
$v = 9/2$	$1.00 \cdot 10^{-7} (1.11 \cdot 10^{-8})$	$4.40 \cdot 10^{-8} (6.63 \cdot 10^{-9})$	$2.66 \cdot 10^{-8} (2.83 \cdot 10^{-9})$	$4.61 \cdot 10^{-8} (7.59 \cdot 10^{-9})$	$9.44 \cdot 10^{-8} (1.07 \cdot 10^{-8})$	$3.60 \cdot 10^{-8} (4.54 \cdot 10^{-9})$
$v \in \{1/2, \dots, 9/2\}$	$1.00 \cdot 10^{-7} (1.11 \cdot 10^{-8})$	$4.40 \cdot 10^{-8} (6.63 \cdot 10^{-9})$	$2.67 \cdot 10^{-8} (2.84 \cdot 10^{-9})$	$4.49 \cdot 10^{-8} (6.94 \cdot 10^{-9})$	$2.27 \cdot 10^{-3} (3.51 \cdot 10^{-4})$	$4.63 \cdot 10^{-8} (8.64 \cdot 10^{-9})$

187

188

$R^*(S^{\text{SPE}})$	
$v = 1/2$	$5.16 \cdot 10^{-4} (8.52 \cdot 10^{-5})$
$v = 3/2$	$8.33 \cdot 10^{-5} (8.68 \cdot 10^{-6})$
$v = 5/2$	$2.57 \cdot 10^{-6} (2.37 \cdot 10^{-7})$
$v = 7/2$	$2.59 \cdot 10^{-7} (2.98 \cdot 10^{-8})$
$v = 9/2$	$8.78 \cdot 10^{-8} (1.13 \cdot 10^{-8})$
$v \in \{1/2, \dots, 9/2\}$	$8.24 \cdot 10^{-8} (1.08 \cdot 10^{-8})$

189

190

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	
NLL/SPE	$1.00 \cdot 10^{-7} (1.11 \cdot 10^{-8})$
linear	$5.29 \cdot 10^{-1} (5.72 \cdot 10^{-4})$
1NN	$2.62 \cdot 10^{-2} (8.79 \cdot 10^{-4})$
2NN	$3.15 \cdot 10^{-2} (1.04 \cdot 10^{-3})$

191

Averages of  $R(\theta; S^{\text{CRPS}})$ .

193

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$4.62 \cdot 10^{-2} (2.61 \cdot 10^{-4})$	$2.80 \cdot 10^{-2} (3.42 \cdot 10^{-4})$	$2.76 \cdot 10^{-2} (2.95 \cdot 10^{-4})$	$1.75 \cdot 10^{-2} (5.58 \cdot 10^{-4})$	$3.58 \cdot 10^{-2} (3.51 \cdot 10^{-4})$	$2.75 \cdot 10^{-2} (2.61 \cdot 10^{-4})$
$v = 3/2$	$4.38 \cdot 10^{-3} (6.76 \cdot 10^{-5})$	$3.30 \cdot 10^{-3} (7.27 \cdot 10^{-5})$	$3.27 \cdot 10^{-3} (7.18 \cdot 10^{-5})$	$2.46 \cdot 10^{-3} (9.34 \cdot 10^{-5})$	$3.20 \cdot 10^{-3} (6.57 \cdot 10^{-5})$	$3.41 \cdot 10^{-3} (7.17 \cdot 10^{-5})$
$v = 5/2$	$5.38 \cdot 10^{-4} (1.28 \cdot 10^{-5})$	$3.51 \cdot 10^{-4} (1.33 \cdot 10^{-5})$	$3.36 \cdot 10^{-4} (1.37 \cdot 10^{-5})$	$3.73 \cdot 10^{-4} (1.61 \cdot 10^{-5})$	$4.36 \cdot 10^{-4} (1.17 \cdot 10^{-5})$	$4.19 \cdot 10^{-4} (1.40 \cdot 10^{-5})$
$v = 7/2$	$1.23 \cdot 10^{-4} (3.55 \cdot 10^{-6})$	$6.17 \cdot 10^{-5} (2.63 \cdot 10^{-6})$	$5.95 \cdot 10^{-5} (2.54 \cdot 10^{-6})$	$7.47 \cdot 10^{-5} (3.33 \cdot 10^{-6})$	$1.19 \cdot 10^{-4} (3.65 \cdot 10^{-6})$	$1.00 \cdot 10^{-4} (5.32 \cdot 10^{-6})$
$v = 9/2$	$6.78 \cdot 10^{-5} (2.27 \cdot 10^{-6})$	$3.58 \cdot 10^{-5} (1.57 \cdot 10^{-6})$	$3.29 \cdot 10^{-5} (1.14 \cdot 10^{-6})$	$3.90 \cdot 10^{-5} (1.88 \cdot 10^{-6})$	$6.65 \cdot 10^{-5} (2.27 \cdot 10^{-6})$	$3.94 \cdot 10^{-5} (2.22 \cdot 10^{-6})$
$v \in \{1/2, \dots, 9/2\}$	$6.78 \cdot 10^{-5} (2.27 \cdot 10^{-6})$	$3.58 \cdot 10^{-5} (1.57 \cdot 10^{-6})$	$3.29 \cdot 10^{-5} (1.15 \cdot 10^{-6})$	$3.88 \cdot 10^{-5} (1.78 \cdot 10^{-6})$	$3.57 \cdot 10^{-2} (3.42 \cdot 10^{-4})$	$4.25 \cdot 10^{-5} (2.55 \cdot 10^{-6})$

195

196

197

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	
NLL/SPE	$6.78 \cdot 10^{-5} (2.27 \cdot 10^{-6})$

198

Averages of  $R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$ .

199

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$7.46 \cdot 10^{-1} (5.30 \cdot 10^{-3})$	$4.28 \cdot 10^{-1} (6.29 \cdot 10^{-3})$	$4.14 \cdot 10^{-1} (4.71 \cdot 10^{-3})$	$3.36 \cdot 10^{-1} (2.07 \cdot 10^{-2})$	$5.85 \cdot 10^{-1} (7.78 \cdot 10^{-3})$	$4.08 \cdot 10^{-1} (3.72 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$5.83 \cdot 10^{-2} (9.38 \cdot 10^{-4})$	$4.58 \cdot 10^{-2} (1.24 \cdot 10^{-3})$	$4.45 \cdot 10^{-2} (1.32 \cdot 10^{-3})$	$6.24 \cdot 10^{-2} (3.00 \cdot 10^{-3})$	$4.51 \cdot 10^{-2} (1.23 \cdot 10^{-3})$	$4.73 \cdot 10^{-2} (1.33 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$5.97 \cdot 10^{-3} (1.58 \cdot 10^{-4})$	$4.37 \cdot 10^{-3} (2.22 \cdot 10^{-4})$	$3.74 \cdot 10^{-3} (2.10 \cdot 10^{-4})$	$6.97 \cdot 10^{-3} (4.42 \cdot 10^{-4})$	$5.73 \cdot 10^{-3} (2.18 \cdot 10^{-4})$	$5.09 \cdot 10^{-3} (2.38 \cdot 10^{-4})$
$v = 7/2$	$1.08 \cdot 10^{-3} (3.68 \cdot 10^{-5})$	$6.64 \cdot 10^{-4} (4.60 \cdot 10^{-5})$	$5.25 \cdot 10^{-4} (3.00 \cdot 10^{-5})$	$1.61 \cdot 10^{-3} (1.46 \cdot 10^{-4})$	$1.37 \cdot 10^{-3} (6.07 \cdot 10^{-5})$	$1.06 \cdot 10^{-3} (7.59 \cdot 10^{-5})$
$v = 9/2$	$6.59 \cdot 10^{-4} (3.00 \cdot 10^{-5})$	$3.62 \cdot 10^{-4} (2.87 \cdot 10^{-5})$	$2.66 \cdot 10^{-4} (1.28 \cdot 10^{-5})$	$6.39 \cdot 10^{-4} (7.48 \cdot 10^{-5})$	$7.74 \cdot 10^{-4} (3.75 \cdot 10^{-5})$	$3.41 \cdot 10^{-4} (2.68 \cdot 10^{-5})$
$v \in \{1/2, \dots, 9/2\}$	$6.59 \cdot 10^{-4} (3.00 \cdot 10^{-5})$	$3.62 \cdot 10^{-4} (2.87 \cdot 10^{-5})$	$2.65 \cdot 10^{-4} (1.31 \cdot 10^{-5})$	$6.16 \cdot 10^{-4} (7.22 \cdot 10^{-5})$	$5.83 \cdot 10^{-1} (7.69 \cdot 10^{-3})$	$3.83 \cdot 10^{-4} (3.43 \cdot 10^{-5})$

200

201

202

203

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	
NLL/SPE	$6.59 \cdot 10^{-4} (3.00 \cdot 10^{-5})$

204

Averages of  $C_{0.95}(\theta)$ .

205

$C_{0.95}(\theta)$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$9.96 \cdot 10^{-1} (7.81 \cdot 10^{-4})$	$9.90 \cdot 10^{-1} (1.13 \cdot 10^{-3})$	$9.91 \cdot 10^{-1} (1.07 \cdot 10^{-3})$	$9.65 \cdot 10^{-1} (2.85 \cdot 10^{-3})$	$9.94 \cdot 10^{-1} (1.02 \cdot 10^{-3})$	$9.93 \cdot 10^{-1} (1.01 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$9.82 \cdot 10^{-1} (1.55 \cdot 10^{-3})$	$9.66 \cdot 10^{-1} (1.68 \cdot 10^{-3})$	$9.67 \cdot 10^{-1} (1.84 \cdot 10^{-3})$	$8.83 \cdot 10^{-1} (1.32 \cdot 10^{-2})$	$9.63 \cdot 10^{-1} (1.79 \cdot 10^{-3})$	$9.64 \cdot 10^{-1} (1.73 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$9.71 \cdot 10^{-1} (1.46 \cdot 10^{-3})$	$9.58 \cdot 10^{-1} (2.09 \cdot 10^{-3})$	$9.65 \cdot 10^{-1} (2.29 \cdot 10^{-3})$	$8.07 \cdot 10^{-1} (2.92 \cdot 10^{-2})$	$9.45 \cdot 10^{-1} (1.41 \cdot 10^{-3})$	$9.56 \cdot 10^{-1} (2.19 \cdot 10^{-3})$
$v = 7/2$	$9.65 \cdot 10^{-1} (1.38 \cdot 10^{-3})$	$9.62 \cdot 10^{-1} (2.82 \cdot 10^{-3})$	$9.67 \cdot 10^{-1} (1.98 \cdot 10^{-3})$	$8.51 \cdot 10^{-1} (2.22 \cdot 10^{-2})$	$9.37 \cdot 10^{-1} (9.54 \cdot 10^{-4})$	$9.55 \cdot 10^{-1} (2.60 \cdot 10^{-3})$
$v = 9/2$	$9.41 \cdot 10^{-1} (1.04 \cdot 10^{-3})$	$9.57 \cdot 10^{-1} (3.43 \cdot 10^{-3})$	$9.56 \cdot 10^{-1} (1.60 \cdot 10^{-3})$	$9.23 \cdot 10^{-1} (1.79 \cdot 10^{-2})$	$9.26 \cdot 10^{-1} (8.19 \cdot 10^{-4})$	$9.64 \cdot 10^{-1} (3.15 \cdot 10^{-3})$
$v \in \{1/2, \dots, 9/2\}$	$9.41 \cdot 10^{-1} (1.03 \cdot 10^{-3})$	$9.57 \cdot 10^{-1} (3.43 \cdot 10^{-3})$	$9.56 \cdot 10^{-1} (1.58 \cdot 10^{-3})$	$9.30 \cdot 10^{-1} (1.61 \cdot 10^{-2})$	$9.94 \cdot 10^{-1} (1.05 \cdot 10^{-3})$	$9.63 \cdot 10^{-1} (3.24 \cdot 10^{-3})$

207

208

SUPPLEMENTARY MATERIALS: PARAMETER SELECTION IN GAUSSIAN PROCESS INTERPOLATION  
SM11

209

$C_{0.95}(\theta)$	
NLL/SPE	$9.41 \cdot 10^{-1} (1.03 \cdot 10^{-3})$

210

SM2.2.3. Goldstein-Price (1D),  $n = 50$ ,  $d = 1$ .

211

Averages of  $R(\theta; S^{\text{SPE}})$ .

212

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$3.03 \cdot 10^{-5} (3.88 \cdot 10^{-6})$	$1.36 \cdot 10^{-4} (2.25 \cdot 10^{-5})$	$1.11 \cdot 10^{-4} (1.65 \cdot 10^{-5})$	$2.25 \cdot 10^{-4} (3.84 \cdot 10^{-5})$	$2.99 \cdot 10^{-5} (3.72 \cdot 10^{-6})$	$8.48 \cdot 10^{-5} (1.09 \cdot 10^{-5})$
$v = 3/2$	$7.09 \cdot 10^{-7} (8.45 \cdot 10^{-8})$	$5.70 \cdot 10^{-7} (7.12 \cdot 10^{-8})$	$5.99 \cdot 10^{-7} (7.54 \cdot 10^{-8})$	$6.09 \cdot 10^{-7} (8.68 \cdot 10^{-8})$	$4.17 \cdot 10^{-7} (5.00 \cdot 10^{-8})$	$6.75 \cdot 10^{-7} (7.87 \cdot 10^{-8})$
$v = 5/2$	$7.70 \cdot 10^{-9} (9.20 \cdot 10^{-10})$	$3.66 \cdot 10^{-9} (5.96 \cdot 10^{-10})$	$3.30 \cdot 10^{-9} (3.28 \cdot 10^{-10})$	$5.54 \cdot 10^{-9} (1.03 \cdot 10^{-9})$	$6.34 \cdot 10^{-9} (7.91 \cdot 10^{-10})$	$5.55 \cdot 10^{-9} (7.13 \cdot 10^{-10})$
$v = 7/2$	$1.09 \cdot 10^{-9} (1.44 \cdot 10^{-10})$	$6.72 \cdot 10^{-10} (1.23 \cdot 10^{-10})$	$5.93 \cdot 10^{-10} (5.90 \cdot 10^{-11})$	$8.59 \cdot 10^{-10} (1.60 \cdot 10^{-10})$	$9.12 \cdot 10^{-10} (1.24 \cdot 10^{-10})$	$7.01 \cdot 10^{-10} (8.79 \cdot 10^{-11})$
$v \in \{1/2, \dots, 7/2\}$	$1.09 \cdot 10^{-9} (1.44 \cdot 10^{-10})$	$6.72 \cdot 10^{-10} (1.23 \cdot 10^{-10})$	$5.94 \cdot 10^{-10} (5.88 \cdot 10^{-11})$	$8.72 \cdot 10^{-10} (1.64 \cdot 10^{-10})$	$3.01 \cdot 10^{-5} (3.79 \cdot 10^{-6})$	$6.69 \cdot 10^{-10} (8.21 \cdot 10^{-11})$

214

$R^*(S^{\text{SPE}})$	
$v = 1/2$	$8.27 \cdot 10^{-6} (2.50 \cdot 10^{-6})$
$v = 3/2$	$6.54 \cdot 10^{-7} (7.76 \cdot 10^{-8})$
$v = 5/2$	$8.52 \cdot 10^{-9} (1.02 \cdot 10^{-9})$
$v = 7/2$	$1.29 \cdot 10^{-9} (1.68 \cdot 10^{-10})$
$v \in \{1/2, \dots, 7/2\}$	$1.29 \cdot 10^{-9} (1.68 \cdot 10^{-10})$

215

216

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	
NLL/SPE	$1.09 \cdot 10^{-9} (1.44 \cdot 10^{-10})$
linear	$5.23 \cdot 10^{-1} (8.24 \cdot 10^{-3})$
1NN	$4.68 \cdot 10^{-3} (1.27 \cdot 10^{-4})$
2NN	$4.06 \cdot 10^{-3} (1.04 \cdot 10^{-4})$

217

Averages of  $R(\theta; S^{\text{CRPS}})$ .

218

219

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$1.84 \cdot 10^{-2} (8.15 \cdot 10^{-5})$	$7.19 \cdot 10^{-3} (9.42 \cdot 10^{-5})$	$7.02 \cdot 10^{-3} (8.44 \cdot 10^{-5})$	$2.77 \cdot 10^{-3} (1.35 \cdot 10^{-4})$	$9.55 \cdot 10^{-3} (1.58 \cdot 10^{-4})$	$7.10 \cdot 10^{-3} (7.57 \cdot 10^{-5})$
$v = 3/2$	$5.60 \cdot 10^{-4} (5.20 \cdot 10^{-6})$	$2.96 \cdot 10^{-4} (7.50 \cdot 10^{-6})$	$2.95 \cdot 10^{-4} (8.49 \cdot 10^{-6})$	$1.30 \cdot 10^{-4} (6.95 \cdot 10^{-6})$	$2.60 \cdot 10^{-4} (5.84 \cdot 10^{-6})$	$3.30 \cdot 10^{-4} (7.52 \cdot 10^{-6})$
$v = 5/2$	$3.15 \cdot 10^{-5} (5.31 \cdot 10^{-7})$	$1.44 \cdot 10^{-5} (3.79 \cdot 10^{-7})$	$1.45 \cdot 10^{-5} (3.69 \cdot 10^{-7})$	$1.21 \cdot 10^{-5} (6.01 \cdot 10^{-7})$	$2.07 \cdot 10^{-5} (6.10 \cdot 10^{-7})$	$1.81 \cdot 10^{-5} (6.88 \cdot 10^{-7})$
$v = 7/2$	$7.73 \cdot 10^{-6} (2.17 \cdot 10^{-7})$	$4.69 \cdot 10^{-6} (1.62 \cdot 10^{-7})$	$4.85 \cdot 10^{-6} (1.44 \cdot 10^{-7})$	$5.02 \cdot 10^{-6} (2.25 \cdot 10^{-7})$	$6.02 \cdot 10^{-6} (2.29 \cdot 10^{-7})$	$5.33 \cdot 10^{-6} (1.96 \cdot 10^{-7})$
$v \in \{1/2, \dots, 7/2\}$	$7.73 \cdot 10^{-6} (2.17 \cdot 10^{-7})$	$4.69 \cdot 10^{-6} (1.62 \cdot 10^{-7})$	$4.85 \cdot 10^{-6} (1.42 \cdot 10^{-7})$	$5.01 \cdot 10^{-6} (2.24 \cdot 10^{-7})$	$9.55 \cdot 10^{-3} (1.53 \cdot 10^{-4})$	$5.25 \cdot 10^{-6} (1.89 \cdot 10^{-7})$

222

223

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	
NLL/SPE	$7.73 \cdot 10^{-6} (2.17 \cdot 10^{-7})$

224

Averages of  $R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$ .

225

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$3.07 \cdot 10^{-1} (1.49 \cdot 10^{-3})$	$1.22 \cdot 10^{-1} (2.31 \cdot 10^{-3})$	$1.17 \cdot 10^{-1} (1.83 \cdot 10^{-3})$	$5.97 \cdot 10^{-2} (5.30 \cdot 10^{-3})$	$1.58 \cdot 10^{-1} (2.62 \cdot 10^{-3})$	$1.16 \cdot 10^{-1} (1.34 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$8.49 \cdot 10^{-3} (4.11 \cdot 10^{-5})$	$4.69 \cdot 10^{-3} (1.33 \cdot 10^{-4})$	$4.61 \cdot 10^{-3} (1.44 \cdot 10^{-4})$	$4.96 \cdot 10^{-3} (2.66 \cdot 10^{-4})$	$4.14 \cdot 10^{-3} (9.48 \cdot 10^{-5})$	$5.22 \cdot 10^{-3} (1.18 \cdot 10^{-4})$
$v = 5/2$	$4.17 \cdot 10^{-4} (2.90 \cdot 10^{-6})$	$2.30 \cdot 10^{-4} (9.75 \cdot 10^{-6})$	$2.02 \cdot 10^{-4} (6.60 \cdot 10^{-6})$	$3.70 \cdot 10^{-4} (2.13 \cdot 10^{-5})$	$3.44 \cdot 10^{-4} (1.34 \cdot 10^{-5})$	$2.78 \cdot 10^{-4} (1.43 \cdot 10^{-5})$
$v = 7/2$	$9.55 \cdot 10^{-5} (2.14 \cdot 10^{-6})$	$7.65 \cdot 10^{-5} (4.03 \cdot 10^{-6})$	$6.69 \cdot 10^{-5} (2.59 \cdot 10^{-6})$	$1.18 \cdot 10^{-4} (8.57 \cdot 10^{-6})$	$1.10 \cdot 10^{-4} (5.40 \cdot 10^{-6})$	$8.19 \cdot 10^{-5} (4.33 \cdot 10^{-6})$
$v \in \{1/2, \dots, 7/2\}$	$9.55 \cdot 10^{-5} (2.14 \cdot 10^{-6})$	$7.65 \cdot 10^{-5} (4.03 \cdot 10^{-6})$	$6.68 \cdot 10^{-5} (2.54 \cdot 10^{-6})$	$1.19 \cdot 10^{-4} (8.89 \cdot 10^{-6})$	$1.59 \cdot 10^{-1} (2.53 \cdot 10^{-3})$	$7.92 \cdot 10^{-5} (4.18 \cdot 10^{-6})$

228

229

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	
NLL/SPE	$9.55 \cdot 10^{-5} (2.14 \cdot 10^{-6})$

230

Averages of  $C_{0.95}(\theta)$ .

231

$C_{0.95}(\theta)$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$1.00 \cdot 10^0 (0.00 \cdot 10^0)$	$9.94 \cdot 10^{-1} (7.76 \cdot 10^{-4})$	$9.94 \cdot 10^{-1} (7.90 \cdot 10^{-4})$	$9.60 \cdot 10^{-1} (2.12 \cdot 10^{-3})$	$9.99 \cdot 10^{-1} (3.49 \cdot 10^{-4})$	$9.95 \cdot 10^{-1} (7.17 \cdot 10^{-4})$
$v = 3/2$	$1.00 \cdot 10^0 (1.71 \cdot 10^{-4})$	$9.83 \cdot 10^{-1} (7.48 \cdot 10^{-4})$	$9.82 \cdot 10^{-1} (8.99 \cdot 10^{-4})$	$8.59 \cdot 10^{-1} (4.36 \cdot 10^{-3})$	$9.83 \cdot 10^{-1} (7.23 \cdot 10^{-4})$	$9.83 \cdot 10^{-1} (7.23 \cdot 10^{-4})$
$v = 5/2$	$9.96 \cdot 10^{-1} (4.98 \cdot 10^{-4})$	$9.71 \cdot 10^{-1} (7.40 \cdot 10^{-4})$	$9.63 \cdot 10^{-1} (1.06 \cdot 10^{-3})$	$8.70 \cdot 10^{-1} (8.15 \cdot 10^{-3})$	$9.68 \cdot 10^{-1} (6.26 \cdot 10^{-4})$	$9.68 \cdot 10^{-1} (8.16 \cdot 10^{-4})$
$v = 7/2$	$9.84 \cdot 10^{-1} (5.17 \cdot 10^{-4})$	$9.58 \cdot 10^{-1} (7.70 \cdot 10^{-4})$	$9.50 \cdot 10^{-1} (6.74 \cdot 10^{-4})$	$9.12 \cdot 10^{-1} (8.53 \cdot 10^{-3})$	$9.55 \cdot 10^{-1} (5.22 \cdot 10^{-4})$	$9.56 \cdot 10^{-1} (8.11 \cdot 10^{-4})$
$v \in \{1/2, \dots, 7/2\}$	$9.84 \cdot 10^{-1} (4.99 \cdot 10^{-4})$	$9.58 \cdot 10^{-1} (7.70 \cdot 10^{-4})$	$9.50 \cdot 10^{-1} (7.18 \cdot 10^{-4})$	$9.11 \cdot 10^{-1} (8.91 \cdot 10^{-3})$	$9.99 \cdot 10^{-1} (3.49 \cdot 10^{-4})$	$9.57 \cdot 10^{-1} (8.27 \cdot 10^{-4})$

234

235

$C_{0.95}(\theta)$	
NLL/SPE	$9.84 \cdot 10^{-1} (4.99 \cdot 10^{-4})$

236

SM2.2.4. Goldstein-Price,  $n = 20$ ,  $d = 2$ .

237

Averages of  $R(\theta; S^{\text{SPE}})$ .

238

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$\nu = 1/2$	$4.05 \cdot 10^{-1} (2.99 \cdot 10^{-2})$	$4.43 \cdot 10^{-1} (2.86 \cdot 10^{-2})$	$4.27 \cdot 10^{-1} (3.08 \cdot 10^{-2})$	$4.33 \cdot 10^{-1} (2.58 \cdot 10^{-2})$	$4.57 \cdot 10^{-1} (3.13 \cdot 10^{-2})$	$4.05 \cdot 10^{-1} (3.09 \cdot 10^{-2})$
$\nu = 3/2$	$3.38 \cdot 10^{-1} (2.53 \cdot 10^{-2})$	$3.55 \cdot 10^{-1} (3.15 \cdot 10^{-2})$	$3.23 \cdot 10^{-1} (2.71 \cdot 10^{-2})$	$3.61 \cdot 10^{-1} (3.13 \cdot 10^{-2})$	$1.96 \cdot 10^{-1} (1.34 \cdot 10^{-2})$	$4.22 \cdot 10^{-1} (4.29 \cdot 10^{-2})$
$\nu = 5/2$	$3.28 \cdot 10^{-1} (2.58 \cdot 10^{-2})$	$3.37 \cdot 10^{-1} (3.12 \cdot 10^{-2})$	$3.21 \cdot 10^{-1} (2.76 \cdot 10^{-2})$	$3.40 \cdot 10^{-1} (3.29 \cdot 10^{-2})$	$1.74 \cdot 10^{-1} (1.26 \cdot 10^{-2})$	$3.27 \cdot 10^{-1} (2.97 \cdot 10^{-2})$
$\nu = 7/2$	$3.29 \cdot 10^{-1} (2.60 \cdot 10^{-2})$	$3.32 \cdot 10^{-1} (2.45 \cdot 10^{-2})$	$3.50 \cdot 10^{-1} (3.30 \cdot 10^{-2})$	$3.29 \cdot 10^{-1} (2.44 \cdot 10^{-2})$	$1.95 \cdot 10^{-1} (1.96 \cdot 10^{-2})$	$3.45 \cdot 10^{-1} (3.74 \cdot 10^{-2})$
$\nu = 9/2$	$3.25 \cdot 10^{-1} (2.57 \cdot 10^{-2})$	$3.70 \cdot 10^{-1} (4.17 \cdot 10^{-2})$	$3.43 \cdot 10^{-1} (3.25 \cdot 10^{-2})$	$3.11 \cdot 10^{-1} (2.34 \cdot 10^{-2})$	$2.17 \cdot 10^{-1} (2.59 \cdot 10^{-2})$	$3.53 \cdot 10^{-1} (4.48 \cdot 10^{-2})$
$\nu = \infty$	$3.06 \cdot 10^{-1} (2.42 \cdot 10^{-2})$	$3.05 \cdot 10^{-1} (2.82 \cdot 10^{-2})$	$3.55 \cdot 10^{-1} (5.59 \cdot 10^{-2})$	$3.27 \cdot 10^{-1} (4.31 \cdot 10^{-2})$	$3.47 \cdot 10^{-1} (5.78 \cdot 10^{-2})$	$4.29 \cdot 10^{-1} (6.25 \cdot 10^{-2})$
$\nu \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$3.20 \cdot 10^{-1} (2.61 \cdot 10^{-2})$	$3.13 \cdot 10^{-1} (3.00 \cdot 10^{-2})$	$3.42 \cdot 10^{-1} (4.46 \cdot 10^{-2})$	$2.98 \cdot 10^{-1} (2.57 \cdot 10^{-2})$	$2.93 \cdot 10^{-1} (3.06 \cdot 10^{-2})$	$4.52 \cdot 10^{-1} (6.29 \cdot 10^{-2})$

$R^*(S^{\text{SPE}})$	
$\nu = 1/2$	$1.64 \cdot 10^{-1} (7.60 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 3/2$	$1.25 \cdot 10^{-1} (8.82 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 5/2$	$1.00 \cdot 10^{-1} (7.12 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 7/2$	$8.28 \cdot 10^{-2} (4.46 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 9/2$	$7.68 \cdot 10^{-2} (4.16 \cdot 10^{-3})$
$\nu = \infty$	$6.31 \cdot 10^{-2} (3.92 \cdot 10^{-3})$
$\nu \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$5.91 \cdot 10^{-2} (3.45 \cdot 10^{-3})$

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	
NLL/SPE	$3.24 \cdot 10^{-1} (2.62 \cdot 10^{-2})$
linear	$8.46 \cdot 10^{-1} (1.05 \cdot 10^{-2})$
1NN	$4.70 \cdot 10^{-1} (1.56 \cdot 10^{-2})$
2NN	$4.43 \cdot 10^{-1} (1.59 \cdot 10^{-2})$

Averages of  $R(\theta; S^{\text{CRPS}})$ .

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$\nu = 1/2$	$2.45 \cdot 10^{-1} (6.77 \cdot 10^{-3})$	$2.56 \cdot 10^{-1} (7.28 \cdot 10^{-3})$	$2.51 \cdot 10^{-1} (7.74 \cdot 10^{-3})$	$2.27 \cdot 10^{-1} (7.52 \cdot 10^{-3})$	$2.76 \cdot 10^{-1} (8.66 \cdot 10^{-3})$	$2.44 \cdot 10^{-1} (7.85 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 3/2$	$2.01 \cdot 10^{-1} (6.93 \cdot 10^{-3})$	$2.11 \cdot 10^{-1} (8.05 \cdot 10^{-3})$	$2.04 \cdot 10^{-1} (8.23 \cdot 10^{-3})$	$2.07 \cdot 10^{-1} (8.07 \cdot 10^{-3})$	$1.57 \cdot 10^{-1} (2.95 \cdot 10^{-3})$	$2.31 \cdot 10^{-1} (1.15 \cdot 10^{-2})$
$\nu = 5/2$	$1.97 \cdot 10^{-1} (7.31 \cdot 10^{-3})$	$2.08 \cdot 10^{-1} (8.04 \cdot 10^{-3})$	$2.06 \cdot 10^{-1} (8.38 \cdot 10^{-3})$	$2.07 \cdot 10^{-1} (8.60 \cdot 10^{-3})$	$1.44 \cdot 10^{-1} (3.24 \cdot 10^{-3})$	$2.09 \cdot 10^{-1} (8.75 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 7/2$	$1.98 \cdot 10^{-1} (7.41 \cdot 10^{-3})$	$2.11 \cdot 10^{-1} (8.04 \cdot 10^{-3})$	$2.13 \cdot 10^{-1} (8.13 \cdot 10^{-3})$	$2.09 \cdot 10^{-1} (7.86 \cdot 10^{-3})$	$1.46 \cdot 10^{-1} (4.30 \cdot 10^{-3})$	$2.08 \cdot 10^{-1} (8.62 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 9/2$	$1.97 \cdot 10^{-1} (7.27 \cdot 10^{-3})$	$2.17 \cdot 10^{-1} (9.48 \cdot 10^{-3})$	$2.13 \cdot 10^{-1} (7.98 \cdot 10^{-3})$	$2.07 \cdot 10^{-1} (7.52 \cdot 10^{-3})$	$1.49 \cdot 10^{-1} (5.32 \cdot 10^{-3})$	$2.08 \cdot 10^{-1} (8.91 \cdot 10^{-3})$
$\nu = \infty$	$1.93 \cdot 10^{-1} (6.50 \cdot 10^{-3})$	$2.09 \cdot 10^{-1} (8.77 \cdot 10^{-3})$	$2.14 \cdot 10^{-1} (1.10 \cdot 10^{-2})$	$2.09 \cdot 10^{-1} (9.11 \cdot 10^{-3})$	$1.70 \cdot 10^{-1} (9.68 \cdot 10^{-3})$	$2.31 \cdot 10^{-1} (1.36 \cdot 10^{-2})$
$\nu \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$1.97 \cdot 10^{-1} (7.26 \cdot 10^{-3})$	$2.13 \cdot 10^{-1} (8.90 \cdot 10^{-3})$	$2.13 \cdot 10^{-1} (9.03 \cdot 10^{-3})$	$2.10 \cdot 10^{-1} (8.02 \cdot 10^{-3})$	$1.88 \cdot 10^{-1} (8.99 \cdot 10^{-3})$	$2.36 \cdot 10^{-1} (1.38 \cdot 10^{-2})$

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	
NLL/SPE	$2.01 \cdot 10^{-1} (7.25 \cdot 10^{-3})$

Averages of  $R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$ .

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$\nu = 1/2$	$4.79 \cdot 10^0 (2.53 \cdot 10^{-1})$	$4.92 \cdot 10^0 (2.52 \cdot 10^{-1})$	$4.90 \cdot 10^0 (2.83 \cdot 10^{-1})$	$5.73 \cdot 10^0 (2.74 \cdot 10^{-1})$	$5.00 \cdot 10^0 (2.26 \cdot 10^{-1})$	$4.77 \cdot 10^0 (2.86 \cdot 10^{-1})$
$\nu = 3/2$	$4.37 \cdot 10^0 (2.69 \cdot 10^{-1})$	$4.65 \cdot 10^0 (3.07 \cdot 10^{-1})$	$4.61 \cdot 10^0 (3.27 \cdot 10^{-1})$	$5.13 \cdot 10^0 (3.21 \cdot 10^{-1})$	$2.79 \cdot 10^0 (1.37 \cdot 10^{-1})$	$5.31 \cdot 10^0 (4.13 \cdot 10^{-1})$
$\nu = 5/2$	$4.52 \cdot 10^0 (2.86 \cdot 10^{-1})$	$4.69 \cdot 10^0 (2.95 \cdot 10^{-1})$	$4.76 \cdot 10^0 (3.12 \cdot 10^{-1})$	$5.22 \cdot 10^0 (3.33 \cdot 10^{-1})$	$2.31 \cdot 10^0 (1.21 \cdot 10^{-1})$	$4.50 \cdot 10^0 (3.08 \cdot 10^{-1})$
$\nu = 7/2$	$4.64 \cdot 10^0 (2.86 \cdot 10^{-1})$	$4.91 \cdot 10^0 (2.87 \cdot 10^{-1})$	$5.11 \cdot 10^0 (2.87 \cdot 10^{-1})$	$5.39 \cdot 10^0 (2.97 \cdot 10^{-1})$	$2.08 \cdot 10^0 (1.14 \cdot 10^{-1})$	$4.46 \cdot 10^0 (2.77 \cdot 10^{-1})$
$\nu = 9/2$	$4.65 \cdot 10^0 (2.72 \cdot 10^{-1})$	$5.07 \cdot 10^0 (2.87 \cdot 10^{-1})$	$5.34 \cdot 10^0 (2.84 \cdot 10^{-1})$	$5.52 \cdot 10^0 (2.86 \cdot 10^{-1})$	$2.08 \cdot 10^0 (1.20 \cdot 10^{-1})$	$4.43 \cdot 10^0 (2.73 \cdot 10^{-1})$
$\nu = \infty$	$4.53 \cdot 10^0 (2.38 \cdot 10^{-1})$	$5.56 \cdot 10^0 (2.94 \cdot 10^{-1})$	$5.98 \cdot 10^0 (3.62 \cdot 10^{-1})$	$6.12 \cdot 10^0 (3.03 \cdot 10^{-1})$	$2.58 \cdot 10^0 (1.49 \cdot 10^{-1})$	$5.72 \cdot 10^0 (3.99 \cdot 10^{-1})$
$\nu \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$4.73 \cdot 10^0 (2.73 \cdot 10^{-1})$	$5.67 \cdot 10^0 (3.05 \cdot 10^{-1})$	$5.94 \cdot 10^0 (2.89 \cdot 10^{-1})$	$6.23 \cdot 10^0 (3.01 \cdot 10^{-1})$	$3.56 \cdot 10^0 (2.45 \cdot 10^{-1})$	$5.85 \cdot 10^0 (4.10 \cdot 10^{-1})$

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	
NLL/SPE	$4.81 \cdot 10^0 (2.72 \cdot 10^{-1})$

Averages of  $C_{0.95}(\theta)$ .

$C_{0.95}(\theta)$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$\nu = 1/2$	$9.36 \cdot 10^{-1} (5.97 \cdot 10^{-3})$	$9.13 \cdot 10^{-1} (6.14 \cdot 10^{-3})$	$9.12 \cdot 10^{-1} (6.65 \cdot 10^{-3})$	$8.37 \cdot 10^{-1} (7.87 \cdot 10^{-3})$	$9.32 \cdot 10^{-1} (5.75 \cdot 10^{-3})$	$9.18 \cdot 10^{-1} (6.69 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 3/2$	$8.75 \cdot 10^{-1} (7.97 \cdot 10^{-3})$	$8.37 \cdot 10^{-1} (1.04 \cdot 10^{-2})$	$8.31 \cdot 10^{-1} (1.08 \cdot 10^{-2})$	$7.90 \cdot 10^{-1} (1.06 \cdot 10^{-2})$	$9.21 \cdot 10^{-1} (6.41 \cdot 10^{-3})$	$8.26 \cdot 10^{-1} (1.08 \cdot 10^{-2})$
$\nu = 5/2$	$8.23 \cdot 10^{-1} (9.90 \cdot 10^{-3})$	$7.57 \cdot 10^{-1} (1.44 \cdot 10^{-2})$	$7.31 \cdot 10^{-1} (1.39 \cdot 10^{-2})$	$7.07 \cdot 10^{-1} (1.56 \cdot 10^{-2})$	$8.94 \cdot 10^{-1} (7.92 \cdot 10^{-3})$	$7.51 \cdot 10^{-1} (1.31 \cdot 10^{-2})$
$\nu = 7/2$	$7.94 \cdot 10^{-1} (1.10 \cdot 10^{-2})$	$6.96 \cdot 10^{-1} (1.69 \cdot 10^{-2})$	$6.35 \cdot 10^{-1} (1.71 \cdot 10^{-2})$	$6.29 \cdot 10^{-1} (1.81 \cdot 10^{-2})$	$8.74 \cdot 10^{-1} (1.01 \cdot 10^{-2})$	$6.82 \cdot 10^{-1} (1.62 \cdot 10^{-2})$
$\nu = 9/2$	$7.75 \cdot 10^{-1} (1.17 \cdot 10^{-2})$	$6.40 \cdot 10^{-1} (2.04 \cdot 10^{-2})$	$5.63 \cdot 10^{-1} (1.93 \cdot 10^{-2})$	$5.66 \cdot 10^{-1} (2.19 \cdot 10^{-2})$	$8.47 \cdot 10^{-1} (1.42 \cdot 10^{-2})$	$6.30 \cdot 10^{-1} (1.99 \cdot 10^{-2})$
$\nu = \infty$	$7.13 \cdot 10^{-1} (1.59 \cdot 10^{-2})$	$4.52 \cdot 10^{-1} (2.47 \cdot 10^{-2})$	$3.71 \cdot 10^{-1} (2.12 \cdot 10^{-2})$	$3.76 \cdot 10^{-1} (2.32 \cdot 10^{-2})$	$6.72 \cdot 10^{-1} (2.07 \cdot 10^{-2})$	$4.18 \cdot 10^{-1} (2.08 \cdot 10^{-2})$
$\nu \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$7.37 \cdot 10^{-1} (1.51 \cdot 10^{-2})$	$4.55 \cdot 10^{-1} (2.54 \cdot 10^{-2})$	$3.68 \cdot 10^{-1} (2.00 \cdot 10^{-2})$	$3.68 \cdot 10^{-1} (2.28 \cdot 10^{-2})$	$9.14 \cdot 10^{-1} (6.57 \cdot 10^{-3})$	$4.22 \cdot 10^{-1} (1.98 \cdot 10^{-2})$

$C_{0.95}(\theta)$	
NLL/SPE	$7.26 \cdot 10^{-1} (1.66 \cdot 10^{-2})$

SM2.2.5. Goldstein-Price,  $n = 40$ ,  $d = 2$ .

SUPPLEMENTARY MATERIALS: PARAMETER SELECTION IN GAUSSIAN PROCESS INTERPOLATION SM13

Averages of  $R(\theta; S^{\text{SPE}})$ .

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$1.43 \cdot 10^{-1} (9.54 \cdot 10^{-3})$	$1.68 \cdot 10^{-1} (1.09 \cdot 10^{-2})$	$1.50 \cdot 10^{-1} (9.58 \cdot 10^{-3})$	$1.41 \cdot 10^{-1} (8.29 \cdot 10^{-3})$	$2.97 \cdot 10^{-1} (3.36 \cdot 10^{-2})$	$1.43 \cdot 10^{-1} (8.94 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$8.28 \cdot 10^{-2} (6.46 \cdot 10^{-3})$	$1.08 \cdot 10^{-1} (9.50 \cdot 10^{-3})$	$8.77 \cdot 10^{-2} (7.23 \cdot 10^{-3})$	$9.25 \cdot 10^{-2} (7.62 \cdot 10^{-3})$	$6.61 \cdot 10^{-2} (5.42 \cdot 10^{-3})$	$9.04 \cdot 10^{-2} (1.12 \cdot 10^{-2})$
$v = 5/2$	$6.70 \cdot 10^{-2} (6.08 \cdot 10^{-3})$	$1.00 \cdot 10^{-1} (1.10 \cdot 10^{-2})$	$7.32 \cdot 10^{-2} (7.69 \cdot 10^{-3})$	$7.87 \cdot 10^{-2} (7.87 \cdot 10^{-3})$	$4.68 \cdot 10^{-2} (4.51 \cdot 10^{-3})$	$7.08 \cdot 10^{-2} (7.62 \cdot 10^{-3})$
$v = 7/2$	$5.91 \cdot 10^{-2} (5.88 \cdot 10^{-3})$	$9.70 \cdot 10^{-2} (1.16 \cdot 10^{-2})$	$6.10 \cdot 10^{-2} (6.18 \cdot 10^{-3})$	$7.45 \cdot 10^{-2} (8.82 \cdot 10^{-3})$	$4.12 \cdot 10^{-2} (4.44 \cdot 10^{-3})$	$7.36 \cdot 10^{-2} (1.24 \cdot 10^{-2})$
$v = 9/2$	$5.52 \cdot 10^{-2} (5.78 \cdot 10^{-3})$	$8.33 \cdot 10^{-2} (9.96 \cdot 10^{-3})$	$6.16 \cdot 10^{-2} (7.88 \cdot 10^{-3})$	$6.63 \cdot 10^{-2} (7.46 \cdot 10^{-3})$	$3.72 \cdot 10^{-2} (4.20 \cdot 10^{-3})$	$6.18 \cdot 10^{-2} (7.53 \cdot 10^{-3})$
$v = \infty$	$4.63 \cdot 10^{-2} (5.78 \cdot 10^{-3})$	$3.24 \cdot 10^{-2} (3.77 \cdot 10^{-3})$	$3.11 \cdot 10^{-2} (4.11 \cdot 10^{-3})$	$3.66 \cdot 10^{-2} (4.59 \cdot 10^{-3})$	$1.72 \cdot 10^{-2} (1.85 \cdot 10^{-3})$	$3.60 \cdot 10^{-2} (4.93 \cdot 10^{-3})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$5.17 \cdot 10^{-2} (5.93 \cdot 10^{-3})$	$3.42 \cdot 10^{-2} (3.94 \cdot 10^{-3})$	$3.12 \cdot 10^{-2} (4.15 \cdot 10^{-3})$	$3.75 \cdot 10^{-2} (4.70 \cdot 10^{-3})$	$2.50 \cdot 10^{-1} (3.34 \cdot 10^{-2})$	$3.91 \cdot 10^{-2} (5.38 \cdot 10^{-3})$

$R^*(S^{\text{SPE}})$	
$v = 1/2$	$8.34 \cdot 10^{-2} (4.29 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$4.47 \cdot 10^{-2} (3.12 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$2.71 \cdot 10^{-2} (1.77 \cdot 10^{-3})$
$v = 7/2$	$2.01 \cdot 10^{-2} (1.44 \cdot 10^{-3})$
$v = 9/2$	$1.56 \cdot 10^{-2} (1.05 \cdot 10^{-3})$
$v = \infty$	$5.06 \cdot 10^{-3} (3.57 \cdot 10^{-4})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$4.99 \cdot 10^{-3} (3.47 \cdot 10^{-4})$

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	
NLL/SPE	$4.89 \cdot 10^{-2} (5.75 \cdot 10^{-3})$
linear	$8.06 \cdot 10^{-1} (5.31 \cdot 10^{-3})$
1NN	$2.67 \cdot 10^{-1} (9.10 \cdot 10^{-3})$
2NN	$2.69 \cdot 10^{-1} (1.05 \cdot 10^{-2})$

Averages of  $R(\theta; S^{\text{CRPS}})$ .

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$1.49 \cdot 10^{-1} (1.45 \cdot 10^{-3})$	$1.52 \cdot 10^{-1} (3.72 \cdot 10^{-3})$	$1.45 \cdot 10^{-1} (3.17 \cdot 10^{-3})$	$1.19 \cdot 10^{-1} (2.50 \cdot 10^{-3})$	$1.99 \cdot 10^{-1} (9.96 \cdot 10^{-3})$	$1.43 \cdot 10^{-1} (2.93 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$9.21 \cdot 10^{-2} (1.94 \cdot 10^{-3})$	$1.06 \cdot 10^{-1} (3.78 \cdot 10^{-3})$	$9.57 \cdot 10^{-2} (3.31 \cdot 10^{-3})$	$9.46 \cdot 10^{-2} (3.07 \cdot 10^{-3})$	$8.24 \cdot 10^{-2} (1.82 \cdot 10^{-3})$	$9.57 \cdot 10^{-2} (4.38 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$7.78 \cdot 10^{-2} (2.16 \cdot 10^{-3})$	$9.45 \cdot 10^{-2} (4.25 \cdot 10^{-3})$	$8.03 \cdot 10^{-2} (3.35 \cdot 10^{-3})$	$8.32 \cdot 10^{-2} (3.12 \cdot 10^{-3})$	$6.49 \cdot 10^{-2} (1.71 \cdot 10^{-3})$	$7.85 \cdot 10^{-2} (3.10 \cdot 10^{-3})$
$v = 7/2$	$7.05 \cdot 10^{-2} (2.25 \cdot 10^{-3})$	$8.88 \cdot 10^{-2} (4.42 \cdot 10^{-3})$	$7.05 \cdot 10^{-2} (2.70 \cdot 10^{-3})$	$7.91 \cdot 10^{-2} (3.49 \cdot 10^{-3})$	$5.78 \cdot 10^{-2} (1.65 \cdot 10^{-3})$	$7.37 \cdot 10^{-2} (3.99 \cdot 10^{-3})$
$v = 9/2$	$6.71 \cdot 10^{-2} (2.33 \cdot 10^{-3})$	$8.15 \cdot 10^{-2} (3.68 \cdot 10^{-3})$	$6.75 \cdot 10^{-2} (2.99 \cdot 10^{-3})$	$7.50 \cdot 10^{-2} (3.30 \cdot 10^{-3})$	$5.36 \cdot 10^{-2} (1.58 \cdot 10^{-3})$	$6.77 \cdot 10^{-2} (2.91 \cdot 10^{-3})$
$v = \infty$	$5.92 \cdot 10^{-2} (2.77 \cdot 10^{-3})$	$5.02 \cdot 10^{-2} (2.34 \cdot 10^{-3})$	$4.73 \cdot 10^{-2} (2.49 \cdot 10^{-3})$	$5.38 \cdot 10^{-2} (2.57 \cdot 10^{-3})$	$3.52 \cdot 10^{-2} (1.19 \cdot 10^{-3})$	$4.91 \cdot 10^{-2} (2.49 \cdot 10^{-3})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$6.30 \cdot 10^{-2} (2.71 \cdot 10^{-3})$	$5.11 \cdot 10^{-2} (2.41 \cdot 10^{-3})$	$4.70 \cdot 10^{-2} (2.34 \cdot 10^{-3})$	$5.42 \cdot 10^{-2} (2.62 \cdot 10^{-3})$	$1.66 \cdot 10^{-1} (1.22 \cdot 10^{-2})$	$5.08 \cdot 10^{-2} (2.87 \cdot 10^{-3})$

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	
NLL/SPE	$6.09 \cdot 10^{-2} (2.76 \cdot 10^{-3})$

Averages of  $R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$ .

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$2.51 \cdot 10^0 (7.34 \cdot 10^{-2})$	$2.67 \cdot 10^0 (1.04 \cdot 10^{-1})$	$2.51 \cdot 10^0 (9.53 \cdot 10^{-2})$	$2.91 \cdot 10^0 (8.86 \cdot 10^{-2})$	$3.62 \cdot 10^0 (2.24 \cdot 10^{-1})$	$2.44 \cdot 10^0 (9.13 \cdot 10^{-2})$
$v = 3/2$	$1.69 \cdot 10^0 (7.44 \cdot 10^{-2})$	$2.04 \cdot 10^0 (1.15 \cdot 10^{-1})$	$1.80 \cdot 10^0 (1.02 \cdot 10^{-1})$	$2.11 \cdot 10^0 (9.74 \cdot 10^{-2})$	$1.42 \cdot 10^0 (6.68 \cdot 10^{-2})$	$1.80 \cdot 10^0 (1.31 \cdot 10^{-1})$
$v = 5/2$	$1.47 \cdot 10^0 (7.71 \cdot 10^{-2})$	$1.80 \cdot 10^0 (1.23 \cdot 10^{-1})$	$1.49 \cdot 10^0 (1.06 \cdot 10^{-1})$	$1.65 \cdot 10^0 (9.59 \cdot 10^{-2})$	$1.02 \cdot 10^0 (5.65 \cdot 10^{-2})$	$1.37 \cdot 10^0 (8.99 \cdot 10^{-2})$
$v = 7/2$	$1.34 \cdot 10^0 (7.84 \cdot 10^{-2})$	$1.66 \cdot 10^0 (1.31 \cdot 10^{-1})$	$1.22 \cdot 10^0 (8.75 \cdot 10^{-2})$	$1.52 \cdot 10^0 (1.09 \cdot 10^{-1})$	$7.87 \cdot 10^{-1} (4.79 \cdot 10^{-2})$	$1.21 \cdot 10^0 (9.88 \cdot 10^{-2})$
$v = 9/2$	$1.28 \cdot 10^0 (7.92 \cdot 10^{-2})$	$1.46 \cdot 10^0 (1.02 \cdot 10^{-1})$	$1.12 \cdot 10^0 (8.51 \cdot 10^{-2})$	$1.44 \cdot 10^0 (1.02 \cdot 10^{-1})$	$6.61 \cdot 10^{-1} (3.96 \cdot 10^{-2})$	$1.04 \cdot 10^0 (8.20 \cdot 10^{-2})$
$v = \infty$	$1.18 \cdot 10^0 (8.46 \cdot 10^{-2})$	$8.56 \cdot 10^{-1} (6.77 \cdot 10^{-2})$	$9.26 \cdot 10^{-1} (8.67 \cdot 10^{-2})$	$1.18 \cdot 10^0 (8.75 \cdot 10^{-2})$	$3.99 \cdot 10^{-1} (2.10 \cdot 10^{-2})$	$8.44 \cdot 10^{-1} (7.46 \cdot 10^{-2})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$1.28 \cdot 10^0 (8.39 \cdot 10^{-2})$	$8.77 \cdot 10^{-1} (6.97 \cdot 10^{-2})$	$8.95 \cdot 10^{-1} (8.19 \cdot 10^{-2})$	$1.16 \cdot 10^0 (9.06 \cdot 10^{-2})$	$2.98 \cdot 10^0 (2.34 \cdot 10^{-1})$	$9.20 \cdot 10^{-1} (9.15 \cdot 10^{-2})$

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	
NLL/SPE	$1.22 \cdot 10^0 (8.40 \cdot 10^{-2})$

Averages of  $C_{0.95}(\theta)$ .

$C_{0.95}(\theta)$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$9.68 \cdot 10^{-1} (2.10 \cdot 10^{-3})$	$9.43 \cdot 10^{-1} (3.13 \cdot 10^{-3})$	$9.46 \cdot 10^{-1} (3.03 \cdot 10^{-3})$	$8.63 \cdot 10^{-1} (4.77 \cdot 10^{-3})$	$9.48 \cdot 10^{-1} (4.07 \cdot 10^{-3})$	$9.50 \cdot 10^{-1} (2.95 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$9.26 \cdot 10^{-1} (3.95 \cdot 10^{-3})$	$9.06 \cdot 10^{-1} (5.02 \cdot 10^{-3})$	$9.12 \cdot 10^{-1} (4.98 \cdot 10^{-3})$	$8.58 \cdot 10^{-1} (5.03 \cdot 10^{-3})$	$9.44 \cdot 10^{-1} (3.59 \cdot 10^{-3})$	$9.17 \cdot 10^{-1} (4.71 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$8.93 \cdot 10^{-1} (5.09 \cdot 10^{-3})$	$8.73 \cdot 10^{-1} (7.04 \cdot 10^{-3})$	$8.80 \cdot 10^{-1} (6.37 \cdot 10^{-3})$	$8.50 \cdot 10^{-1} (6.51 \cdot 10^{-3})$	$9.23 \cdot 10^{-1} (5.04 \cdot 10^{-3})$	$8.92 \cdot 10^{-1} (6.33 \cdot 10^{-3})$
$v = 7/2$	$8.68 \cdot 10^{-1} (5.99 \cdot 10^{-3})$	$8.37 \cdot 10^{-1} (8.92 \cdot 10^{-3})$	$8.46 \cdot 10^{-1} (9.13 \cdot 10^{-3})$	$8.11 \cdot 10^{-1} (9.57 \cdot 10^{-3})$	$9.08 \cdot 10^{-1} (6.50 \cdot 10^{-3})$	$8.64 \cdot 10^{-1} (8.78 \cdot 10^{-3})$
$v = 9/2$	$8.47 \cdot 10^{-1} (6.88 \cdot 10^{-3})$	$8.10 \cdot 10^{-1} (1.03 \cdot 10^{-2})$	$8.05 \cdot 10^{-1} (1.17 \cdot 10^{-2})$	$7.67 \cdot 10^{-1} (1.29 \cdot 10^{-2})$	$8.96 \cdot 10^{-1} (7.93 \cdot 10^{-3})$	$8.37 \cdot 10^{-1} (1.16 \cdot 10^{-2})$
$v = \infty$	$7.03 \cdot 10^{-1} (1.16 \cdot 10^{-2})$	$6.51 \cdot 10^{-1} (1.84 \cdot 10^{-2})$	$5.80 \cdot 10^{-1} (2.14 \cdot 10^{-2})$	$5.17 \cdot 10^{-1} (2.02 \cdot 10^{-2})$	$8.16 \cdot 10^{-1} (1.81 \cdot 10^{-2})$	$6.32 \cdot 10^{-1} (2.16 \cdot 10^{-2})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$7.37 \cdot 10^{-1} (1.28 \cdot 10^{-2})$	$6.56 \cdot 10^{-1} (1.83 \cdot 10^{-2})$	$5.80 \cdot 10^{-1} (2.06 \cdot 10^{-2})$	$5.18 \cdot 10^{-1} (1.95 \cdot 10^{-2})$	$9.40 \cdot 10^{-1} (3.79 \cdot 10^{-3})$	$6.38 \cdot 10^{-1} (2.24 \cdot 10^{-2})$

288

$C_{0.95}(\theta)$	
NLL/SPE	$7.26 \cdot 10^{-1} (1.24 \cdot 10^{-2})$

289

### SM2.2.6. Goldstein-Price, $n = 100$ , $d = 2$ .

290

Averages of  $R(\theta; S^{\text{SPE}})$ .

291

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$5.44 \cdot 10^{-2} (5.84 \cdot 10^{-3})$	$5.27 \cdot 10^{-2} (4.54 \cdot 10^{-3})$	$4.92 \cdot 10^{-2} (4.44 \cdot 10^{-3})$	$4.99 \cdot 10^{-2} (4.77 \cdot 10^{-3})$	$1.76 \cdot 10^{-1} (2.46 \cdot 10^{-2})$	$4.73 \cdot 10^{-2} (4.42 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$1.62 \cdot 10^{-2} (2.24 \cdot 10^{-3})$	$2.02 \cdot 10^{-2} (2.68 \cdot 10^{-3})$	$1.60 \cdot 10^{-2} (2.07 \cdot 10^{-3})$	$1.67 \cdot 10^{-2} (2.26 \cdot 10^{-3})$	$1.36 \cdot 10^{-2} (1.78 \cdot 10^{-3})$	$1.56 \cdot 10^{-2} (2.00 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$7.29 \cdot 10^{-3} (1.27 \cdot 10^{-3})$	$1.01 \cdot 10^{-2} (1.76 \cdot 10^{-3})$	$6.65 \cdot 10^{-3} (1.00 \cdot 10^{-3})$	$8.20 \cdot 10^{-3} (1.58 \cdot 10^{-3})$	$5.56 \cdot 10^{-3} (9.14 \cdot 10^{-4})$	$6.99 \cdot 10^{-3} (1.10 \cdot 10^{-3})$
$v = 7/2$	$3.77 \cdot 10^{-3} (7.70 \cdot 10^{-4})$	$5.33 \cdot 10^{-3} (9.96 \cdot 10^{-4})$	$3.28 \cdot 10^{-3} (5.70 \cdot 10^{-4})$	$4.23 \cdot 10^{-3} (9.25 \cdot 10^{-4})$	$2.70 \cdot 10^{-3} (5.04 \cdot 10^{-4})$	$3.62 \cdot 10^{-3} (5.90 \cdot 10^{-4})$
$v = 9/2$	$1.98 \cdot 10^{-3} (4.39 \cdot 10^{-4})$	$2.73 \cdot 10^{-3} (5.62 \cdot 10^{-4})$	$1.87 \cdot 10^{-3} (3.35 \cdot 10^{-4})$	$2.33 \cdot 10^{-3} (5.15 \cdot 10^{-4})$	$1.47 \cdot 10^{-3} (2.82 \cdot 10^{-4})$	$2.08 \cdot 10^{-3} (3.05 \cdot 10^{-4})$
$v \in \{1/2, \dots, 9/2\}$	$1.98 \cdot 10^{-3} (4.39 \cdot 10^{-4})$	$2.80 \cdot 10^{-3} (5.69 \cdot 10^{-4})$	$1.86 \cdot 10^{-3} (3.33 \cdot 10^{-4})$	$2.31 \cdot 10^{-3} (5.15 \cdot 10^{-4})$	$1.56 \cdot 10^{-1} (2.34 \cdot 10^{-2})$	$2.10 \cdot 10^{-3} (3.26 \cdot 10^{-4})$

294

$R^*(S^{\text{SPE}})$	
$v = 1/2$	$3.05 \cdot 10^{-2} (2.00 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$1.09 \cdot 10^{-2} (1.38 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$3.58 \cdot 10^{-3} (5.01 \cdot 10^{-4})$
$v = 7/2$	$1.28 \cdot 10^{-3} (1.30 \cdot 10^{-4})$
$v = 9/2$	$6.26 \cdot 10^{-4} (6.44 \cdot 10^{-5})$
$v \in \{1/2, \dots, 9/2\}$	$6.26 \cdot 10^{-4} (6.44 \cdot 10^{-5})$

295

296

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	
NLL/SPE	$2.01 \cdot 10^{-3} (4.38 \cdot 10^{-4})$
linear	$7.80 \cdot 10^{-1} (2.64 \cdot 10^{-3})$
1NN	$1.46 \cdot 10^{-1} (6.44 \cdot 10^{-3})$
2NN	$1.38 \cdot 10^{-1} (7.36 \cdot 10^{-3})$

297

298

Averages of  $R(\theta; S^{\text{CRPS}})$ .

299

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$8.73 \cdot 10^{-2} (1.22 \cdot 10^{-3})$	$7.76 \cdot 10^{-2} (1.42 \cdot 10^{-3})$	$7.50 \cdot 10^{-2} (1.32 \cdot 10^{-3})$	$6.00 \cdot 10^{-2} (1.81 \cdot 10^{-3})$	$1.39 \cdot 10^{-1} (1.05 \cdot 10^{-2})$	$7.37 \cdot 10^{-2} (1.28 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$3.37 \cdot 10^{-2} (1.02 \cdot 10^{-3})$	$3.61 \cdot 10^{-2} (1.26 \cdot 10^{-3})$	$3.30 \cdot 10^{-2} (1.02 \cdot 10^{-3})$	$3.23 \cdot 10^{-2} (1.18 \cdot 10^{-3})$	$3.09 \cdot 10^{-2} (9.33 \cdot 10^{-4})$	$3.29 \cdot 10^{-2} (1.02 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$1.92 \cdot 10^{-2} (7.46 \cdot 10^{-4})$	$2.27 \cdot 10^{-2} (1.04 \cdot 10^{-3})$	$1.90 \cdot 10^{-2} (6.66 \cdot 10^{-4})$	$2.05 \cdot 10^{-2} (8.72 \cdot 10^{-4})$	$1.77 \cdot 10^{-2} (5.94 \cdot 10^{-4})$	$1.96 \cdot 10^{-2} (7.08 \cdot 10^{-4})$
$v = 7/2$	$1.24 \cdot 10^{-2} (5.34 \cdot 10^{-4})$	$1.48 \cdot 10^{-2} (7.37 \cdot 10^{-4})$	$1.19 \cdot 10^{-2} (4.37 \cdot 10^{-4})$	$1.30 \cdot 10^{-2} (5.42 \cdot 10^{-4})$	$1.10 \cdot 10^{-2} (3.85 \cdot 10^{-4})$	$1.25 \cdot 10^{-2} (4.83 \cdot 10^{-4})$
$v = 9/2$	$8.21 \cdot 10^{-3} (3.68 \cdot 10^{-4})$	$9.85 \cdot 10^{-3} (4.86 \cdot 10^{-4})$	$8.22 \cdot 10^{-3} (3.12 \cdot 10^{-4})$	$8.90 \cdot 10^{-3} (3.79 \cdot 10^{-4})$	$7.39 \cdot 10^{-3} (2.66 \cdot 10^{-4})$	$8.58 \cdot 10^{-3} (3.33 \cdot 10^{-4})$
$v \in \{1/2, \dots, 9/2\}$	$8.21 \cdot 10^{-3} (3.68 \cdot 10^{-4})$	$9.97 \cdot 10^{-3} (5.03 \cdot 10^{-4})$	$8.20 \cdot 10^{-3} (3.10 \cdot 10^{-4})$	$8.87 \cdot 10^{-3} (3.80 \cdot 10^{-4})$	$1.28 \cdot 10^{-1} (9.55 \cdot 10^{-3})$	$8.58 \cdot 10^{-3} (3.45 \cdot 10^{-4})$

301

302

303

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	
NLL/SPE	$8.36 \cdot 10^{-3} (3.72 \cdot 10^{-4})$

304

Averages of  $R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$ .

305

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$1.50 \cdot 10^0 (5.58 \cdot 10^{-2})$	$1.42 \cdot 10^0 (5.78 \cdot 10^{-2})$	$1.37 \cdot 10^0 (5.71 \cdot 10^{-2})$	$1.66 \cdot 10^0 (6.89 \cdot 10^{-2})$	$2.48 \cdot 10^0 (1.91 \cdot 10^{-1})$	$1.34 \cdot 10^0 (5.70 \cdot 10^{-2})$
$v = 3/2$	$5.91 \cdot 10^{-1} (3.61 \cdot 10^{-2})$	$7.07 \cdot 10^{-1} (4.44 \cdot 10^{-2})$	$6.24 \cdot 10^{-1} (3.67 \cdot 10^{-2})$	$7.74 \cdot 10^{-1} (4.34 \cdot 10^{-2})$	$5.56 \cdot 10^{-1} (3.39 \cdot 10^{-2})$	$6.13 \cdot 10^{-1} (3.63 \cdot 10^{-2})$
$v = 5/2$	$3.22 \cdot 10^{-1} (2.43 \cdot 10^{-2})$	$4.14 \cdot 10^{-1} (3.23 \cdot 10^{-2})$	$3.21 \cdot 10^{-1} (2.05 \cdot 10^{-2})$	$3.93 \cdot 10^{-1} (2.91 \cdot 10^{-2})$	$2.78 \cdot 10^{-1} (1.85 \cdot 10^{-2})$	$3.19 \cdot 10^{-1} (2.14 \cdot 10^{-2})$
$v = 7/2$	$1.97 \cdot 10^{-1} (1.61 \cdot 10^{-2})$	$2.39 \cdot 10^{-1} (1.75 \cdot 10^{-2})$	$1.80 \cdot 10^{-1} (1.14 \cdot 10^{-2})$	$2.05 \cdot 10^{-1} (1.43 \cdot 10^{-2})$	$1.51 \cdot 10^{-1} (9.97 \cdot 10^{-3})$	$1.86 \cdot 10^{-1} (1.27 \cdot 10^{-2})$
$v = 9/2$	$1.24 \cdot 10^{-1} (1.00 \cdot 10^{-2})$	$1.41 \cdot 10^{-1} (9.67 \cdot 10^{-3})$	$1.15 \cdot 10^{-1} (7.35 \cdot 10^{-3})$	$1.26 \cdot 10^{-1} (8.63 \cdot 10^{-3})$	$9.29 \cdot 10^{-2} (5.75 \cdot 10^{-3})$	$1.18 \cdot 10^{-1} (7.27 \cdot 10^{-3})$
$v \in \{1/2, \dots, 9/2\}$	$1.24 \cdot 10^{-1} (1.00 \cdot 10^{-2})$	$1.44 \cdot 10^{-1} (1.02 \cdot 10^{-2})$	$1.15 \cdot 10^{-1} (7.30 \cdot 10^{-3})$	$1.25 \cdot 10^{-1} (8.70 \cdot 10^{-3})$	$2.30 \cdot 10^0 (1.79 \cdot 10^{-1})$	$1.19 \cdot 10^{-1} (7.78 \cdot 10^{-3})$

307

308

309

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	
NLL/SPE	$1.26 \cdot 10^{-1} (1.00 \cdot 10^{-2})$

310

Averages of  $C_{0.95}(\theta)$ .

311

$C_{0.95}(\theta)$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$9.76 \cdot 10^{-1} (1.61 \cdot 10^{-3})$	$9.53 \cdot 10^{-1} (2.20 \cdot 10^{-3})$	$9.55 \cdot 10^{-1} (2.12 \cdot 10^{-3})$	$8.56 \cdot 10^{-1} (2.67 \cdot 10^{-3})$	$9.52 \cdot 10^{-1} (3.22 \cdot 10^{-3})$	$9.58 \cdot 10^{-1} (2.10 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$9.59 \cdot 10^{-1} (2.35 \cdot 10^{-3})$	$9.38 \cdot 10^{-1} (2.74 \cdot 10^{-3})$	$9.40 \cdot 10^{-1} (2.64 \cdot 10^{-3})$	$8.73 \cdot 10^{-1} (3.69 \cdot 10^{-3})$	$9.52 \cdot 10^{-1} (2.82 \cdot 10^{-3})$	$9.43 \cdot 10^{-1} (2.83 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$9.38 \cdot 10^{-1} (2.63 \cdot 10^{-3})$	$9.13 \cdot 10^{-1} (3.72 \cdot 10^{-3})$	$9.21 \cdot 10^{-1} (3.51 \cdot 10^{-3})$	$8.91 \cdot 10^{-1} (5.21 \cdot 10^{-3})$	$9.34 \cdot 10^{-1} (3.64 \cdot 10^{-3})$	$9.25 \cdot 10^{-1} (3.40 \cdot 10^{-3})$
$v = 7/2$	$9.14 \cdot 10^{-1} (3.27 \cdot 10^{-3})$	$8.98 \cdot 10^{-1} (4.80 \cdot 10^{-3})$	$9.04 \cdot 10^{-1} (4.11 \cdot 10^{-3})$	$8.96 \cdot 10^{-1} (5.55 \cdot 10^{-3})$	$9.23 \cdot 10^{-1} (4.24 \cdot 10^{-3})$	$9.10 \cdot 10^{-1} (4.32 \cdot 10^{-3})$
$v = 9/2$	$8.97 \cdot 10^{-1} (3.63 \cdot 10^{-3})$	$8.98 \cdot 10^{-1} (4.98 \cdot 10^{-3})$	$8.96 \cdot 10^{-1} (5.36 \cdot 10^{-3})$	$8.97 \cdot 10^{-1} (5.98 \cdot 10^{-3})$	$9.20 \cdot 10^{-1} (4.76 \cdot 10^{-3})$	$9.05 \cdot 10^{-1} (5.02 \cdot 10^{-3})$
$v \in \{1/2, \dots, 9/2\}$	$8.97 \cdot 10^{-1} (3.63 \cdot 10^{-3})$	$8.97 \cdot 10^{-1} (5.04 \cdot 10^{-3})$	$8.96 \cdot 10^{-1} (5.36 \cdot 10^{-3})$	$8.97 \cdot 10^{-1} (5.96 \cdot 10^{-3})$	$9.56 \cdot 10^{-1} (2.72 \cdot 10^{-3})$	$9.05 \cdot 10^{-1} (5.02 \cdot 10^{-3})$

313

314

SUPPLEMENTARY MATERIALS: PARAMETER SELECTION IN GAUSSIAN PROCESS INTERPOLATION  
SM15

315

$C_{0.95}(\theta)$	
NLL/SPE	$8.97 \cdot 10^{-1} (3.64 \cdot 10^{-3})$

316

SM2.2.7. Mystery,  $n = 20$ ,  $d = 2$ .

317

Averages of  $R(\theta; S^{\text{SPE}})$ .

318

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$3.73 \cdot 10^{-1} (1.01 \cdot 10^{-2})$	$3.54 \cdot 10^{-1} (1.06 \cdot 10^{-2})$	$3.51 \cdot 10^{-1} (9.98 \cdot 10^{-3})$	$3.51 \cdot 10^{-1} (9.89 \cdot 10^{-3})$	$5.29 \cdot 10^{-1} (3.15 \cdot 10^{-2})$	$3.72 \cdot 10^{-1} (1.29 \cdot 10^{-2})$
$v = 3/2$	$4.15 \cdot 10^{-1} (1.14 \cdot 10^{-2})$	$5.39 \cdot 10^{-1} (2.22 \cdot 10^{-2})$	$5.07 \cdot 10^{-1} (2.39 \cdot 10^{-2})$	$5.40 \cdot 10^{-1} (3.02 \cdot 10^{-2})$	$4.37 \cdot 10^{-1} (1.70 \cdot 10^{-2})$	$7.60 \cdot 10^{-1} (1.22 \cdot 10^{-1})$
$v = 5/2$	$4.34 \cdot 10^{-1} (1.24 \cdot 10^{-2})$	$7.08 \cdot 10^{-1} (5.42 \cdot 10^{-2})$	$7.43 \cdot 10^{-1} (7.39 \cdot 10^{-2})$	$7.44 \cdot 10^{-1} (7.14 \cdot 10^{-2})$	$1.11 \cdot 10^0 (8.11 \cdot 10^{-2})$	$1.12 \cdot 10^0 (1.11 \cdot 10^{-1})$
$v = 7/2$	$4.45 \cdot 10^{-1} (1.28 \cdot 10^{-2})$	$8.29 \cdot 10^{-1} (8.51 \cdot 10^{-2})$	$8.08 \cdot 10^{-1} (9.78 \cdot 10^{-2})$	$8.24 \cdot 10^{-1} (9.35 \cdot 10^{-2})$	$3.07 \cdot 10^0 (2.73 \cdot 10^{-1})$	$2.36 \cdot 10^0 (4.70 \cdot 10^{-1})$
$v = 9/2$	$4.52 \cdot 10^{-1} (1.30 \cdot 10^{-2})$	$9.19 \cdot 10^{-1} (1.22 \cdot 10^{-1})$	$1.05 \cdot 10^0 (1.41 \cdot 10^{-1})$	$8.03 \cdot 10^{-1} (9.69 \cdot 10^{-2})$	$6.91 \cdot 10^0 (6.91 \cdot 10^{-1})$	$3.54 \cdot 10^0 (6.50 \cdot 10^{-1})$
$v = \infty$	$4.88 \cdot 10^{-1} (1.63 \cdot 10^{-2})$	$1.16 \cdot 10^0 (2.13 \cdot 10^{-1})$	$2.06 \cdot 10^0 (4.17 \cdot 10^{-1})$	$1.44 \cdot 10^0 (3.70 \cdot 10^{-1})$	$3.09 \cdot 10^1 (3.95 \cdot 10^0)$	$9.59 \cdot 10^0 (2.87 \cdot 10^0)$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$4.26 \cdot 10^{-1} (1.43 \cdot 10^{-2})$	$1.01 \cdot 10^0 (1.44 \cdot 10^{-1})$	$1.88 \cdot 10^0 (3.22 \cdot 10^{-1})$	$1.09 \cdot 10^0 (1.66 \cdot 10^{-1})$	$4.59 \cdot 10^{-1} (2.01 \cdot 10^{-2})$	$9.80 \cdot 10^0 (2.88 \cdot 10^0)$

319

320

321

$R^*(S^{\text{SPE}})$	
$v = 1/2$	$2.61 \cdot 10^{-1} (4.58 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$2.77 \cdot 10^{-1} (5.33 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$2.86 \cdot 10^{-1} (6.06 \cdot 10^{-3})$
$v = 7/2$	$2.88 \cdot 10^{-1} (6.05 \cdot 10^{-3})$
$v = 9/2$	$2.90 \cdot 10^{-1} (6.31 \cdot 10^{-3})$
$v = \infty$	$2.96 \cdot 10^{-1} (6.60 \cdot 10^{-3})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$2.53 \cdot 10^{-1} (4.55 \cdot 10^{-3})$

322

323

324

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	
NLL/SPE	$4.29 \cdot 10^{-1} (1.43 \cdot 10^{-2})$
linear	$8.26 \cdot 10^{-1} (3.17 \cdot 10^{-3})$
1NN	$4.97 \cdot 10^{-1} (8.31 \cdot 10^{-3})$
2NN	$4.62 \cdot 10^{-1} (7.43 \cdot 10^{-3})$

325

Averages of  $R(\theta; S^{\text{CRPS}})$ .

326

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$3.31 \cdot 10^{-1} (4.86 \cdot 10^{-3})$	$3.23 \cdot 10^{-1} (5.23 \cdot 10^{-3})$	$3.21 \cdot 10^{-1} (4.83 \cdot 10^{-3})$	$3.21 \cdot 10^{-1} (4.76 \cdot 10^{-3})$	$3.89 \cdot 10^{-1} (1.18 \cdot 10^{-2})$	$3.31 \cdot 10^{-1} (6.33 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$3.45 \cdot 10^{-1} (6.28 \cdot 10^{-3})$	$3.97 \cdot 10^{-1} (9.53 \cdot 10^{-3})$	$3.83 \cdot 10^{-1} (9.90 \cdot 10^{-3})$	$3.92 \cdot 10^{-1} (9.94 \cdot 10^{-3})$	$3.27 \cdot 10^{-1} (3.60 \cdot 10^{-3})$	$4.26 \cdot 10^{-1} (1.92 \cdot 10^{-2})$
$v = 5/2$	$3.53 \cdot 10^{-1} (7.24 \cdot 10^{-3})$	$4.39 \cdot 10^{-1} (1.33 \cdot 10^{-2})$	$4.42 \cdot 10^{-1} (1.64 \cdot 10^{-2})$	$4.43 \cdot 10^{-1} (1.54 \cdot 10^{-2})$	$4.51 \cdot 10^{-1} (8.42 \cdot 10^{-3})$	$5.17 \cdot 10^{-1} (1.85 \cdot 10^{-2})$
$v = 7/2$	$3.58 \cdot 10^{-1} (7.47 \cdot 10^{-3})$	$4.70 \cdot 10^{-1} (1.71 \cdot 10^{-2})$	$4.60 \cdot 10^{-1} (1.89 \cdot 10^{-2})$	$4.70 \cdot 10^{-1} (1.85 \cdot 10^{-2})$	$6.53 \cdot 10^{-1} (1.77 \cdot 10^{-2})$	$6.31 \cdot 10^{-1} (2.96 \cdot 10^{-2})$
$v = 9/2$	$3.61 \cdot 10^{-1} (7.53 \cdot 10^{-3})$	$4.82 \cdot 10^{-1} (1.89 \cdot 10^{-2})$	$5.05 \cdot 10^{-1} (2.29 \cdot 10^{-2})$	$4.68 \cdot 10^{-1} (1.84 \cdot 10^{-2})$	$9.00 \cdot 10^{-1} (3.17 \cdot 10^{-2})$	$7.39 \cdot 10^{-1} (3.95 \cdot 10^{-2})$
$v = \infty$	$3.77 \cdot 10^{-1} (8.37 \cdot 10^{-3})$	$5.12 \cdot 10^{-1} (2.40 \cdot 10^{-2})$	$6.32 \cdot 10^{-1} (4.02 \cdot 10^{-2})$	$5.40 \cdot 10^{-1} (3.05 \cdot 10^{-2})$	$1.79 \cdot 10^0 (9.11 \cdot 10^{-2})$	$1.08 \cdot 10^0 (7.63 \cdot 10^{-2})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$3.54 \cdot 10^{-1} (7.12 \cdot 10^{-3})$	$4.95 \cdot 10^{-1} (2.20 \cdot 10^{-2})$	$6.15 \cdot 10^{-1} (3.70 \cdot 10^{-2})$	$5.18 \cdot 10^{-1} (2.54 \cdot 10^{-2})$	$3.43 \cdot 10^{-1} (6.93 \cdot 10^{-3})$	$1.11 \cdot 10^0 (7.74 \cdot 10^{-2})$

327

328

329

330

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	
NLL/SPE	$3.56 \cdot 10^{-1} (7.22 \cdot 10^{-3})$

331

Averages of  $R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$ .

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$3.27 \cdot 10^0 (1.08 \cdot 10^{-1})$	$3.26 \cdot 10^0 (1.14 \cdot 10^{-1})$	$3.21 \cdot 10^0 (1.07 \cdot 10^{-1})$	$3.23 \cdot 10^0 (1.08 \cdot 10^{-1})$	$4.03 \cdot 10^0 (1.95 \cdot 10^{-1})$	$3.42 \cdot 10^0 (1.39 \cdot 10^{-1})$
$v = 3/2$	$4.32 \cdot 10^0 (1.98 \cdot 10^{-1})$	$6.01 \cdot 10^0 (2.98 \cdot 10^{-1})$	$5.84 \cdot 10^0 (3.44 \cdot 10^{-1})$	$6.42 \cdot 10^0 (3.40 \cdot 10^{-1})$	$3.70 \cdot 10^0 (9.05 \cdot 10^{-2})$	$6.66 \cdot 10^0 (4.38 \cdot 10^{-1})$
$v = 5/2$	$4.90 \cdot 10^0 (2.56 \cdot 10^{-1})$	$7.79 \cdot 10^0 (4.52 \cdot 10^{-1})$	$8.16 \cdot 10^0 (5.52 \cdot 10^{-1})$	$8.70 \cdot 10^0 (5.65 \cdot 10^{-1})$	$5.52 \cdot 10^0 (1.93 \cdot 10^{-1})$	$9.56 \cdot 10^0 (5.43 \cdot 10^{-1})$
$v = 7/2$	$5.17 \cdot 10^0 (2.67 \cdot 10^{-1})$	$9.18 \cdot 10^0 (5.97 \cdot 10^{-1})$	$9.17 \cdot 10^0 (6.89 \cdot 10^{-1})$	$1.00 \cdot 10^1 (7.05 \cdot 10^{-1})$	$8.24 \cdot 10^0 (3.92 \cdot 10^{-1})$	$1.21 \cdot 10^1 (7.30 \cdot 10^{-1})$
$v = 9/2$	$5.32 \cdot 10^0 (2.65 \cdot 10^{-1})$	$9.70 \cdot 10^0 (6.65 \cdot 10^{-1})$	$1.07 \cdot 10^1 (8.33 \cdot 10^{-1})$	$1.02 \cdot 10^1 (7.35 \cdot 10^{-1})$	$1.16 \cdot 10^1 (6.91 \cdot 10^{-1})$	$1.51 \cdot 10^1 (1.08 \cdot 10^0)$
$v = \infty$	$6.02 \cdot 10^0 (2.87 \cdot 10^{-1})$	$1.13 \cdot 10^1 (9.68 \cdot 10^{-1})$	$1.65 \cdot 10^1 (1.58 \cdot 10^0)$	$1.32 \cdot 10^1 (1.24 \cdot 10^0)$	$3.10 \cdot 10^1 (1.54 \cdot 10^0)$	$2.85 \cdot 10^1 (2.40 \cdot 10^0)$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$4.95 \cdot 10^0 (2.83 \cdot 10^{-1})$	$1.06 \cdot 10^1 (8.67 \cdot 10^{-1})$	$1.57 \cdot 10^1 (1.45 \cdot 10^0)$	$1.25 \cdot 10^1 (1.06 \cdot 10^0)$	$3.80 \cdot 10^0 (1.30 \cdot 10^{-1})$	$2.92 \cdot 10^1 (2.43 \cdot 10^0)$

332

333

334

335

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	
NLL/SPE	$4.97 \cdot 10^0 (2.80 \cdot 10^{-1})$

336

Averages of  $C_{0.95}(\theta)$ .

337

$C_{0.95}(\theta)$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$9.20 \cdot 10^{-1} (6.99 \cdot 10^{-3})$	$9.06 \cdot 10^{-1} (7.32 \cdot 10^{-3})$	$9.08 \cdot 10^{-1} (7.07 \cdot 10^{-3})$	$9.08 \cdot 10^{-1} (7.30 \cdot 10^{-3})$	$9.11 \cdot 10^{-1} (7.54 \cdot 10^{-3})$	$9.00 \cdot 10^{-1} (8.12 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$8.39 \cdot 10^{-1} (1.12 \cdot 10^{-2})$	$7.54 \cdot 10^{-1} (1.33 \cdot 10^{-2})$	$7.65 \cdot 10^{-1} (1.51 \cdot 10^{-2})$	$7.32 \cdot 10^{-1} (1.46 \cdot 10^{-2})$	$8.80 \cdot 10^{-1} (8.13 \cdot 10^{-3})$	$7.54 \cdot 10^{-1} (1.52 \cdot 10^{-2})$
$v = 5/2$	$8.05 \cdot 10^{-1} (1.34 \cdot 10^{-2})$	$6.91 \cdot 10^{-1} (1.74 \cdot 10^{-2})$	$6.80 \cdot 10^{-1} (1.97 \cdot 10^{-2})$	$6.57 \cdot 10^{-1} (2.03 \cdot 10^{-2})$	$8.41 \cdot 10^{-1} (1.11 \cdot 10^{-2})$	$6.46 \cdot 10^{-1} (1.89 \cdot 10^{-2})$
$v = 7/2$	$7.87 \cdot 10^{-1} (1.41 \cdot 10^{-2})$	$6.43 \cdot 10^{-1} (2.02 \cdot 10^{-2})$	$6.44 \cdot 10^{-1} (2.24 \cdot 10^{-2})$	$6.12 \cdot 10^{-1} (2.26 \cdot 10^{-2})$	$8.08 \cdot 10^{-1} (1.40 \cdot 10^{-2})$	$5.92 \cdot 10^{-1} (2.01 \cdot 10^{-2})$
$v = 9/2$	$7.79 \cdot 10^{-1} (1.43 \cdot 10^{-2})$	$6.29 \cdot 10^{-1} (2.05 \cdot 10^{-2})$	$6.06 \cdot 10^{-1} (2.34 \cdot 10^{-2})$	$6.06 \cdot 10^{-1} (2.29 \cdot 10^{-2})$	$7.72 \cdot 10^{-1} (1.64 \cdot 10^{-2})$	$5.49 \cdot 10^{-1} (2.21 \cdot 10^{-2})$
$v = \infty$	$7.41 \cdot 10^{-1} (1.53 \cdot 10^{-2})$	$5.91 \cdot 10^{-1} (2.20 \cdot 10^{-2})$	$5.05 \cdot 10^{-1} (2.75 \cdot 10^{-2})$	$5.41 \cdot 10^{-1} (2.45 \cdot 10^{-2})$	$5.85 \cdot 10^{-1} (2.12 \cdot 10^{-2})$	$4.00 \cdot 10^{-1} (2.51 \cdot 10^{-2})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$8.13 \cdot 10^{-1} (1.66 \cdot 10^{-2})$	$6.17 \cdot 10^{-1} (2.53 \cdot 10^{-2})$	$5.24 \cdot 10^{-1} (2.88 \cdot 10^{-2})$	$5.53 \cdot 10^{-1} (2.77 \cdot 10^{-2})$	$8.85 \cdot 10^{-1} (8.22 \cdot 10^{-3})$	$3.89 \cdot 10^{-1} (2.47 \cdot 10^{-2})$

338



339

340

341

$C_{0.95}(\theta)$	
NLL/SPE	$8.12 \cdot 10^{-1} (1.65 \cdot 10^{-2})$

342

**SM2.2.8. Mystery,  $n = 40$ ,  $d = 2$ .**

343

*Averages of  $R(\theta; S^{\text{SPE}})$ .*

344

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$1.88 \cdot 10^{-1} (4.44 \cdot 10^{-3})$	$1.86 \cdot 10^{-1} (5.34 \cdot 10^{-3})$	$1.82 \cdot 10^{-1} (5.21 \cdot 10^{-3})$	$1.83 \cdot 10^{-1} (5.36 \cdot 10^{-3})$	$3.48 \cdot 10^{-1} (2.75 \cdot 10^{-2})$	$1.80 \cdot 10^{-1} (5.18 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$1.66 \cdot 10^{-1} (6.64 \cdot 10^{-3})$	$2.21 \cdot 10^{-1} (1.47 \cdot 10^{-2})$	$2.12 \cdot 10^{-1} (1.26 \cdot 10^{-2})$	$2.09 \cdot 10^{-1} (1.22 \cdot 10^{-2})$	$1.87 \cdot 10^{-1} (9.79 \cdot 10^{-3})$	$2.45 \cdot 10^{-1} (1.98 \cdot 10^{-2})$
$v = 5/2$	$1.60 \cdot 10^{-1} (7.35 \cdot 10^{-3})$	$2.65 \cdot 10^{-1} (1.96 \cdot 10^{-2})$	$3.14 \cdot 10^{-1} (2.77 \cdot 10^{-2})$	$2.43 \cdot 10^{-1} (1.62 \cdot 10^{-2})$	$3.86 \cdot 10^{-1} (2.51 \cdot 10^{-2})$	$4.19 \cdot 10^{-1} (3.89 \cdot 10^{-2})$
$v = 7/2$	$1.58 \cdot 10^{-1} (7.71 \cdot 10^{-3})$	$2.56 \cdot 10^{-1} (1.90 \cdot 10^{-2})$	$4.75 \cdot 10^{-1} (8.21 \cdot 10^{-2})$	$2.39 \cdot 10^{-1} (1.90 \cdot 10^{-2})$	$9.94 \cdot 10^{-1} (9.30 \cdot 10^{-2})$	$1.06 \cdot 10^0 (1.46 \cdot 10^{-1})$
$v = 9/2$	$1.57 \cdot 10^{-1} (7.84 \cdot 10^{-3})$	$2.47 \cdot 10^{-1} (1.70 \cdot 10^{-2})$	$6.54 \cdot 10^{-1} (1.69 \cdot 10^{-1})$	$3.38 \cdot 10^{-1} (1.10 \cdot 10^{-1})$	$2.26 \cdot 10^0 (2.56 \cdot 10^{-1})$	$1.84 \cdot 10^0 (2.55 \cdot 10^{-1})$
$v = \infty$	$1.52 \cdot 10^{-1} (8.12 \cdot 10^{-3})$	$2.78 \cdot 10^{-1} (4.15 \cdot 10^{-2})$	$2.49 \cdot 10^0 (7.10 \cdot 10^{-1})$	$3.42 \cdot 10^{-1} (6.34 \cdot 10^{-2})$	$3.11 \cdot 10^1 (3.28 \cdot 10^0)$	$1.32 \cdot 10^1 (2.21 \cdot 10^0)$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$1.58 \cdot 10^{-1} (7.32 \cdot 10^{-3})$	$3.24 \cdot 10^{-1} (4.22 \cdot 10^{-2})$	$2.43 \cdot 10^0 (7.17 \cdot 10^{-1})$	$3.66 \cdot 10^{-1} (6.33 \cdot 10^{-2})$	$2.83 \cdot 10^{-1} (2.61 \cdot 10^{-2})$	$1.20 \cdot 10^1 (1.96 \cdot 10^0)$

346

347

$R^*(S^{\text{SPE}})$	
$v = 1/2$	$1.51 \cdot 10^{-1} (3.10 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$1.15 \cdot 10^{-1} (3.59 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$1.05 \cdot 10^{-1} (3.59 \cdot 10^{-3})$
$v = 7/2$	$9.99 \cdot 10^{-2} (3.54 \cdot 10^{-3})$
$v = 9/2$	$9.71 \cdot 10^{-2} (3.50 \cdot 10^{-3})$
$v = \infty$	$8.81 \cdot 10^{-2} (3.30 \cdot 10^{-3})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$8.56 \cdot 10^{-2} (2.89 \cdot 10^{-3})$

348

349

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	
NLL/SPE	$1.63 \cdot 10^{-1} (7.61 \cdot 10^{-3})$
linear	$8.11 \cdot 10^{-1} (1.75 \cdot 10^{-3})$
1NN	$3.02 \cdot 10^{-1} (4.81 \cdot 10^{-3})$
2NN	$2.73 \cdot 10^{-1} (5.34 \cdot 10^{-3})$

350

351

*Averages of  $R(\theta; S^{\text{CRPS}})$ .*

352

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$2.26 \cdot 10^{-1} (1.95 \cdot 10^{-3})$	$2.22 \cdot 10^{-1} (2.43 \cdot 10^{-3})$	$2.19 \cdot 10^{-1} (2.32 \cdot 10^{-3})$	$2.20 \cdot 10^{-1} (2.44 \cdot 10^{-3})$	$3.02 \cdot 10^{-1} (1.22 \cdot 10^{-2})$	$2.18 \cdot 10^{-1} (2.28 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$1.89 \cdot 10^{-1} (3.00 \cdot 10^{-3})$	$2.08 \cdot 10^{-1} (5.46 \cdot 10^{-3})$	$2.01 \cdot 10^{-1} (4.76 \cdot 10^{-3})$	$2.00 \cdot 10^{-1} (4.75 \cdot 10^{-3})$	$1.84 \cdot 10^{-1} (2.77 \cdot 10^{-3})$	$2.13 \cdot 10^{-1} (7.97 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$1.80 \cdot 10^{-1} (3.42 \cdot 10^{-3})$	$2.10 \cdot 10^{-1} (6.23 \cdot 10^{-3})$	$2.10 \cdot 10^{-1} (6.07 \cdot 10^{-3})$	$2.01 \cdot 10^{-1} (5.62 \cdot 10^{-3})$	$2.12 \cdot 10^{-1} (3.61 \cdot 10^{-3})$	$2.34 \cdot 10^{-1} (7.79 \cdot 10^{-3})$
$v = 7/2$	$1.76 \cdot 10^{-1} (3.70 \cdot 10^{-3})$	$2.07 \cdot 10^{-1} (6.32 \cdot 10^{-3})$	$2.25 \cdot 10^{-1} (8.67 \cdot 10^{-3})$	$2.00 \cdot 10^{-1} (6.63 \cdot 10^{-3})$	$2.73 \cdot 10^{-1} (5.73 \cdot 10^{-3})$	$2.89 \cdot 10^{-1} (1.09 \cdot 10^{-2})$
$v = 9/2$	$1.74 \cdot 10^{-1} (3.82 \cdot 10^{-3})$	$2.03 \cdot 10^{-1} (6.37 \cdot 10^{-3})$	$2.35 \cdot 10^{-1} (1.15 \cdot 10^{-2})$	$2.04 \cdot 10^{-1} (9.66 \cdot 10^{-3})$	$3.57 \cdot 10^{-1} (9.10 \cdot 10^{-3})$	$3.47 \cdot 10^{-1} (1.45 \cdot 10^{-2})$
$v = \infty$	$1.67 \cdot 10^{-1} (4.21 \cdot 10^{-3})$	$2.04 \cdot 10^{-1} (7.89 \cdot 10^{-3})$	$3.12 \cdot 10^{-1} (2.64 \cdot 10^{-2})$	$2.09 \cdot 10^{-1} (9.78 \cdot 10^{-3})$	$1.28 \cdot 10^0 (5.64 \cdot 10^{-2})$	$7.81 \cdot 10^{-1} (5.75 \cdot 10^{-2})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$1.75 \cdot 10^{-1} (4.03 \cdot 10^{-3})$	$2.18 \cdot 10^{-1} (7.71 \cdot 10^{-3})$	$3.09 \cdot 10^{-1} (2.55 \cdot 10^{-2})$	$2.20 \cdot 10^{-1} (1.01 \cdot 10^{-2})$	$2.50 \cdot 10^{-1} (1.17 \cdot 10^{-2})$	$7.79 \cdot 10^{-1} (5.61 \cdot 10^{-2})$

354

355

356

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	
NLL/SPE	$1.79 \cdot 10^{-1} (4.37 \cdot 10^{-3})$

357

*Averages of  $R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$ .*

358

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$2.26 \cdot 10^0 (3.17 \cdot 10^{-2})$	$2.24 \cdot 10^0 (5.08 \cdot 10^{-2})$	$2.22 \cdot 10^0 (4.90 \cdot 10^{-2})$	$2.26 \cdot 10^0 (5.70 \cdot 10^{-2})$	$3.16 \cdot 10^0 (1.64 \cdot 10^{-1})$	$2.22 \cdot 10^0 (4.85 \cdot 10^{-2})$
$v = 3/2$	$2.20 \cdot 10^0 (6.70 \cdot 10^{-2})$	$2.70 \cdot 10^0 (1.47 \cdot 10^{-1})$	$2.62 \cdot 10^0 (1.39 \cdot 10^{-1})$	$2.84 \cdot 10^0 (1.45 \cdot 10^{-1})$	$2.13 \cdot 10^0 (6.01 \cdot 10^{-2})$	$2.90 \cdot 10^0 (1.93 \cdot 10^{-1})$
$v = 5/2$	$2.20 \cdot 10^0 (8.31 \cdot 10^{-2})$	$3.05 \cdot 10^0 (1.80 \cdot 10^{-1})$	$3.24 \cdot 10^0 (1.83 \cdot 10^{-1})$	$3.29 \cdot 10^0 (1.80 \cdot 10^{-1})$	$2.73 \cdot 10^0 (9.35 \cdot 10^{-2})$	$3.59 \cdot 10^0 (2.09 \cdot 10^{-1})$
$v = 7/2$	$2.23 \cdot 10^0 (9.34 \cdot 10^{-2})$	$3.06 \cdot 10^0 (1.75 \cdot 10^{-1})$	$3.82 \cdot 10^0 (2.68 \cdot 10^{-1})$	$3.43 \cdot 10^0 (2.11 \cdot 10^{-1})$	$3.82 \cdot 10^0 (1.70 \cdot 10^{-1})$	$4.61 \cdot 10^0 (2.36 \cdot 10^{-1})$
$v = 9/2$	$2.24 \cdot 10^0 (9.89 \cdot 10^{-2})$	$3.08 \cdot 10^0 (1.84 \cdot 10^{-1})$	$4.21 \cdot 10^0 (3.55 \cdot 10^{-1})$	$3.68 \cdot 10^0 (3.25 \cdot 10^{-1})$	$5.16 \cdot 10^0 (2.76 \cdot 10^{-1})$	$5.88 \cdot 10^0 (3.23 \cdot 10^{-1})$
$v = \infty$	$2.30 \cdot 10^0 (1.19 \cdot 10^{-1})$	$3.30 \cdot 10^0 (2.35 \cdot 10^{-1})$	$6.55 \cdot 10^0 (7.69 \cdot 10^{-1})$	$4.00 \cdot 10^0 (3.28 \cdot 10^{-1})$	$1.81 \cdot 10^1 (1.02 \cdot 10^0)$	$1.56 \cdot 10^1 (1.37 \cdot 10^0)$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$2.28 \cdot 10^0 (1.01 \cdot 10^{-1})$	$3.52 \cdot 10^0 (2.25 \cdot 10^{-1})$	$6.43 \cdot 10^0 (7.45 \cdot 10^{-1})$	$4.33 \cdot 10^0 (3.35 \cdot 10^{-1})$	$2.77 \cdot 10^0 (1.62 \cdot 10^{-1})$	$1.52 \cdot 10^1 (1.27 \cdot 10^0)$

359

360

361

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	
NLL/SPE	$2.30 \cdot 10^0 (1.01 \cdot 10^{-1})$

362

*Averages of  $C_{0.95}(\theta)$ .*

363



**SUPPLEMENTARY MATERIALS: PARAMETER SELECTION IN GAUSSIAN PROCESS INTERPOLATION  
SM17**

$C_{0.95}(\theta)$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$9.58 \cdot 10^{-1} (3.00 \cdot 10^{-3})$	$9.46 \cdot 10^{-1} (3.85 \cdot 10^{-3})$	$9.47 \cdot 10^{-1} (3.85 \cdot 10^{-3})$	$9.39 \cdot 10^{-1} (4.31 \cdot 10^{-3})$	$9.25 \cdot 10^{-1} (7.00 \cdot 10^{-3})$	$9.48 \cdot 10^{-1} (3.78 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$9.32 \cdot 10^{-1} (4.79 \cdot 10^{-3})$	$8.98 \cdot 10^{-1} (6.81 \cdot 10^{-3})$	$9.01 \cdot 10^{-1} (6.26 \cdot 10^{-3})$	$8.71 \cdot 10^{-1} (6.83 \cdot 10^{-3})$	$9.32 \cdot 10^{-1} (4.41 \cdot 10^{-3})$	$8.93 \cdot 10^{-1} (8.25 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$9.20 \cdot 10^{-1} (5.66 \cdot 10^{-3})$	$8.73 \cdot 10^{-1} (8.08 \cdot 10^{-3})$	$8.68 \cdot 10^{-1} (7.26 \cdot 10^{-3})$	$8.36 \cdot 10^{-1} (8.38 \cdot 10^{-3})$	$9.14 \cdot 10^{-1} (5.41 \cdot 10^{-3})$	$8.63 \cdot 10^{-1} (8.88 \cdot 10^{-3})$
$v = 7/2$	$9.13 \cdot 10^{-1} (6.14 \cdot 10^{-3})$	$8.62 \cdot 10^{-1} (8.39 \cdot 10^{-3})$	$8.42 \cdot 10^{-1} (8.44 \cdot 10^{-3})$	$8.20 \cdot 10^{-1} (9.76 \cdot 10^{-3})$	$9.00 \cdot 10^{-1} (7.24 \cdot 10^{-3})$	$8.36 \cdot 10^{-1} (8.84 \cdot 10^{-3})$
$v = 9/2$	$9.08 \cdot 10^{-1} (6.45 \cdot 10^{-3})$	$8.54 \cdot 10^{-1} (8.94 \cdot 10^{-3})$	$8.23 \cdot 10^{-1} (9.91 \cdot 10^{-3})$	$8.08 \cdot 10^{-1} (1.04 \cdot 10^{-2})$	$8.88 \cdot 10^{-1} (8.88 \cdot 10^{-3})$	$8.04 \cdot 10^{-1} (1.04 \cdot 10^{-2})$
$v = \infty$	$8.86 \cdot 10^{-1} (7.61 \cdot 10^{-3})$	$8.13 \cdot 10^{-1} (1.23 \cdot 10^{-2})$	$7.16 \cdot 10^{-1} (1.73 \cdot 10^{-2})$	$7.51 \cdot 10^{-1} (1.62 \cdot 10^{-2})$	$7.52 \cdot 10^{-1} (1.96 \cdot 10^{-2})$	$6.18 \cdot 10^{-1} (1.74 \cdot 10^{-2})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$8.92 \cdot 10^{-1} (7.11 \cdot 10^{-3})$	$8.12 \cdot 10^{-1} (1.16 \cdot 10^{-2})$	$7.14 \cdot 10^{-1} (1.71 \cdot 10^{-2})$	$7.42 \cdot 10^{-1} (1.60 \cdot 10^{-2})$	$9.22 \cdot 10^{-1} (6.00 \cdot 10^{-3})$	$6.12 \cdot 10^{-1} (1.71 \cdot 10^{-2})$

$C_{0.95}(\theta)$	
NLL/SPE	$8.97 \cdot 10^{-1} (7.03 \cdot 10^{-3})$

**SM2.9. Mystery,  $n = 100, d = 2$ .**

*Averages of  $R(\theta; S^{\text{SPE}})$ .*

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$5.16 \cdot 10^{-2} (1.29 \cdot 10^{-3})$	$5.24 \cdot 10^{-2} (1.24 \cdot 10^{-3})$	$5.15 \cdot 10^{-2} (1.19 \cdot 10^{-3})$	$5.16 \cdot 10^{-2} (1.24 \cdot 10^{-3})$	$1.97 \cdot 10^{-1} (2.26 \cdot 10^{-2})$	$5.10 \cdot 10^{-2} (1.19 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$2.33 \cdot 10^{-2} (1.01 \cdot 10^{-3})$	$3.46 \cdot 10^{-2} (2.85 \cdot 10^{-3})$	$3.33 \cdot 10^{-2} (2.70 \cdot 10^{-3})$	$3.32 \cdot 10^{-2} (2.93 \cdot 10^{-3})$	$3.42 \cdot 10^{-2} (3.19 \cdot 10^{-3})$	$2.99 \cdot 10^{-2} (2.49 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$2.01 \cdot 10^{-2} (2.06 \cdot 10^{-3})$	$3.45 \cdot 10^{-2} (5.23 \cdot 10^{-3})$	$3.23 \cdot 10^{-2} (5.16 \cdot 10^{-3})$	$3.38 \cdot 10^{-2} (5.22 \cdot 10^{-3})$	$4.64 \cdot 10^{-2} (9.82 \cdot 10^{-3})$	$3.17 \cdot 10^{-2} (5.14 \cdot 10^{-3})$
$v = 7/2$	$1.77 \cdot 10^{-2} (2.50 \cdot 10^{-3})$	$3.30 \cdot 10^{-2} (6.08 \cdot 10^{-3})$	$2.91 \cdot 10^{-2} (3.50 \cdot 10^{-3})$	$2.80 \cdot 10^{-2} (3.64 \cdot 10^{-3})$	$4.10 \cdot 10^{-2} (9.08 \cdot 10^{-3})$	$3.91 \cdot 10^{-2} (7.28 \cdot 10^{-3})$
$v = 9/2$	$1.53 \cdot 10^{-2} (2.31 \cdot 10^{-3})$	$2.71 \cdot 10^{-2} (3.99 \cdot 10^{-3})$	$3.32 \cdot 10^{-2} (3.05 \cdot 10^{-3})$	$2.68 \cdot 10^{-2} (3.65 \cdot 10^{-3})$	$4.17 \cdot 10^{-2} (4.67 \cdot 10^{-3})$	$4.93 \cdot 10^{-2} (1.25 \cdot 10^{-2})$
$v \in \{1/2, \dots, 9/2\}$	$1.53 \cdot 10^{-2} (2.31 \cdot 10^{-3})$	$2.76 \cdot 10^{-2} (4.01 \cdot 10^{-3})$	$3.29 \cdot 10^{-2} (3.03 \cdot 10^{-3})$	$2.68 \cdot 10^{-2} (3.66 \cdot 10^{-3})$	$2.56 \cdot 10^{-1} (3.50 \cdot 10^{-2})$	$3.72 \cdot 10^{-2} (3.45 \cdot 10^{-3})$

$R^*(S^{\text{SPE}})$	
$v = 1/2$	$4.73 \cdot 10^{-2} (1.13 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$1.64 \cdot 10^{-2} (6.55 \cdot 10^{-4})$
$v = 5/2$	$9.59 \cdot 10^{-3} (4.62 \cdot 10^{-4})$
$v = 7/2$	$6.95 \cdot 10^{-3} (3.19 \cdot 10^{-4})$
$v = 9/2$	$5.62 \cdot 10^{-3} (2.35 \cdot 10^{-4})$
$v \in \{1/2, \dots, 9/2\}$	$5.62 \cdot 10^{-3} (2.35 \cdot 10^{-4})$

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	
NLL/SPE	$1.66 \cdot 10^{-2} (2.30 \cdot 10^{-3})$
linear	$8.00 \cdot 10^{-1} (9.39 \cdot 10^{-4})$
1NN	$1.42 \cdot 10^{-1} (1.68 \cdot 10^{-3})$
2NN	$1.21 \cdot 10^{-1} (1.96 \cdot 10^{-3})$

*Averages of  $R(\theta; S^{\text{CRPS}})$ .*

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$1.18 \cdot 10^{-1} (8.38 \cdot 10^{-4})$	$1.11 \cdot 10^{-1} (1.01 \cdot 10^{-3})$	$1.10 \cdot 10^{-1} (9.88 \cdot 10^{-4})$	$1.09 \cdot 10^{-1} (1.07 \cdot 10^{-3})$	$2.05 \cdot 10^{-1} (1.28 \cdot 10^{-2})$	$1.10 \cdot 10^{-1} (9.87 \cdot 10^{-4})$
$v = 3/2$	$5.94 \cdot 10^{-2} (6.66 \cdot 10^{-4})$	$6.04 \cdot 10^{-2} (1.02 \cdot 10^{-3})$	$5.78 \cdot 10^{-2} (9.46 \cdot 10^{-4})$	$5.69 \cdot 10^{-2} (1.06 \cdot 10^{-3})$	$5.67 \cdot 10^{-2} (1.02 \cdot 10^{-3})$	$5.60 \cdot 10^{-2} (9.40 \cdot 10^{-4})$
$v = 5/2$	$4.35 \cdot 10^{-2} (7.86 \cdot 10^{-4})$	$4.76 \cdot 10^{-2} (1.39 \cdot 10^{-3})$	$4.34 \cdot 10^{-2} (1.31 \cdot 10^{-3})$	$4.47 \cdot 10^{-2} (1.41 \cdot 10^{-3})$	$4.42 \cdot 10^{-2} (1.77 \cdot 10^{-3})$	$4.35 \cdot 10^{-2} (1.30 \cdot 10^{-3})$
$v = 7/2$	$3.60 \cdot 10^{-2} (8.72 \cdot 10^{-4})$	$4.13 \cdot 10^{-2} (1.49 \cdot 10^{-3})$	$3.79 \cdot 10^{-2} (1.13 \cdot 10^{-3})$	$3.88 \cdot 10^{-2} (1.27 \cdot 10^{-3})$	$3.91 \cdot 10^{-2} (1.47 \cdot 10^{-3})$	$4.03 \cdot 10^{-2} (1.37 \cdot 10^{-3})$
$v = 9/2$	$3.17 \cdot 10^{-2} (8.53 \cdot 10^{-4})$	$3.62 \cdot 10^{-2} (1.26 \cdot 10^{-3})$	$3.57 \cdot 10^{-2} (1.04 \cdot 10^{-3})$	$3.52 \cdot 10^{-2} (1.25 \cdot 10^{-3})$	$3.72 \cdot 10^{-2} (1.00 \cdot 10^{-3})$	$3.92 \cdot 10^{-2} (1.47 \cdot 10^{-3})$
$v \in \{1/2, \dots, 9/2\}$	$3.17 \cdot 10^{-2} (8.53 \cdot 10^{-4})$	$3.64 \cdot 10^{-2} (1.28 \cdot 10^{-3})$	$3.55 \cdot 10^{-2} (1.02 \cdot 10^{-3})$	$3.52 \cdot 10^{-2} (1.26 \cdot 10^{-3})$	$2.24 \cdot 10^{-1} (1.65 \cdot 10^{-2})$	$3.83 \cdot 10^{-2} (1.11 \cdot 10^{-3})$

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	
NLL/SPE	$3.45 \cdot 10^{-2} (1.12 \cdot 10^{-3})$

*Averages of  $R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$ .*

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$1.31 \cdot 10^0 (1.14 \cdot 10^{-2})$	$1.21 \cdot 10^0 (2.15 \cdot 10^{-2})$	$1.20 \cdot 10^0 (2.09 \cdot 10^{-2})$	$1.24 \cdot 10^0 (2.49 \cdot 10^{-2})$	$2.17 \cdot 10^0 (1.47 \cdot 10^{-1})$	$1.19 \cdot 10^0 (2.05 \cdot 10^{-2})$
$v = 3/2$	$7.36 \cdot 10^{-1} (1.37 \cdot 10^{-2})$	$8.99 \cdot 10^{-1} (3.29 \cdot 10^{-2})$	$8.54 \cdot 10^{-1} (3.21 \cdot 10^{-2})$	$1.00 \cdot 10^0 (3.74 \cdot 10^{-2})$	$8.58 \cdot 10^{-1} (3.49 \cdot 10^{-2})$	$8.04 \cdot 10^{-1} (3.06 \cdot 10^{-2})$
$v = 5/2$	$5.85 \cdot 10^{-1} (2.17 \cdot 10^{-2})$	$8.05 \cdot 10^{-1} (4.60 \cdot 10^{-2})$	$7.58 \cdot 10^{-1} (4.79 \cdot 10^{-2})$	$9.52 \cdot 10^{-1} (5.34 \cdot 10^{-2})$	$7.66 \cdot 10^{-1} (6.18 \cdot 10^{-2})$	$7.13 \cdot 10^{-1} (4.57 \cdot 10^{-2})$
$v = 7/2$	$5.04 \cdot 10^{-1} (2.61 \cdot 10^{-2})$	$7.42 \cdot 10^{-1} (4.82 \cdot 10^{-2})$	$6.92 \cdot 10^{-1} (4.00 \cdot 10^{-2})$	$8.75 \cdot 10^{-1} (4.86 \cdot 10^{-2})$	$6.51 \cdot 10^{-1} (4.57 \cdot 10^{-2})$	$6.60 \cdot 10^{-1} (3.99 \cdot 10^{-2})$
$v = 9/2$	$4.50 \cdot 10^{-1} (2.57 \cdot 10^{-2})$	$6.51 \cdot 10^{-1} (3.98 \cdot 10^{-2})$	$6.72 \cdot 10^{-1} (3.40 \cdot 10^{-2})$	$7.98 \cdot 10^{-1} (4.80 \cdot 10^{-2})$	$6.21 \cdot 10^{-1} (2.83 \cdot 10^{-2})$	$6.42 \cdot 10^{-1} (3.40 \cdot 10^{-2})$
$v \in \{1/2, \dots, 9/2\}$	$4.50 \cdot 10^{-1} (2.57 \cdot 10^{-2})$	$6.57 \cdot 10^{-1} (4.03 \cdot 10^{-2})$	$6.66 \cdot 10^{-1} (3.40 \cdot 10^{-2})$	$8.00 \cdot 10^{-1} (4.89 \cdot 10^{-2})$	$2.37 \cdot 10^0 (1.79 \cdot 10^{-1})$	$6.32 \cdot 10^{-1} (3.25 \cdot 10^{-2})$

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	
NLL/SPE	$4.88 \cdot 10^{-1} (2.69 \cdot 10^{-2})$

*Averages of  $C_{0.95}(\theta)$ .*

$C_{0.95}(\theta)$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$9.84 \cdot 10^{-1} (1.23 \cdot 10^{-3})$	$9.51 \cdot 10^{-1} (2.14 \cdot 10^{-3})$	$9.52 \cdot 10^{-1} (2.11 \cdot 10^{-3})$	$9.33 \cdot 10^{-1} (2.64 \cdot 10^{-3})$	$9.28 \cdot 10^{-1} (5.45 \cdot 10^{-3})$	$9.52 \cdot 10^{-1} (2.07 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$9.76 \cdot 10^{-1} (1.47 \cdot 10^{-3})$	$9.38 \cdot 10^{-1} (2.74 \cdot 10^{-3})$	$9.39 \cdot 10^{-1} (2.74 \cdot 10^{-3})$	$8.99 \cdot 10^{-1} (3.65 \cdot 10^{-3})$	$9.46 \cdot 10^{-1} (2.62 \cdot 10^{-3})$	$9.45 \cdot 10^{-1} (2.70 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$9.70 \cdot 10^{-1} (1.89 \cdot 10^{-3})$	$9.25 \cdot 10^{-1} (3.39 \cdot 10^{-3})$	$9.28 \cdot 10^{-1} (3.62 \cdot 10^{-3})$	$8.70 \cdot 10^{-1} (4.87 \cdot 10^{-3})$	$9.40 \cdot 10^{-1} (3.31 \cdot 10^{-3})$	$9.35 \cdot 10^{-1} (3.70 \cdot 10^{-3})$
$v = 7/2$	$9.65 \cdot 10^{-1} (2.24 \cdot 10^{-3})$	$9.13 \cdot 10^{-1} (3.84 \cdot 10^{-3})$	$9.12 \cdot 10^{-1} (4.10 \cdot 10^{-3})$	$8.51 \cdot 10^{-1} (5.84 \cdot 10^{-3})$	$9.34 \cdot 10^{-1} (3.47 \cdot 10^{-3})$	$9.24 \cdot 10^{-1} (4.24 \cdot 10^{-3})$
$v = 9/2$	$9.60 \cdot 10^{-1} (2.42 \cdot 10^{-3})$	$9.10 \cdot 10^{-1} (3.93 \cdot 10^{-3})$	$9.01 \cdot 10^{-1} (4.17 \cdot 10^{-3})$	$8.40 \cdot 10^{-1} (6.81 \cdot 10^{-3})$	$9.31 \cdot 10^{-1} (3.70 \cdot 10^{-3})$	$9.19 \cdot 10^{-1} (4.51 \cdot 10^{-3})$
$v \in \{1/2, \dots, 9/2\}$	$9.60 \cdot 10^{-1} (2.42 \cdot 10^{-3})$	$9.10 \cdot 10^{-1} (3.87 \cdot 10^{-3})$	$9.01 \cdot 10^{-1} (4.18 \cdot 10^{-3})$	$8.40 \cdot 10^{-1} (6.87 \cdot 10^{-3})$	$9.28 \cdot 10^{-1} (4.91 \cdot 10^{-3})$	$9.18 \cdot 10^{-1} (4.54 \cdot 10^{-3})$

$C_{0.95}(\theta)$	
NLL/SPE	$9.60 \cdot 10^{-1} (2.36 \cdot 10^{-3})$

### SM2.2.10. GKLS $C^0$ , $n = 20$ , $d = 2$ .

Averages of  $R(\theta; S^{\text{SPE}})$ .

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$3.65 \cdot 10^{-1} (2.53 \cdot 10^{-2})$	$3.17 \cdot 10^{-1} (2.10 \cdot 10^{-2})$	$3.53 \cdot 10^{-1} (2.50 \cdot 10^{-2})$	$3.20 \cdot 10^{-1} (2.12 \cdot 10^{-2})$	$4.16 \cdot 10^{-1} (3.06 \cdot 10^{-2})$	$3.73 \cdot 10^{-1} (2.56 \cdot 10^{-2})$
$v = 3/2$	$3.81 \cdot 10^{-1} (2.75 \cdot 10^{-2})$	$4.42 \cdot 10^{-1} (3.11 \cdot 10^{-2})$	$4.49 \cdot 10^{-1} (3.02 \cdot 10^{-2})$	$3.97 \cdot 10^{-1} (2.68 \cdot 10^{-2})$	$3.36 \cdot 10^{-1} (1.80 \cdot 10^{-2})$	$6.28 \cdot 10^{-1} (4.99 \cdot 10^{-2})$
$v = 5/2$	$4.05 \cdot 10^{-1} (2.83 \cdot 10^{-2})$	$5.00 \cdot 10^{-1} (3.54 \cdot 10^{-2})$	$5.15 \cdot 10^{-1} (3.35 \cdot 10^{-2})$	$4.55 \cdot 10^{-1} (3.11 \cdot 10^{-2})$	$7.50 \cdot 10^{-1} (5.59 \cdot 10^{-2})$	$8.59 \cdot 10^{-1} (6.94 \cdot 10^{-2})$
$v = 7/2$	$4.11 \cdot 10^{-1} (2.84 \cdot 10^{-2})$	$5.64 \cdot 10^{-1} (4.64 \cdot 10^{-2})$	$6.93 \cdot 10^{-1} (6.26 \cdot 10^{-2})$	$4.85 \cdot 10^{-1} (3.84 \cdot 10^{-2})$	$2.34 \cdot 10^0 (2.94 \cdot 10^{-1})$	$1.72 \cdot 10^0 (3.52 \cdot 10^{-1})$
$v = 9/2$	$4.14 \cdot 10^{-1} (2.82 \cdot 10^{-2})$	$6.13 \cdot 10^{-1} (6.38 \cdot 10^{-2})$	$7.15 \cdot 10^{-1} (6.74 \cdot 10^{-2})$	$5.18 \cdot 10^{-1} (5.28 \cdot 10^{-2})$	$6.50 \cdot 10^0 (1.55 \cdot 10^0)$	$1.81 \cdot 10^0 (2.37 \cdot 10^{-1})$
$v = \infty$	$4.40 \cdot 10^{-1} (2.83 \cdot 10^{-2})$	$7.46 \cdot 10^{-1} (9.90 \cdot 10^{-2})$	$1.28 \cdot 10^0 (2.54 \cdot 10^{-1})$	$6.70 \cdot 10^{-1} (8.62 \cdot 10^{-2})$	$2.74 \cdot 10^1 (7.95 \cdot 10^0)$	$7.01 \cdot 10^0 (1.34 \cdot 10^0)$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$4.09 \cdot 10^{-1} (2.87 \cdot 10^{-2})$	$7.67 \cdot 10^{-1} (1.06 \cdot 10^{-1})$	$9.16 \cdot 10^{-1} (1.24 \cdot 10^{-1})$	$6.25 \cdot 10^{-1} (9.17 \cdot 10^{-2})$	$3.64 \cdot 10^{-1} (2.50 \cdot 10^{-2})$	$5.78 \cdot 10^0 (1.08 \cdot 10^0)$

$R^*(S^{\text{SPE}})$	
$v = 1/2$	$2.30 \cdot 10^{-1} (1.17 \cdot 10^{-2})$
$v = 3/2$	$2.17 \cdot 10^{-1} (1.06 \cdot 10^{-2})$
$v = 5/2$	$2.19 \cdot 10^{-1} (1.05 \cdot 10^{-2})$
$v = 7/2$	$2.20 \cdot 10^{-1} (1.04 \cdot 10^{-2})$
$v = 9/2$	$2.22 \cdot 10^{-1} (1.03 \cdot 10^{-2})$
$v = \infty$	$2.30 \cdot 10^{-1} (1.02 \cdot 10^{-2})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$2.05 \cdot 10^{-1} (1.04 \cdot 10^{-2})$

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	
NLL/SPE	$3.99 \cdot 10^{-1} (2.79 \cdot 10^{-2})$
linear	$5.60 \cdot 10^{-1} (2.00 \cdot 10^{-2})$
1NN	$4.08 \cdot 10^{-1} (1.52 \cdot 10^{-2})$
2NN	$3.76 \cdot 10^{-1} (1.50 \cdot 10^{-2})$

Averages of  $R(\theta; S^{\text{CRPS}})$ .

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$2.91 \cdot 10^{-1} (9.38 \cdot 10^{-3})$	$2.72 \cdot 10^{-1} (8.08 \cdot 10^{-3})$	$2.83 \cdot 10^{-1} (9.34 \cdot 10^{-3})$	$2.64 \cdot 10^{-1} (8.31 \cdot 10^{-3})$	$3.17 \cdot 10^{-1} (1.22 \cdot 10^{-2})$	$2.90 \cdot 10^{-1} (9.49 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$2.91 \cdot 10^{-1} (1.04 \cdot 10^{-2})$	$3.21 \cdot 10^{-1} (1.19 \cdot 10^{-2})$	$3.22 \cdot 10^{-1} (1.17 \cdot 10^{-2})$	$3.06 \cdot 10^{-1} (1.13 \cdot 10^{-2})$	$2.78 \cdot 10^{-1} (6.14 \cdot 10^{-3})$	$3.79 \cdot 10^{-1} (1.50 \cdot 10^{-2})$
$v = 5/2$	$3.02 \cdot 10^{-1} (1.07 \cdot 10^{-2})$	$3.44 \cdot 10^{-1} (1.33 \cdot 10^{-2})$	$3.51 \cdot 10^{-1} (1.27 \cdot 10^{-2})$	$3.33 \cdot 10^{-1} (1.27 \cdot 10^{-2})$	$3.84 \cdot 10^{-1} (1.17 \cdot 10^{-2})$	$4.36 \cdot 10^{-1} (1.71 \cdot 10^{-2})$
$v = 7/2$	$3.06 \cdot 10^{-1} (1.07 \cdot 10^{-2})$	$3.63 \cdot 10^{-1} (1.43 \cdot 10^{-2})$	$3.93 \cdot 10^{-1} (1.55 \cdot 10^{-2})$	$3.41 \cdot 10^{-1} (1.34 \cdot 10^{-2})$	$5.68 \cdot 10^{-1} (2.72 \cdot 10^{-2})$	$5.36 \cdot 10^{-1} (2.76 \cdot 10^{-2})$
$v = 9/2$	$3.08 \cdot 10^{-1} (1.06 \cdot 10^{-2})$	$3.70 \cdot 10^{-1} (1.56 \cdot 10^{-2})$	$4.02 \cdot 10^{-1} (1.67 \cdot 10^{-2})$	$3.50 \cdot 10^{-1} (1.47 \cdot 10^{-2})$	$7.88 \cdot 10^{-1} (5.41 \cdot 10^{-2})$	$5.70 \cdot 10^{-1} (2.83 \cdot 10^{-2})$
$v = \infty$	$3.24 \cdot 10^{-1} (1.04 \cdot 10^{-2})$	$4.04 \cdot 10^{-1} (1.77 \cdot 10^{-2})$	$4.83 \cdot 10^{-1} (2.76 \cdot 10^{-2})$	$3.90 \cdot 10^{-1} (1.66 \cdot 10^{-2})$	$1.46 \cdot 10^0 (1.17 \cdot 10^{-1})$	$9.33 \cdot 10^{-1} (7.23 \cdot 10^{-2})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$3.08 \cdot 10^{-1} (1.09 \cdot 10^{-2})$	$4.01 \cdot 10^{-1} (1.98 \cdot 10^{-2})$	$4.54 \cdot 10^{-1} (2.53 \cdot 10^{-2})$	$3.65 \cdot 10^{-1} (1.86 \cdot 10^{-2})$	$2.89 \cdot 10^{-1} (8.96 \cdot 10^{-3})$	$9.06 \cdot 10^{-1} (6.76 \cdot 10^{-2})$

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	
NLL/SPE	$3.06 \cdot 10^{-1} (1.06 \cdot 10^{-2})$

Averages of  $R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$ .

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$4.04 \cdot 10^0 (1.90 \cdot 10^{-1})$	$3.84 \cdot 10^0 (1.78 \cdot 10^{-1})$	$4.05 \cdot 10^0 (1.91 \cdot 10^{-1})$	$4.17 \cdot 10^0 (2.10 \cdot 10^{-1})$	$4.17 \cdot 10^0 (1.61 \cdot 10^{-1})$	$4.20 \cdot 10^0 (1.94 \cdot 10^{-1})$
$v = 3/2$	$4.54 \cdot 10^0 (2.67 \cdot 10^{-1})$	$5.57 \cdot 10^0 (3.54 \cdot 10^{-1})$	$5.70 \cdot 10^0 (3.49 \cdot 10^{-1})$	$5.84 \cdot 10^0 (3.99 \cdot 10^{-1})$	$3.76 \cdot 10^0 (1.28 \cdot 10^{-1})$	$6.91 \cdot 10^0 (3.98 \cdot 10^{-1})$
$v = 5/2$	$5.01 \cdot 10^0 (3.02 \cdot 10^{-1})$	$6.57 \cdot 10^0 (4.38 \cdot 10^{-1})$	$6.88 \cdot 10^0 (4.26 \cdot 10^{-1})$	$6.88 \cdot 10^0 (4.54 \cdot 10^{-1})$	$4.92 \cdot 10^0 (1.51 \cdot 10^{-1})$	$8.50 \cdot 10^0 (4.53 \cdot 10^{-1})$
$v = 7/2$	$5.17 \cdot 10^0 (3.06 \cdot 10^{-1})$	$7.07 \cdot 10^0 (4.52 \cdot 10^{-1})$	$8.11 \cdot 10^0 (4.80 \cdot 10^{-1})$	$7.32 \cdot 10^0 (4.92 \cdot 10^{-1})$	$7.09 \cdot 10^0 (3.27 \cdot 10^{-1})$	$1.10 \cdot 10^1 (6.59 \cdot 10^{-1})$
$v = 9/2$	$5.22 \cdot 10^0 (2.94 \cdot 10^{-1})$	$7.20 \cdot 10^0 (4.62 \cdot 10^{-1})$	$8.58 \cdot 10^0 (5.27 \cdot 10^{-1})$	$7.74 \cdot 10^0 (5.36 \cdot 10^{-1})$	$1.00 \cdot 10^1 (8.31 \cdot 10^{-1})$	$1.17 \cdot 10^1 (6.11 \cdot 10^{-1})$
$v = \infty$	$5.70 \cdot 10^0 (2.89 \cdot 10^{-1})$	$8.77 \cdot 10^0 (6.08 \cdot 10^{-1})$	$1.19 \cdot 10^1 (9.82 \cdot 10^{-1})$	$9.50 \cdot 10^0 (6.68 \cdot 10^{-1})$	$2.30 \cdot 10^1 (1.70 \cdot 10^0)$	$2.37 \cdot 10^1 (1.98 \cdot 10^0)$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$5.35 \cdot 10^0 (3.20 \cdot 10^{-1})$	$9.16 \cdot 10^0 (6.75 \cdot 10^{-1})$	$1.11 \cdot 10^1 (9.00 \cdot 10^{-1})$	$8.90 \cdot 10^0 (7.24 \cdot 10^{-1})$	$3.93 \cdot 10^0 (1.57 \cdot 10^{-1})$	$2.27 \cdot 10^1 (1.85 \cdot 10^0)$

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	
NLL/SPE	$5.14 \cdot 10^0 (3.06 \cdot 10^{-1})$

SUPPLEMENTARY MATERIALS: PARAMETER SELECTION IN GAUSSIAN PROCESS INTERPOLATION  
SM19

Averages of  $C_{0.95}(\theta)$ .

$C_{0.95}(\theta)$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$9.29 \cdot 10^{-1} (5.88 \cdot 10^{-3})$	$9.23 \cdot 10^{-1} (6.40 \cdot 10^{-3})$	$9.18 \cdot 10^{-1} (6.09 \cdot 10^{-3})$	$8.75 \cdot 10^{-1} (6.83 \cdot 10^{-3})$	$9.28 \cdot 10^{-1} (5.49 \cdot 10^{-3})$	$9.14 \cdot 10^{-1} (5.92 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$8.71 \cdot 10^{-1} (9.36 \cdot 10^{-3})$	$8.16 \cdot 10^{-1} (1.34 \cdot 10^{-2})$	$8.08 \cdot 10^{-1} (1.33 \cdot 10^{-2})$	$7.72 \cdot 10^{-1} (1.53 \cdot 10^{-2})$	$9.03 \cdot 10^{-1} (6.92 \cdot 10^{-3})$	$7.77 \cdot 10^{-1} (1.30 \cdot 10^{-2})$
$v = 5/2$	$8.37 \cdot 10^{-1} (1.11 \cdot 10^{-2})$	$7.59 \cdot 10^{-1} (1.65 \cdot 10^{-2})$	$7.35 \cdot 10^{-1} (1.66 \cdot 10^{-2})$	$7.02 \cdot 10^{-1} (1.98 \cdot 10^{-2})$	$8.54 \cdot 10^{-1} (8.92 \cdot 10^{-3})$	$6.93 \cdot 10^{-1} (1.54 \cdot 10^{-2})$
$v = 7/2$	$8.20 \cdot 10^{-1} (1.17 \cdot 10^{-2})$	$7.19 \cdot 10^{-1} (1.91 \cdot 10^{-2})$	$6.67 \cdot 10^{-1} (1.98 \cdot 10^{-2})$	$6.75 \cdot 10^{-1} (2.03 \cdot 10^{-2})$	$8.06 \cdot 10^{-1} (1.25 \cdot 10^{-2})$	$6.11 \cdot 10^{-1} (1.68 \cdot 10^{-2})$
$v = 9/2$	$8.13 \cdot 10^{-1} (1.18 \cdot 10^{-2})$	$7.08 \cdot 10^{-1} (1.97 \cdot 10^{-2})$	$6.39 \cdot 10^{-1} (2.23 \cdot 10^{-2})$	$6.49 \cdot 10^{-1} (2.17 \cdot 10^{-2})$	$7.68 \cdot 10^{-1} (1.49 \cdot 10^{-2})$	$5.78 \cdot 10^{-1} (1.74 \cdot 10^{-2})$
$v = \infty$	$7.69 \cdot 10^{-1} (1.31 \cdot 10^{-2})$	$6.18 \cdot 10^{-1} (2.40 \cdot 10^{-2})$	$5.30 \cdot 10^{-1} (2.60 \cdot 10^{-2})$	$5.63 \cdot 10^{-1} (2.62 \cdot 10^{-2})$	$5.95 \cdot 10^{-1} (1.93 \cdot 10^{-2})$	$3.89 \cdot 10^{-1} (1.77 \cdot 10^{-2})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$8.20 \cdot 10^{-1} (1.46 \cdot 10^{-2})$	$6.40 \cdot 10^{-1} (2.67 \cdot 10^{-2})$	$5.57 \cdot 10^{-1} (2.67 \cdot 10^{-2})$	$6.20 \cdot 10^{-1} (2.89 \cdot 10^{-2})$	$9.08 \cdot 10^{-1} (6.86 \cdot 10^{-3})$	$3.90 \cdot 10^{-1} (1.78 \cdot 10^{-2})$

$C_{0.95}(\theta)$	
NLL/SPE	$8.34 \cdot 10^{-1} (1.44 \cdot 10^{-2})$

SM2.2.11. GKLS  $C^0$ ,  $n = 40$ ,  $d = 2$ .

Averages of  $R(\theta; S^{\text{SPE}})$ .

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$1.61 \cdot 10^{-1} (7.90 \cdot 10^{-3})$	$1.64 \cdot 10^{-1} (8.47 \cdot 10^{-3})$	$1.64 \cdot 10^{-1} (8.48 \cdot 10^{-3})$	$1.55 \cdot 10^{-1} (8.07 \cdot 10^{-3})$	$2.65 \cdot 10^{-1} (2.54 \cdot 10^{-2})$	$1.68 \cdot 10^{-1} (8.81 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$1.44 \cdot 10^{-1} (7.76 \cdot 10^{-3})$	$1.92 \cdot 10^{-1} (1.52 \cdot 10^{-2})$	$1.69 \cdot 10^{-1} (9.88 \cdot 10^{-3})$	$1.58 \cdot 10^{-1} (9.22 \cdot 10^{-3})$	$1.37 \cdot 10^{-1} (7.99 \cdot 10^{-3})$	$2.42 \cdot 10^{-1} (2.46 \cdot 10^{-2})$
$v = 5/2$	$1.47 \cdot 10^{-1} (8.05 \cdot 10^{-3})$	$1.91 \cdot 10^{-1} (1.27 \cdot 10^{-2})$	$1.84 \cdot 10^{-1} (1.26 \cdot 10^{-2})$	$1.72 \cdot 10^{-1} (1.07 \cdot 10^{-2})$	$3.13 \cdot 10^{-1} (5.33 \cdot 10^{-2})$	$4.03 \cdot 10^{-1} (4.27 \cdot 10^{-2})$
$v = 7/2$	$1.52 \cdot 10^{-1} (8.26 \cdot 10^{-3})$	$1.94 \cdot 10^{-1} (1.37 \cdot 10^{-2})$	$2.53 \cdot 10^{-1} (3.19 \cdot 10^{-2})$	$1.78 \cdot 10^{-1} (1.09 \cdot 10^{-2})$	$9.72 \cdot 10^{-1} (2.13 \cdot 10^{-1})$	$7.08 \cdot 10^{-1} (9.32 \cdot 10^{-2})$
$v = 9/2$	$1.54 \cdot 10^{-1} (8.35 \cdot 10^{-3})$	$2.09 \cdot 10^{-1} (1.68 \cdot 10^{-2})$	$2.85 \cdot 10^{-1} (4.34 \cdot 10^{-2})$	$1.83 \cdot 10^{-1} (1.10 \cdot 10^{-2})$	$2.53 \cdot 10^0 (4.80 \cdot 10^{-1})$	$1.79 \cdot 10^0 (4.33 \cdot 10^{-1})$
$v = \infty$	$1.70 \cdot 10^{-1} (8.94 \cdot 10^{-3})$	$2.35 \cdot 10^{-1} (2.43 \cdot 10^{-2})$	$5.58 \cdot 10^{-1} (1.90 \cdot 10^{-1})$	$2.30 \cdot 10^{-1} (2.50 \cdot 10^{-2})$	$7.80 \cdot 10^1 (1.18 \cdot 10^1)$	$1.29 \cdot 10^1 (3.90 \cdot 10^0)$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$1.54 \cdot 10^{-1} (8.08 \cdot 10^{-3})$	$2.09 \cdot 10^{-1} (1.56 \cdot 10^{-2})$	$5.34 \cdot 10^{-1} (1.88 \cdot 10^{-1})$	$1.96 \cdot 10^{-1} (1.37 \cdot 10^{-2})$	$2.97 \cdot 10^{-1} (3.17 \cdot 10^{-2})$	$1.07 \cdot 10^1 (3.13 \cdot 10^{-1})$

$R^*(S^{\text{SPE}})$	
$v = 1/2$	$1.24 \cdot 10^{-1} (6.62 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$9.38 \cdot 10^{-2} (5.12 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$9.08 \cdot 10^{-2} (4.70 \cdot 10^{-3})$
$v = 7/2$	$9.07 \cdot 10^{-2} (4.50 \cdot 10^{-3})$
$v = 9/2$	$9.12 \cdot 10^{-2} (4.39 \cdot 10^{-3})$
$v = \infty$	$9.64 \cdot 10^{-2} (4.08 \cdot 10^{-3})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$8.55 \cdot 10^{-2} (4.29 \cdot 10^{-3})$

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	
NLL/SPE	$1.54 \cdot 10^{-1} (7.88 \cdot 10^{-3})$
linear	$5.45 \cdot 10^{-1} (1.98 \cdot 10^{-2})$
1NN	$2.57 \cdot 10^{-1} (9.65 \cdot 10^{-3})$
2NN	$2.29 \cdot 10^{-1} (9.53 \cdot 10^{-3})$

Averages of  $R(\theta; S^{\text{CRPS}})$ .

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$1.98 \cdot 10^{-1} (4.09 \cdot 10^{-3})$	$1.95 \cdot 10^{-1} (4.37 \cdot 10^{-3})$	$1.95 \cdot 10^{-1} (4.34 \cdot 10^{-3})$	$1.83 \cdot 10^{-1} (4.29 \cdot 10^{-3})$	$2.41 \cdot 10^{-1} (1.05 \cdot 10^{-2})$	$1.97 \cdot 10^{-1} (4.47 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$1.77 \cdot 10^{-1} (4.13 \cdot 10^{-3})$	$1.99 \cdot 10^{-1} (6.54 \cdot 10^{-3})$	$1.88 \cdot 10^{-1} (5.03 \cdot 10^{-3})$	$1.82 \cdot 10^{-1} (4.88 \cdot 10^{-3})$	$1.73 \cdot 10^{-1} (3.83 \cdot 10^{-3})$	$2.18 \cdot 10^{-1} (9.66 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$1.78 \cdot 10^{-1} (4.24 \cdot 10^{-3})$	$1.98 \cdot 10^{-1} (5.36 \cdot 10^{-3})$	$1.93 \cdot 10^{-1} (5.38 \cdot 10^{-3})$	$1.91 \cdot 10^{-1} (5.35 \cdot 10^{-3})$	$2.21 \cdot 10^{-1} (5.90 \cdot 10^{-3})$	$2.60 \cdot 10^{-1} (1.23 \cdot 10^{-2})$
$v = 7/2$	$1.81 \cdot 10^{-1} (4.33 \cdot 10^{-3})$	$1.99 \cdot 10^{-1} (5.42 \cdot 10^{-3})$	$2.09 \cdot 10^{-1} (7.23 \cdot 10^{-3})$	$1.95 \cdot 10^{-1} (5.57 \cdot 10^{-3})$	$3.18 \cdot 10^{-1} (1.02 \cdot 10^{-2})$	$3.06 \cdot 10^{-1} (1.45 \cdot 10^{-2})$
$v = 9/2$	$1.83 \cdot 10^{-1} (4.36 \cdot 10^{-3})$	$2.04 \cdot 10^{-1} (5.74 \cdot 10^{-3})$	$2.16 \cdot 10^{-1} (8.27 \cdot 10^{-3})$	$1.99 \cdot 10^{-1} (5.63 \cdot 10^{-3})$	$4.61 \cdot 10^{-1} (1.66 \cdot 10^{-2})$	$3.85 \cdot 10^{-1} (2.59 \cdot 10^{-2})$
$v = \infty$	$1.94 \cdot 10^{-1} (4.51 \cdot 10^{-3})$	$2.17 \cdot 10^{-1} (7.25 \cdot 10^{-3})$	$2.66 \cdot 10^{-1} (1.80 \cdot 10^{-2})$	$2.19 \cdot 10^{-1} (7.86 \cdot 10^{-3})$	$2.07 \cdot 10^0 (1.26 \cdot 10^{-1})$	$7.20 \cdot 10^{-1} (7.96 \cdot 10^{-2})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$1.84 \cdot 10^{-1} (4.18 \cdot 10^{-3})$	$2.07 \cdot 10^{-1} (6.07 \cdot 10^{-3})$	$2.60 \cdot 10^{-1} (1.77 \cdot 10^{-2})$	$2.03 \cdot 10^{-1} (6.18 \cdot 10^{-3})$	$2.49 \cdot 10^{-1} (1.29 \cdot 10^{-2})$	$6.70 \cdot 10^{-1} (6.94 \cdot 10^{-2})$

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	
NLL/SPE	$1.83 \cdot 10^{-1} (4.11 \cdot 10^{-3})$

Averages of  $R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$ .

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$2.43 \cdot 10^0 (6.80 \cdot 10^{-2})$	$2.50 \cdot 10^0 (8.09 \cdot 10^{-2})$	$2.51 \cdot 10^0 (8.20 \cdot 10^{-2})$	$2.80 \cdot 10^0 (1.07 \cdot 10^{-1})$	$3.08 \cdot 10^0 (1.57 \cdot 10^{-1})$	$2.54 \cdot 10^0 (8.60 \cdot 10^{-2})$
$v = 3/2$	$2.31 \cdot 10^0 (9.55 \cdot 10^{-2})$	$2.94 \cdot 10^0 (1.67 \cdot 10^{-1})$	$2.71 \cdot 10^0 (1.36 \cdot 10^{-1})$	$3.04 \cdot 10^0 (1.41 \cdot 10^{-1})$	$2.09 \cdot 10^0 (6.94 \cdot 10^{-2})$	$3.32 \cdot 10^0 (2.39 \cdot 10^{-1})$
$v = 5/2$	$2.40 \cdot 10^0 (1.11 \cdot 10^{-1})$	$2.93 \cdot 10^0 (1.55 \cdot 10^{-1})$	$2.89 \cdot 10^0 (1.62 \cdot 10^{-1})$	$3.29 \cdot 10^0 (1.75 \cdot 10^{-1})$	$2.58 \cdot 10^0 (7.88 \cdot 10^{-2})$	$4.15 \cdot 10^0 (3.06 \cdot 10^{-1})$
$v = 7/2$	$2.49 \cdot 10^0 (1.19 \cdot 10^{-1})$	$2.94 \cdot 10^0 (1.60 \cdot 10^{-1})$	$3.24 \cdot 10^0 (2.00 \cdot 10^{-1})$	$3.41 \cdot 10^0 (1.88 \cdot 10^{-1})$	$3.55 \cdot 10^0 (1.04 \cdot 10^{-1})$	$4.91 \cdot 10^0 (3.16 \cdot 10^{-1})$
$v = 9/2$	$2.54 \cdot 10^0 (1.22 \cdot 10^{-1})$	$3.04 \cdot 10^0 (1.66 \cdot 10^{-1})$	$3.43 \cdot 10^0 (2.30 \cdot 10^{-1})$	$3.48 \cdot 10^0 (1.92 \cdot 10^{-1})$	$5.02 \cdot 10^0 (1.74 \cdot 10^{-1})$	$6.16 \cdot 10^0 (4.88 \cdot 10^{-1})$
$v = \infty$	$2.81 \cdot 10^0 (1.35 \cdot 10^{-1})$	$3.36 \cdot 10^0 (2.05 \cdot 10^{-1})$	$4.79 \cdot 10^0 (4.77 \cdot 10^{-1})$	$3.95 \cdot 10^0 (2.88 \cdot 10^{-1})$	$2.25 \cdot 10^1 (1.58 \cdot 10^0)$	$1.20 \cdot 10^1 (1.57 \cdot 10^0)$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$2.54 \cdot 10^0 (1.11 \cdot 10^{-1})$	$3.25 \cdot 10^0 (1.81 \cdot 10^{-1})$	$4.73 \cdot 10^0 (4.66 \cdot 10^{-1})$	$3.79 \cdot 10^0 (2.19 \cdot 10^{-1})$	$3.15 \cdot 10^0 (1.92 \cdot 10^{-1})$	$1.20 \cdot 10^1 (1.52 \cdot 10^0)$

439

440

$R(\theta; S_{0.95}^{IS})$	
NLL/SPE	$2.54 \cdot 10^0 (1.11 \cdot 10^{-1})$

441

Averages of  $C_{0.95}(\theta)$ .

442

$C_{0.95}(\theta)$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$9.58 \cdot 10^{-1} (2.65 \cdot 10^{-3})$	$9.41 \cdot 10^{-1} (3.44 \cdot 10^{-3})$	$9.40 \cdot 10^{-1} (3.64 \cdot 10^{-3})$	$8.82 \cdot 10^{-1} (5.26 \cdot 10^{-3})$	$9.44 \cdot 10^{-1} (4.17 \cdot 10^{-3})$	$9.40 \cdot 10^{-1} (3.78 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$9.19 \cdot 10^{-1} (5.46 \cdot 10^{-3})$	$8.86 \cdot 10^{-1} (6.81 \cdot 10^{-3})$	$8.93 \cdot 10^{-1} (6.37 \cdot 10^{-3})$	$8.30 \cdot 10^{-1} (7.74 \cdot 10^{-3})$	$9.32 \cdot 10^{-1} (4.49 \cdot 10^{-3})$	$8.77 \cdot 10^{-1} (7.84 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$8.98 \cdot 10^{-1} (6.71 \cdot 10^{-3})$	$8.66 \cdot 10^{-1} (7.65 \cdot 10^{-3})$	$8.64 \cdot 10^{-1} (8.04 \cdot 10^{-3})$	$8.02 \cdot 10^{-1} (8.91 \cdot 10^{-3})$	$9.05 \cdot 10^{-1} (6.18 \cdot 10^{-3})$	$8.31 \cdot 10^{-1} (9.66 \cdot 10^{-3})$
$v = 7/2$	$8.84 \cdot 10^{-1} (7.21 \cdot 10^{-3})$	$8.53 \cdot 10^{-1} (8.35 \cdot 10^{-3})$	$8.38 \cdot 10^{-1} (9.95 \cdot 10^{-3})$	$7.87 \cdot 10^{-1} (9.69 \cdot 10^{-3})$	$8.83 \cdot 10^{-1} (8.00 \cdot 10^{-3})$	$8.00 \cdot 10^{-1} (9.60 \cdot 10^{-3})$
$v = 9/2$	$8.74 \cdot 10^{-1} (7.70 \cdot 10^{-3})$	$8.44 \cdot 10^{-1} (8.84 \cdot 10^{-3})$	$8.21 \cdot 10^{-1} (1.14 \cdot 10^{-2})$	$7.79 \cdot 10^{-1} (1.00 \cdot 10^{-2})$	$8.66 \cdot 10^{-1} (9.66 \cdot 10^{-3})$	$7.64 \cdot 10^{-1} (1.16 \cdot 10^{-2})$
$v = \infty$	$8.33 \cdot 10^{-1} (9.26 \cdot 10^{-3})$	$8.04 \cdot 10^{-1} (1.10 \cdot 10^{-2})$	$7.39 \cdot 10^{-1} (1.79 \cdot 10^{-2})$	$7.34 \cdot 10^{-1} (1.41 \cdot 10^{-2})$	$7.77 \cdot 10^{-1} (1.60 \cdot 10^{-2})$	$6.65 \cdot 10^{-1} (1.80 \cdot 10^{-2})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$8.88 \cdot 10^{-1} (8.23 \cdot 10^{-3})$	$8.29 \cdot 10^{-1} (1.17 \cdot 10^{-2})$	$7.49 \cdot 10^{-1} (1.84 \cdot 10^{-2})$	$7.64 \cdot 10^{-1} (1.29 \cdot 10^{-2})$	$9.34 \cdot 10^{-1} (4.86 \cdot 10^{-3})$	$6.56 \cdot 10^{-1} (1.82 \cdot 10^{-2})$

444

445

446

$C_{0.95}(\theta)$	
NLL/SPE	$8.83 \cdot 10^{-1} (7.92 \cdot 10^{-3})$

447 SM2.2.12. GKLS  $C^0$ ,  $n = 100$ ,  $d = 2$ .

448

Averages of  $R(\theta; S^{SPE})$ .

449

$R(\theta; S^{SPE})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$5.10 \cdot 10^{-2} (2.60 \cdot 10^{-3})$	$4.94 \cdot 10^{-2} (2.54 \cdot 10^{-3})$	$4.84 \cdot 10^{-2} (2.48 \cdot 10^{-3})$	$4.83 \cdot 10^{-2} (2.46 \cdot 10^{-3})$	$1.59 \cdot 10^{-1} (2.63 \cdot 10^{-2})$	$4.81 \cdot 10^{-2} (2.48 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$3.27 \cdot 10^{-2} (1.68 \cdot 10^{-3})$	$3.28 \cdot 10^{-2} (1.74 \cdot 10^{-3})$	$3.18 \cdot 10^{-2} (1.63 \cdot 10^{-3})$	$3.15 \cdot 10^{-2} (1.59 \cdot 10^{-3})$	$3.20 \cdot 10^{-2} (1.70 \cdot 10^{-3})$	$5.38 \cdot 10^{-2} (1.82 \cdot 10^{-2})$
$v = 5/2$	$3.40 \cdot 10^{-2} (1.80 \cdot 10^{-3})$	$3.51 \cdot 10^{-2} (1.84 \cdot 10^{-3})$	$3.50 \cdot 10^{-2} (1.89 \cdot 10^{-3})$	$3.41 \cdot 10^{-2} (1.72 \cdot 10^{-3})$	$4.91 \cdot 10^{-2} (3.19 \cdot 10^{-3})$	$6.00 \cdot 10^{-2} (5.76 \cdot 10^{-3})$
$v = 7/2$	$3.72 \cdot 10^{-2} (2.01 \cdot 10^{-3})$	$3.89 \cdot 10^{-2} (2.06 \cdot 10^{-3})$	$4.18 \cdot 10^{-2} (3.83 \cdot 10^{-3})$	$3.79 \cdot 10^{-2} (2.01 \cdot 10^{-3})$	$1.43 \cdot 10^{-1} (2.05 \cdot 10^{-2})$	$1.69 \cdot 10^{-1} (4.89 \cdot 10^{-2})$
$v = 9/2$	$4.00 \cdot 10^{-2} (2.15 \cdot 10^{-3})$	$4.19 \cdot 10^{-2} (2.21 \cdot 10^{-3})$	$4.40 \cdot 10^{-2} (3.64 \cdot 10^{-3})$	$4.11 \cdot 10^{-2} (2.23 \cdot 10^{-3})$	$3.56 \cdot 10^{-1} (5.30 \cdot 10^{-2})$	$3.99 \cdot 10^{-1} (1.07 \cdot 10^{-1})$
$v \in \{1/2, \dots, 9/2\}$	$3.36 \cdot 10^{-2} (1.88 \cdot 10^{-3})$	$3.42 \cdot 10^{-2} (1.95 \cdot 10^{-3})$	$3.76 \cdot 10^{-2} (3.46 \cdot 10^{-3})$	$3.30 \cdot 10^{-2} (1.87 \cdot 10^{-3})$	$1.50 \cdot 10^{-1} (2.56 \cdot 10^{-2})$	$4.24 \cdot 10^{-1} (1.24 \cdot 10^{-1})$

450

451

452

$R^*(S^{SPE})$	
$v = 1/2$	$4.45 \cdot 10^{-2} (2.38 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$2.63 \cdot 10^{-2} (1.35 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$2.68 \cdot 10^{-2} (1.44 \cdot 10^{-3})$
$v = 7/2$	$2.89 \cdot 10^{-2} (1.63 \cdot 10^{-3})$
$v = 9/2$	$3.06 \cdot 10^{-2} (1.75 \cdot 10^{-3})$
$v \in \{1/2, \dots, 9/2\}$	$2.52 \cdot 10^{-2} (1.32 \cdot 10^{-3})$

453

454

455

$R(\theta; S^{CRPS})$	
NLL/SPE	$3.31 \cdot 10^{-2} (1.76 \cdot 10^{-3})$
linear	$5.39 \cdot 10^{-1} (1.98 \cdot 10^{-2})$
1NN	$1.31 \cdot 10^{-1} (4.96 \cdot 10^{-3})$
2NN	$1.11 \cdot 10^{-1} (4.48 \cdot 10^{-3})$

456 Averages of  $R(\theta; S^{CRPS})$ .

457

$R(\theta; S^{CRPS})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$1.15 \cdot 10^{-1} (2.33 \cdot 10^{-3})$	$1.05 \cdot 10^{-1} (2.33 \cdot 10^{-3})$	$1.04 \cdot 10^{-1} (2.31 \cdot 10^{-3})$	$1.00 \cdot 10^{-1} (2.37 \cdot 10^{-3})$	$1.64 \cdot 10^{-1} (1.21 \cdot 10^{-2})$	$1.04 \cdot 10^{-1} (2.31 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$8.22 \cdot 10^{-2} (1.74 \cdot 10^{-3})$	$8.18 \cdot 10^{-2} (1.78 \cdot 10^{-3})$	$8.08 \cdot 10^{-2} (1.70 \cdot 10^{-3})$	$7.92 \cdot 10^{-2} (1.75 \cdot 10^{-3})$	$8.10 \cdot 10^{-2} (1.71 \cdot 10^{-3})$	$9.17 \cdot 10^{-2} (7.69 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$8.30 \cdot 10^{-2} (1.73 \cdot 10^{-3})$	$8.56 \cdot 10^{-2} (1.83 \cdot 10^{-3})$	$8.46 \cdot 10^{-2} (1.72 \cdot 10^{-3})$	$8.33 \cdot 10^{-2} (1.79 \cdot 10^{-3})$	$9.77 \cdot 10^{-2} (2.23 \cdot 10^{-3})$	$9.85 \cdot 10^{-2} (3.03 \cdot 10^{-3})$
$v = 7/2$	$8.67 \cdot 10^{-2} (1.78 \cdot 10^{-3})$	$9.01 \cdot 10^{-2} (1.89 \cdot 10^{-3})$	$8.95 \cdot 10^{-2} (2.03 \cdot 10^{-3})$	$8.78 \cdot 10^{-2} (1.85 \cdot 10^{-3})$	$1.37 \cdot 10^{-1} (4.10 \cdot 10^{-3})$	$1.21 \cdot 10^{-1} (6.33 \cdot 10^{-3})$
$v = 9/2$	$9.00 \cdot 10^{-2} (1.82 \cdot 10^{-3})$	$9.34 \cdot 10^{-2} (1.93 \cdot 10^{-3})$	$9.24 \cdot 10^{-2} (2.05 \cdot 10^{-3})$	$9.13 \cdot 10^{-2} (1.92 \cdot 10^{-3})$	$1.95 \cdot 10^{-1} (7.31 \cdot 10^{-3})$	$1.54 \cdot 10^{-1} (9.98 \cdot 10^{-3})$
$v \in \{1/2, \dots, 9/2\}$	$8.24 \cdot 10^{-2} (1.80 \cdot 10^{-3})$	$8.37 \cdot 10^{-2} (1.93 \cdot 10^{-3})$	$8.51 \cdot 10^{-2} (2.02 \cdot 10^{-3})$	$8.10 \cdot 10^{-2} (1.93 \cdot 10^{-3})$	$1.58 \cdot 10^{-1} (1.20 \cdot 10^{-2})$	$1.47 \cdot 10^{-1} (1.13 \cdot 10^{-2})$

459

460

461

$R(\theta; S^{CRPS})$	
NLL/SPE	$8.23 \cdot 10^{-2} (1.77 \cdot 10^{-3})$

462

Averages of  $R(\theta; S_{0.95}^{IS})$ .

463

$R(\theta; S_{0.95}^{IS})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$1.36 \cdot 10^0 (3.09 \cdot 10^{-2})$	$1.32 \cdot 10^0 (3.72 \cdot 10^{-2})$	$1.31 \cdot 10^0 (3.66 \cdot 10^{-2})$	$1.55 \cdot 10^0 (5.03 \cdot 10^{-2})$	$2.16 \cdot 10^0 (1.77 \cdot 10^{-1})$	$1.30 \cdot 10^0 (3.66 \cdot 10^{-2})$
$v = 3/2$	$1.00 \cdot 10^0 (2.75 \cdot 10^{-2})$	$1.05 \cdot 10^0 (3.31 \cdot 10^{-2})$	$1.04 \cdot 10^0 (3.32 \cdot 10^{-2})$	$1.22 \cdot 10^0 (3.93 \cdot 10^{-2})$	$1.03 \cdot 10^0 (3.10 \cdot 10^{-2})$	$1.25 \cdot 10^0 (1.70 \cdot 10^{-1})$
$v = 5/2$	$1.04 \cdot 10^0 (3.07 \cdot 10^{-2})$	$1.11 \cdot 10^0 (3.48 \cdot 10^{-2})$	$1.09 \cdot 10^0 (3.60 \cdot 10^{-2})$	$1.26 \cdot 10^0 (4.42 \cdot 10^{-2})$	$1.22 \cdot 10^0 (3.40 \cdot 10^{-2})$	$1.26 \cdot 10^0 (5.34 \cdot 10^{-2})$
$v = 7/2$	$1.11 \cdot 10^0 (3.28 \cdot 10^{-2})$	$1.16 \cdot 10^0 (3.60 \cdot 10^{-2})$	$1.16 \cdot 10^0 (4.10 \cdot 10^{-2})$	$1.31 \cdot 10^0 (4.73 \cdot 10^{-2})$	$1.69 \cdot 10^0 (5.64 \cdot 10^{-2})$	$1.54 \cdot 10^0 (9.22 \cdot 10^{-2})$
$v = 9/2$	$1.17 \cdot 10^0 (3.40 \cdot 10^{-2})$	$1.21 \cdot 10^0 (3.64 \cdot 10^{-2})$	$1.19 \cdot 10^0 (4.13 \cdot 10^{-2})$	$1.36 \cdot 10^0 (4.86 \cdot 10^{-2})$	$2.40 \cdot 10^0 (1.03 \cdot 10^{-1})$	$1.89 \cdot 10^0 (1.27 \cdot 10^{-1})$
$v \in \{1/2, \dots, 9/2\}$	$1.04 \cdot 10^0 (3.26 \cdot 10^{-2})$	$1.09 \cdot 10^0 (3.66 \cdot 10^{-2})$	$1.12 \cdot 10^0 (4.07 \cdot 10^{-2})$	$1.27 \cdot 10^0 (4.72 \cdot 10^{-2})$	$2.02 \cdot 10^0 (1.68 \cdot 10^{-1})$	$1.92 \cdot 10^0 (1.98 \cdot 10^{-1})$

465

SUPPLEMENTARY MATERIALS: PARAMETER SELECTION IN GAUSSIAN PROCESS INTERPOLATION  
SM21

466

467

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	
NLL/SPE	$1.03 \cdot 10^0 (3.09 \cdot 10^{-2})$

468

Averages of  $C_{0.95}(\theta)$ .

469

$C_{0.95}(\theta)$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$9.73 \cdot 10^{-1} (1.60 \cdot 10^{-3})$	$9.41 \cdot 10^{-1} (2.08 \cdot 10^{-3})$	$9.42 \cdot 10^{-1} (2.07 \cdot 10^{-3})$	$8.83 \cdot 10^{-1} (3.97 \cdot 10^{-3})$	$9.37 \cdot 10^{-1} (3.19 \cdot 10^{-3})$	$9.42 \cdot 10^{-1} (2.10 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$9.38 \cdot 10^{-1} (2.48 \cdot 10^{-3})$	$9.20 \cdot 10^{-1} (3.17 \cdot 10^{-3})$	$9.19 \cdot 10^{-1} (3.12 \cdot 10^{-3})$	$8.58 \cdot 10^{-1} (4.01 \cdot 10^{-3})$	$9.25 \cdot 10^{-1} (3.07 \cdot 10^{-3})$	$9.15 \cdot 10^{-1} (4.58 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$9.09 \cdot 10^{-1} (3.34 \cdot 10^{-3})$	$9.06 \cdot 10^{-1} (3.82 \cdot 10^{-3})$	$9.04 \cdot 10^{-1} (4.01 \cdot 10^{-3})$	$8.41 \cdot 10^{-1} (4.88 \cdot 10^{-3})$	$9.15 \cdot 10^{-1} (3.67 \cdot 10^{-3})$	$9.00 \cdot 10^{-1} (4.01 \cdot 10^{-3})$
$v = 7/2$	$8.91 \cdot 10^{-1} (3.78 \cdot 10^{-3})$	$8.97 \cdot 10^{-1} (4.12 \cdot 10^{-3})$	$8.94 \cdot 10^{-1} (4.44 \cdot 10^{-3})$	$8.34 \cdot 10^{-1} (5.42 \cdot 10^{-3})$	$9.06 \cdot 10^{-1} (4.06 \cdot 10^{-3})$	$8.86 \cdot 10^{-1} (4.67 \cdot 10^{-3})$
$v = 9/2$	$8.79 \cdot 10^{-1} (4.16 \cdot 10^{-3})$	$8.91 \cdot 10^{-1} (4.29 \cdot 10^{-3})$	$8.90 \cdot 10^{-1} (4.57 \cdot 10^{-3})$	$8.27 \cdot 10^{-1} (5.63 \cdot 10^{-3})$	$9.00 \cdot 10^{-1} (4.18 \cdot 10^{-3})$	$8.71 \cdot 10^{-1} (5.35 \cdot 10^{-3})$
$v \in \{1/2, \dots, 9/2\}$	$9.16 \cdot 10^{-1} (4.08 \cdot 10^{-3})$	$9.08 \cdot 10^{-1} (4.25 \cdot 10^{-3})$	$8.98 \cdot 10^{-1} (4.84 \cdot 10^{-3})$	$8.41 \cdot 10^{-1} (5.10 \cdot 10^{-3})$	$9.39 \cdot 10^{-1} (3.40 \cdot 10^{-3})$	$8.72 \cdot 10^{-1} (6.22 \cdot 10^{-3})$

471

472

473

$C_{0.95}(\theta)$	
NLL/SPE	$9.20 \cdot 10^{-1} (3.93 \cdot 10^{-3})$

474

SM2.2.13. GKLS  $C^0$ ,  $n = 50$ ,  $d = 5$ .

475

Averages of  $R(\theta; S^{\text{SPE}})$ .

476

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$1.57 \cdot 10^{-1} (8.94 \cdot 10^{-3})$	$1.06 \cdot 10^{-1} (6.83 \cdot 10^{-3})$	$1.07 \cdot 10^{-1} (6.88 \cdot 10^{-3})$	$9.67 \cdot 10^{-2} (6.67 \cdot 10^{-3})$	$1.87 \cdot 10^3 (1.87 \cdot 10^3)$	$1.09 \cdot 10^{-1} (7.28 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$1.27 \cdot 10^{-1} (8.68 \cdot 10^{-3})$	$1.56 \cdot 10^{-1} (1.05 \cdot 10^{-2})$	$1.58 \cdot 10^{-1} (1.11 \cdot 10^{-2})$	$1.34 \cdot 10^{-1} (9.34 \cdot 10^{-3})$	$5.08 \cdot 10^{12} (5.08 \cdot 10^{12})$	$2.12 \cdot 10^{-1} (2.55 \cdot 10^{-2})$
$v = 5/2$	$1.42 \cdot 10^{-1} (9.23 \cdot 10^{-3})$	$2.26 \cdot 10^{-1} (1.75 \cdot 10^{-2})$	$2.22 \cdot 10^{-1} (1.56 \cdot 10^{-2})$	$1.96 \cdot 10^{-1} (1.45 \cdot 10^{-2})$	$1.97 \cdot 10^{-1} (1.51 \cdot 10^{-2})$	$3.03 \cdot 10^{-1} (3.05 \cdot 10^{-2})$
$v = 7/2$	$1.52 \cdot 10^{-1} (9.60 \cdot 10^{-3})$	$2.41 \cdot 10^{-1} (1.71 \cdot 10^{-2})$	$2.63 \cdot 10^{-1} (2.22 \cdot 10^{-2})$	$2.18 \cdot 10^{-1} (1.54 \cdot 10^{-2})$	$4.66 \cdot 10^{-1} (4.81 \cdot 10^{-2})$	$3.79 \cdot 10^{-1} (4.63 \cdot 10^{-2})$
$v = 9/2$	$1.58 \cdot 10^{-1} (9.80 \cdot 10^{-3})$	$2.69 \cdot 10^{-1} (2.02 \cdot 10^{-2})$	$3.31 \cdot 10^{-1} (4.24 \cdot 10^{-2})$	$2.35 \cdot 10^{-1} (1.69 \cdot 10^{-2})$	$7.16 \cdot 10^{-1} (8.31 \cdot 10^{-2})$	$4.07 \cdot 10^{-1} (4.36 \cdot 10^{-2})$
$v = 11/2$	$1.62 \cdot 10^{-1} (9.94 \cdot 10^{-3})$	$2.81 \cdot 10^{-1} (2.21 \cdot 10^{-2})$	$3.43 \cdot 10^{-1} (4.73 \cdot 10^{-2})$	$2.52 \cdot 10^{-1} (1.90 \cdot 10^{-2})$	$8.14 \cdot 10^{-1} (9.72 \cdot 10^{-2})$	$4.45 \cdot 10^{-1} (4.24 \cdot 10^{-2})$
$v = 21/2$	$1.72 \cdot 10^{-1} (1.01 \cdot 10^{-2})$	$2.76 \cdot 10^{-1} (2.12 \cdot 10^{-2})$	$3.36 \cdot 10^{-1} (3.30 \cdot 10^{-2})$	$2.70 \cdot 10^{-1} (2.00 \cdot 10^{-2})$	$9.02 \cdot 10^{-1} (1.10 \cdot 10^{-1})$	$4.86 \cdot 10^{-1} (4.65 \cdot 10^{-2})$
$v = \infty$	$1.83 \cdot 10^{-1} (1.06 \cdot 10^{-2})$	$3.07 \cdot 10^{-1} (2.35 \cdot 10^{-2})$	$3.56 \cdot 10^{-1} (3.05 \cdot 10^{-2})$	$3.04 \cdot 10^{-1} (2.17 \cdot 10^{-2})$	$9.34 \cdot 10^{-1} (1.16 \cdot 10^{-1})$	$5.05 \cdot 10^{-1} (4.50 \cdot 10^{-2})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$1.35 \cdot 10^{-1} (9.68 \cdot 10^{-3})$	$2.87 \cdot 10^{-1} (2.31 \cdot 10^{-2})$	$3.46 \cdot 10^{-1} (3.31 \cdot 10^{-2})$	$2.44 \cdot 10^{-1} (2.14 \cdot 10^{-2})$	$7.12 \cdot 10^{10} (7.12 \cdot 10^{10})$	$4.94 \cdot 10^{-1} (5.36 \cdot 10^{-2})$

478

479

$R^*(S^{\text{SPE}})$	
$v = 1/2$	$8.57 \cdot 10^{-2} (5.69 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$8.65 \cdot 10^{-2} (5.37 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$9.14 \cdot 10^{-2} (5.47 \cdot 10^{-3})$
$v = 7/2$	$9.54 \cdot 10^{-2} (5.53 \cdot 10^{-3})$
$v = 9/2$	$9.82 \cdot 10^{-2} (5.58 \cdot 10^{-3})$
$v = 11/2$	$1.00 \cdot 10^{-1} (5.72 \cdot 10^{-3})$
$v = 21/2$	$1.05 \cdot 10^{-1} (5.72 \cdot 10^{-3})$
$v = \infty$	$1.10 \cdot 10^{-1} (6.00 \cdot 10^{-3})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$8.03 \cdot 10^{-2} (5.35 \cdot 10^{-3})$

480

481

482

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	
NLL/SPE	$1.48 \cdot 10^{-1} (1.04 \cdot 10^{-2})$
linear	$2.93 \cdot 10^{-1} (1.21 \cdot 10^{-2})$
1NN	$5.24 \cdot 10^{-1} (8.75 \cdot 10^{-3})$
2NN	$3.99 \cdot 10^{-1} (7.60 \cdot 10^{-3})$

483

Averages of  $R(\theta; S^{\text{CRPS}})$ .

484

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$2.01 \cdot 10^{-1} (4.85 \cdot 10^{-3})$	$1.48 \cdot 10^{-1} (4.86 \cdot 10^{-3})$	$1.49 \cdot 10^{-1} (4.93 \cdot 10^{-3})$	$1.33 \cdot 10^{-1} (4.55 \cdot 10^{-3})$	$2.67 \cdot 10^0 (2.30 \cdot 10^0)$	$1.50 \cdot 10^{-1} (5.17 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$1.62 \cdot 10^{-1} (6.04 \cdot 10^{-3})$	$1.85 \cdot 10^{-1} (7.60 \cdot 10^{-3})$	$1.82 \cdot 10^{-1} (7.54 \cdot 10^{-3})$	$1.67 \cdot 10^{-1} (6.89 \cdot 10^{-3})$	$1.07 \cdot 10^5 (1.07 \cdot 10^5)$	$2.06 \cdot 10^{-1} (1.17 \cdot 10^{-2})$
$v = 5/2$	$1.74 \cdot 10^{-1} (6.41 \cdot 10^{-3})$	$2.27 \cdot 10^{-1} (9.88 \cdot 10^{-3})$	$2.24 \cdot 10^{-1} (8.97 \cdot 10^{-3})$	$2.12 \cdot 10^{-1} (9.04 \cdot 10^{-3})$	$2.05 \cdot 10^{-1} (8.18 \cdot 10^{-3})$	$2.53 \cdot 10^{-1} (1.32 \cdot 10^{-2})$
$v = 7/2$	$1.82 \cdot 10^{-1} (6.52 \cdot 10^{-3})$	$2.41 \cdot 10^{-1} (9.41 \cdot 10^{-3})$	$2.50 \cdot 10^{-1} (1.10 \cdot 10^{-2})$	$2.33 \cdot 10^{-1} (9.34 \cdot 10^{-3})$	$3.13 \cdot 10^{-1} (1.45 \cdot 10^{-2})$	$2.86 \cdot 10^{-1} (1.42 \cdot 10^{-2})$
$v = 9/2$	$1.88 \cdot 10^{-1} (6.57 \cdot 10^{-3})$	$2.58 \cdot 10^{-1} (1.05 \cdot 10^{-2})$	$2.76 \cdot 10^{-1} (1.36 \cdot 10^{-2})$	$2.44 \cdot 10^{-1} (9.50 \cdot 10^{-3})$	$3.85 \cdot 10^{-1} (1.95 \cdot 10^{-2})$	$3.01 \cdot 10^{-1} (1.36 \cdot 10^{-2})$
$v = 11/2$	$1.91 \cdot 10^{-1} (6.61 \cdot 10^{-3})$	$2.61 \cdot 10^{-1} (1.13 \cdot 10^{-2})$	$2.81 \cdot 10^{-1} (1.50 \cdot 10^{-2})$	$2.54 \cdot 10^{-1} (1.02 \cdot 10^{-2})$	$4.09 \cdot 10^{-1} (2.13 \cdot 10^{-2})$	$3.25 \cdot 10^{-1} (1.55 \cdot 10^{-2})$
$v = 21/2$	$1.99 \cdot 10^{-1} (6.69 \cdot 10^{-3})$	$2.63 \cdot 10^{-1} (1.08 \cdot 10^{-2})$	$2.90 \cdot 10^{-1} (1.31 \cdot 10^{-2})$	$2.67 \cdot 10^{-1} (1.09 \cdot 10^{-2})$	$4.28 \cdot 10^{-1} (2.28 \cdot 10^{-2})$	$3.40 \cdot 10^{-1} (1.63 \cdot 10^{-2})$
$v = \infty$	$2.08 \cdot 10^{-1} (6.85 \cdot 10^{-3})$	$2.81 \cdot 10^{-1} (1.16 \cdot 10^{-2})$	$3.02 \cdot 10^{-1} (1.31 \cdot 10^{-2})$	$2.88 \cdot 10^{-1} (1.16 \cdot 10^{-2})$	$4.35 \cdot 10^{-1} (2.33 \cdot 10^{-2})$	$3.52 \cdot 10^{-1} (1.60 \cdot 10^{-2})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$1.68 \cdot 10^{-1} (6.53 \cdot 10^{-3})$	$2.67 \cdot 10^{-1} (1.22 \cdot 10^{-2})$	$2.92 \cdot 10^{-1} (1.39 \cdot 10^{-2})$	$2.42 \cdot 10^{-1} (1.20 \cdot 10^{-2})$	$1.35 \cdot 10^4 (1.35 \cdot 10^4)$	$3.41 \cdot 10^{-1} (1.63 \cdot 10^{-2})$

486

487

488

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	
NLL/SPE	$1.78 \cdot 10^{-1} (7.11 \cdot 10^{-3})$

489

Averages of  $R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$ .

$R(\theta; S_{0.95}^S)$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$2.31 \cdot 10^0 (6.36 \cdot 10^{-2})$	$2.06 \cdot 10^0 (6.97 \cdot 10^{-2})$	$2.06 \cdot 10^0 (7.04 \cdot 10^{-2})$	$2.18 \cdot 10^0 (8.79 \cdot 10^{-2})$	$2.39 \cdot 10^1 (1.98 \cdot 10^1)$	$2.07 \cdot 10^0 (7.25 \cdot 10^{-2})$
$v = 3/2$	$2.26 \cdot 10^0 (8.01 \cdot 10^{-2})$	$2.67 \cdot 10^0 (1.05 \cdot 10^{-1})$	$2.75 \cdot 10^0 (1.20 \cdot 10^{-1})$	$2.89 \cdot 10^0 (1.16 \cdot 10^{-1})$	$9.71 \cdot 10^5 (9.71 \cdot 10^5)$	$3.01 \cdot 10^0 (1.75 \cdot 10^{-1})$
$v = 5/2$	$2.47 \cdot 10^0 (8.55 \cdot 10^{-2})$	$3.79 \cdot 10^0 (1.92 \cdot 10^{-1})$	$3.86 \cdot 10^0 (1.73 \cdot 10^{-1})$	$4.12 \cdot 10^0 (2.07 \cdot 10^{-1})$	$2.53 \cdot 10^0 (7.73 \cdot 10^{-2})$	$4.22 \cdot 10^0 (2.40 \cdot 10^{-1})$
$v = 7/2$	$2.61 \cdot 10^0 (8.97 \cdot 10^{-2})$	$4.21 \cdot 10^0 (1.98 \cdot 10^{-1})$	$4.64 \cdot 10^0 (2.27 \cdot 10^{-1})$	$4.68 \cdot 10^0 (2.36 \cdot 10^{-1})$	$3.45 \cdot 10^0 (1.26 \cdot 10^{-1})$	$5.16 \cdot 10^0 (2.72 \cdot 10^{-1})$
$v = 9/2$	$2.70 \cdot 10^0 (9.21 \cdot 10^{-2})$	$4.67 \cdot 10^0 (2.30 \cdot 10^{-1})$	$5.41 \cdot 10^0 (2.82 \cdot 10^{-1})$	$4.97 \cdot 10^0 (2.22 \cdot 10^{-1})$	$4.28 \cdot 10^0 (1.80 \cdot 10^{-1})$	$5.57 \cdot 10^0 (2.44 \cdot 10^{-1})$
$v = 11/2$	$2.76 \cdot 10^0 (9.36 \cdot 10^{-2})$	$4.85 \cdot 10^0 (2.52 \cdot 10^{-1})$	$5.68 \cdot 10^0 (3.47 \cdot 10^{-1})$	$5.34 \cdot 10^0 (2.53 \cdot 10^{-1})$	$4.60 \cdot 10^0 (2.01 \cdot 10^{-1})$	$6.39 \cdot 10^0 (3.34 \cdot 10^{-1})$
$v = 21/2$	$2.90 \cdot 10^0 (9.78 \cdot 10^{-2})$	$4.92 \cdot 10^0 (2.67 \cdot 10^{-1})$	$6.12 \cdot 10^0 (3.48 \cdot 10^{-1})$	$5.81 \cdot 10^0 (2.98 \cdot 10^{-1})$	$4.88 \cdot 10^0 (2.19 \cdot 10^{-1})$	$6.87 \cdot 10^0 (3.62 \cdot 10^{-1})$
$v = \infty$	$3.06 \cdot 10^0 (1.03 \cdot 10^{-1})$	$5.42 \cdot 10^0 (2.92 \cdot 10^{-1})$	$6.46 \cdot 10^0 (3.40 \cdot 10^{-1})$	$6.43 \cdot 10^0 (3.37 \cdot 10^{-1})$	$4.97 \cdot 10^0 (2.26 \cdot 10^{-1})$	$7.20 \cdot 10^0 (3.60 \cdot 10^{-1})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$2.43 \cdot 10^0 (9.39 \cdot 10^{-2})$	$5.40 \cdot 10^0 (2.98 \cdot 10^{-1})$	$6.49 \cdot 10^0 (3.65 \cdot 10^{-1})$	$5.53 \cdot 10^0 (3.35 \cdot 10^{-1})$	$1.37 \cdot 10^5 (1.37 \cdot 10^5)$	$7.21 \cdot 10^0 (3.63 \cdot 10^{-1})$

$R(\theta; S_{0.95}^S)$	
NLL/SPE	$2.61 \cdot 10^0 (1.04 \cdot 10^{-1})$

Averages of  $C_{0.95}(\theta)$ .

$C_{0.95}(\theta)$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$9.59 \cdot 10^{-1} (2.44 \cdot 10^{-3})$	$9.45 \cdot 10^{-1} (2.26 \cdot 10^{-3})$	$9.44 \cdot 10^{-1} (2.29 \cdot 10^{-3})$	$8.98 \cdot 10^{-1} (3.07 \cdot 10^{-3})$	$9.12 \cdot 10^{-1} (7.28 \cdot 10^{-3})$	$9.44 \cdot 10^{-1} (2.28 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$9.18 \cdot 10^{-1} (3.49 \cdot 10^{-3})$	$8.71 \cdot 10^{-1} (6.03 \cdot 10^{-3})$	$8.68 \cdot 10^{-1} (6.22 \cdot 10^{-3})$	$8.19 \cdot 10^{-1} (6.15 \cdot 10^{-3})$	$9.34 \cdot 10^{-1} (2.67 \cdot 10^{-3})$	$8.63 \cdot 10^{-1} (6.50 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$8.89 \cdot 10^{-1} (4.16 \cdot 10^{-3})$	$7.74 \cdot 10^{-1} (1.10 \cdot 10^{-2})$	$7.60 \cdot 10^{-1} (9.89 \cdot 10^{-3})$	$7.10 \cdot 10^{-1} (1.16 \cdot 10^{-2})$	$9.19 \cdot 10^{-1} (3.78 \cdot 10^{-3})$	$7.62 \cdot 10^{-1} (9.41 \cdot 10^{-3})$
$v = 7/2$	$8.68 \cdot 10^{-1} (4.94 \cdot 10^{-3})$	$7.15 \cdot 10^{-1} (1.28 \cdot 10^{-2})$	$6.79 \cdot 10^{-1} (1.21 \cdot 10^{-2})$	$6.49 \cdot 10^{-1} (1.36 \cdot 10^{-2})$	$8.83 \cdot 10^{-1} (7.49 \cdot 10^{-3})$	$6.71 \cdot 10^{-1} (1.05 \cdot 10^{-2})$
$v = 9/2$	$8.55 \cdot 10^{-1} (5.54 \cdot 10^{-3})$	$6.78 \cdot 10^{-1} (1.39 \cdot 10^{-2})$	$6.24 \cdot 10^{-1} (1.33 \cdot 10^{-2})$	$6.17 \cdot 10^{-1} (1.33 \cdot 10^{-2})$	$8.54 \cdot 10^{-1} (9.34 \cdot 10^{-3})$	$6.36 \cdot 10^{-1} (1.10 \cdot 10^{-2})$
$v = 11/2$	$8.46 \cdot 10^{-1} (5.93 \cdot 10^{-3})$	$6.70 \cdot 10^{-1} (1.43 \cdot 10^{-2})$	$6.09 \cdot 10^{-1} (1.47 \cdot 10^{-2})$	$5.93 \cdot 10^{-1} (1.46 \cdot 10^{-2})$	$8.44 \cdot 10^{-1} (9.68 \cdot 10^{-3})$	$5.89 \cdot 10^{-1} (1.16 \cdot 10^{-2})$
$v = 21/2$	$8.27 \cdot 10^{-1} (6.74 \cdot 10^{-3})$	$6.53 \cdot 10^{-1} (1.58 \cdot 10^{-2})$	$5.69 \cdot 10^{-1} (1.55 \cdot 10^{-2})$	$5.66 \cdot 10^{-1} (1.52 \cdot 10^{-2})$	$8.36 \cdot 10^{-1} (9.78 \cdot 10^{-3})$	$5.62 \cdot 10^{-1} (1.27 \cdot 10^{-2})$
$v = \infty$	$8.06 \cdot 10^{-1} (7.31 \cdot 10^{-3})$	$6.22 \cdot 10^{-1} (1.64 \cdot 10^{-2})$	$5.48 \cdot 10^{-1} (1.48 \cdot 10^{-2})$	$5.31 \cdot 10^{-1} (1.54 \cdot 10^{-2})$	$8.33 \cdot 10^{-1} (9.76 \cdot 10^{-3})$	$5.48 \cdot 10^{-1} (1.23 \cdot 10^{-2})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$8.92 \cdot 10^{-1} (5.29 \cdot 10^{-3})$	$6.23 \cdot 10^{-1} (1.76 \cdot 10^{-2})$	$5.51 \cdot 10^{-1} (1.73 \cdot 10^{-2})$	$5.88 \cdot 10^{-1} (2.06 \cdot 10^{-2})$	$9.27 \cdot 10^{-1} (4.82 \cdot 10^{-3})$	$5.40 \cdot 10^{-1} (1.19 \cdot 10^{-2})$

$C_{0.95}(\theta)$	
NLL/SPE	$8.73 \cdot 10^{-1} (7.79 \cdot 10^{-3})$

SM2.2.14. GKLS  $C^0$ ,  $n = 100$ ,  $d = 5$ .

Averages of  $R(\theta; S^{SPE})$ .

$R(\theta; S^{SPE})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$8.89 \cdot 10^{-2} (5.06 \cdot 10^{-3})$	$7.41 \cdot 10^{-2} (4.95 \cdot 10^{-3})$	$7.37 \cdot 10^{-2} (4.94 \cdot 10^{-3})$	$7.01 \cdot 10^{-2} (4.85 \cdot 10^{-3})$	$7.26 \cdot 10^0 (2.41 \cdot 10^0)$	$7.48 \cdot 10^{-2} (4.96 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$7.73 \cdot 10^{-2} (4.67 \cdot 10^{-3})$	$8.77 \cdot 10^{-2} (5.56 \cdot 10^{-3})$	$8.93 \cdot 10^{-2} (5.56 \cdot 10^{-3})$	$7.90 \cdot 10^{-2} (4.80 \cdot 10^{-3})$	$7.28 \cdot 10^{-2} (4.61 \cdot 10^{-3})$	$1.00 \cdot 10^{-1} (6.91 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$8.67 \cdot 10^{-2} (4.92 \cdot 10^{-3})$	$1.09 \cdot 10^{-1} (6.79 \cdot 10^{-3})$	$1.26 \cdot 10^{-1} (9.59 \cdot 10^{-3})$	$1.00 \cdot 10^{-1} (5.96 \cdot 10^{-3})$	$1.19 \cdot 10^{-1} (7.32 \cdot 10^{-3})$	$1.65 \cdot 10^{-1} (1.28 \cdot 10^{-2})$
$v = 7/2$	$9.31 \cdot 10^{-2} (5.12 \cdot 10^{-3})$	$1.28 \cdot 10^{-1} (9.17 \cdot 10^{-3})$	$1.44 \cdot 10^{-1} (9.95 \cdot 10^{-3})$	$1.10 \cdot 10^{-1} (7.06 \cdot 10^{-3})$	$2.19 \cdot 10^{-1} (1.48 \cdot 10^{-2})$	$2.13 \cdot 10^{-1} (1.60 \cdot 10^{-2})$
$v = 9/2$	$9.81 \cdot 10^{-2} (5.42 \cdot 10^{-3})$	$1.27 \cdot 10^{-1} (7.69 \cdot 10^{-3})$	$1.56 \cdot 10^{-1} (1.14 \cdot 10^{-2})$	$1.17 \cdot 10^{-1} (7.57 \cdot 10^{-3})$	$3.55 \cdot 10^{-1} (2.69 \cdot 10^{-2})$	$2.28 \cdot 10^{-1} (1.71 \cdot 10^{-2})$
$v = 11/2$	$1.02 \cdot 10^{-1} (5.52 \cdot 10^{-3})$	$1.41 \cdot 10^{-1} (9.77 \cdot 10^{-3})$	$1.63 \cdot 10^{-1} (1.25 \cdot 10^{-2})$	$1.21 \cdot 10^{-1} (7.85 \cdot 10^{-3})$	$4.52 \cdot 10^{-1} (3.77 \cdot 10^{-2})$	$2.45 \cdot 10^{-1} (1.76 \cdot 10^{-2})$
$v = 21/2$	$1.10 \cdot 10^{-1} (5.76 \cdot 10^{-3})$	$1.50 \cdot 10^{-1} (1.01 \cdot 10^{-2})$	$1.76 \cdot 10^{-1} (1.37 \cdot 10^{-2})$	$1.33 \cdot 10^{-1} (7.48 \cdot 10^{-3})$	$5.37 \cdot 10^{-1} (4.96 \cdot 10^{-2})$	$2.79 \cdot 10^{-1} (2.29 \cdot 10^{-2})$
$v = \infty$	$1.19 \cdot 10^{-1} (6.09 \cdot 10^{-3})$	$1.61 \cdot 10^{-1} (1.07 \cdot 10^{-2})$	$1.83 \cdot 10^{-1} (1.31 \cdot 10^{-2})$	$1.57 \cdot 10^{-1} (1.12 \cdot 10^{-2})$	$5.70 \cdot 10^{-1} (5.48 \cdot 10^{-2})$	$2.99 \cdot 10^{-1} (2.54 \cdot 10^{-2})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$7.86 \cdot 10^{-2} (4.75 \cdot 10^{-3})$	$1.26 \cdot 10^{-1} (1.05 \cdot 10^{-2})$	$1.72 \cdot 10^{-1} (1.42 \cdot 10^{-2})$	$8.96 \cdot 10^{-2} (7.83 \cdot 10^{-3})$	$4.10 \cdot 10^{-1} (1.46 \cdot 10^{-1})$	$2.92 \cdot 10^{-1} (2.51 \cdot 10^{-2})$

$R^*(S^{SPE})$	
$v = 1/2$	$6.63 \cdot 10^{-2} (4.62 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$6.29 \cdot 10^{-2} (3.98 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$6.64 \cdot 10^{-2} (3.87 \cdot 10^{-3})$
$v = 7/2$	$6.96 \cdot 10^{-2} (3.88 \cdot 10^{-3})$
$v = 9/2$	$7.18 \cdot 10^{-2} (3.91 \cdot 10^{-3})$
$v = 11/2$	$7.36 \cdot 10^{-2} (3.94 \cdot 10^{-3})$
$v = 21/2$	$7.79 \cdot 10^{-2} (4.04 \cdot 10^{-3})$
$v = \infty$	$8.34 \cdot 10^{-2} (4.19 \cdot 10^{-3})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$5.92 \cdot 10^{-2} (3.71 \cdot 10^{-3})$

$R(\theta; S^{CRPS})$	
NLL/SPE	$8.20 \cdot 10^{-2} (4.87 \cdot 10^{-3})$
linear	$2.80 \cdot 10^{-1} (1.18 \cdot 10^{-2})$
1NN	$4.09 \cdot 10^{-1} (7.58 \cdot 10^{-3})$
2NN	$3.13 \cdot 10^{-1} (6.71 \cdot 10^{-3})$

Averages of  $R(\theta; S^{CRPS})$ .

**SUPPLEMENTARY MATERIALS: PARAMETER SELECTION IN GAUSSIAN PROCESS INTERPOLATION SM23**

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$1.45 \cdot 10^{-1} (3.42 \cdot 10^{-3})$	$1.18 \cdot 10^{-1} (3.82 \cdot 10^{-3})$	$1.17 \cdot 10^{-1} (3.82 \cdot 10^{-3})$	$1.06 \cdot 10^{-1} (3.54 \cdot 10^{-3})$	$3.60 \cdot 10^{-1} (7.98 \cdot 10^{-2})$	$1.18 \cdot 10^{-1} (3.86 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$1.21 \cdot 10^{-1} (4.18 \cdot 10^{-3})$	$1.29 \cdot 10^{-1} (4.59 \cdot 10^{-3})$	$1.29 \cdot 10^{-1} (4.61 \cdot 10^{-3})$	$1.20 \cdot 10^{-1} (4.20 \cdot 10^{-3})$	$1.20 \cdot 10^{-1} (4.25 \cdot 10^{-3})$	$1.37 \cdot 10^{-1} (5.41 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$1.30 \cdot 10^{-1} (4.38 \cdot 10^{-3})$	$1.46 \cdot 10^{-1} (5.31 \cdot 10^{-3})$	$1.54 \cdot 10^{-1} (6.14 \cdot 10^{-3})$	$1.40 \cdot 10^{-1} (4.94 \cdot 10^{-3})$	$1.59 \cdot 10^{-1} (5.75 \cdot 10^{-3})$	$1.75 \cdot 10^{-1} (7.83 \cdot 10^{-3})$
$v = 7/2$	$1.37 \cdot 10^{-1} (4.45 \cdot 10^{-3})$	$1.61 \cdot 10^{-1} (6.16 \cdot 10^{-3})$	$1.70 \cdot 10^{-1} (6.76 \cdot 10^{-3})$	$1.50 \cdot 10^{-1} (5.28 \cdot 10^{-3})$	$2.12 \cdot 10^{-1} (8.23 \cdot 10^{-3})$	$2.04 \cdot 10^{-1} (8.82 \cdot 10^{-3})$
$v = 9/2$	$1.42 \cdot 10^{-1} (4.58 \cdot 10^{-3})$	$1.63 \cdot 10^{-1} (5.73 \cdot 10^{-3})$	$1.79 \cdot 10^{-1} (7.30 \cdot 10^{-3})$	$1.58 \cdot 10^{-1} (5.57 \cdot 10^{-3})$	$2.63 \cdot 10^{-1} (1.11 \cdot 10^{-2})$	$2.14 \cdot 10^{-1} (9.14 \cdot 10^{-3})$
$v = 11/2$	$1.46 \cdot 10^{-1} (4.62 \cdot 10^{-3})$	$1.71 \cdot 10^{-1} (6.60 \cdot 10^{-3})$	$1.84 \cdot 10^{-1} (7.67 \cdot 10^{-3})$	$1.61 \cdot 10^{-1} (5.70 \cdot 10^{-3})$	$2.93 \cdot 10^{-1} (1.30 \cdot 10^{-2})$	$2.23 \cdot 10^{-1} (9.20 \cdot 10^{-3})$
$v = 21/2$	$1.53 \cdot 10^{-1} (4.71 \cdot 10^{-3})$	$1.79 \cdot 10^{-1} (6.67 \cdot 10^{-3})$	$1.93 \cdot 10^{-1} (7.95 \cdot 10^{-3})$	$1.73 \cdot 10^{-1} (5.66 \cdot 10^{-3})$	$3.16 \cdot 10^{-1} (1.47 \cdot 10^{-2})$	$2.39 \cdot 10^{-1} (1.03 \cdot 10^{-2})$
$v = \infty$	$1.63 \cdot 10^{-1} (4.90 \cdot 10^{-3})$	$1.88 \cdot 10^{-1} (6.99 \cdot 10^{-3})$	$2.01 \cdot 10^{-1} (7.88 \cdot 10^{-3})$	$1.88 \cdot 10^{-1} (7.12 \cdot 10^{-3})$	$3.25 \cdot 10^{-1} (1.54 \cdot 10^{-2})$	$2.49 \cdot 10^{-1} (1.10 \cdot 10^{-2})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$1.22 \cdot 10^{-1} (4.30 \cdot 10^{-3})$	$1.54 \cdot 10^{-1} (7.12 \cdot 10^{-3})$	$1.84 \cdot 10^{-1} (8.84 \cdot 10^{-3})$	$1.23 \cdot 10^{-1} (5.66 \cdot 10^{-3})$	$2.37 \cdot 10^{-1} (2.32 \cdot 10^{-2})$	$2.43 \cdot 10^{-1} (1.11 \cdot 10^{-2})$

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$
NLL/SPE $1.26 \cdot 10^{-1} (4.47 \cdot 10^{-3})$

Averages of  $R(\theta; S_{0.95}^{\text{SIS}})$ .

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{SIS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$1.90 \cdot 10^0 (5.01 \cdot 10^{-2})$	$1.79 \cdot 10^0 (6.11 \cdot 10^{-2})$	$1.79 \cdot 10^0 (6.10 \cdot 10^{-2})$	$2.01 \cdot 10^0 (7.42 \cdot 10^{-2})$	$3.77 \cdot 10^0 (7.84 \cdot 10^{-1})$	$1.79 \cdot 10^0 (6.10 \cdot 10^{-2})$
$v = 3/2$	$1.81 \cdot 10^0 (5.54 \cdot 10^{-2})$	$1.95 \cdot 10^0 (6.42 \cdot 10^{-2})$	$1.98 \cdot 10^0 (6.37 \cdot 10^{-2})$	$2.22 \cdot 10^0 (7.24 \cdot 10^{-2})$	$1.74 \cdot 10^0 (5.14 \cdot 10^{-2})$	$2.09 \cdot 10^0 (7.70 \cdot 10^{-2})$
$v = 5/2$	$1.93 \cdot 10^0 (5.68 \cdot 10^{-2})$	$2.22 \cdot 10^0 (7.72 \cdot 10^{-2})$	$2.44 \cdot 10^0 (9.51 \cdot 10^{-2})$	$2.54 \cdot 10^0 (9.29 \cdot 10^{-2})$	$1.98 \cdot 10^0 (5.52 \cdot 10^{-2})$	$2.72 \cdot 10^0 (1.12 \cdot 10^{-1})$
$v = 7/2$	$2.01 \cdot 10^0 (5.77 \cdot 10^{-2})$	$2.39 \cdot 10^0 (8.98 \cdot 10^{-2})$	$2.67 \cdot 10^0 (1.07 \cdot 10^{-1})$	$2.62 \cdot 10^0 (9.64 \cdot 10^{-2})$	$2.36 \cdot 10^0 (7.25 \cdot 10^{-2})$	$3.11 \cdot 10^0 (1.30 \cdot 10^{-1})$
$v = 9/2$	$2.07 \cdot 10^0 (5.93 \cdot 10^{-2})$	$2.41 \cdot 10^0 (8.44 \cdot 10^{-2})$	$2.83 \cdot 10^0 (1.22 \cdot 10^{-1})$	$2.72 \cdot 10^0 (1.03 \cdot 10^{-1})$	$2.76 \cdot 10^0 (9.55 \cdot 10^{-2})$	$3.23 \cdot 10^0 (1.36 \cdot 10^{-1})$
$v = 11/2$	$2.11 \cdot 10^0 (5.98 \cdot 10^{-2})$	$2.54 \cdot 10^0 (1.04 \cdot 10^{-1})$	$2.89 \cdot 10^0 (1.31 \cdot 10^{-1})$	$2.78 \cdot 10^0 (1.09 \cdot 10^{-1})$	$3.00 \cdot 10^0 (1.12 \cdot 10^{-1})$	$3.38 \cdot 10^0 (1.35 \cdot 10^{-1})$
$v = 21/2$	$2.20 \cdot 10^0 (6.07 \cdot 10^{-2})$	$2.66 \cdot 10^0 (1.10 \cdot 10^{-1})$	$3.09 \cdot 10^0 (1.49 \cdot 10^{-1})$	$2.98 \cdot 10^0 (1.07 \cdot 10^{-1})$	$3.20 \cdot 10^0 (1.27 \cdot 10^{-1})$	$3.64 \cdot 10^0 (1.58 \cdot 10^{-1})$
$v = \infty$	$2.33 \cdot 10^0 (6.25 \cdot 10^{-2})$	$2.77 \cdot 10^0 (1.09 \cdot 10^{-1})$	$3.22 \cdot 10^0 (1.48 \cdot 10^{-1})$	$3.26 \cdot 10^0 (1.50 \cdot 10^{-1})$	$3.27 \cdot 10^0 (1.32 \cdot 10^{-1})$	$3.84 \cdot 10^0 (1.81 \cdot 10^{-1})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$1.84 \cdot 10^0 (5.69 \cdot 10^{-2})$	$2.44 \cdot 10^0 (1.19 \cdot 10^{-1})$	$3.11 \cdot 10^0 (1.61 \cdot 10^{-1})$	$2.37 \cdot 10^0 (1.13 \cdot 10^{-1})$	$2.72 \cdot 10^0 (2.31 \cdot 10^{-1})$	$3.85 \cdot 10^0 (1.82 \cdot 10^{-1})$

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{SIS}})$
NLL/SPE $1.89 \cdot 10^0 (5.78 \cdot 10^{-2})$

Averages of  $C_{0.95}(\theta)$ .

$C_{0.95}(\theta)$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$9.65 \cdot 10^{-1} (1.31 \cdot 10^{-3})$	$9.46 \cdot 10^{-1} (1.89 \cdot 10^{-3})$	$9.46 \cdot 10^{-1} (1.86 \cdot 10^{-3})$	$8.80 \cdot 10^{-1} (2.13 \cdot 10^{-3})$	$9.33 \cdot 10^{-1} (3.53 \cdot 10^{-3})$	$9.45 \cdot 10^{-1} (1.81 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$9.29 \cdot 10^{-1} (1.98 \cdot 10^{-3})$	$9.15 \cdot 10^{-1} (2.55 \cdot 10^{-3})$	$9.10 \cdot 10^{-1} (2.65 \cdot 10^{-3})$	$8.29 \cdot 10^{-1} (1.23 \cdot 10^{-2})$	$9.41 \cdot 10^{-1} (1.96 \cdot 10^{-3})$	$9.07 \cdot 10^{-1} (2.94 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$9.07 \cdot 10^{-1} (2.51 \cdot 10^{-3})$	$8.87 \cdot 10^{-1} (4.09 \cdot 10^{-3})$	$8.68 \cdot 10^{-1} (4.58 \cdot 10^{-3})$	$8.17 \cdot 10^{-1} (5.20 \cdot 10^{-3})$	$9.36 \cdot 10^{-1} (2.53 \cdot 10^{-3})$	$8.59 \cdot 10^{-1} (4.39 \cdot 10^{-3})$
$v = 7/2$	$8.94 \cdot 10^{-1} (3.07 \cdot 10^{-3})$	$8.65 \cdot 10^{-1} (5.36 \cdot 10^{-3})$	$8.38 \cdot 10^{-1} (6.20 \cdot 10^{-3})$	$8.02 \cdot 10^{-1} (6.11 \cdot 10^{-3})$	$9.34 \cdot 10^{-1} (3.22 \cdot 10^{-3})$	$8.20 \cdot 10^{-1} (5.52 \cdot 10^{-3})$
$v = 9/2$	$8.85 \cdot 10^{-1} (3.55 \cdot 10^{-3})$	$8.59 \cdot 10^{-1} (5.61 \cdot 10^{-3})$	$8.20 \cdot 10^{-1} (7.16 \cdot 10^{-3})$	$7.91 \cdot 10^{-1} (6.75 \cdot 10^{-3})$	$9.30 \cdot 10^{-1} (3.94 \cdot 10^{-3})$	$8.05 \cdot 10^{-1} (6.50 \cdot 10^{-3})$
$v = 11/2$	$8.78 \cdot 10^{-1} (3.90 \cdot 10^{-3})$	$8.47 \cdot 10^{-1} (6.49 \cdot 10^{-3})$	$8.10 \cdot 10^{-1} (7.82 \cdot 10^{-3})$	$7.85 \cdot 10^{-1} (7.29 \cdot 10^{-3})$	$9.26 \cdot 10^{-1} (4.34 \cdot 10^{-3})$	$7.92 \cdot 10^{-1} (6.93 \cdot 10^{-3})$
$v = 21/2$	$8.62 \cdot 10^{-1} (4.66 \cdot 10^{-3})$	$8.28 \cdot 10^{-1} (7.42 \cdot 10^{-3})$	$7.86 \cdot 10^{-1} (9.37 \cdot 10^{-3})$	$7.55 \cdot 10^{-1} (8.82 \cdot 10^{-3})$	$9.22 \cdot 10^{-1} (4.59 \cdot 10^{-3})$	$7.68 \cdot 10^{-1} (7.76 \cdot 10^{-3})$
$v = \infty$	$8.42 \cdot 10^{-1} (5.74 \cdot 10^{-3})$	$8.15 \cdot 10^{-1} (7.71 \cdot 10^{-3})$	$7.69 \cdot 10^{-1} (9.91 \cdot 10^{-3})$	$7.36 \cdot 10^{-1} (1.01 \cdot 10^{-2})$	$9.20 \cdot 10^{-1} (4.64 \cdot 10^{-3})$	$7.49 \cdot 10^{-1} (8.25 \cdot 10^{-3})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$9.21 \cdot 10^{-1} (2.70 \cdot 10^{-3})$	$8.61 \cdot 10^{-1} (8.53 \cdot 10^{-3})$	$7.97 \cdot 10^{-1} (1.12 \cdot 10^{-2})$	$8.28 \cdot 10^{-1} (7.66 \cdot 10^{-3})$	$9.31 \cdot 10^{-1} (3.99 \cdot 10^{-3})$	$7.54 \cdot 10^{-1} (8.49 \cdot 10^{-3})$

$C_{0.95}(\theta)$
NLL/SPE $9.15 \cdot 10^{-1} (4.52 \cdot 10^{-3})$

**SM2.2.15. GKLS  $C^0$ ,  $n = 250$ ,  $d = 5$ .**

Averages of  $R(\theta; S^{\text{SPE}})$ .

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$4.92 \cdot 10^{-2} (2.58 \cdot 10^{-3})$	$4.40 \cdot 10^{-2} (2.56 \cdot 10^{-3})$	$4.40 \cdot 10^{-2} (2.55 \cdot 10^{-3})$	$4.26 \cdot 10^{-2} (2.50 \cdot 10^{-3})$	$1.27 \cdot 10^0 (1.27 \cdot 10^0)$	$4.44 \cdot 10^{-2} (2.56 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$4.32 \cdot 10^{-2} (2.10 \cdot 10^{-3})$	$4.67 \cdot 10^{-2} (2.36 \cdot 10^{-3})$	$4.72 \cdot 10^{-2} (2.52 \cdot 10^{-3})$	$4.37 \cdot 10^{-2} (2.18 \cdot 10^{-3})$	$1.63 \cdot 10^2 (1.63 \cdot 10^2)$	$5.17 \cdot 10^{-2} (2.75 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$4.92 \cdot 10^{-2} (2.23 \cdot 10^{-3})$	$5.50 \cdot 10^{-2} (2.98 \cdot 10^{-3})$	$5.56 \cdot 10^{-2} (2.79 \cdot 10^{-3})$	$4.97 \cdot 10^{-2} (2.34 \cdot 10^{-3})$	$6.49 \cdot 10^{-2} (3.23 \cdot 10^{-3})$	$7.73 \cdot 10^{-2} (5.10 \cdot 10^{-3})$
$v = 7/2$	$5.38 \cdot 10^{-2} (2.35 \cdot 10^{-3})$	$5.92 \cdot 10^{-2} (2.66 \cdot 10^{-3})$	$6.05 \cdot 10^{-2} (2.90 \cdot 10^{-3})$	$5.50 \cdot 10^{-2} (2.50 \cdot 10^{-3})$	$1.31 \cdot 10^{-1} (7.98 \cdot 10^{-3})$	$9.59 \cdot 10^{-2} (7.76 \cdot 10^{-3})$
$v = 9/2$	$5.73 \cdot 10^{-2} (2.45 \cdot 10^{-3})$	$6.29 \cdot 10^{-2} (2.75 \cdot 10^{-3})$	$6.41 \cdot 10^{-2} (2.96 \cdot 10^{-3})$	$5.99 \cdot 10^{-2} (2.73 \cdot 10^{-3})$	$2.47 \cdot 10^{-1} (1.88 \cdot 10^{-2})$	$1.13 \cdot 10^{-1} (8.16 \cdot 10^{-3})$
$v = 11/2$	$5.98 \cdot 10^{-2} (2.52 \cdot 10^{-3})$	$6.55 \cdot 10^{-2} (2.83 \cdot 10^{-3})$	$6.69 \cdot 10^{-2} (3.01 \cdot 10^{-3})$	$6.37 \cdot 10^{-2} (2.88 \cdot 10^{-3})$	$3.89 \cdot 10^{-1} (3.43 \cdot 10^{-2})$	$1.20 \cdot 10^{-1} (9.23 \cdot 10^{-3})$
$v = 21/2$	$6.66 \cdot 10^{-2} (2.69 \cdot 10^{-3})$	$7.24 \cdot 10^{-2} (3.05 \cdot 10^{-3})$	$7.37 \cdot 10^{-2} (3.20 \cdot 10^{-3})$	$7.09 \cdot 10^{-2} (3.26 \cdot 10^{-3})$	$7.64 \cdot 10^{-1} (7.93 \cdot 10^{-2})$	$1.52 \cdot 10^{-1} (1.24 \cdot 10^{-2})$
$v = \infty$	$7.64 \cdot 10^{-2} (2.97 \cdot 10^{-3})$	$8.30 \cdot 10^{-2} (3.70 \cdot 10^{-3})$	$8.29 \cdot 10^{-2} (3.36 \cdot 10^{-3})$	$8.15 \cdot 10^{-2} (3.75 \cdot 10^{-3})$	$9.98 \cdot 10^{-1} (1.08 \cdot 10^{-1})$	$1.83 \cdot 10^{-1} (1.58 \cdot 10^{-2})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$4.35 \cdot 10^{-2} (2.12 \cdot 10^{-3})$	$4.70 \cdot 10^{-2} (2.44 \cdot 10^{-3})$	$5.23 \cdot 10^{-2} (2.77 \cdot 10^{-3})$	$4.16 \cdot 10^{-2} (2.28 \cdot 10^{-3})$	$1.63 \cdot 10^{-1} (2.31 \cdot 10^{-2})$	$1.58 \cdot 10^{-1} (1.50 \cdot 10^{-2})$



$R^*(S^{\text{SPE}})$	
$v = 1/2$	$4.11 \cdot 10^{-2}$ ( $2.41 \cdot 10^{-3}$ )
$v = 3/2$	$3.76 \cdot 10^{-2}$ ( $1.80 \cdot 10^{-3}$ )
$v = 5/2$	$4.04 \cdot 10^{-2}$ ( $1.79 \cdot 10^{-3}$ )
$v = 7/2$	$4.33 \cdot 10^{-2}$ ( $1.83 \cdot 10^{-3}$ )
$v = 9/2$	$4.55 \cdot 10^{-2}$ ( $1.87 \cdot 10^{-3}$ )
$v = 11/2$	$4.72 \cdot 10^{-2}$ ( $1.91 \cdot 10^{-3}$ )
$v = 21/2$	$5.18 \cdot 10^{-2}$ ( $2.01 \cdot 10^{-3}$ )
$v = \infty$	$5.84 \cdot 10^{-2}$ ( $2.19 \cdot 10^{-3}$ )
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$3.59 \cdot 10^{-2}$ ( $1.80 \cdot 10^{-3}$ )

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	
NLL/SPE	$4.43 \cdot 10^{-2}$ ( $2.23 \cdot 10^{-3}$ )
linear	$2.71 \cdot 10^{-1}$ ( $1.12 \cdot 10^{-2}$ )
1NN	$2.93 \cdot 10^{-1}$ ( $5.47 \cdot 10^{-3}$ )
2NN	$2.20 \cdot 10^{-1}$ ( $4.52 \cdot 10^{-3}$ )

Averages of  $R(\theta; S^{\text{CRPS}})$ .

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$1.06 \cdot 10^{-1}$ ( $2.50 \cdot 10^{-3}$ )	$9.14 \cdot 10^{-2}$ ( $2.68 \cdot 10^{-3}$ )	$9.13 \cdot 10^{-2}$ ( $2.67 \cdot 10^{-3}$ )	$8.07 \cdot 10^{-2}$ ( $2.60 \cdot 10^{-3}$ )	$5.02 \cdot 10^3$ ( $5.02 \cdot 10^3$ )	$9.19 \cdot 10^{-2}$ ( $2.66 \cdot 10^{-3}$ )
$v = 3/2$	$9.24 \cdot 10^{-2}$ ( $2.50 \cdot 10^{-3}$ )	$9.60 \cdot 10^{-2}$ ( $2.55 \cdot 10^{-3}$ )	$9.58 \cdot 10^{-2}$ ( $2.61 \cdot 10^{-3}$ )	$8.83 \cdot 10^{-2}$ ( $2.48 \cdot 10^{-3}$ )	$6.34 \cdot 10^{-1}$ ( $5.41 \cdot 10^{-1}$ )	$1.00 \cdot 10^{-1}$ ( $2.78 \cdot 10^{-3}$ )
$v = 5/2$	$1.00 \cdot 10^{-1}$ ( $2.52 \cdot 10^{-3}$ )	$1.06 \cdot 10^{-1}$ ( $2.78 \cdot 10^{-3}$ )	$1.05 \cdot 10^{-1}$ ( $2.67 \cdot 10^{-3}$ )	$9.86 \cdot 10^{-2}$ ( $2.50 \cdot 10^{-3}$ )	$1.20 \cdot 10^{-1}$ ( $3.22 \cdot 10^{-3}$ )	$1.21 \cdot 10^{-1}$ ( $3.66 \cdot 10^{-3}$ )
$v = 7/2$	$1.06 \cdot 10^{-1}$ ( $2.55 \cdot 10^{-3}$ )	$1.11 \cdot 10^{-1}$ ( $2.69 \cdot 10^{-3}$ )	$1.11 \cdot 10^{-1}$ ( $2.76 \cdot 10^{-3}$ )	$1.06 \cdot 10^{-1}$ ( $2.60 \cdot 10^{-3}$ )	$1.64 \cdot 10^{-1}$ ( $4.84 \cdot 10^{-3}$ )	$1.35 \cdot 10^{-1}$ ( $4.54 \cdot 10^{-3}$ )
$v = 9/2$	$1.10 \cdot 10^{-1}$ ( $2.59 \cdot 10^{-3}$ )	$1.16 \cdot 10^{-1}$ ( $2.74 \cdot 10^{-3}$ )	$1.16 \cdot 10^{-1}$ ( $2.80 \cdot 10^{-3}$ )	$1.12 \cdot 10^{-1}$ ( $2.67 \cdot 10^{-3}$ )	$2.14 \cdot 10^{-1}$ ( $7.05 \cdot 10^{-3}$ )	$1.47 \cdot 10^{-1}$ ( $4.83 \cdot 10^{-3}$ )
$v = 11/2$	$1.13 \cdot 10^{-1}$ ( $2.61 \cdot 10^{-3}$ )	$1.19 \cdot 10^{-1}$ ( $2.78 \cdot 10^{-3}$ )	$1.19 \cdot 10^{-1}$ ( $2.79 \cdot 10^{-3}$ )	$1.16 \cdot 10^{-1}$ ( $2.76 \cdot 10^{-3}$ )	$2.61 \cdot 10^{-1}$ ( $9.26 \cdot 10^{-3}$ )	$1.53 \cdot 10^{-1}$ ( $5.21 \cdot 10^{-3}$ )
$v = 21/2$	$1.21 \cdot 10^{-1}$ ( $2.67 \cdot 10^{-3}$ )	$1.26 \cdot 10^{-1}$ ( $2.90 \cdot 10^{-3}$ )	$1.26 \cdot 10^{-1}$ ( $2.87 \cdot 10^{-3}$ )	$1.24 \cdot 10^{-1}$ ( $2.92 \cdot 10^{-3}$ )	$3.53 \cdot 10^{-1}$ ( $1.40 \cdot 10^{-2}$ )	$1.71 \cdot 10^{-1}$ ( $6.28 \cdot 10^{-3}$ )
$v = \infty$	$1.31 \cdot 10^{-1}$ ( $2.84 \cdot 10^{-3}$ )	$1.36 \cdot 10^{-1}$ ( $3.18 \cdot 10^{-3}$ )	$1.36 \cdot 10^{-1}$ ( $2.92 \cdot 10^{-3}$ )	$1.34 \cdot 10^{-1}$ ( $3.15 \cdot 10^{-3}$ )	$4.00 \cdot 10^{-1}$ ( $1.65 \cdot 10^{-2}$ )	$1.87 \cdot 10^{-1}$ ( $7.14 \cdot 10^{-3}$ )
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$9.26 \cdot 10^{-2}$ ( $2.51 \cdot 10^{-3}$ )	$9.53 \cdot 10^{-2}$ ( $2.63 \cdot 10^{-3}$ )	$1.01 \cdot 10^{-1}$ ( $2.78 \cdot 10^{-3}$ )	$8.11 \cdot 10^{-2}$ ( $2.51 \cdot 10^{-3}$ )	$1.74 \cdot 10^{-1}$ ( $1.32 \cdot 10^{-2}$ )	$1.68 \cdot 10^{-1}$ ( $7.51 \cdot 10^{-3}$ )

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	
NLL/SPE	$9.36 \cdot 10^{-2}$ ( $2.53 \cdot 10^{-3}$ )

Averages of  $R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$ .

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$1.48 \cdot 10^0$ ( $3.66 \cdot 10^{-2}$ )	$1.40 \cdot 10^0$ ( $4.13 \cdot 10^{-2}$ )	$1.40 \cdot 10^0$ ( $4.11 \cdot 10^{-2}$ )	$1.66 \cdot 10^0$ ( $5.45 \cdot 10^{-2}$ )	$7.01 \cdot 10^4$ ( $7.01 \cdot 10^4$ )	$1.40 \cdot 10^0$ ( $4.10 \cdot 10^{-2}$ )
$v = 3/2$	$1.37 \cdot 10^0$ ( $3.50 \cdot 10^{-2}$ )	$1.43 \cdot 10^0$ ( $3.76 \cdot 10^{-2}$ )	$1.44 \cdot 10^0$ ( $4.02 \cdot 10^{-2}$ )	$1.67 \cdot 10^0$ ( $4.66 \cdot 10^{-2}$ )	$7.33 \cdot 10^0$ ( $6.01 \cdot 10^0$ )	$1.50 \cdot 10^0$ ( $4.19 \cdot 10^{-2}$ )
$v = 5/2$	$1.44 \cdot 10^0$ ( $3.53 \cdot 10^{-2}$ )	$1.52 \cdot 10^0$ ( $4.17 \cdot 10^{-2}$ )	$1.54 \cdot 10^0$ ( $4.27 \cdot 10^{-2}$ )	$1.71 \cdot 10^0$ ( $4.62 \cdot 10^{-2}$ )	$1.52 \cdot 10^0$ ( $3.46 \cdot 10^{-2}$ )	$1.79 \cdot 10^0$ ( $5.76 \cdot 10^{-2}$ )
$v = 7/2$	$1.49 \cdot 10^0$ ( $3.57 \cdot 10^{-2}$ )	$1.56 \cdot 10^0$ ( $3.86 \cdot 10^{-2}$ )	$1.59 \cdot 10^0$ ( $4.34 \cdot 10^{-2}$ )	$1.76 \cdot 10^0$ ( $4.68 \cdot 10^{-2}$ )	$1.88 \cdot 10^0$ ( $4.73 \cdot 10^{-2}$ )	$1.92 \cdot 10^0$ ( $6.87 \cdot 10^{-2}$ )
$v = 9/2$	$1.53 \cdot 10^0$ ( $3.62 \cdot 10^{-2}$ )	$1.60 \cdot 10^0$ ( $3.88 \cdot 10^{-2}$ )	$1.62 \cdot 10^0$ ( $4.33 \cdot 10^{-2}$ )	$1.82 \cdot 10^0$ ( $5.02 \cdot 10^{-2}$ )	$2.29 \cdot 10^0$ ( $6.57 \cdot 10^{-2}$ )	$2.05 \cdot 10^0$ ( $7.18 \cdot 10^{-2}$ )
$v = 11/2$	$1.56 \cdot 10^0$ ( $3.64 \cdot 10^{-2}$ )	$1.63 \cdot 10^0$ ( $3.94 \cdot 10^{-2}$ )	$1.65 \cdot 10^0$ ( $4.31 \cdot 10^{-2}$ )	$1.86 \cdot 10^0$ ( $5.18 \cdot 10^{-2}$ )	$2.65 \cdot 10^0$ ( $8.50 \cdot 10^{-2}$ )	$2.07 \cdot 10^0$ ( $6.88 \cdot 10^{-2}$ )
$v = 21/2$	$1.63 \cdot 10^0$ ( $3.68 \cdot 10^{-2}$ )	$1.69 \cdot 10^0$ ( $4.08 \cdot 10^{-2}$ )	$1.71 \cdot 10^0$ ( $4.34 \cdot 10^{-2}$ )	$1.91 \cdot 10^0$ ( $5.38 \cdot 10^{-2}$ )	$3.37 \cdot 10^0$ ( $1.27 \cdot 10^{-1}$ )	$2.24 \cdot 10^0$ ( $7.53 \cdot 10^{-2}$ )
$v = \infty$	$1.75 \cdot 10^0$ ( $3.74 \cdot 10^{-2}$ )	$1.78 \cdot 10^0$ ( $4.53 \cdot 10^{-2}$ )	$1.79 \cdot 10^0$ ( $4.30 \cdot 10^{-2}$ )	$2.02 \cdot 10^0$ ( $5.90 \cdot 10^{-2}$ )	$3.75 \cdot 10^0$ ( $1.50 \cdot 10^{-1}$ )	$2.39 \cdot 10^0$ ( $8.25 \cdot 10^{-2}$ )
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$1.37 \cdot 10^0$ ( $3.51 \cdot 10^{-2}$ )	$1.43 \cdot 10^0$ ( $4.01 \cdot 10^{-2}$ )	$1.50 \cdot 10^0$ ( $4.36 \cdot 10^{-2}$ )	$1.61 \cdot 10^0$ ( $5.05 \cdot 10^{-2}$ )	$1.96 \cdot 10^0$ ( $1.04 \cdot 10^{-1}$ )	$2.26 \cdot 10^0$ ( $8.61 \cdot 10^{-2}$ )

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	
NLL/SPE	$1.38 \cdot 10^0$ ( $3.58 \cdot 10^{-2}$ )

Averages of  $C_{0.95}(\theta)$ .

$C_{0.95}(\theta)$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$9.67 \cdot 10^{-1}$ ( $1.04 \cdot 10^{-3}$ )	$9.52 \cdot 10^{-1}$ ( $1.40 \cdot 10^{-3}$ )	$9.51 \cdot 10^{-1}$ ( $1.39 \cdot 10^{-3}$ )	$8.62 \cdot 10^{-1}$ ( $1.63 \cdot 10^{-3}$ )	$9.48 \cdot 10^{-1}$ ( $1.67 \cdot 10^{-3}$ )	$9.51 \cdot 10^{-1}$ ( $1.38 \cdot 10^{-3}$ )
$v = 3/2$	$9.38 \cdot 10^{-1}$ ( $1.40 \cdot 10^{-3}$ )	$9.35 \cdot 10^{-1}$ ( $1.54 \cdot 10^{-3}$ )	$9.33 \cdot 10^{-1}$ ( $1.61 \cdot 10^{-3}$ )	$8.52 \cdot 10^{-1}$ ( $2.03 \cdot 10^{-3}$ )	$9.48 \cdot 10^{-1}$ ( $1.48 \cdot 10^{-3}$ )	$9.30 \cdot 10^{-1}$ ( $1.56 \cdot 10^{-3}$ )
$v = 5/2$	$9.25 \cdot 10^{-1}$ ( $1.68 \cdot 10^{-3}$ )	$9.26 \cdot 10^{-1}$ ( $1.93 \cdot 10^{-3}$ )	$9.23 \cdot 10^{-1}$ ( $1.99 \cdot 10^{-3}$ )	$8.51 \cdot 10^{-1}$ ( $2.55 \cdot 10^{-3}$ )	$9.44 \cdot 10^{-1}$ ( $1.61 \cdot 10^{-3}$ )	$9.13 \cdot 10^{-1}$ ( $1.91 \cdot 10^{-3}$ )
$v = 7/2$	$9.17 \cdot 10^{-1}$ ( $1.92 \cdot 10^{-3}$ )	$9.22 \cdot 10^{-1}$ ( $2.01 \cdot 10^{-3}$ )	$9.17 \cdot 10^{-1}$ ( $2.21 \cdot 10^{-3}$ )	$8.50 \cdot 10^{-1}$ ( $2.81 \cdot 10^{-3}$ )	$9.40 \cdot 10^{-1}$ ( $1.81 \cdot 10^{-3}$ )	$9.02 \cdot 10^{-1}$ ( $2.50 \cdot 10^{-3}$ )
$v = 9/2$	$9.11 \cdot 10^{-1}$ ( $2.12 \cdot 10^{-3}$ )	$9.19 \cdot 10^{-1}$ ( $2.14 \cdot 10^{-3}$ )	$9.14 \cdot 10^{-1}$ ( $2.31 \cdot 10^{-3}$ )	$8.48 \cdot 10^{-1}$ ( $2.95 \cdot 10^{-3}$ )	$9.35 \cdot 10^{-1}$ ( $2.12 \cdot 10^{-3}$ )	$8.94 \cdot 10^{-1}$ ( $2.67 \cdot 10^{-3}$ )
$v = 11/2$	$9.07 \cdot 10^{-1}$ ( $2.28 \cdot 10^{-3}$ )	$9.16 \cdot 10^{-1}$ ( $2.21 \cdot 10^{-3}$ )	$9.11 \cdot 10^{-1}$ ( $2.37 \cdot 10^{-3}$ )	$8.47 \cdot 10^{-1}$ ( $2.91 \cdot 10^{-3}$ )	$9.32 \cdot 10^{-1}$ ( $2.49 \cdot 10^{-3}$ )	$8.92 \cdot 10^{-1}$ ( $2.64 \cdot 10^{-3}$ )
$v = 21/2$	$8.96 \cdot 10^{-1}$ ( $2.64 \cdot 10^{-3}$ )	$9.11 \cdot 10^{-1}$ ( $2.29 \cdot 10^{-3}$ )	$9.04 \cdot 10^{-1}$ ( $2.40 \cdot 10^{-3}$ )	$8.45 \cdot 10^{-1}$ ( $2.92 \cdot 10^{-3}$ )	$9.30 \cdot 10^{-1}$ ( $3.09 \cdot 10^{-3}$ )	$8.78 \cdot 10^{-1}$ ( $3.48 \cdot 10^{-3}$ )
$v = \infty$	$8.81 \cdot 10^{-1}$ ( $2.95 \cdot 10^{-3}$ )	$9.03 \cdot 10^{-1}$ ( $2.22 \cdot 10^{-3}$ )	$8.95 \cdot 10^{-1}$ ( $2.68 \cdot 10^{-3}$ )	$8.40 \cdot 10^{-1}$ ( $3.30 \cdot 10^{-3}$ )	$9.30 \cdot 10^{-1}$ ( $3.39 \cdot 10^{-3}$ )	$8.69 \cdot 10^{-1}$ ( $3.65 \cdot 10^{-3}$ )
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$9.37 \cdot 10^{-1}$ ( $1.58 \cdot 10^{-3}$ )	$9.35 \cdot 10^{-1}$ ( $2.19 \cdot 10^{-3}$ )	$9.23 \cdot 10^{-1}$ ( $3.05 \cdot 10^{-3}$ )	$8.60 \cdot 10^{-1}$ ( $2.06 \cdot 10^{-3}$ )	$9.46 \cdot 10^{-1}$ ( $1.46 \cdot 10^{-3}$ )	$8.78 \cdot 10^{-1}$ ( $4.27 \cdot 10^{-3}$ )

$C_{0.95}(\theta)$	
NLL/SPE	$9.37 \cdot 10^{-1}$ ( $2.01 \cdot 10^{-3}$ )

SM2.2.16. GKLS  $C^1$ ,  $n = 20$ ,  $d = 2$ .

Averages of  $R(\theta; S^{\text{SPE}})$ .



SUPPLEMENTARY MATERIALS: PARAMETER SELECTION IN GAUSSIAN PROCESS INTERPOLATION SM25

554

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$3.22 \cdot 10^{-1} (2.32 \cdot 10^{-2})$	$2.91 \cdot 10^{-1} (2.05 \cdot 10^{-2})$	$2.99 \cdot 10^{-1} (2.11 \cdot 10^{-2})$	$2.67 \cdot 10^{-1} (1.65 \cdot 10^{-2})$	$3.53 \cdot 10^{-1} (2.46 \cdot 10^{-2})$	$3.19 \cdot 10^{-1} (2.36 \cdot 10^{-2})$
$v = 3/2$	$3.38 \cdot 10^{-1} (2.54 \cdot 10^{-2})$	$3.61 \cdot 10^{-1} (2.38 \cdot 10^{-2})$	$3.69 \cdot 10^{-1} (2.47 \cdot 10^{-2})$	$3.31 \cdot 10^{-1} (2.13 \cdot 10^{-2})$	$3.16 \cdot 10^{-1} (1.92 \cdot 10^{-2})$	$5.37 \cdot 10^{-1} (4.57 \cdot 10^{-2})$
$v = 5/2$	$3.55 \cdot 10^{-1} (2.58 \cdot 10^{-2})$	$4.11 \cdot 10^{-1} (2.72 \cdot 10^{-2})$	$5.05 \cdot 10^{-1} (4.08 \cdot 10^{-2})$	$3.82 \cdot 10^{-1} (2.33 \cdot 10^{-2})$	$6.55 \cdot 10^{-1} (6.08 \cdot 10^{-2})$	$6.90 \cdot 10^{-1} (5.71 \cdot 10^{-2})$
$v = 7/2$	$3.62 \cdot 10^{-1} (2.60 \cdot 10^{-2})$	$4.47 \cdot 10^{-1} (3.21 \cdot 10^{-2})$	$5.55 \cdot 10^{-1} (4.12 \cdot 10^{-2})$	$4.30 \cdot 10^{-1} (2.97 \cdot 10^{-2})$	$1.95 \cdot 10^0 (3.06 \cdot 10^{-1})$	$1.11 \cdot 10^0 (1.33 \cdot 10^{-1})$
$v = 9/2$	$3.67 \cdot 10^{-1} (2.61 \cdot 10^{-2})$	$5.42 \cdot 10^{-1} (5.49 \cdot 10^{-2})$	$6.86 \cdot 10^{-1} (8.90 \cdot 10^{-2})$	$5.08 \cdot 10^{-1} (5.31 \cdot 10^{-2})$	$5.14 \cdot 10^0 (1.19 \cdot 10^0)$	$1.78 \cdot 10^0 (2.56 \cdot 10^{-1})$
$v = \infty$	$3.90 \cdot 10^{-1} (2.61 \cdot 10^{-2})$	$6.59 \cdot 10^{-1} (9.88 \cdot 10^{-2})$	$1.43 \cdot 10^0 (2.71 \cdot 10^{-1})$	$6.10 \cdot 10^{-1} (9.01 \cdot 10^{-2})$	$2.00 \cdot 10^1 (5.60 \cdot 10^0)$	$5.41 \cdot 10^0 (1.43 \cdot 10^0)$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$3.49 \cdot 10^{-1} (2.71 \cdot 10^{-2})$	$5.84 \cdot 10^{-1} (9.80 \cdot 10^{-2})$	$1.78 \cdot 10^0 (5.99 \cdot 10^{-1})$	$4.80 \cdot 10^{-1} (5.32 \cdot 10^{-2})$	$5.73 \cdot 10^3 (5.73 \cdot 10^3)$	$6.30 \cdot 10^0 (1.60 \cdot 10^0)$

555

556

557

$R^*(S^{\text{SPE}})$	
$v = 1/2$	$2.12 \cdot 10^{-1} (1.10 \cdot 10^{-2})$
$v = 3/2$	$2.08 \cdot 10^{-1} (9.51 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$2.12 \cdot 10^{-1} (9.19 \cdot 10^{-3})$
$v = 7/2$	$2.15 \cdot 10^{-1} (9.07 \cdot 10^{-3})$
$v = 9/2$	$2.17 \cdot 10^{-1} (9.20 \cdot 10^{-3})$
$v = \infty$	$2.26 \cdot 10^{-1} (9.12 \cdot 10^{-3})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$1.95 \cdot 10^{-1} (9.67 \cdot 10^{-3})$

558

559

560

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	
NLL/SPE	$3.33 \cdot 10^{-1} (2.26 \cdot 10^{-2})$
linear	$4.81 \cdot 10^{-1} (2.06 \cdot 10^{-2})$
1NN	$3.84 \cdot 10^{-1} (1.68 \cdot 10^{-2})$
2NN	$3.54 \cdot 10^{-1} (1.50 \cdot 10^{-2})$

561

Averages of  $R(\theta; S^{\text{CRPS}})$ .

562

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$2.61 \cdot 10^{-1} (9.60 \cdot 10^{-3})$	$2.44 \cdot 10^{-1} (8.92 \cdot 10^{-3})$	$2.47 \cdot 10^{-1} (9.00 \cdot 10^{-3})$	$2.25 \cdot 10^{-1} (7.51 \cdot 10^{-3})$	$2.81 \cdot 10^{-1} (1.06 \cdot 10^{-2})$	$2.54 \cdot 10^{-1} (9.84 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$2.61 \cdot 10^{-1} (1.04 \cdot 10^{-2})$	$2.78 \cdot 10^{-1} (1.05 \cdot 10^{-2})$	$2.81 \cdot 10^{-1} (1.09 \cdot 10^{-2})$	$2.66 \cdot 10^{-1} (9.81 \cdot 10^{-3})$	$2.54 \cdot 10^{-1} (7.96 \cdot 10^{-3})$	$3.43 \cdot 10^{-1} (1.58 \cdot 10^{-2})$
$v = 5/2$	$2.72 \cdot 10^{-1} (1.05 \cdot 10^{-2})$	$3.03 \cdot 10^{-1} (1.15 \cdot 10^{-2})$	$3.32 \cdot 10^{-1} (1.26 \cdot 10^{-2})$	$2.96 \cdot 10^{-1} (1.09 \cdot 10^{-2})$	$3.46 \cdot 10^{-1} (1.41 \cdot 10^{-2})$	$3.89 \cdot 10^{-1} (1.76 \cdot 10^{-2})$
$v = 7/2$	$2.77 \cdot 10^{-1} (1.05 \cdot 10^{-2})$	$3.17 \cdot 10^{-1} (1.23 \cdot 10^{-2})$	$3.48 \cdot 10^{-1} (1.29 \cdot 10^{-2})$	$3.15 \cdot 10^{-1} (1.16 \cdot 10^{-2})$	$4.99 \cdot 10^{-1} (3.00 \cdot 10^{-2})$	$4.68 \cdot 10^{-1} (2.28 \cdot 10^{-2})$
$v = 9/2$	$2.80 \cdot 10^{-1} (1.04 \cdot 10^{-2})$	$3.40 \cdot 10^{-1} (1.45 \cdot 10^{-2})$	$3.73 \cdot 10^{-1} (1.82 \cdot 10^{-2})$	$3.36 \cdot 10^{-1} (1.41 \cdot 10^{-2})$	$6.82 \cdot 10^{-1} (5.63 \cdot 10^{-2})$	$5.38 \cdot 10^{-1} (2.99 \cdot 10^{-2})$
$v = \infty$	$2.97 \cdot 10^{-1} (1.03 \cdot 10^{-2})$	$3.67 \cdot 10^{-1} (1.71 \cdot 10^{-2})$	$4.92 \cdot 10^{-1} (3.37 \cdot 10^{-2})$	$3.62 \cdot 10^{-1} (1.54 \cdot 10^{-2})$	$1.19 \cdot 10^0 (1.09 \cdot 10^{-1})$	$7.94 \cdot 10^{-1} (7.50 \cdot 10^{-2})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$2.68 \cdot 10^{-1} (1.10 \cdot 10^{-2})$	$3.37 \cdot 10^{-1} (1.71 \cdot 10^{-2})$	$4.98 \cdot 10^{-1} (4.71 \cdot 10^{-2})$	$3.19 \cdot 10^{-1} (1.58 \cdot 10^{-2})$	$3.81 \cdot 10^0 (3.53 \cdot 10^0)$	$8.50 \cdot 10^{-1} (8.32 \cdot 10^{-2})$

563

564

565

566

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	
NLL/SPE	$2.69 \cdot 10^{-1} (9.89 \cdot 10^{-3})$

567

Averages of  $R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$ .

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$3.76 \cdot 10^0 (1.52 \cdot 10^{-1})$	$3.72 \cdot 10^0 (1.59 \cdot 10^{-1})$	$3.80 \cdot 10^0 (1.53 \cdot 10^{-1})$	$3.90 \cdot 10^0 (1.67 \cdot 10^{-1})$	$3.92 \cdot 10^0 (1.43 \cdot 10^{-1})$	$3.89 \cdot 10^0 (1.60 \cdot 10^{-1})$
$v = 3/2$	$4.32 \cdot 10^0 (2.06 \cdot 10^{-1})$	$4.90 \cdot 10^0 (2.70 \cdot 10^{-1})$	$5.04 \cdot 10^0 (2.79 \cdot 10^{-1})$	$5.20 \cdot 10^0 (3.10 \cdot 10^{-1})$	$3.78 \cdot 10^0 (1.08 \cdot 10^{-1})$	$6.44 \cdot 10^0 (3.68 \cdot 10^{-1})$
$v = 5/2$	$4.71 \cdot 10^0 (2.26 \cdot 10^{-1})$	$5.77 \cdot 10^0 (3.28 \cdot 10^{-1})$	$6.77 \cdot 10^0 (3.58 \cdot 10^{-1})$	$6.20 \cdot 10^0 (3.52 \cdot 10^{-1})$	$4.82 \cdot 10^0 (1.54 \cdot 10^{-1})$	$7.72 \cdot 10^0 (3.90 \cdot 10^{-1})$
$v = 7/2$	$4.89 \cdot 10^0 (2.32 \cdot 10^{-1})$	$6.29 \cdot 10^0 (3.61 \cdot 10^{-1})$	$7.40 \cdot 10^0 (3.73 \cdot 10^{-1})$	$6.90 \cdot 10^0 (3.78 \cdot 10^{-1})$	$6.64 \cdot 10^0 (3.32 \cdot 10^{-1})$	$9.52 \cdot 10^0 (4.58 \cdot 10^{-1})$
$v = 9/2$	$5.00 \cdot 10^0 (2.33 \cdot 10^{-1})$	$7.04 \cdot 10^0 (4.32 \cdot 10^{-1})$	$8.41 \cdot 10^0 (5.74 \cdot 10^{-1})$	$7.79 \cdot 10^0 (4.88 \cdot 10^{-1})$	$9.48 \cdot 10^0 (1.10 \cdot 10^0)$	$1.14 \cdot 10^1 (6.66 \cdot 10^{-1})$
$v = \infty$	$5.56 \cdot 10^0 (2.49 \cdot 10^{-1})$	$8.32 \cdot 10^0 (5.62 \cdot 10^{-1})$	$1.31 \cdot 10^1 (1.17 \cdot 10^0)$	$8.92 \cdot 10^0 (5.56 \cdot 10^{-1})$	$2.03 \cdot 10^1 (2.04 \cdot 10^0)$	$2.11 \cdot 10^1 (2.37 \cdot 10^0)$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$4.71 \cdot 10^0 (2.41 \cdot 10^{-1})$	$7.70 \cdot 10^0 (5.73 \cdot 10^{-1})$	$1.35 \cdot 10^1 (1.61 \cdot 10^0)$	$7.94 \cdot 10^0 (5.66 \cdot 10^{-1})$	$4.22 \cdot 10^1 (3.82 \cdot 10^1)$	$2.23 \cdot 10^1 (2.55 \cdot 10^0)$

568

569

570

571

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	
NLL/SPE	$4.76 \cdot 10^0 (2.38 \cdot 10^{-1})$

572

Averages of  $C_{0.95}(\theta)$ .

573

$C_{0.95}(\theta)$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$9.29 \cdot 10^{-1} (5.46 \cdot 10^{-3})$	$9.19 \cdot 10^{-1} (6.14 \cdot 10^{-3})$	$9.14 \cdot 10^{-1} (6.02 \cdot 10^{-3})$	$8.73 \cdot 10^{-1} (5.90 \cdot 10^{-3})$	$9.31 \cdot 10^{-1} (5.81 \cdot 10^{-3})$	$9.12 \cdot 10^{-1} (5.64 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$8.57 \cdot 10^{-1} (8.27 \cdot 10^{-3})$	$8.18 \cdot 10^{-1} (1.29 \cdot 10^{-2})$	$8.09 \cdot 10^{-1} (1.33 \cdot 10^{-2})$	$7.71 \cdot 10^{-1} (1.27 \cdot 10^{-2})$	$8.87 \cdot 10^{-1} (6.72 \cdot 10^{-3})$	$7.66 \cdot 10^{-1} (1.41 \cdot 10^{-2})$
$v = 5/2$	$8.19 \cdot 10^{-1} (1.04 \cdot 10^{-2})$	$7.53 \cdot 10^{-1} (1.65 \cdot 10^{-2})$	$7.02 \cdot 10^{-1} (1.81 \cdot 10^{-2})$	$6.96 \cdot 10^{-1} (1.89 \cdot 10^{-2})$	$8.37 \cdot 10^{-1} (9.34 \cdot 10^{-3})$	$6.80 \cdot 10^{-1} (1.44 \cdot 10^{-2})$
$v = 7/2$	$8.00 \cdot 10^{-1} (1.12 \cdot 10^{-2})$	$7.10 \cdot 10^{-1} (1.94 \cdot 10^{-2})$	$6.46 \cdot 10^{-1} (2.13 \cdot 10^{-2})$	$6.45 \cdot 10^{-1} (2.00 \cdot 10^{-2})$	$7.90 \cdot 10^{-1} (1.30 \cdot 10^{-2})$	$6.01 \cdot 10^{-1} (1.70 \cdot 10^{-2})$
$v = 9/2$	$7.88 \cdot 10^{-1} (1.17 \cdot 10^{-2})$	$6.72 \cdot 10^{-1} (2.23 \cdot 10^{-2})$	$6.11 \cdot 10^{-1} (2.34 \cdot 10^{-2})$	$6.02 \cdot 10^{-1} (2.32 \cdot 10^{-2})$	$7.45 \cdot 10^{-1} (1.62 \cdot 10^{-2})$	$5.35 \cdot 10^{-1} (1.98 \cdot 10^{-2})$
$v = \infty$	$7.33 \cdot 10^{-1} (1.44 \cdot 10^{-2})$	$5.86 \cdot 10^{-1} (2.57 \cdot 10^{-2})$	$4.61 \cdot 10^{-1} (2.77 \cdot 10^{-2})$	$5.25 \cdot 10^{-1} (2.55 \cdot 10^{-2})$	$5.60 \cdot 10^{-1} (1.90 \cdot 10^{-2})$	$3.74 \cdot 10^{-1} (1.99 \cdot 10^{-2})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$8.32 \cdot 10^{-1} (1.24 \cdot 10^{-2})$	$6.43 \cdot 10^{-1} (2.90 \cdot 10^{-2})$	$4.83 \cdot 10^{-1} (2.95 \cdot 10^{-2})$	$5.99 \cdot 10^{-1} (2.95 \cdot 10^{-2})$	$8.93 \cdot 10^{-1} (7.25 \cdot 10^{-3})$	$3.69 \cdot 10^{-1} (1.87 \cdot 10^{-2})$

574

575

576

577

$C_{0.95}(\theta)$	
NLL/SPE	$8.18 \cdot 10^{-1} (1.62 \cdot 10^{-2})$

SM2.2.17. GKLS  $C^1$ ,  $n = 40$ ,  $d = 2$ .Averages of  $R(\theta; S^{\text{SPE}})$ .

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$1.58 \cdot 10^{-1}$ ( $9.59 \cdot 10^{-3}$ )	$1.56 \cdot 10^{-1}$ ( $9.11 \cdot 10^{-3}$ )	$1.58 \cdot 10^{-1}$ ( $9.11 \cdot 10^{-3}$ )	$1.47 \cdot 10^{-1}$ ( $8.62 \cdot 10^{-3}$ )	$2.83 \cdot 10^{-1}$ ( $3.32 \cdot 10^{-2}$ )	$1.64 \cdot 10^{-1}$ ( $1.06 \cdot 10^{-2}$ )
$v = 3/2$	$1.62 \cdot 10^{-1}$ ( $1.07 \cdot 10^{-2}$ )	$1.84 \cdot 10^{-1}$ ( $1.26 \cdot 10^{-2}$ )	$1.89 \cdot 10^{-1}$ ( $1.40 \cdot 10^{-2}$ )	$1.65 \cdot 10^{-1}$ ( $9.46 \cdot 10^{-3}$ )	$1.61 \cdot 10^{-1}$ ( $1.39 \cdot 10^{-2}$ )	$2.58 \cdot 10^{-1}$ ( $2.42 \cdot 10^{-2}$ )
$v = 5/2$	$1.64 \cdot 10^{-1}$ ( $8.90 \cdot 10^{-3}$ )	$2.01 \cdot 10^{-1}$ ( $1.30 \cdot 10^{-2}$ )	$2.38 \cdot 10^{-1}$ ( $2.01 \cdot 10^{-2}$ )	$1.84 \cdot 10^{-1}$ ( $1.04 \cdot 10^{-2}$ )	$4.65 \cdot 10^{-1}$ ( $1.15 \cdot 10^{-1}$ )	$4.86 \cdot 10^{-1}$ ( $7.63 \cdot 10^{-2}$ )
$v = 7/2$	$1.69 \cdot 10^{-1}$ ( $9.00 \cdot 10^{-3}$ )	$2.09 \cdot 10^{-1}$ ( $1.45 \cdot 10^{-2}$ )	$3.07 \cdot 10^{-1}$ ( $3.62 \cdot 10^{-2}$ )	$1.94 \cdot 10^{-1}$ ( $1.13 \cdot 10^{-2}$ )	$1.54 \cdot 10^0$ ( $4.28 \cdot 10^{-1}$ )	$8.73 \cdot 10^{-1}$ ( $1.31 \cdot 10^{-1}$ )
$v = 9/2$	$1.69 \cdot 10^{-1}$ ( $8.60 \cdot 10^{-3}$ )	$2.25 \cdot 10^{-1}$ ( $1.63 \cdot 10^{-2}$ )	$6.82 \cdot 10^{-1}$ ( $3.49 \cdot 10^{-1}$ )	$2.05 \cdot 10^{-1}$ ( $1.40 \cdot 10^{-2}$ )	$4.00 \cdot 10^0$ ( $9.76 \cdot 10^{-1}$ )	$1.65 \cdot 10^0$ ( $3.91 \cdot 10^{-1}$ )
$v = \infty$	$1.87 \cdot 10^{-1}$ ( $8.60 \cdot 10^{-3}$ )	$2.58 \cdot 10^{-1}$ ( $1.64 \cdot 10^{-2}$ )	$2.18 \cdot 10^0$ ( $1.69 \cdot 10^0$ )	$2.41 \cdot 10^{-1}$ ( $1.57 \cdot 10^{-2}$ )	$1.27 \cdot 10^2$ ( $2.43 \cdot 10^1$ )	$9.37 \cdot 10^0$ ( $2.53 \cdot 10^0$ )
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$1.62 \cdot 10^{-1}$ ( $8.75 \cdot 10^{-3}$ )	$2.47 \cdot 10^{-1}$ ( $3.37 \cdot 10^{-2}$ )	$2.57 \cdot 10^0$ ( $1.72 \cdot 10^0$ )	$1.91 \cdot 10^{-1}$ ( $1.54 \cdot 10^{-2}$ )	$2.97 \cdot 10^{-1}$ ( $3.13 \cdot 10^{-2}$ )	$8.83 \cdot 10^0$ ( $2.73 \cdot 10^0$ )

$R^*(S^{\text{SPE}})$	
$v = 1/2$	$1.22 \cdot 10^{-1}$ ( $7.36 \cdot 10^{-3}$ )
$v = 3/2$	$1.02 \cdot 10^{-1}$ ( $6.08 \cdot 10^{-3}$ )
$v = 5/2$	$1.03 \cdot 10^{-1}$ ( $5.86 \cdot 10^{-3}$ )
$v = 7/2$	$1.04 \cdot 10^{-1}$ ( $5.75 \cdot 10^{-3}$ )
$v = 9/2$	$1.06 \cdot 10^{-1}$ ( $5.68 \cdot 10^{-3}$ )
$v = \infty$	$1.15 \cdot 10^{-1}$ ( $5.33 \cdot 10^{-3}$ )
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$9.47 \cdot 10^{-2}$ ( $5.57 \cdot 10^{-3}$ )

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	
NLL/SPE	$1.58 \cdot 10^{-1}$ ( $8.36 \cdot 10^{-3}$ )
linear	$4.69 \cdot 10^{-1}$ ( $2.03 \cdot 10^{-2}$ )
1NN	$2.39 \cdot 10^{-1}$ ( $9.87 \cdot 10^{-3}$ )
2NN	$2.19 \cdot 10^{-1}$ ( $9.84 \cdot 10^{-3}$ )

Averages of  $R(\theta; S^{\text{CRPS}})$ .

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$1.86 \cdot 10^{-1}$ ( $4.74 \cdot 10^{-3}$ )	$1.82 \cdot 10^{-1}$ ( $4.60 \cdot 10^{-3}$ )	$1.82 \cdot 10^{-1}$ ( $4.65 \cdot 10^{-3}$ )	$1.64 \cdot 10^{-1}$ ( $4.30 \cdot 10^{-3}$ )	$2.41 \cdot 10^{-1}$ ( $1.39 \cdot 10^{-2}$ )	$1.85 \cdot 10^{-1}$ ( $5.04 \cdot 10^{-3}$ )
$v = 3/2$	$1.78 \cdot 10^{-1}$ ( $4.97 \cdot 10^{-3}$ )	$1.88 \cdot 10^{-1}$ ( $5.78 \cdot 10^{-3}$ )	$1.88 \cdot 10^{-1}$ ( $5.87 \cdot 10^{-3}$ )	$1.76 \cdot 10^{-1}$ ( $4.57 \cdot 10^{-3}$ )	$1.76 \cdot 10^{-1}$ ( $4.79 \cdot 10^{-3}$ )	$2.17 \cdot 10^{-1}$ ( $9.39 \cdot 10^{-3}$ )
$v = 5/2$	$1.81 \cdot 10^{-1}$ ( $4.50 \cdot 10^{-3}$ )	$1.95 \cdot 10^{-1}$ ( $5.38 \cdot 10^{-3}$ )	$2.06 \cdot 10^{-1}$ ( $7.31 \cdot 10^{-3}$ )	$1.89 \cdot 10^{-1}$ ( $5.05 \cdot 10^{-3}$ )	$2.38 \cdot 10^{-1}$ ( $9.37 \cdot 10^{-3}$ )	$2.68 \cdot 10^{-1}$ ( $1.50 \cdot 10^{-2}$ )
$v = 7/2$	$1.84 \cdot 10^{-1}$ ( $4.49 \cdot 10^{-3}$ )	$1.99 \cdot 10^{-1}$ ( $5.51 \cdot 10^{-3}$ )	$2.26 \cdot 10^{-1}$ ( $1.06 \cdot 10^{-2}$ )	$1.95 \cdot 10^{-1}$ ( $5.29 \cdot 10^{-3}$ )	$3.56 \cdot 10^{-1}$ ( $1.73 \cdot 10^{-2}$ )	$3.24 \cdot 10^{-1}$ ( $1.88 \cdot 10^{-2}$ )
$v = 9/2$	$1.86 \cdot 10^{-1}$ ( $4.28 \cdot 10^{-3}$ )	$2.07 \cdot 10^{-1}$ ( $6.02 \cdot 10^{-3}$ )	$2.49 \cdot 10^{-1}$ ( $1.83 \cdot 10^{-2}$ )	$2.00 \cdot 10^{-1}$ ( $5.97 \cdot 10^{-3}$ )	$5.28 \cdot 10^{-1}$ ( $2.84 \cdot 10^{-2}$ )	$3.90 \cdot 10^{-1}$ ( $2.35 \cdot 10^{-2}$ )
$v = \infty$	$1.98 \cdot 10^{-1}$ ( $4.06 \cdot 10^{-3}$ )	$2.28 \cdot 10^{-1}$ ( $6.20 \cdot 10^{-3}$ )	$2.90 \cdot 10^{-1}$ ( $3.42 \cdot 10^{-2}$ )	$2.22 \cdot 10^{-1}$ ( $6.31 \cdot 10^{-3}$ )	$2.40 \cdot 10^0$ ( $2.08 \cdot 10^{-1}$ )	$6.83 \cdot 10^{-1}$ ( $6.53 \cdot 10^{-2}$ )
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$1.81 \cdot 10^{-1}$ ( $4.49 \cdot 10^{-3}$ )	$2.07 \cdot 10^{-1}$ ( $7.19 \cdot 10^{-3}$ )	$3.03 \cdot 10^{-1}$ ( $3.76 \cdot 10^{-2}$ )	$1.87 \cdot 10^{-1}$ ( $6.43 \cdot 10^{-3}$ )	$2.40 \cdot 10^{-1}$ ( $1.30 \cdot 10^{-2}$ )	$6.64 \cdot 10^{-1}$ ( $6.13 \cdot 10^{-2}$ )

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	
NLL/SPE	$1.80 \cdot 10^{-1}$ ( $4.35 \cdot 10^{-3}$ )

Averages of  $R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$ .

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$2.53 \cdot 10^0$ ( $7.13 \cdot 10^{-2}$ )	$2.60 \cdot 10^0$ ( $7.53 \cdot 10^{-2}$ )	$2.59 \cdot 10^0$ ( $7.48 \cdot 10^{-2}$ )	$2.87 \cdot 10^0$ ( $9.80 \cdot 10^{-2}$ )	$3.25 \cdot 10^0$ ( $1.86 \cdot 10^{-1}$ )	$2.62 \cdot 10^0$ ( $8.18 \cdot 10^{-2}$ )
$v = 3/2$	$2.62 \cdot 10^0$ ( $1.04 \cdot 10^{-1}$ )	$2.89 \cdot 10^0$ ( $1.33 \cdot 10^{-1}$ )	$2.92 \cdot 10^0$ ( $1.38 \cdot 10^{-1}$ )	$3.22 \cdot 10^0$ ( $1.34 \cdot 10^{-1}$ )	$2.40 \cdot 10^0$ ( $7.59 \cdot 10^{-2}$ )	$3.48 \cdot 10^0$ ( $2.15 \cdot 10^{-1}$ )
$v = 5/2$	$2.71 \cdot 10^0$ ( $1.09 \cdot 10^{-1}$ )	$3.05 \cdot 10^0$ ( $1.38 \cdot 10^{-1}$ )	$3.36 \cdot 10^0$ ( $1.81 \cdot 10^{-1}$ )	$3.52 \cdot 10^0$ ( $1.62 \cdot 10^{-1}$ )	$3.04 \cdot 10^0$ ( $1.14 \cdot 10^{-1}$ )	$4.29 \cdot 10^0$ ( $2.96 \cdot 10^{-1}$ )
$v = 7/2$	$2.78 \cdot 10^0$ ( $1.15 \cdot 10^{-1}$ )	$3.14 \cdot 10^0$ ( $1.48 \cdot 10^{-1}$ )	$3.85 \cdot 10^0$ ( $2.61 \cdot 10^{-1}$ )	$3.59 \cdot 10^0$ ( $1.72 \cdot 10^{-1}$ )	$4.25 \cdot 10^0$ ( $1.88 \cdot 10^{-1}$ )	$5.20 \cdot 10^0$ ( $3.24 \cdot 10^{-1}$ )
$v = 9/2$	$2.80 \cdot 10^0$ ( $1.16 \cdot 10^{-1}$ )	$3.33 \cdot 10^0$ ( $1.71 \cdot 10^{-1}$ )	$4.47 \cdot 10^0$ ( $4.64 \cdot 10^{-1}$ )	$3.69 \cdot 10^0$ ( $1.91 \cdot 10^{-1}$ )	$6.05 \cdot 10^0$ ( $2.98 \cdot 10^{-1}$ )	$6.24 \cdot 10^0$ ( $3.74 \cdot 10^{-1}$ )
$v = \infty$	$3.04 \cdot 10^0$ ( $1.25 \cdot 10^{-1}$ )	$3.73 \cdot 10^0$ ( $1.83 \cdot 10^{-1}$ )	$5.70 \cdot 10^0$ ( $1.06 \cdot 10^0$ )	$4.17 \cdot 10^0$ ( $2.30 \cdot 10^{-1}$ )	$2.76 \cdot 10^1$ ( $2.85 \cdot 10^0$ )	$1.26 \cdot 10^1$ ( $1.58 \cdot 10^0$ )
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$2.71 \cdot 10^0$ ( $1.04 \cdot 10^{-1}$ )	$3.44 \cdot 10^0$ ( $1.90 \cdot 10^{-1}$ )	$6.18 \cdot 10^0$ ( $1.13 \cdot 10^0$ )	$3.71 \cdot 10^0$ ( $2.07 \cdot 10^{-1}$ )	$3.23 \cdot 10^0$ ( $1.81 \cdot 10^{-1}$ )	$1.25 \cdot 10^1$ ( $1.56 \cdot 10^0$ )

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	
NLL/SPE	$2.69 \cdot 10^0$ ( $1.07 \cdot 10^{-1}$ )

Averages of  $C_{0.95}(\theta)$ .

$C_{0.95}(\theta)$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$9.57 \cdot 10^{-1}$ ( $2.83 \cdot 10^{-3}$ )	$9.45 \cdot 10^{-1}$ ( $3.71 \cdot 10^{-3}$ )	$9.45 \cdot 10^{-1}$ ( $3.64 \cdot 10^{-3}$ )	$8.72 \cdot 10^{-1}$ ( $4.87 \cdot 10^{-3}$ )	$9.39 \cdot 10^{-1}$ ( $5.67 \cdot 10^{-3}$ )	$9.43 \cdot 10^{-1}$ ( $3.69 \cdot 10^{-3}$ )
$v = 3/2$	$9.13 \cdot 10^{-1}$ ( $5.79 \cdot 10^{-3}$ )	$8.99 \cdot 10^{-1}$ ( $6.54 \cdot 10^{-3}$ )	$8.96 \cdot 10^{-1}$ ( $6.14 \cdot 10^{-3}$ )	$8.31 \cdot 10^{-1}$ ( $6.77 \cdot 10^{-3}$ )	$9.31 \cdot 10^{-1}$ ( $4.95 \cdot 10^{-3}$ )	$8.80 \cdot 10^{-1}$ ( $6.81 \cdot 10^{-3}$ )
$v = 5/2$	$8.92 \cdot 10^{-1}$ ( $6.92 \cdot 10^{-3}$ )	$8.79 \cdot 10^{-1}$ ( $6.98 \cdot 10^{-3}$ )	$8.65 \cdot 10^{-1}$ ( $7.62 \cdot 10^{-3}$ )	$8.02 \cdot 10^{-1}$ ( $8.69 \cdot 10^{-3}$ )	$9.12 \cdot 10^{-1}$ ( $5.55 \cdot 10^{-3}$ )	$8.44 \cdot 10^{-1}$ ( $7.09 \cdot 10^{-3}$ )
$v = 7/2$	$8.80 \cdot 10^{-1}$ ( $7.38 \cdot 10^{-3}$ )	$8.66 \cdot 10^{-1}$ ( $8.07 \cdot 10^{-3}$ )	$8.37 \cdot 10^{-1}$ ( $1.03 \cdot 10^{-2}$ )	$7.93 \cdot 10^{-1}$ ( $9.65 \cdot 10^{-3}$ )	$8.92 \cdot 10^{-1}$ ( $6.48 \cdot 10^{-3}$ )	$8.07 \cdot 10^{-1}$ ( $9.44 \cdot 10^{-3}$ )
$v = 9/2$	$8.74 \cdot 10^{-1}$ ( $7.77 \cdot 10^{-3}$ )	$8.52 \cdot 10^{-1}$ ( $9.58 \cdot 10^{-3}$ )	$8.14 \cdot 10^{-1}$ ( $1.29 \cdot 10^{-2}$ )	$7.87 \cdot 10^{-1}$ ( $1.05 \cdot 10^{-2}$ )	$8.73 \cdot 10^{-1}$ ( $7.82 \cdot 10^{-3}$ )	$7.71 \cdot 10^{-1}$ ( $1.15 \cdot 10^{-2}$ )
$v = \infty$	$8.40 \cdot 10^{-1}$ ( $9.78 \cdot 10^{-3}$ )	$8.11 \cdot 10^{-1}$ ( $1.25 \cdot 10^{-2}$ )	$7.62 \cdot 10^{-1}$ ( $1.80 \cdot 10^{-2}$ )	$7.52 \cdot 10^{-1}$ ( $1.43 \cdot 10^{-2}$ )	$7.67 \cdot 10^{-1}$ ( $1.71 \cdot 10^{-2}$ )	$6.69 \cdot 10^{-1}$ ( $1.90 \cdot 10^{-2}$ )
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$9.09 \cdot 10^{-1}$ ( $7.28 \cdot 10^{-3}$ )	$8.56 \cdot 10^{-1}$ ( $1.29 \cdot 10^{-2}$ )	$7.69 \cdot 10^{-1}$ ( $1.92 \cdot 10^{-2}$ )	$7.83 \cdot 10^{-1}$ ( $1.39 \cdot 10^{-2}$ )	$9.33 \cdot 10^{-1}$ ( $5.46 \cdot 10^{-3}$ )	$6.66 \cdot 10^{-1}$ ( $1.95 \cdot 10^{-2}$ )

SUPPLEMENTARY MATERIALS: PARAMETER SELECTION IN GAUSSIAN PROCESS INTERPOLATION  
SM27

602

603

$C_{0.95}(\theta)$	
NLL/SPE	$9.05 \cdot 10^{-1}$ ( $8.12 \cdot 10^{-3}$ )

604

SM2.2.18. GKLS  $C^1$ ,  $n = 100$ ,  $d = 2$ .

605

Averages of  $R(\theta; S^{\text{SPE}})$ .

606

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$5.26 \cdot 10^{-2}$ ( $3.47 \cdot 10^{-3}$ )	$5.04 \cdot 10^{-2}$ ( $3.44 \cdot 10^{-3}$ )	$4.96 \cdot 10^{-2}$ ( $3.35 \cdot 10^{-3}$ )	$4.95 \cdot 10^{-2}$ ( $3.35 \cdot 10^{-3}$ )	$1.26 \cdot 10^{-1}$ ( $2.06 \cdot 10^{-2}$ )	$4.96 \cdot 10^{-2}$ ( $3.35 \cdot 10^{-3}$ )
$v = 3/2$	$3.31 \cdot 10^{-2}$ ( $2.34 \cdot 10^{-3}$ )	$3.15 \cdot 10^{-2}$ ( $2.24 \cdot 10^{-3}$ )	$3.05 \cdot 10^{-2}$ ( $2.13 \cdot 10^{-3}$ )	$3.04 \cdot 10^{-2}$ ( $2.11 \cdot 10^{-3}$ )	$3.11 \cdot 10^{-2}$ ( $2.35 \cdot 10^{-3}$ )	$3.44 \cdot 10^{-2}$ ( $2.67 \cdot 10^{-3}$ )
$v = 5/2$	$3.04 \cdot 10^{-2}$ ( $2.09 \cdot 10^{-3}$ )	$3.25 \cdot 10^{-2}$ ( $3.03 \cdot 10^{-3}$ )	$3.14 \cdot 10^{-2}$ ( $3.10 \cdot 10^{-3}$ )	$3.02 \cdot 10^{-2}$ ( $2.77 \cdot 10^{-3}$ )	$4.12 \cdot 10^{-2}$ ( $3.77 \cdot 10^{-3}$ )	$5.37 \cdot 10^{-2}$ ( $6.77 \cdot 10^{-3}$ )
$v = 7/2$	$3.04 \cdot 10^{-2}$ ( $2.04 \cdot 10^{-3}$ )	$3.55 \cdot 10^{-2}$ ( $4.58 \cdot 10^{-3}$ )	$3.37 \cdot 10^{-2}$ ( $4.07 \cdot 10^{-3}$ )	$3.37 \cdot 10^{-2}$ ( $4.63 \cdot 10^{-3}$ )	$9.59 \cdot 10^{-2}$ ( $1.29 \cdot 10^{-2}$ )	$1.26 \cdot 10^{-1}$ ( $3.01 \cdot 10^{-2}$ )
$v = 9/2$	$3.12 \cdot 10^{-2}$ ( $2.05 \cdot 10^{-3}$ )	$3.90 \cdot 10^{-2}$ ( $4.74 \cdot 10^{-3}$ )	$3.40 \cdot 10^{-2}$ ( $3.57 \cdot 10^{-3}$ )	$3.40 \cdot 10^{-2}$ ( $3.90 \cdot 10^{-3}$ )	$2.31 \cdot 10^{-1}$ ( $3.47 \cdot 10^{-2}$ )	$3.13 \cdot 10^{-1}$ ( $8.15 \cdot 10^{-2}$ )
$v \in \{1/2, \dots, 9/2\}$	$3.13 \cdot 10^{-2}$ ( $2.10 \cdot 10^{-3}$ )	$3.80 \cdot 10^{-2}$ ( $4.72 \cdot 10^{-3}$ )	$3.31 \cdot 10^{-2}$ ( $3.55 \cdot 10^{-3}$ )	$3.37 \cdot 10^{-2}$ ( $3.91 \cdot 10^{-3}$ )	$1.50 \cdot 10^{-1}$ ( $2.18 \cdot 10^{-2}$ )	$2.94 \cdot 10^{-1}$ ( $8.16 \cdot 10^{-2}$ )

609

$R^*(S^{\text{SPE}})$	
$v = 1/2$	$4.50 \cdot 10^{-2}$ ( $3.21 \cdot 10^{-3}$ )
$v = 3/2$	$2.38 \cdot 10^{-2}$ ( $1.59 \cdot 10^{-3}$ )
$v = 5/2$	$2.08 \cdot 10^{-2}$ ( $1.33 \cdot 10^{-3}$ )
$v = 7/2$	$2.05 \cdot 10^{-2}$ ( $1.29 \cdot 10^{-3}$ )
$v = 9/2$	$2.09 \cdot 10^{-2}$ ( $1.30 \cdot 10^{-3}$ )
$v \in \{1/2, \dots, 9/2\}$	$1.93 \cdot 10^{-2}$ ( $1.26 \cdot 10^{-3}$ )

610

611

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	
NLL/SPE	$3.14 \cdot 10^{-2}$ ( $2.16 \cdot 10^{-3}$ )
linear	$4.64 \cdot 10^{-1}$ ( $2.03 \cdot 10^{-2}$ )
1NN	$1.24 \cdot 10^{-1}$ ( $5.73 \cdot 10^{-3}$ )
2NN	$1.07 \cdot 10^{-1}$ ( $5.36 \cdot 10^{-3}$ )

612

Averages of  $R(\theta; S^{\text{CRPS}})$ .

614

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$1.10 \cdot 10^{-1}$ ( $2.54 \cdot 10^{-3}$ )	$1.00 \cdot 10^{-1}$ ( $2.59 \cdot 10^{-3}$ )	$9.95 \cdot 10^{-2}$ ( $2.55 \cdot 10^{-3}$ )	$9.04 \cdot 10^{-2}$ ( $2.57 \cdot 10^{-3}$ )	$1.44 \cdot 10^{-1}$ ( $9.81 \cdot 10^{-3}$ )	$9.95 \cdot 10^{-2}$ ( $2.54 \cdot 10^{-3}$ )
$v = 3/2$	$7.71 \cdot 10^{-2}$ ( $2.05 \cdot 10^{-3}$ )	$7.42 \cdot 10^{-2}$ ( $2.08 \cdot 10^{-3}$ )	$7.30 \cdot 10^{-2}$ ( $2.03 \cdot 10^{-3}$ )	$7.03 \cdot 10^{-2}$ ( $2.08 \cdot 10^{-3}$ )	$7.34 \cdot 10^{-2}$ ( $2.01 \cdot 10^{-3}$ )	$7.57 \cdot 10^{-2}$ ( $2.19 \cdot 10^{-3}$ )
$v = 5/2$	$7.23 \cdot 10^{-2}$ ( $1.97 \cdot 10^{-3}$ )	$7.29 \cdot 10^{-2}$ ( $2.18 \cdot 10^{-3}$ )	$7.17 \cdot 10^{-2}$ ( $2.18 \cdot 10^{-3}$ )	$6.98 \cdot 10^{-2}$ ( $2.17 \cdot 10^{-3}$ )	$7.91 \cdot 10^{-2}$ ( $2.26 \cdot 10^{-3}$ )	$8.29 \cdot 10^{-2}$ ( $2.81 \cdot 10^{-3}$ )
$v = 7/2$	$7.20 \cdot 10^{-2}$ ( $1.97 \cdot 10^{-3}$ )	$7.50 \cdot 10^{-2}$ ( $2.35 \cdot 10^{-3}$ )	$7.32 \cdot 10^{-2}$ ( $2.33 \cdot 10^{-3}$ )	$7.20 \cdot 10^{-2}$ ( $2.42 \cdot 10^{-3}$ )	$1.01 \cdot 10^{-1}$ ( $3.22 \cdot 10^{-3}$ )	$1.01 \cdot 10^{-1}$ ( $5.39 \cdot 10^{-3}$ )
$v = 9/2$	$7.27 \cdot 10^{-2}$ ( $2.00 \cdot 10^{-3}$ )	$7.83 \cdot 10^{-2}$ ( $2.59 \cdot 10^{-3}$ )	$7.45 \cdot 10^{-2}$ ( $2.37 \cdot 10^{-3}$ )	$7.37 \cdot 10^{-2}$ ( $2.45 \cdot 10^{-3}$ )	$1.36 \cdot 10^{-1}$ ( $4.94 \cdot 10^{-3}$ )	$1.26 \cdot 10^{-1}$ ( $8.29 \cdot 10^{-3}$ )
$v \in \{1/2, \dots, 9/2\}$	$7.27 \cdot 10^{-2}$ ( $1.97 \cdot 10^{-3}$ )	$7.60 \cdot 10^{-2}$ ( $2.54 \cdot 10^{-3}$ )	$7.32 \cdot 10^{-2}$ ( $2.35 \cdot 10^{-3}$ )	$7.16 \cdot 10^{-2}$ ( $2.49 \cdot 10^{-3}$ )	$1.59 \cdot 10^{-1}$ ( $1.06 \cdot 10^{-2}$ )	$1.21 \cdot 10^{-1}$ ( $7.74 \cdot 10^{-3}$ )

617

618

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	
NLL/SPE	$7.30 \cdot 10^{-2}$ ( $2.00 \cdot 10^{-3}$ )

619

Averages of  $R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$ .

620

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$1.46 \cdot 10^0$ ( $3.91 \cdot 10^{-2}$ )	$1.40 \cdot 10^0$ ( $4.46 \cdot 10^{-2}$ )	$1.39 \cdot 10^0$ ( $4.44 \cdot 10^{-2}$ )	$1.72 \cdot 10^0$ ( $6.11 \cdot 10^{-2}$ )	$1.98 \cdot 10^0$ ( $1.34 \cdot 10^{-1}$ )	$1.39 \cdot 10^0$ ( $4.48 \cdot 10^{-2}$ )
$v = 3/2$	$9.95 \cdot 10^{-1}$ ( $3.34 \cdot 10^{-2}$ )	$9.99 \cdot 10^{-1}$ ( $3.72 \cdot 10^{-2}$ )	$9.85 \cdot 10^{-1}$ ( $3.62 \cdot 10^{-2}$ )	$1.22 \cdot 10^0$ ( $4.79 \cdot 10^{-2}$ )	$9.73 \cdot 10^{-1}$ ( $3.52 \cdot 10^{-2}$ )	$1.01 \cdot 10^0$ ( $3.93 \cdot 10^{-2}$ )
$v = 5/2$	$9.13 \cdot 10^{-1}$ ( $3.24 \cdot 10^{-2}$ )	$9.65 \cdot 10^{-1}$ ( $4.18 \cdot 10^{-2}$ )	$9.52 \cdot 10^{-1}$ ( $4.53 \cdot 10^{-2}$ )	$1.14 \cdot 10^0$ ( $5.61 \cdot 10^{-2}$ )	$9.94 \cdot 10^{-1}$ ( $3.98 \cdot 10^{-2}$ )	$1.10 \cdot 10^0$ ( $5.65 \cdot 10^{-2}$ )
$v = 7/2$	$9.02 \cdot 10^{-1}$ ( $3.31 \cdot 10^{-2}$ )	$9.87 \cdot 10^{-1}$ ( $4.93 \cdot 10^{-2}$ )	$9.57 \cdot 10^{-1}$ ( $5.07 \cdot 10^{-2}$ )	$1.15 \cdot 10^0$ ( $6.64 \cdot 10^{-2}$ )	$1.22 \cdot 10^0$ ( $5.18 \cdot 10^{-2}$ )	$1.30 \cdot 10^0$ ( $8.01 \cdot 10^{-2}$ )
$v = 9/2$	$9.08 \cdot 10^{-1}$ ( $3.41 \cdot 10^{-2}$ )	$1.03 \cdot 10^0$ ( $5.31 \cdot 10^{-2}$ )	$9.60 \cdot 10^{-1}$ ( $5.00 \cdot 10^{-2}$ )	$1.15 \cdot 10^0$ ( $6.54 \cdot 10^{-2}$ )	$1.58 \cdot 10^0$ ( $6.32 \cdot 10^{-2}$ )	$1.59 \cdot 10^0$ ( $1.15 \cdot 10^{-1}$ )
$v \in \{1/2, \dots, 9/2\}$	$9.32 \cdot 10^{-1}$ ( $3.45 \cdot 10^{-2}$ )	$1.02 \cdot 10^0$ ( $5.13 \cdot 10^{-2}$ )	$9.68 \cdot 10^{-1}$ ( $5.02 \cdot 10^{-2}$ )	$1.22 \cdot 10^0$ ( $6.58 \cdot 10^{-2}$ )	$2.17 \cdot 10^0$ ( $1.49 \cdot 10^{-1}$ )	$1.53 \cdot 10^0$ ( $1.09 \cdot 10^{-1}$ )

622

623

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	
NLL/SPE	$9.34 \cdot 10^{-1}$ ( $3.47 \cdot 10^{-2}$ )

624

Averages of  $C_{0.95}(\theta)$ .

625

$C_{0.95}(\theta)$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$9.73 \cdot 10^{-1}$ ( $1.60 \cdot 10^{-3}$ )	$9.53 \cdot 10^{-1}$ ( $1.83 \cdot 10^{-3}$ )	$9.53 \cdot 10^{-1}$ ( $1.85 \cdot 10^{-3}$ )	$8.69 \cdot 10^{-1}$ ( $3.20 \cdot 10^{-3}$ )	$9.48 \cdot 10^{-1}$ ( $3.25 \cdot 10^{-3}$ )	$9.53 \cdot 10^{-1}$ ( $1.87 \cdot 10^{-3}$ )
$v = 3/2$	$9.53 \cdot 10^{-1}$ ( $2.64 \cdot 10^{-3}$ )	$9.35 \cdot 10^{-1}$ ( $2.55 \cdot 10^{-3}$ )	$9.34 \cdot 10^{-1}$ ( $2.63 \cdot 10^{-3}$ )	$8.59 \cdot 10^{-1}$ ( $3.94 \cdot 10^{-3}$ )	$9.39 \cdot 10^{-1}$ ( $2.52 \cdot 10^{-3}$ )	$9.34 \cdot 10^{-1}$ ( $2.76 \cdot 10^{-3}$ )
$v = 5/2$	$9.36 \cdot 10^{-1}$ ( $3.63 \cdot 10^{-3}$ )	$9.20 \cdot 10^{-1}$ ( $3.67 \cdot 10^{-3}$ )	$9.18 \cdot 10^{-1}$ ( $3.91 \cdot 10^{-3}$ )	$8.48 \cdot 10^{-1}$ ( $5.03 \cdot 10^{-3}$ )	$9.28 \cdot 10^{-1}$ ( $3.80 \cdot 10^{-3}$ )	$9.15 \cdot 10^{-1}$ ( $3.91 \cdot 10^{-3}$ )
$v = 7/2$	$9.24 \cdot 10^{-1}$ ( $4.09 \cdot 10^{-3}$ )	$9.09 \cdot 10^{-1}$ ( $4.53 \cdot 10^{-3}$ )	$9.09 \cdot 10^{-1}$ ( $4.54 \cdot 10^{-3}$ )	$8.38 \cdot 10^{-1}$ ( $6.22 \cdot 10^{-3}$ )	$9.20 \cdot 10^{-1}$ ( $4.62 \cdot 10^{-3}$ )	$9.00 \cdot 10^{-1}$ ( $4.52 \cdot 10^{-3}$ )
$v = 9/2$	$9.14 \cdot 10^{-1}$ ( $4.46 \cdot 10^{-3}$ )	$9.02 \cdot 10^{-1}$ ( $5.02 \cdot 10^{-3}$ )	$9.04 \cdot 10^{-1}$ ( $4.93 \cdot 10^{-3}$ )	$8.32 \cdot 10^{-1}$ ( $7.32 \cdot 10^{-3}$ )	$9.13 \cdot 10^{-1}$ ( $4.89 \cdot 10^{-3}$ )	$8.87 \cdot 10^{-1}$ ( $5.27 \cdot 10^{-3}$ )
$v \in \{1/2, \dots, 9/2\}$	$9.27 \cdot 10^{-1}$ ( $3.79 \cdot 10^{-3}$ )	$9.08 \cdot 10^{-1}$ ( $4.64 \cdot 10^{-3}$ )	$9.04 \cdot 10^{-1}$ ( $4.78 \cdot 10^{-3}$ )	$8.34 \cdot 10^{-1}$ ( $6.31 \cdot 10^{-3}$ )	$9.48 \cdot 10^{-1}$ ( $3.32 \cdot 10^{-3}$ )	$8.89 \cdot 10^{-1}$ ( $5.26 \cdot 10^{-3}$ )

628

629

$C_{0.95}(\theta)$	
NLL/SPE	$9.30 \cdot 10^{-1} (3.86 \cdot 10^{-3})$

630

**SM2.2.19. GKLS  $C^1$ ,  $n = 50$ ,  $d = 5$ .**

631

*Averages of  $R(\theta; S^{\text{SPE}})$ .*

632

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$\nu = 1/2$	$9.85 \cdot 10^{-2} (4.49 \cdot 10^{-3})$	$4.77 \cdot 10^{-2} (3.16 \cdot 10^{-3})$	$4.67 \cdot 10^{-2} (3.10 \cdot 10^{-3})$	$4.37 \cdot 10^{-2} (2.96 \cdot 10^{-3})$	$4.47 \cdot 10^{-1} (4.12 \cdot 10^{-2})$	$4.71 \cdot 10^{-2} (3.26 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 3/2$	$5.12 \cdot 10^{-2} (4.31 \cdot 10^{-3})$	$5.86 \cdot 10^{-2} (5.04 \cdot 10^{-3})$	$5.98 \cdot 10^{-2} (4.93 \cdot 10^{-3})$	$4.95 \cdot 10^{-2} (3.97 \cdot 10^{-3})$	$1.13 \cdot 10^5 (1.13 \cdot 10^5)$	$9.27 \cdot 10^{-2} (1.97 \cdot 10^{-2})$
$\nu = 5/2$	$5.69 \cdot 10^{-2} (4.80 \cdot 10^{-3})$	$8.14 \cdot 10^{-2} (7.35 \cdot 10^{-3})$	$8.17 \cdot 10^{-2} (7.38 \cdot 10^{-3})$	$6.91 \cdot 10^{-2} (5.31 \cdot 10^{-3})$	$7.66 \cdot 10^{-2} (8.91 \cdot 10^{-3})$	$1.15 \cdot 10^{-1} (1.98 \cdot 10^{-2})$
$\nu = 7/2$	$6.32 \cdot 10^{-2} (5.18 \cdot 10^{-3})$	$1.07 \cdot 10^{-1} (1.31 \cdot 10^{-2})$	$1.02 \cdot 10^{-1} (9.91 \cdot 10^{-3})$	$8.24 \cdot 10^{-2} (5.89 \cdot 10^{-3})$	$1.69 \cdot 10^{-1} (2.76 \cdot 10^{-2})$	$1.42 \cdot 10^{-1} (3.09 \cdot 10^{-2})$
$\nu = 9/2$	$6.69 \cdot 10^{-2} (5.41 \cdot 10^{-3})$	$1.05 \cdot 10^{-1} (9.31 \cdot 10^{-3})$	$1.09 \cdot 10^{-1} (9.64 \cdot 10^{-3})$	$9.58 \cdot 10^{-2} (7.06 \cdot 10^{-3})$	$2.52 \cdot 10^{-1} (4.33 \cdot 10^{-2})$	$1.58 \cdot 10^{-1} (3.21 \cdot 10^{-2})$
$\nu = 11/2$	$6.92 \cdot 10^{-2} (5.52 \cdot 10^{-3})$	$1.11 \cdot 10^{-1} (9.95 \cdot 10^{-3})$	$1.30 \cdot 10^{-1} (1.43 \cdot 10^{-2})$	$1.00 \cdot 10^{-1} (7.48 \cdot 10^{-3})$	$2.82 \cdot 10^{-1} (4.87 \cdot 10^{-2})$	$1.69 \cdot 10^{-1} (3.31 \cdot 10^{-2})$
$\nu = 21/2$	$7.44 \cdot 10^{-2} (5.77 \cdot 10^{-3})$	$1.30 \cdot 10^{-1} (1.29 \cdot 10^{-2})$	$1.48 \cdot 10^{-1} (1.73 \cdot 10^{-2})$	$1.18 \cdot 10^{-1} (1.05 \cdot 10^{-2})$	$3.08 \cdot 10^{-1} (5.33 \cdot 10^{-2})$	$1.87 \cdot 10^{-1} (3.59 \cdot 10^{-2})$
$\nu = \infty$	$8.06 \cdot 10^{-2} (6.25 \cdot 10^{-3})$	$1.31 \cdot 10^{-1} (1.37 \cdot 10^{-2})$	$1.60 \cdot 10^{-1} (1.79 \cdot 10^{-2})$	$1.22 \cdot 10^{-1} (9.68 \cdot 10^{-3})$	$3.17 \cdot 10^{-1} (5.52 \cdot 10^{-2})$	$2.01 \cdot 10^{-1} (3.87 \cdot 10^{-2})$
$\nu \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$5.37 \cdot 10^{-2} (4.54 \cdot 10^{-3})$	$1.14 \cdot 10^{-1} (1.16 \cdot 10^{-2})$	$1.34 \cdot 10^{-1} (1.47 \cdot 10^{-2})$	$9.74 \cdot 10^{-2} (8.98 \cdot 10^{-3})$	$1.68 \cdot 10^{11} (1.68 \cdot 10^{11})$	$1.93 \cdot 10^{-1} (3.35 \cdot 10^{-2})$

634

635

$R^*(S^{\text{SPE}})$	
$\nu = 1/2$	$4.01 \cdot 10^{-2} (2.74 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 3/2$	$3.79 \cdot 10^{-2} (2.80 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 5/2$	$3.99 \cdot 10^{-2} (2.98 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 7/2$	$4.21 \cdot 10^{-2} (3.07 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 9/2$	$4.36 \cdot 10^{-2} (3.15 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 11/2$	$4.47 \cdot 10^{-2} (3.22 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 21/2$	$4.70 \cdot 10^{-2} (3.39 \cdot 10^{-3})$
$\nu = \infty$	$4.95 \cdot 10^{-2} (3.53 \cdot 10^{-3})$
$\nu \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$3.49 \cdot 10^{-2} (2.70 \cdot 10^{-3})$

636

637

638

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	
NLL/SPE	$6.06 \cdot 10^{-2} (5.63 \cdot 10^{-3})$
linear	$2.36 \cdot 10^{-1} (9.45 \cdot 10^{-3})$
1NN	$4.76 \cdot 10^{-1} (7.16 \cdot 10^{-3})$
2NN	$3.61 \cdot 10^{-1} (6.45 \cdot 10^{-3})$

639

*Averages of  $R(\theta; S^{\text{CRPS}})$ .*

640

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$\nu = 1/2$	$1.65 \cdot 10^{-1} (3.17 \cdot 10^{-3})$	$9.64 \cdot 10^{-2} (2.97 \cdot 10^{-3})$	$9.47 \cdot 10^{-2} (2.86 \cdot 10^{-3})$	$8.70 \cdot 10^{-2} (2.30 \cdot 10^{-3})$	$3.38 \cdot 10^{-1} (1.81 \cdot 10^{-2})$	$9.48 \cdot 10^{-2} (3.03 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 3/2$	$9.46 \cdot 10^{-2} (4.12 \cdot 10^{-3})$	$9.97 \cdot 10^{-2} (5.53 \cdot 10^{-3})$	$1.01 \cdot 10^{-1} (5.53 \cdot 10^{-3})$	$8.82 \cdot 10^{-2} (4.52 \cdot 10^{-3})$	$1.53 \cdot 10^1 (1.53 \cdot 10^1)$	$1.16 \cdot 10^{-1} (1.05 \cdot 10^{-2})$
$\nu = 5/2$	$9.73 \cdot 10^{-2} (4.87 \cdot 10^{-3})$	$1.22 \cdot 10^{-1} (6.52 \cdot 10^{-3})$	$1.18 \cdot 10^{-1} (6.16 \cdot 10^{-3})$	$1.13 \cdot 10^{-1} (5.62 \cdot 10^{-3})$	$1.12 \cdot 10^{-1} (6.54 \cdot 10^{-3})$	$1.33 \cdot 10^{-1} (1.04 \cdot 10^{-2})$
$\nu = 7/2$	$1.05 \cdot 10^{-1} (5.12 \cdot 10^{-3})$	$1.42 \cdot 10^{-1} (7.83 \cdot 10^{-3})$	$1.41 \cdot 10^{-1} (7.74 \cdot 10^{-3})$	$1.30 \cdot 10^{-1} (5.99 \cdot 10^{-3})$	$1.68 \cdot 10^{-1} (1.11 \cdot 10^{-2})$	$1.51 \cdot 10^{-1} (1.06 \cdot 10^{-2})$
$\nu = 9/2$	$1.10 \cdot 10^{-1} (5.24 \cdot 10^{-3})$	$1.48 \cdot 10^{-1} (7.51 \cdot 10^{-3})$	$1.48 \cdot 10^{-1} (7.57 \cdot 10^{-3})$	$1.45 \cdot 10^{-1} (6.99 \cdot 10^{-3})$	$2.05 \cdot 10^{-1} (1.41 \cdot 10^{-2})$	$1.64 \cdot 10^{-1} (1.13 \cdot 10^{-2})$
$\nu = 11/2$	$1.13 \cdot 10^{-1} (5.30 \cdot 10^{-3})$	$1.53 \cdot 10^{-1} (7.72 \cdot 10^{-3})$	$1.64 \cdot 10^{-1} (9.65 \cdot 10^{-3})$	$1.49 \cdot 10^{-1} (7.16 \cdot 10^{-3})$	$2.18 \cdot 10^{-1} (1.51 \cdot 10^{-2})$	$1.74 \cdot 10^{-1} (1.17 \cdot 10^{-2})$
$\nu = 21/2$	$1.19 \cdot 10^{-1} (5.47 \cdot 10^{-3})$	$1.69 \cdot 10^{-1} (9.18 \cdot 10^{-3})$	$1.78 \cdot 10^{-1} (1.09 \cdot 10^{-2})$	$1.65 \cdot 10^{-1} (8.51 \cdot 10^{-3})$	$2.27 \cdot 10^{-1} (1.59 \cdot 10^{-2})$	$1.87 \cdot 10^{-1} (1.28 \cdot 10^{-2})$
$\nu = \infty$	$1.26 \cdot 10^{-1} (5.79 \cdot 10^{-3})$	$1.69 \cdot 10^{-1} (8.93 \cdot 10^{-3})$	$1.85 \cdot 10^{-1} (1.10 \cdot 10^{-2})$	$1.69 \cdot 10^{-1} (8.16 \cdot 10^{-3})$	$2.31 \cdot 10^{-1} (1.62 \cdot 10^{-2})$	$1.92 \cdot 10^{-1} (1.28 \cdot 10^{-2})$
$\nu \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$9.47 \cdot 10^{-2} (4.61 \cdot 10^{-3})$	$1.54 \cdot 10^{-1} (8.95 \cdot 10^{-3})$	$1.69 \cdot 10^{-1} (9.98 \cdot 10^{-3})$	$1.43 \cdot 10^{-1} (8.17 \cdot 10^{-3})$	$2.14 \cdot 10^4 (2.14 \cdot 10^4)$	$1.90 \cdot 10^{-1} (1.25 \cdot 10^{-2})$

642

643

644

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	
NLL/SPE	$1.01 \cdot 10^{-1} (5.52 \cdot 10^{-3})$

645

*Averages of  $R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$ .*

646

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$\nu = 1/2$	$1.78 \cdot 10^0 (3.30 \cdot 10^{-2})$	$1.31 \cdot 10^0 (4.49 \cdot 10^{-2})$	$1.29 \cdot 10^0 (4.50 \cdot 10^{-2})$	$1.30 \cdot 10^0 (4.88 \cdot 10^{-2})$	$3.40 \cdot 10^0 (2.15 \cdot 10^{-1})$	$1.30 \cdot 10^0 (4.58 \cdot 10^{-2})$
$\nu = 3/2$	$1.33 \cdot 10^0 (5.31 \cdot 10^{-2})$	$1.47 \cdot 10^0 (6.94 \cdot 10^{-2})$	$1.53 \cdot 10^0 (7.71 \cdot 10^{-2})$	$1.59 \cdot 10^0 (7.48 \cdot 10^{-2})$	$1.34 \cdot 10^2 (1.33 \cdot 10^2)$	$1.78 \cdot 10^0 (1.73 \cdot 10^{-1})$
$\nu = 5/2$	$1.45 \cdot 10^0 (5.99 \cdot 10^{-2})$	$1.98 \cdot 10^0 (1.01 \cdot 10^{-1})$	$2.00 \cdot 10^0 (9.73 \cdot 10^{-2})$	$2.15 \cdot 10^0 (1.08 \cdot 10^{-1})$	$1.52 \cdot 10^0 (6.68 \cdot 10^{-2})$	$2.22 \cdot 10^0 (1.66 \cdot 10^{-1})$
$\nu = 7/2$	$1.56 \cdot 10^0 (6.35 \cdot 10^{-2})$	$2.51 \cdot 10^0 (1.45 \cdot 10^{-1})$	$2.66 \cdot 10^0 (1.49 \cdot 10^{-1})$	$2.62 \cdot 10^0 (1.25 \cdot 10^{-1})$	$1.95 \cdot 10^0 (9.84 \cdot 10^{-2})$	$2.67 \cdot 10^0 (1.70 \cdot 10^{-1})$
$\nu = 9/2$	$1.64 \cdot 10^0 (6.59 \cdot 10^{-2})$	$2.73 \cdot 10^0 (1.51 \cdot 10^{-1})$	$2.93 \cdot 10^0 (1.56 \cdot 10^{-1})$	$3.07 \cdot 10^0 (1.63 \cdot 10^{-1})$	$2.36 \cdot 10^0 (1.30 \cdot 10^{-1})$	$3.04 \cdot 10^0 (2.01 \cdot 10^{-1})$
$\nu = 11/2$	$1.69 \cdot 10^0 (6.72 \cdot 10^{-2})$	$2.89 \cdot 10^0 (1.58 \cdot 10^{-1})$	$3.42 \cdot 10^0 (2.31 \cdot 10^{-1})$	$3.21 \cdot 10^0 (1.71 \cdot 10^{-1})$	$2.51 \cdot 10^0 (1.43 \cdot 10^{-1})$	$3.35 \cdot 10^0 (2.17 \cdot 10^{-1})$
$\nu = 21/2$	$1.79 \cdot 10^0 (7.03 \cdot 10^{-2})$	$3.45 \cdot 10^0 (2.01 \cdot 10^{-1})$	$3.88 \cdot 10^0 (2.53 \cdot 10^{-1})$	$3.75 \cdot 10^0 (2.16 \cdot 10^{-1})$	$2.66 \cdot 10^0 (1.55 \cdot 10^{-1})$	$3.76 \cdot 10^0 (2.61 \cdot 10^{-1})$
$\nu = \infty$	$1.93 \cdot 10^0 (7.65 \cdot 10^{-2})$	$3.45 \cdot 10^0 (1.97 \cdot 10^{-1})$	$4.12 \cdot 10^0 (2.65 \cdot 10^{-1})$	$3.89 \cdot 10^0 (2.00 \cdot 10^{-1})$	$2.72 \cdot 10^0 (1.61 \cdot 10^{-1})$	$3.98 \cdot 10^0 (2.59 \cdot 10^{-1})$
$\nu \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$1.43 \cdot 10^0 (5.95 \cdot 10^{-2})$	$3.27 \cdot 10^0 (2.13 \cdot 10^{-1})$	$3.81 \cdot 10^0 (2.31 \cdot 10^{-1})$	$3.37 \cdot 10^0 (2.09 \cdot 10^{-1})$	$1.86 \cdot 10^5 (1.86 \cdot 10^5)$	$4.02 \cdot 10^0 (2.53 \cdot 10^{-1})$

647

648

649

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	
NLL/SPE	$1.55 \cdot 10^0 (7.49 \cdot 10^{-2})$

650

*Averages of  $C_{0.95}(\theta)$ .*

SUPPLEMENTARY MATERIALS: PARAMETER SELECTION IN GAUSSIAN PROCESS INTERPOLATION  
SM29

651

$C_{0.95}(\theta)$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$\nu = 1/2$	$9.75 \cdot 10^{-1} (1.93 \cdot 10^{-3})$	$9.51 \cdot 10^{-1} (2.33 \cdot 10^{-3})$	$9.53 \cdot 10^{-1} (2.18 \cdot 10^{-3})$	$9.20 \cdot 10^{-1} (2.44 \cdot 10^{-3})$	$9.22 \cdot 10^{-1} (6.68 \cdot 10^{-3})$	$9.54 \cdot 10^{-1} (2.10 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 3/2$	$9.49 \cdot 10^{-1} (2.40 \cdot 10^{-3})$	$9.02 \cdot 10^{-1} (5.23 \cdot 10^{-3})$	$8.94 \cdot 10^{-1} (6.27 \cdot 10^{-3})$	$8.37 \cdot 10^{-1} (1.04 \cdot 10^{-2})$	$9.41 \cdot 10^{-1} (2.40 \cdot 10^{-3})$	$8.91 \cdot 10^{-1} (7.29 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 5/2$	$9.09 \cdot 10^{-1} (3.09 \cdot 10^{-3})$	$8.04 \cdot 10^{-1} (1.01 \cdot 10^{-2})$	$8.05 \cdot 10^{-1} (8.90 \cdot 10^{-3})$	$7.45 \cdot 10^{-1} (1.09 \cdot 10^{-2})$	$9.25 \cdot 10^{-1} (3.31 \cdot 10^{-3})$	$8.14 \cdot 10^{-1} (7.55 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 7/2$	$8.75 \cdot 10^{-1} (4.53 \cdot 10^{-3})$	$7.11 \cdot 10^{-1} (1.34 \cdot 10^{-2})$	$6.89 \cdot 10^{-1} (1.21 \cdot 10^{-2})$	$6.38 \cdot 10^{-1} (1.50 \cdot 10^{-2})$	$8.94 \cdot 10^{-1} (6.48 \cdot 10^{-3})$	$7.17 \cdot 10^{-1} (1.05 \cdot 10^{-2})$
$\nu = 9/2$	$8.53 \cdot 10^{-1} (6.07 \cdot 10^{-3})$	$6.62 \cdot 10^{-1} (1.47 \cdot 10^{-2})$	$6.34 \cdot 10^{-1} (1.34 \cdot 10^{-2})$	$5.82 \cdot 10^{-1} (1.52 \cdot 10^{-2})$	$8.66 \cdot 10^{-1} (7.93 \cdot 10^{-3})$	$6.56 \cdot 10^{-1} (1.17 \cdot 10^{-2})$
$\nu = 11/2$	$8.40 \cdot 10^{-1} (6.80 \cdot 10^{-3})$	$6.37 \cdot 10^{-1} (1.49 \cdot 10^{-2})$	$5.90 \cdot 10^{-1} (1.58 \cdot 10^{-2})$	$5.65 \cdot 10^{-1} (1.55 \cdot 10^{-2})$	$8.56 \cdot 10^{-1} (8.23 \cdot 10^{-3})$	$6.14 \cdot 10^{-1} (1.28 \cdot 10^{-2})$
$\nu = 21/2$	$8.13 \cdot 10^{-1} (7.82 \cdot 10^{-3})$	$5.73 \cdot 10^{-1} (1.63 \cdot 10^{-2})$	$5.31 \cdot 10^{-1} (1.45 \cdot 10^{-2})$	$5.14 \cdot 10^{-1} (1.55 \cdot 10^{-2})$	$8.47 \cdot 10^{-1} (8.39 \cdot 10^{-3})$	$5.74 \cdot 10^{-1} (1.32 \cdot 10^{-2})$
$\nu = \infty$	$7.86 \cdot 10^{-1} (8.49 \cdot 10^{-3})$	$5.67 \cdot 10^{-1} (1.59 \cdot 10^{-2})$	$5.18 \cdot 10^{-1} (1.46 \cdot 10^{-2})$	$4.98 \cdot 10^{-1} (1.52 \cdot 10^{-2})$	$8.43 \cdot 10^{-1} (8.53 \cdot 10^{-3})$	$5.50 \cdot 10^{-1} (1.25 \cdot 10^{-2})$
$\nu \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$8.93 \cdot 10^{-1} (7.66 \cdot 10^{-3})$	$6.08 \cdot 10^{-1} (2.06 \cdot 10^{-2})$	$5.31 \cdot 10^{-1} (1.71 \cdot 10^{-2})$	$5.44 \cdot 10^{-1} (2.02 \cdot 10^{-2})$	$9.35 \cdot 10^{-1} (3.36 \cdot 10^{-3})$	$5.48 \cdot 10^{-1} (1.39 \cdot 10^{-2})$

652

653

654

655

$C_{0.95}(\theta)$	
NLL/SPE	$8.89 \cdot 10^{-1} (8.94 \cdot 10^{-3})$

656

SM2.2.20. GKLS  $C^1$ ,  $n = 100$ ,  $d = 5$ .

657

Averages of  $R(\theta; S^{\text{SPE}})$ .

658

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$\nu = 1/2$	$5.12 \cdot 10^{-2} (2.87 \cdot 10^{-3})$	$3.41 \cdot 10^{-2} (2.60 \cdot 10^{-3})$	$3.40 \cdot 10^{-2} (2.59 \cdot 10^{-3})$	$3.24 \cdot 10^{-2} (2.54 \cdot 10^{-3})$	$5.61 \cdot 10^{-1} (1.83 \cdot 10^{-1})$	$3.43 \cdot 10^{-2} (2.59 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 3/2$	$3.47 \cdot 10^{-2} (2.60 \cdot 10^{-3})$	$3.79 \cdot 10^{-2} (2.87 \cdot 10^{-3})$	$3.93 \cdot 10^{-2} (3.04 \cdot 10^{-3})$	$3.45 \cdot 10^{-2} (2.64 \cdot 10^{-3})$	$3.23 \cdot 10^{-2} (2.55 \cdot 10^{-3})$	$4.22 \cdot 10^{-2} (3.44 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 5/2$	$4.01 \cdot 10^{-2} (2.88 \cdot 10^{-3})$	$5.13 \cdot 10^{-2} (3.84 \cdot 10^{-3})$	$5.35 \cdot 10^{-2} (4.22 \cdot 10^{-3})$	$4.61 \cdot 10^{-2} (3.68 \cdot 10^{-3})$	$4.99 \cdot 10^{-2} (3.77 \cdot 10^{-3})$	$6.39 \cdot 10^{-2} (6.24 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 7/2$	$4.37 \cdot 10^{-2} (3.03 \cdot 10^{-3})$	$5.76 \cdot 10^{-2} (4.58 \cdot 10^{-3})$	$6.32 \cdot 10^{-2} (5.00 \cdot 10^{-3})$	$5.26 \cdot 10^{-2} (4.43 \cdot 10^{-3})$	$8.35 \cdot 10^{-2} (6.97 \cdot 10^{-3})$	$7.86 \cdot 10^{-2} (6.43 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 9/2$	$4.60 \cdot 10^{-2} (3.13 \cdot 10^{-3})$	$6.08 \cdot 10^{-2} (4.85 \cdot 10^{-3})$	$6.95 \cdot 10^{-2} (5.49 \cdot 10^{-3})$	$5.59 \cdot 10^{-2} (4.03 \cdot 10^{-3})$	$1.29 \cdot 10^{-1} (1.27 \cdot 10^{-2})$	$8.42 \cdot 10^{-2} (6.85 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 11/2$	$4.79 \cdot 10^{-2} (3.21 \cdot 10^{-3})$	$6.52 \cdot 10^{-2} (5.53 \cdot 10^{-3})$	$7.09 \cdot 10^{-2} (5.44 \cdot 10^{-3})$	$6.05 \cdot 10^{-2} (4.73 \cdot 10^{-3})$	$1.60 \cdot 10^{-1} (1.76 \cdot 10^{-2})$	$9.29 \cdot 10^{-2} (9.65 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 21/2$	$5.20 \cdot 10^{-2} (3.42 \cdot 10^{-3})$	$6.86 \cdot 10^{-2} (5.18 \cdot 10^{-3})$	$7.96 \cdot 10^{-2} (6.77 \cdot 10^{-3})$	$6.60 \cdot 10^{-2} (5.03 \cdot 10^{-3})$	$1.87 \cdot 10^{-1} (2.22 \cdot 10^{-2})$	$1.10 \cdot 10^{-1} (1.09 \cdot 10^{-2})$
$\nu = \infty$	$5.74 \cdot 10^{-2} (3.76 \cdot 10^{-3})$	$7.59 \cdot 10^{-2} (5.78 \cdot 10^{-3})$	$8.42 \cdot 10^{-2} (7.10 \cdot 10^{-3})$	$7.16 \cdot 10^{-2} (5.56 \cdot 10^{-3})$	$1.96 \cdot 10^{-1} (2.36 \cdot 10^{-2})$	$1.11 \cdot 10^{-1} (1.04 \cdot 10^{-2})$
$\nu \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$3.57 \cdot 10^{-2} (2.67 \cdot 10^{-3})$	$5.75 \cdot 10^{-2} (5.89 \cdot 10^{-3})$	$7.15 \cdot 10^{-2} (6.10 \cdot 10^{-3})$	$4.32 \cdot 10^{-2} (4.06 \cdot 10^{-3})$	$1.62 \cdot 10^{-1} (2.87 \cdot 10^{-2})$	$1.16 \cdot 10^{-1} (1.44 \cdot 10^{-2})$

659

660

661

$R^*(S^{\text{SPE}})$	
$\nu = 1/2$	$3.09 \cdot 10^{-2} (2.45 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 3/2$	$2.89 \cdot 10^{-2} (2.29 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 5/2$	$3.04 \cdot 10^{-2} (2.24 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 7/2$	$3.23 \cdot 10^{-2} (2.27 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 9/2$	$3.37 \cdot 10^{-2} (2.31 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 11/2$	$3.46 \cdot 10^{-2} (2.34 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 21/2$	$3.68 \cdot 10^{-2} (2.40 \cdot 10^{-3})$
$\nu = \infty$	$3.96 \cdot 10^{-2} (2.53 \cdot 10^{-3})$
$\nu \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$2.61 \cdot 10^{-2} (1.96 \cdot 10^{-3})$

662

663

664

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	
NLL/SPE	$3.80 \cdot 10^{-2} (3.02 \cdot 10^{-3})$
linear	$2.28 \cdot 10^{-1} (9.64 \cdot 10^{-3})$
1NN	$3.68 \cdot 10^{-1} (5.98 \cdot 10^{-3})$
2NN	$2.81 \cdot 10^{-1} (5.50 \cdot 10^{-3})$

665

Averages of  $R(\theta; S^{\text{CRPS}})$ .

666

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$\nu = 1/2$	$1.12 \cdot 10^{-1} (2.23 \cdot 10^{-3})$	$7.48 \cdot 10^{-2} (2.39 \cdot 10^{-3})$	$7.45 \cdot 10^{-2} (2.38 \cdot 10^{-3})$	$6.67 \cdot 10^{-2} (1.96 \cdot 10^{-3})$	$3.06 \cdot 10^{-1} (2.76 \cdot 10^{-2})$	$7.49 \cdot 10^{-2} (2.42 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 3/2$	$7.19 \cdot 10^{-2} (2.99 \cdot 10^{-3})$	$7.44 \cdot 10^{-2} (3.47 \cdot 10^{-3})$	$7.51 \cdot 10^{-2} (3.49 \cdot 10^{-3})$	$6.75 \cdot 10^{-2} (3.06 \cdot 10^{-3})$	$6.97 \cdot 10^{-2} (3.18 \cdot 10^{-3})$	$7.81 \cdot 10^{-2} (3.78 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 5/2$	$7.74 \cdot 10^{-2} (3.51 \cdot 10^{-3})$	$8.81 \cdot 10^{-2} (4.24 \cdot 10^{-3})$	$8.82 \cdot 10^{-2} (4.22 \cdot 10^{-3})$	$8.23 \cdot 10^{-2} (3.87 \cdot 10^{-3})$	$9.15 \cdot 10^{-2} (4.45 \cdot 10^{-3})$	$9.55 \cdot 10^{-2} (4.87 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 7/2$	$8.31 \cdot 10^{-2} (3.63 \cdot 10^{-3})$	$9.60 \cdot 10^{-2} (4.61 \cdot 10^{-3})$	$9.96 \cdot 10^{-2} (4.81 \cdot 10^{-3})$	$9.14 \cdot 10^{-2} (4.35 \cdot 10^{-3})$	$1.20 \cdot 10^{-1} (6.31 \cdot 10^{-3})$	$1.11 \cdot 10^{-1} (5.54 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 9/2$	$8.69 \cdot 10^{-2} (3.71 \cdot 10^{-3})$	$1.01 \cdot 10^{-1} (4.68 \cdot 10^{-3})$	$1.06 \cdot 10^{-1} (5.09 \cdot 10^{-3})$	$9.78 \cdot 10^{-2} (4.39 \cdot 10^{-3})$	$1.46 \cdot 10^{-1} (8.41 \cdot 10^{-3})$	$1.17 \cdot 10^{-1} (5.77 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 11/2$	$8.97 \cdot 10^{-2} (3.78 \cdot 10^{-3})$	$1.05 \cdot 10^{-1} (4.90 \cdot 10^{-3})$	$1.09 \cdot 10^{-1} (5.19 \cdot 10^{-3})$	$1.03 \cdot 10^{-1} (4.85 \cdot 10^{-3})$	$1.62 \cdot 10^{-1} (9.76 \cdot 10^{-3})$	$1.23 \cdot 10^{-1} (6.64 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 21/2$	$9.55 \cdot 10^{-2} (3.98 \cdot 10^{-3})$	$1.11 \cdot 10^{-1} (4.98 \cdot 10^{-3})$	$1.18 \cdot 10^{-1} (5.77 \cdot 10^{-3})$	$1.10 \cdot 10^{-1} (5.11 \cdot 10^{-3})$	$1.73 \cdot 10^{-1} (1.09 \cdot 10^{-2})$	$1.35 \cdot 10^{-1} (7.06 \cdot 10^{-3})$
$\nu = \infty$	$1.02 \cdot 10^{-1} (4.31 \cdot 10^{-3})$	$1.18 \cdot 10^{-1} (5.35 \cdot 10^{-3})$	$1.23 \cdot 10^{-1} (5.96 \cdot 10^{-3})$	$1.17 \cdot 10^{-1} (5.48 \cdot 10^{-3})$	$1.78 \cdot 10^{-1} (1.13 \cdot 10^{-2})$	$1.38 \cdot 10^{-1} (7.26 \cdot 10^{-3})$
$\nu \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$7.18 \cdot 10^{-2} (3.24 \cdot 10^{-3})$	$9.23 \cdot 10^{-2} (5.43 \cdot 10^{-3})$	$1.07 \cdot 10^{-1} (5.71 \cdot 10^{-3})$	$7.75 \cdot 10^{-2} (4.51 \cdot 10^{-3})$	$1.54 \cdot 10^{-1} (1.60 \cdot 10^{-2})$	$1.35 \cdot 10^{-1} (7.74 \cdot 10^{-3})$

667

668

669

670

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	
NLL/SPE	$7.48 \cdot 10^{-2} (3.61 \cdot 10^{-3})$

671

Averages of  $R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$ .

$R(\theta; S_{0.95}^S)$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$\nu = 1/2$	$1.43 \cdot 10^0 (3.24 \cdot 10^{-2})$	$1.14 \cdot 10^0 (4.32 \cdot 10^{-2})$	$1.14 \cdot 10^0 (4.31 \cdot 10^{-2})$	$1.20 \cdot 10^0 (4.79 \cdot 10^{-2})$	$3.01 \cdot 10^0 (2.62 \cdot 10^{-1})$	$1.14 \cdot 10^0 (4.31 \cdot 10^{-2})$
$\nu = 3/2$	$1.15 \cdot 10^0 (4.53 \cdot 10^{-2})$	$1.21 \cdot 10^0 (5.12 \cdot 10^{-2})$	$1.23 \cdot 10^0 (5.30 \cdot 10^{-2})$	$1.35 \cdot 10^0 (5.75 \cdot 10^{-2})$	$1.12 \cdot 10^0 (4.53 \cdot 10^{-2})$	$1.27 \cdot 10^0 (5.56 \cdot 10^{-2})$
$\nu = 5/2$	$1.25 \cdot 10^0 (5.15 \cdot 10^{-2})$	$1.46 \cdot 10^0 (6.22 \cdot 10^{-2})$	$1.50 \cdot 10^0 (6.46 \cdot 10^{-2})$	$1.62 \cdot 10^0 (7.13 \cdot 10^{-2})$	$1.27 \cdot 10^0 (5.13 \cdot 10^{-2})$	$1.60 \cdot 10^0 (7.69 \cdot 10^{-2})$
$\nu = 7/2$	$1.32 \cdot 10^0 (5.32 \cdot 10^{-2})$	$1.52 \cdot 10^0 (6.53 \cdot 10^{-2})$	$1.66 \cdot 10^0 (7.55 \cdot 10^{-2})$	$1.71 \cdot 10^0 (7.72 \cdot 10^{-2})$	$1.47 \cdot 10^0 (6.36 \cdot 10^{-2})$	$1.79 \cdot 10^0 (7.92 \cdot 10^{-2})$
$\nu = 9/2$	$1.36 \cdot 10^0 (5.40 \cdot 10^{-2})$	$1.58 \cdot 10^0 (6.78 \cdot 10^{-2})$	$1.77 \cdot 10^0 (8.36 \cdot 10^{-2})$	$1.80 \cdot 10^0 (7.61 \cdot 10^{-2})$	$1.66 \cdot 10^0 (7.89 \cdot 10^{-2})$	$1.86 \cdot 10^0 (8.05 \cdot 10^{-2})$
$\nu = 11/2$	$1.39 \cdot 10^0 (5.47 \cdot 10^{-2})$	$1.64 \cdot 10^0 (7.12 \cdot 10^{-2})$	$1.83 \cdot 10^0 (8.53 \cdot 10^{-2})$	$1.88 \cdot 10^0 (8.64 \cdot 10^{-2})$	$1.78 \cdot 10^0 (9.00 \cdot 10^{-2})$	$1.96 \cdot 10^0 (9.93 \cdot 10^{-2})$
$\nu = 21/2$	$1.47 \cdot 10^0 (5.65 \cdot 10^{-2})$	$1.74 \cdot 10^0 (7.32 \cdot 10^{-2})$	$1.98 \cdot 10^0 (9.78 \cdot 10^{-2})$	$2.02 \cdot 10^0 (9.32 \cdot 10^{-2})$	$1.89 \cdot 10^0 (1.01 \cdot 10^{-1})$	$2.16 \cdot 10^0 (1.06 \cdot 10^{-1})$
$\nu = \infty$	$1.57 \cdot 10^0 (5.98 \cdot 10^{-2})$	$1.88 \cdot 10^0 (8.22 \cdot 10^{-2})$	$2.09 \cdot 10^0 (1.03 \cdot 10^{-1})$	$2.15 \cdot 10^0 (1.06 \cdot 10^{-1})$	$1.93 \cdot 10^0 (1.05 \cdot 10^{-1})$	$2.22 \cdot 10^0 (1.07 \cdot 10^{-1})$
$\nu \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$1.18 \cdot 10^0 (4.89 \cdot 10^{-2})$	$1.58 \cdot 10^0 (9.18 \cdot 10^{-2})$	$1.89 \cdot 10^0 (9.79 \cdot 10^{-2})$	$1.56 \cdot 10^0 (8.73 \cdot 10^{-2})$	$1.77 \cdot 10^0 (1.38 \cdot 10^{-1})$	$2.25 \cdot 10^0 (1.35 \cdot 10^{-1})$

$R(\theta; S_{0.95}^S)$	NLL/SPE
	$1.22 \cdot 10^0 (5.38 \cdot 10^{-2})$

Averages of  $C_{0.95}(\theta)$ .

$C_{0.95}(\theta)$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$\nu = 1/2$	$9.78 \cdot 10^{-1} (9.51 \cdot 10^{-4})$	$9.53 \cdot 10^{-1} (2.04 \cdot 10^{-3})$	$9.54 \cdot 10^{-1} (1.98 \cdot 10^{-3})$	$8.96 \cdot 10^{-1} (1.79 \cdot 10^{-3})$	$9.34 \cdot 10^{-1} (3.71 \cdot 10^{-3})$	$9.54 \cdot 10^{-1} (1.92 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 3/2$	$9.46 \cdot 10^{-1} (2.04 \cdot 10^{-3})$	$9.28 \cdot 10^{-1} (2.59 \cdot 10^{-3})$	$9.25 \cdot 10^{-1} (2.43 \cdot 10^{-3})$	$8.34 \cdot 10^{-1} (1.51 \cdot 10^{-2})$	$9.48 \cdot 10^{-1} (2.03 \cdot 10^{-3})$	$9.24 \cdot 10^{-1} (2.34 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 5/2$	$9.12 \cdot 10^{-1} (2.86 \cdot 10^{-3})$	$8.88 \cdot 10^{-1} (3.99 \cdot 10^{-3})$	$8.79 \cdot 10^{-1} (3.95 \cdot 10^{-3})$	$8.06 \cdot 10^{-1} (9.45 \cdot 10^{-3})$	$9.40 \cdot 10^{-1} (2.58 \cdot 10^{-3})$	$8.75 \cdot 10^{-1} (3.69 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 7/2$	$8.90 \cdot 10^{-1} (4.07 \cdot 10^{-3})$	$8.70 \cdot 10^{-1} (4.85 \cdot 10^{-3})$	$8.45 \cdot 10^{-1} (5.52 \cdot 10^{-3})$	$7.95 \cdot 10^{-1} (5.74 \cdot 10^{-3})$	$9.35 \cdot 10^{-1} (3.17 \cdot 10^{-3})$	$8.40 \cdot 10^{-1} (4.87 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 9/2$	$8.73 \cdot 10^{-1} (5.31 \cdot 10^{-3})$	$8.48 \cdot 10^{-1} (6.35 \cdot 10^{-3})$	$8.18 \cdot 10^{-1} (7.08 \cdot 10^{-3})$	$7.61 \cdot 10^{-1} (8.59 \cdot 10^{-3})$	$9.28 \cdot 10^{-1} (3.97 \cdot 10^{-3})$	$8.17 \cdot 10^{-1} (5.97 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 11/2$	$8.61 \cdot 10^{-1} (6.16 \cdot 10^{-3})$	$8.33 \cdot 10^{-1} (7.08 \cdot 10^{-3})$	$8.00 \cdot 10^{-1} (7.58 \cdot 10^{-3})$	$7.51 \cdot 10^{-1} (8.00 \cdot 10^{-3})$	$9.21 \cdot 10^{-1} (4.60 \cdot 10^{-3})$	$8.03 \cdot 10^{-1} (6.80 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 21/2$	$8.36 \cdot 10^{-1} (7.33 \cdot 10^{-3})$	$8.05 \cdot 10^{-1} (8.36 \cdot 10^{-3})$	$7.66 \cdot 10^{-1} (8.76 \cdot 10^{-3})$	$7.23 \cdot 10^{-1} (9.34 \cdot 10^{-3})$	$9.14 \cdot 10^{-1} (5.08 \cdot 10^{-3})$	$7.68 \cdot 10^{-1} (7.99 \cdot 10^{-3})$
$\nu = \infty$	$8.09 \cdot 10^{-1} (7.86 \cdot 10^{-3})$	$7.80 \cdot 10^{-1} (8.94 \cdot 10^{-3})$	$7.43 \cdot 10^{-1} (9.38 \cdot 10^{-3})$	$7.06 \cdot 10^{-1} (1.01 \cdot 10^{-2})$	$9.12 \cdot 10^{-1} (5.30 \cdot 10^{-3})$	$7.52 \cdot 10^{-1} (9.09 \cdot 10^{-3})$
$\nu \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$9.23 \cdot 10^{-1} (3.64 \cdot 10^{-3})$	$8.54 \cdot 10^{-1} (1.05 \cdot 10^{-2})$	$7.88 \cdot 10^{-1} (1.13 \cdot 10^{-2})$	$7.93 \cdot 10^{-1} (1.33 \cdot 10^{-2})$	$9.41 \cdot 10^{-1} (3.35 \cdot 10^{-3})$	$7.72 \cdot 10^{-1} (8.10 \cdot 10^{-3})$

$C_{0.95}(\theta)$	NLL/SPE
	$9.12 \cdot 10^{-1} (6.50 \cdot 10^{-3})$

SM2.2.21. GKLS  $C^1$ ,  $n = 250$ ,  $d = 5$ .

Averages of  $R(\theta; S^{SPE})$ .

$R(\theta; S^{SPE})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$\nu = 1/2$	$2.60 \cdot 10^{-2} (1.44 \cdot 10^{-3})$	$2.03 \cdot 10^{-2} (1.36 \cdot 10^{-3})$	$2.03 \cdot 10^{-2} (1.36 \cdot 10^{-3})$	$1.95 \cdot 10^{-2} (1.32 \cdot 10^{-3})$	$1.54 \cdot 10^{-1} (2.63 \cdot 10^{-2})$	$2.06 \cdot 10^{-2} (1.36 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 3/2$	$2.04 \cdot 10^{-2} (1.22 \cdot 10^{-3})$	$2.22 \cdot 10^{-2} (1.37 \cdot 10^{-3})$	$2.34 \cdot 10^{-2} (1.47 \cdot 10^{-3})$	$2.09 \cdot 10^{-2} (1.23 \cdot 10^{-3})$	$1.90 \cdot 10^{-2} (1.15 \cdot 10^{-3})$	$2.57 \cdot 10^{-2} (1.68 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 5/2$	$2.48 \cdot 10^{-2} (1.37 \cdot 10^{-3})$	$2.80 \cdot 10^{-2} (1.82 \cdot 10^{-3})$	$3.18 \cdot 10^{-2} (2.45 \cdot 10^{-3})$	$2.62 \cdot 10^{-2} (1.58 \cdot 10^{-3})$	$2.97 \cdot 10^{-2} (1.90 \cdot 10^{-3})$	$3.98 \cdot 10^{-2} (2.74 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 7/2$	$2.81 \cdot 10^{-2} (1.49 \cdot 10^{-3})$	$3.12 \cdot 10^{-2} (1.93 \cdot 10^{-3})$	$3.65 \cdot 10^{-2} (2.72 \cdot 10^{-3})$	$2.87 \cdot 10^{-2} (1.54 \cdot 10^{-3})$	$5.72 \cdot 10^{-2} (4.23 \cdot 10^{-3})$	$4.85 \cdot 10^{-2} (3.48 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 9/2$	$3.03 \cdot 10^{-2} (1.57 \cdot 10^{-3})$	$3.34 \cdot 10^{-2} (1.95 \cdot 10^{-3})$	$3.87 \cdot 10^{-2} (2.78 \cdot 10^{-3})$	$3.13 \cdot 10^{-2} (1.61 \cdot 10^{-3})$	$1.04 \cdot 10^{-1} (9.38 \cdot 10^{-3})$	$5.43 \cdot 10^{-2} (3.72 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 11/2$	$3.20 \cdot 10^{-2} (1.64 \cdot 10^{-3})$	$3.52 \cdot 10^{-2} (2.04 \cdot 10^{-3})$	$3.94 \cdot 10^{-2} (2.79 \cdot 10^{-3})$	$3.33 \cdot 10^{-2} (1.73 \cdot 10^{-3})$	$1.63 \cdot 10^{-1} (1.72 \cdot 10^{-2})$	$5.91 \cdot 10^{-2} (3.99 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 21/2$	$3.65 \cdot 10^{-2} (1.80 \cdot 10^{-3})$	$3.97 \cdot 10^{-2} (2.19 \cdot 10^{-3})$	$4.35 \cdot 10^{-2} (2.95 \cdot 10^{-3})$	$3.80 \cdot 10^{-2} (2.02 \cdot 10^{-3})$	$3.16 \cdot 10^{-1} (4.12 \cdot 10^{-2})$	$7.18 \cdot 10^{-2} (6.30 \cdot 10^{-3})$
$\nu = \infty$	$4.26 \cdot 10^{-2} (2.07 \cdot 10^{-3})$	$4.55 \cdot 10^{-2} (2.53 \cdot 10^{-3})$	$5.01 \cdot 10^{-2} (3.18 \cdot 10^{-3})$	$4.45 \cdot 10^{-2} (2.31 \cdot 10^{-3})$	$4.07 \cdot 10^{-1} (5.58 \cdot 10^{-2})$	$8.36 \cdot 10^{-2} (7.31 \cdot 10^{-3})$
$\nu \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$2.05 \cdot 10^{-2} (1.21 \cdot 10^{-3})$	$2.32 \cdot 10^{-2} (1.69 \cdot 10^{-3})$	$3.00 \cdot 10^{-2} (2.85 \cdot 10^{-3})$	$1.90 \cdot 10^{-2} (1.17 \cdot 10^{-3})$	$2.14 \cdot 10^{-1} (3.12 \cdot 10^{-2})$	$7.44 \cdot 10^{-2} (7.75 \cdot 10^{-3})$

$R^*(S^{SPE})$	
$\nu = 1/2$	$1.89 \cdot 10^{-2} (1.28 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 3/2$	$1.77 \cdot 10^{-2} (1.02 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 5/2$	$1.95 \cdot 10^{-2} (1.05 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 7/2$	$2.13 \cdot 10^{-2} (1.09 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 9/2$	$2.27 \cdot 10^{-2} (1.13 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 11/2$	$2.38 \cdot 10^{-2} (1.16 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 21/2$	$2.67 \cdot 10^{-2} (1.26 \cdot 10^{-3})$
$\nu = \infty$	$3.07 \cdot 10^{-2} (1.44 \cdot 10^{-3})$
$\nu \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$1.67 \cdot 10^{-2} (1.01 \cdot 10^{-3})$

$R(\theta; S^{CRPS})$	NLL/SPE
	$2.17 \cdot 10^{-2} (1.32 \cdot 10^{-3})$
linear	$2.21 \cdot 10^{-1} (9.08 \cdot 10^{-3})$
1NN	$2.62 \cdot 10^{-1} (4.53 \cdot 10^{-3})$
2NN	$1.96 \cdot 10^{-1} (3.83 \cdot 10^{-3})$

Averages of  $R(\theta; S^{CRPS})$ .

**SUPPLEMENTARY MATERIALS: PARAMETER SELECTION IN GAUSSIAN PROCESS INTERPOLATION  
SM31**

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$7.69 \cdot 10^{-2}$ (1.66 · 10 <sup>-3</sup> )	$5.65 \cdot 10^{-2}$ (1.79 · 10 <sup>-3</sup> )	$5.66 \cdot 10^{-2}$ (1.78 · 10 <sup>-3</sup> )	$4.80 \cdot 10^{-2}$ (1.52 · 10 <sup>-3</sup> )	$1.58 \cdot 10^{-1}$ (1.50 · 10 <sup>-2</sup> )	$5.71 \cdot 10^{-2}$ (1.79 · 10 <sup>-3</sup> )
$v = 3/2$	$5.68 \cdot 10^{-2}$ (1.87 · 10 <sup>-3</sup> )	$5.92 \cdot 10^{-2}$ (1.93 · 10 <sup>-3</sup> )	$6.02 \cdot 10^{-2}$ (1.95 · 10 <sup>-3</sup> )	$5.28 \cdot 10^{-2}$ (1.80 · 10 <sup>-3</sup> )	$5.72 \cdot 10^{-2}$ (1.86 · 10 <sup>-3</sup> )	$6.32 \cdot 10^{-2}$ (2.15 · 10 <sup>-3</sup> )
$v = 5/2$	$6.36 \cdot 10^{-2}$ (2.02 · 10 <sup>-3</sup> )	$6.76 \cdot 10^{-2}$ (2.17 · 10 <sup>-3</sup> )	$6.99 \cdot 10^{-2}$ (2.43 · 10 <sup>-3</sup> )	$6.35 \cdot 10^{-2}$ (2.05 · 10 <sup>-3</sup> )	$7.46 \cdot 10^{-2}$ (2.47 · 10 <sup>-3</sup> )	$7.80 \cdot 10^{-2}$ (2.83 · 10 <sup>-3</sup> )
$v = 7/2$	$6.90 \cdot 10^{-2}$ (2.11 · 10 <sup>-3</sup> )	$7.31 \cdot 10^{-2}$ (2.25 · 10 <sup>-3</sup> )	$7.67 \cdot 10^{-2}$ (2.61 · 10 <sup>-3</sup> )	$6.93 \cdot 10^{-2}$ (2.08 · 10 <sup>-3</sup> )	$1.02 \cdot 10^{-1}$ (3.70 · 10 <sup>-3</sup> )	$8.77 \cdot 10^{-2}$ (3.26 · 10 <sup>-3</sup> )
$v = 9/2$	$7.27 \cdot 10^{-2}$ (2.16 · 10 <sup>-3</sup> )	$7.68 \cdot 10^{-2}$ (2.30 · 10 <sup>-3</sup> )	$8.01 \cdot 10^{-2}$ (2.66 · 10 <sup>-3</sup> )	$7.37 \cdot 10^{-2}$ (2.16 · 10 <sup>-3</sup> )	$1.32 \cdot 10^{-1}$ (5.37 · 10 <sup>-3</sup> )	$9.46 \cdot 10^{-2}$ (3.47 · 10 <sup>-3</sup> )
$v = 11/2$	$7.54 \cdot 10^{-2}$ (2.21 · 10 <sup>-3</sup> )	$7.93 \cdot 10^{-2}$ (2.40 · 10 <sup>-3</sup> )	$8.21 \cdot 10^{-2}$ (2.75 · 10 <sup>-3</sup> )	$7.68 \cdot 10^{-2}$ (2.24 · 10 <sup>-3</sup> )	$1.60 \cdot 10^{-1}$ (7.08 · 10 <sup>-3</sup> )	$9.94 \cdot 10^{-2}$ (3.69 · 10 <sup>-3</sup> )
$v = 21/2$	$8.21 \cdot 10^{-2}$ (2.34 · 10 <sup>-3</sup> )	$8.58 \cdot 10^{-2}$ (2.55 · 10 <sup>-3</sup> )	$8.78 \cdot 10^{-2}$ (2.86 · 10 <sup>-3</sup> )	$8.39 \cdot 10^{-2}$ (2.50 · 10 <sup>-3</sup> )	$2.15 \cdot 10^{-1}$ (1.08 · 10 <sup>-2</sup> )	$1.10 \cdot 10^{-1}$ (4.26 · 10 <sup>-3</sup> )
$v = \infty$	$9.05 \cdot 10^{-2}$ (2.55 · 10 <sup>-3</sup> )	$9.33 \cdot 10^{-2}$ (2.79 · 10 <sup>-3</sup> )	$9.63 \cdot 10^{-2}$ (3.11 · 10 <sup>-3</sup> )	$9.30 \cdot 10^{-2}$ (2.77 · 10 <sup>-3</sup> )	$2.42 \cdot 10^{-1}$ (1.26 · 10 <sup>-2</sup> )	$1.20 \cdot 10^{-1}$ (4.61 · 10 <sup>-3</sup> )
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$5.69 \cdot 10^{-2}$ (1.88 · 10 <sup>-3</sup> )	$5.96 \cdot 10^{-2}$ (2.08 · 10 <sup>-3</sup> )	$6.56 \cdot 10^{-2}$ (2.57 · 10 <sup>-3</sup> )	$4.81 \cdot 10^{-2}$ (1.63 · 10 <sup>-3</sup> )	$1.92 \cdot 10^{-1}$ (1.74 · 10 <sup>-2</sup> )	$1.07 \cdot 10^{-1}$ (4.97 · 10 <sup>-3</sup> )

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	NLL/SPE
	$5.82 \cdot 10^{-2}$ (1.93 · 10 <sup>-3</sup> )

Averages of  $R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$ .

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$1.08 \cdot 10^0$ (2.55 · 10 <sup>-2</sup> )	$9.01 \cdot 10^{-1}$ (3.01 · 10 <sup>-2</sup> )	$9.02 \cdot 10^{-1}$ (3.00 · 10 <sup>-2</sup> )	$9.80 \cdot 10^{-1}$ (3.56 · 10 <sup>-2</sup> )	$1.70 \cdot 10^0$ (1.24 · 10 <sup>-1</sup> )	$9.06 \cdot 10^{-1}$ (3.01 · 10 <sup>-2</sup> )
$v = 3/2$	$9.12 \cdot 10^{-1}$ (2.79 · 10 <sup>-2</sup> )	$9.54 \cdot 10^{-1}$ (2.97 · 10 <sup>-2</sup> )	$9.79 \cdot 10^{-1}$ (3.13 · 10 <sup>-2</sup> )	$1.10 \cdot 10^0$ (3.53 · 10 <sup>-2</sup> )	$8.88 \cdot 10^{-1}$ (2.58 · 10 <sup>-2</sup> )	$1.03 \cdot 10^0$ (3.40 · 10 <sup>-2</sup> )
$v = 5/2$	$9.94 \cdot 10^{-1}$ (2.92 · 10 <sup>-2</sup> )	$1.06 \cdot 10^0$ (3.45 · 10 <sup>-2</sup> )	$1.12 \cdot 10^0$ (4.16 · 10 <sup>-2</sup> )	$1.21 \cdot 10^0$ (4.02 · 10 <sup>-2</sup> )	$1.02 \cdot 10^0$ (2.94 · 10 <sup>-2</sup> )	$1.26 \cdot 10^0$ (4.59 · 10 <sup>-2</sup> )
$v = 7/2$	$1.05 \cdot 10^0$ (3.05 · 10 <sup>-2</sup> )	$1.09 \cdot 10^0$ (3.43 · 10 <sup>-2</sup> )	$1.18 \cdot 10^0$ (4.38 · 10 <sup>-2</sup> )	$1.23 \cdot 10^0$ (3.80 · 10 <sup>-2</sup> )	$1.24 \cdot 10^0$ (3.93 · 10 <sup>-2</sup> )	$1.35 \cdot 10^0$ (5.12 · 10 <sup>-2</sup> )
$v = 9/2$	$1.09 \cdot 10^0$ (3.12 · 10 <sup>-2</sup> )	$1.12 \cdot 10^0$ (3.37 · 10 <sup>-2</sup> )	$1.22 \cdot 10^0$ (4.51 · 10 <sup>-2</sup> )	$1.27 \cdot 10^0$ (3.82 · 10 <sup>-2</sup> )	$1.49 \cdot 10^0$ (5.28 · 10 <sup>-2</sup> )	$1.41 \cdot 10^0$ (5.26 · 10 <sup>-2</sup> )
$v = 11/2$	$1.11 \cdot 10^0$ (3.17 · 10 <sup>-2</sup> )	$1.15 \cdot 10^0$ (3.51 · 10 <sup>-2</sup> )	$1.22 \cdot 10^0$ (4.44 · 10 <sup>-2</sup> )	$1.30 \cdot 10^0$ (4.07 · 10 <sup>-2</sup> )	$1.70 \cdot 10^0$ (6.64 · 10 <sup>-2</sup> )	$1.44 \cdot 10^0$ (5.31 · 10 <sup>-2</sup> )
$v = 21/2$	$1.19 \cdot 10^0$ (3.32 · 10 <sup>-2</sup> )	$1.20 \cdot 10^0$ (3.65 · 10 <sup>-2</sup> )	$1.27 \cdot 10^0$ (4.59 · 10 <sup>-2</sup> )	$1.36 \cdot 10^0$ (4.41 · 10 <sup>-2</sup> )	$2.13 \cdot 10^0$ (9.73 · 10 <sup>-2</sup> )	$1.51 \cdot 10^0$ (5.69 · 10 <sup>-2</sup> )
$v = \infty$	$1.28 \cdot 10^0$ (3.54 · 10 <sup>-2</sup> )	$1.27 \cdot 10^0$ (4.04 · 10 <sup>-2</sup> )	$1.35 \cdot 10^0$ (4.90 · 10 <sup>-2</sup> )	$1.45 \cdot 10^0$ (4.77 · 10 <sup>-2</sup> )	$2.34 \cdot 10^0$ (1.13 · 10 <sup>-1</sup> )	$1.61 \cdot 10^0$ (6.28 · 10 <sup>-2</sup> )
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$9.13 \cdot 10^{-1}$ (2.77 · 10 <sup>-2</sup> )	$9.57 \cdot 10^{-1}$ (3.24 · 10 <sup>-2</sup> )	$1.07 \cdot 10^0$ (4.67 · 10 <sup>-2</sup> )	$9.95 \cdot 10^{-1}$ (3.28 · 10 <sup>-2</sup> )	$1.92 \cdot 10^0$ (1.38 · 10 <sup>-1</sup> )	$1.53 \cdot 10^0$ (6.45 · 10 <sup>-2</sup> )

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	NLL/SPE
	$9.36 \cdot 10^{-1}$ (2.90 · 10 <sup>-2</sup> )

Averages of  $C_{0.95}(\theta)$ .

$C_{0.95}(\theta)$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$9.79 \cdot 10^{-1}$ (7.60 · 10 <sup>-4</sup> )	$9.64 \cdot 10^{-1}$ (1.29 · 10 <sup>-3</sup> )	$9.64 \cdot 10^{-1}$ (1.28 · 10 <sup>-3</sup> )	$8.80 \cdot 10^{-1}$ (1.48 · 10 <sup>-3</sup> )	$9.51 \cdot 10^{-1}$ (2.01 · 10 <sup>-3</sup> )	$9.63 \cdot 10^{-1}$ (1.26 · 10 <sup>-3</sup> )
$v = 3/2$	$9.48 \cdot 10^{-1}$ (1.25 · 10 <sup>-3</sup> )	$9.47 \cdot 10^{-1}$ (1.34 · 10 <sup>-3</sup> )	$9.43 \cdot 10^{-1}$ (1.32 · 10 <sup>-3</sup> )	$8.56 \cdot 10^{-1}$ (2.04 · 10 <sup>-3</sup> )	$9.57 \cdot 10^{-1}$ (1.39 · 10 <sup>-3</sup> )	$9.41 \cdot 10^{-1}$ (1.24 · 10 <sup>-3</sup> )
$v = 5/2$	$9.29 \cdot 10^{-1}$ (1.65 · 10 <sup>-3</sup> )	$9.33 \cdot 10^{-1}$ (1.72 · 10 <sup>-3</sup> )	$9.25 \cdot 10^{-1}$ (1.80 · 10 <sup>-3</sup> )	$8.47 \cdot 10^{-1}$ (2.63 · 10 <sup>-3</sup> )	$9.52 \cdot 10^{-1}$ (1.50 · 10 <sup>-3</sup> )	$9.17 \cdot 10^{-1}$ (1.84 · 10 <sup>-3</sup> )
$v = 7/2$	$9.18 \cdot 10^{-1}$ (1.94 · 10 <sup>-3</sup> )	$9.26 \cdot 10^{-1}$ (2.01 · 10 <sup>-3</sup> )	$9.15 \cdot 10^{-1}$ (2.13 · 10 <sup>-3</sup> )	$8.49 \cdot 10^{-1}$ (2.48 · 10 <sup>-3</sup> )	$9.47 \cdot 10^{-1}$ (1.59 · 10 <sup>-3</sup> )	$9.07 \cdot 10^{-1}$ (2.07 · 10 <sup>-3</sup> )
$v = 9/2$	$9.10 \cdot 10^{-1}$ (2.15 · 10 <sup>-3</sup> )	$9.21 \cdot 10^{-1}$ (2.16 · 10 <sup>-3</sup> )	$9.10 \cdot 10^{-1}$ (2.19 · 10 <sup>-3</sup> )	$8.48 \cdot 10^{-1}$ (2.62 · 10 <sup>-3</sup> )	$9.44 \cdot 10^{-1}$ (1.84 · 10 <sup>-3</sup> )	$9.00 \cdot 10^{-1}$ (2.16 · 10 <sup>-3</sup> )
$v = 11/2$	$9.03 \cdot 10^{-1}$ (2.36 · 10 <sup>-3</sup> )	$9.19 \cdot 10^{-1}$ (2.14 · 10 <sup>-3</sup> )	$9.07 \cdot 10^{-1}$ (2.18 · 10 <sup>-3</sup> )	$8.45 \cdot 10^{-1}$ (2.74 · 10 <sup>-3</sup> )	$9.40 \cdot 10^{-1}$ (2.22 · 10 <sup>-3</sup> )	$8.96 \cdot 10^{-1}$ (2.32 · 10 <sup>-3</sup> )
$v = 21/2$	$8.87 \cdot 10^{-1}$ (3.17 · 10 <sup>-3</sup> )	$9.11 \cdot 10^{-1}$ (2.25 · 10 <sup>-3</sup> )	$9.00 \cdot 10^{-1}$ (2.35 · 10 <sup>-3</sup> )	$8.38 \cdot 10^{-1}$ (3.05 · 10 <sup>-3</sup> )	$9.33 \cdot 10^{-1}$ (3.34 · 10 <sup>-3</sup> )	$8.86 \cdot 10^{-1}$ (3.09 · 10 <sup>-3</sup> )
$v = \infty$	$8.66 \cdot 10^{-1}$ (3.78 · 10 <sup>-3</sup> )	$9.05 \cdot 10^{-1}$ (2.62 · 10 <sup>-3</sup> )	$8.87 \cdot 10^{-1}$ (2.68 · 10 <sup>-3</sup> )	$8.27 \cdot 10^{-1}$ (3.28 · 10 <sup>-3</sup> )	$9.31 \cdot 10^{-1}$ (3.90 · 10 <sup>-3</sup> )	$8.75 \cdot 10^{-1}$ (3.49 · 10 <sup>-3</sup> )
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$9.46 \cdot 10^{-1}$ (1.53 · 10 <sup>-3</sup> )	$9.44 \cdot 10^{-1}$ (2.36 · 10 <sup>-3</sup> )	$9.28 \cdot 10^{-1}$ (3.16 · 10 <sup>-3</sup> )	$8.67 \cdot 10^{-1}$ (2.44 · 10 <sup>-3</sup> )	$9.50 \cdot 10^{-1}$ (1.59 · 10 <sup>-3</sup> )	$8.84 \cdot 10^{-1}$ (4.05 · 10 <sup>-3</sup> )

$C_{0.95}(\theta)$	NLL/SPE
	$9.42 \cdot 10^{-1}$ (2.28 · 10 <sup>-3</sup> )

**SM2.2.22. GKLS  $C^2$ ,  $n = 20$ ,  $d = 2$ .**

Averages of  $R(\theta; S^{\text{SPE}})$ .

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$3.43 \cdot 10^{-1}$ (2.29 · 10 <sup>-2</sup> )	$3.11 \cdot 10^{-1}$ (1.89 · 10 <sup>-2</sup> )	$3.15 \cdot 10^{-1}$ (2.01 · 10 <sup>-2</sup> )	$2.91 \cdot 10^{-1}$ (1.68 · 10 <sup>-2</sup> )	$3.88 \cdot 10^{-1}$ (2.75 · 10 <sup>-2</sup> )	$3.47 \cdot 10^{-1}$ (2.45 · 10 <sup>-2</sup> )
$v = 3/2$	$3.67 \cdot 10^{-1}$ (2.57 · 10 <sup>-2</sup> )	$3.99 \cdot 10^{-1}$ (2.44 · 10 <sup>-2</sup> )	$3.99 \cdot 10^{-1}$ (2.44 · 10 <sup>-2</sup> )	$3.60 \cdot 10^{-1}$ (2.14 · 10 <sup>-2</sup> )	$3.53 \cdot 10^{-1}$ (2.07 · 10 <sup>-2</sup> )	$5.66 \cdot 10^{-1}$ (4.67 · 10 <sup>-2</sup> )
$v = 5/2$	$3.79 \cdot 10^{-1}$ (2.57 · 10 <sup>-2</sup> )	$4.31 \cdot 10^{-1}$ (2.65 · 10 <sup>-2</sup> )	$5.36 \cdot 10^{-1}$ (4.41 · 10 <sup>-2</sup> )	$4.12 \cdot 10^{-1}$ (2.27 · 10 <sup>-2</sup> )	$7.18 \cdot 10^{-1}$ (6.73 · 10 <sup>-2</sup> )	$7.63 \cdot 10^{-1}$ (6.69 · 10 <sup>-2</sup> )
$v = 7/2$	$3.87 \cdot 10^{-1}$ (2.60 · 10 <sup>-2</sup> )	$4.80 \cdot 10^{-1}$ (3.19 · 10 <sup>-2</sup> )	$5.93 \cdot 10^{-1}$ (4.85 · 10 <sup>-2</sup> )	$4.66 \cdot 10^{-1}$ (3.14 · 10 <sup>-2</sup> )	$2.12 \cdot 10^0$ (3.52 · 10 <sup>-1</sup> )	$1.21 \cdot 10^0$ (1.47 · 10 <sup>-1</sup> )
$v = 9/2$	$3.92 \cdot 10^{-1}$ (2.61 · 10 <sup>-2</sup> )	$5.29 \cdot 10^{-1}$ (4.85 · 10 <sup>-2</sup> )	$7.17 \cdot 10^{-1}$ (8.59 · 10 <sup>-2</sup> )	$5.19 \cdot 10^{-1}$ (5.42 · 10 <sup>-2</sup> )	$5.51 \cdot 10^0$ (1.31 · 10 <sup>0</sup> )	$1.85 \cdot 10^0$ (2.58 · 10 <sup>-1</sup> )
$v = \infty$	$4.19 \cdot 10^{-1}$ (2.62 · 10 <sup>-2</sup> )	$7.72 \cdot 10^{-1}$ (1.08 · 10 <sup>-1</sup> )	$1.23 \cdot 10^0$ (1.84 · 10 <sup>-1</sup> )	$6.99 \cdot 10^{-1}$ (1.04 · 10 <sup>-1</sup> )	$2.14 \cdot 10^1$ (6.10 · 10 <sup>0</sup> )	$5.94 \cdot 10^0$ (1.63 · 10 <sup>0</sup> )
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$3.75 \cdot 10^{-1}$ (2.74 · 10 <sup>-2</sup> )	$7.12 \cdot 10^{-1}$ (1.13 · 10 <sup>-1</sup> )	$1.73 \cdot 10^0$ (5.79 · 10 <sup>-1</sup> )	$5.51 \cdot 10^{-1}$ (6.86 · 10 <sup>-2</sup> )	$3.90 \cdot 10^{-1}$ (2.77 · 10 <sup>-2</sup> )	$6.32 \cdot 10^0$ (1.77 · 10 <sup>0</sup> )



$R^*(S^{\text{SPE}})$	
$v = 1/2$	$2.35 \cdot 10^{-1}$ ( $1.16 \cdot 10^{-2}$ )
$v = 3/2$	$2.32 \cdot 10^{-1}$ ( $1.02 \cdot 10^{-2}$ )
$v = 5/2$	$2.36 \cdot 10^{-1}$ ( $9.89 \cdot 10^{-3}$ )
$v = 7/2$	$2.39 \cdot 10^{-1}$ ( $9.79 \cdot 10^{-3}$ )
$v = 9/2$	$2.42 \cdot 10^{-1}$ ( $9.89 \cdot 10^{-3}$ )
$v = \infty$	$2.51 \cdot 10^{-1}$ ( $9.78 \cdot 10^{-3}$ )
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$2.18 \cdot 10^{-1}$ ( $1.05 \cdot 10^{-2}$ )

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	
NLL/SPE	$3.61 \cdot 10^{-1}$ ( $2.40 \cdot 10^{-2}$ )
linear	$4.91 \cdot 10^{-1}$ ( $2.05 \cdot 10^{-2}$ )
1NN	$4.12 \cdot 10^{-1}$ ( $1.85 \cdot 10^{-2}$ )
2NN	$3.78 \cdot 10^{-1}$ ( $1.56 \cdot 10^{-2}$ )

Averages of  $R(\theta; S^{\text{CRPS}})$ .

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$2.66 \cdot 10^{-1}$ ( $9.60 \cdot 10^{-3}$ )	$2.48 \cdot 10^{-1}$ ( $8.55 \cdot 10^{-3}$ )	$2.50 \cdot 10^{-1}$ ( $8.81 \cdot 10^{-3}$ )	$2.31 \cdot 10^{-1}$ ( $7.61 \cdot 10^{-3}$ )	$2.87 \cdot 10^{-1}$ ( $1.14 \cdot 10^{-2}$ )	$2.60 \cdot 10^{-1}$ ( $9.91 \cdot 10^{-3}$ )
$v = 3/2$	$2.68 \cdot 10^{-1}$ ( $1.05 \cdot 10^{-2}$ )	$2.90 \cdot 10^{-1}$ ( $1.06 \cdot 10^{-2}$ )	$2.89 \cdot 10^{-1}$ ( $1.09 \cdot 10^{-2}$ )	$2.75 \cdot 10^{-1}$ ( $9.87 \cdot 10^{-3}$ )	$2.64 \cdot 10^{-1}$ ( $8.57 \cdot 10^{-3}$ )	$3.43 \cdot 10^{-1}$ ( $1.58 \cdot 10^{-2}$ )
$v = 5/2$	$2.77 \cdot 10^{-1}$ ( $1.04 \cdot 10^{-2}$ )	$3.05 \cdot 10^{-1}$ ( $1.09 \cdot 10^{-2}$ )	$3.37 \cdot 10^{-1}$ ( $1.28 \cdot 10^{-2}$ )	$3.03 \cdot 10^{-1}$ ( $1.05 \cdot 10^{-2}$ )	$3.58 \cdot 10^{-1}$ ( $1.53 \cdot 10^{-2}$ )	$4.02 \cdot 10^{-1}$ ( $1.83 \cdot 10^{-2}$ )
$v = 7/2$	$2.83 \cdot 10^{-1}$ ( $1.04 \cdot 10^{-2}$ )	$3.27 \cdot 10^{-1}$ ( $1.19 \cdot 10^{-2}$ )	$3.54 \cdot 10^{-1}$ ( $1.41 \cdot 10^{-2}$ )	$3.25 \cdot 10^{-1}$ ( $1.16 \cdot 10^{-2}$ )	$5.14 \cdot 10^{-1}$ ( $3.26 \cdot 10^{-2}$ )	$4.76 \cdot 10^{-1}$ ( $2.42 \cdot 10^{-2}$ )
$v = 9/2$	$2.86 \cdot 10^{-1}$ ( $1.03 \cdot 10^{-2}$ )	$3.41 \cdot 10^{-1}$ ( $1.36 \cdot 10^{-2}$ )	$3.79 \cdot 10^{-1}$ ( $1.81 \cdot 10^{-2}$ )	$3.36 \cdot 10^{-1}$ ( $1.41 \cdot 10^{-2}$ )	$6.98 \cdot 10^{-1}$ ( $6.08 \cdot 10^{-2}$ )	$5.45 \cdot 10^{-1}$ ( $3.01 \cdot 10^{-2}$ )
$v = \infty$	$3.04 \cdot 10^{-1}$ ( $1.03 \cdot 10^{-2}$ )	$3.89 \cdot 10^{-1}$ ( $1.79 \cdot 10^{-2}$ )	$4.77 \cdot 10^{-1}$ ( $2.65 \cdot 10^{-2}$ )	$3.74 \cdot 10^{-1}$ ( $1.65 \cdot 10^{-2}$ )	$1.21 \cdot 10^0$ ( $1.15 \cdot 10^{-1}$ )	$8.37 \cdot 10^{-1}$ ( $8.05 \cdot 10^{-2}$ )
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$2.74 \cdot 10^{-1}$ ( $1.11 \cdot 10^{-2}$ )	$3.60 \cdot 10^{-1}$ ( $1.98 \cdot 10^{-2}$ )	$4.96 \cdot 10^{-1}$ ( $4.47 \cdot 10^{-2}$ )	$3.27 \cdot 10^{-1}$ ( $1.68 \cdot 10^{-2}$ )	$2.82 \cdot 10^{-1}$ ( $1.11 \cdot 10^{-2}$ )	$8.54 \cdot 10^{-1}$ ( $8.79 \cdot 10^{-2}$ )

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	
NLL/SPE	$2.76 \cdot 10^{-1}$ ( $1.03 \cdot 10^{-2}$ )

Averages of  $R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$ .

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$3.95 \cdot 10^0$ ( $1.49 \cdot 10^{-1}$ )	$3.89 \cdot 10^0$ ( $1.35 \cdot 10^{-1}$ )	$3.94 \cdot 10^0$ ( $1.44 \cdot 10^{-1}$ )	$4.17 \cdot 10^0$ ( $1.66 \cdot 10^{-1}$ )	$4.26 \cdot 10^0$ ( $1.72 \cdot 10^{-1}$ )	$4.11 \cdot 10^0$ ( $1.65 \cdot 10^{-1}$ )
$v = 3/2$	$4.56 \cdot 10^0$ ( $1.99 \cdot 10^{-1}$ )	$5.26 \cdot 10^0$ ( $2.58 \cdot 10^{-1}$ )	$5.28 \cdot 10^0$ ( $2.67 \cdot 10^{-1}$ )	$5.52 \cdot 10^0$ ( $2.94 \cdot 10^{-1}$ )	$4.10 \cdot 10^0$ ( $1.14 \cdot 10^{-1}$ )	$6.47 \cdot 10^0$ ( $3.25 \cdot 10^{-1}$ )
$v = 5/2$	$4.92 \cdot 10^0$ ( $2.16 \cdot 10^{-1}$ )	$5.82 \cdot 10^0$ ( $2.92 \cdot 10^{-1}$ )	$6.87 \cdot 10^0$ ( $3.44 \cdot 10^{-1}$ )	$6.56 \cdot 10^0$ ( $3.28 \cdot 10^{-1}$ )	$5.18 \cdot 10^0$ ( $1.61 \cdot 10^{-1}$ )	$8.00 \cdot 10^0$ ( $3.97 \cdot 10^{-1}$ )
$v = 7/2$	$5.11 \cdot 10^0$ ( $2.22 \cdot 10^{-1}$ )	$6.56 \cdot 10^0$ ( $3.46 \cdot 10^{-1}$ )	$7.62 \cdot 10^0$ ( $3.89 \cdot 10^{-1}$ )	$7.33 \cdot 10^0$ ( $3.70 \cdot 10^{-1}$ )	$7.00 \cdot 10^0$ ( $3.51 \cdot 10^{-1}$ )	$9.48 \cdot 10^0$ ( $4.78 \cdot 10^{-1}$ )
$v = 9/2$	$5.22 \cdot 10^0$ ( $2.23 \cdot 10^{-1}$ )	$7.14 \cdot 10^0$ ( $4.18 \cdot 10^{-1}$ )	$8.63 \cdot 10^0$ ( $5.63 \cdot 10^{-1}$ )	$7.88 \cdot 10^0$ ( $4.74 \cdot 10^{-1}$ )	$9.88 \cdot 10^0$ ( $1.22 \cdot 10^0$ )	$1.14 \cdot 10^1$ ( $6.49 \cdot 10^{-1}$ )
$v = \infty$	$5.78 \cdot 10^0$ ( $2.39 \cdot 10^{-1}$ )	$9.03 \cdot 10^0$ ( $6.06 \cdot 10^{-1}$ )	$1.26 \cdot 10^1$ ( $9.26 \cdot 10^{-1}$ )	$9.50 \cdot 10^0$ ( $5.98 \cdot 10^{-1}$ )	$2.08 \cdot 10^1$ ( $2.22 \cdot 10^0$ )	$2.31 \cdot 10^1$ ( $2.60 \cdot 10^0$ )
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$4.92 \cdot 10^0$ ( $2.36 \cdot 10^{-1}$ )	$8.47 \cdot 10^0$ ( $6.56 \cdot 10^{-1}$ )	$1.33 \cdot 10^1$ ( $1.50 \cdot 10^0$ )	$8.32 \cdot 10^0$ ( $5.96 \cdot 10^{-1}$ )	$4.18 \cdot 10^0$ ( $1.32 \cdot 10^{-1}$ )	$2.34 \cdot 10^1$ ( $2.78 \cdot 10^0$ )

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	
NLL/SPE	$4.95 \cdot 10^0$ ( $2.35 \cdot 10^{-1}$ )

Averages of  $C_{0.95}(\theta)$ .

$C_{0.95}(\theta)$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$9.27 \cdot 10^{-1}$ ( $5.34 \cdot 10^{-3}$ )	$9.19 \cdot 10^{-1}$ ( $5.37 \cdot 10^{-3}$ )	$9.15 \cdot 10^{-1}$ ( $5.60 \cdot 10^{-3}$ )	$8.68 \cdot 10^{-1}$ ( $5.70 \cdot 10^{-3}$ )	$9.18 \cdot 10^{-1}$ ( $6.77 \cdot 10^{-3}$ )	$9.11 \cdot 10^{-1}$ ( $5.45 \cdot 10^{-3}$ )
$v = 3/2$	$8.56 \cdot 10^{-1}$ ( $7.77 \cdot 10^{-3}$ )	$8.10 \cdot 10^{-1}$ ( $1.22 \cdot 10^{-2}$ )	$8.07 \cdot 10^{-1}$ ( $1.27 \cdot 10^{-2}$ )	$7.66 \cdot 10^{-1}$ ( $1.21 \cdot 10^{-2}$ )	$8.82 \cdot 10^{-1}$ ( $6.57 \cdot 10^{-3}$ )	$7.75 \cdot 10^{-1}$ ( $1.16 \cdot 10^{-2}$ )
$v = 5/2$	$8.19 \cdot 10^{-1}$ ( $9.79 \cdot 10^{-3}$ )	$7.59 \cdot 10^{-1}$ ( $1.54 \cdot 10^{-2}$ )	$7.07 \cdot 10^{-1}$ ( $1.65 \cdot 10^{-2}$ )	$6.85 \cdot 10^{-1}$ ( $1.78 \cdot 10^{-2}$ )	$8.35 \cdot 10^{-1}$ ( $8.93 \cdot 10^{-3}$ )	$6.80 \cdot 10^{-1}$ ( $1.45 \cdot 10^{-2}$ )
$v = 7/2$	$8.00 \cdot 10^{-1}$ ( $1.06 \cdot 10^{-2}$ )	$7.01 \cdot 10^{-1}$ ( $1.93 \cdot 10^{-2}$ )	$6.52 \cdot 10^{-1}$ ( $2.02 \cdot 10^{-2}$ )	$6.32 \cdot 10^{-1}$ ( $2.00 \cdot 10^{-2}$ )	$7.89 \cdot 10^{-1}$ ( $1.27 \cdot 10^{-2}$ )	$6.18 \cdot 10^{-1}$ ( $1.60 \cdot 10^{-2}$ )
$v = 9/2$	$7.88 \cdot 10^{-1}$ ( $1.11 \cdot 10^{-2}$ )	$6.70 \cdot 10^{-1}$ ( $2.21 \cdot 10^{-2}$ )	$6.11 \cdot 10^{-1}$ ( $2.31 \cdot 10^{-2}$ )	$6.06 \cdot 10^{-1}$ ( $2.25 \cdot 10^{-2}$ )	$7.43 \cdot 10^{-1}$ ( $1.62 \cdot 10^{-2}$ )	$5.40 \cdot 10^{-1}$ ( $1.93 \cdot 10^{-2}$ )
$v = \infty$	$7.33 \cdot 10^{-1}$ ( $1.39 \cdot 10^{-2}$ )	$5.78 \cdot 10^{-1}$ ( $2.59 \cdot 10^{-2}$ )	$4.68 \cdot 10^{-1}$ ( $2.72 \cdot 10^{-2}$ )	$5.10 \cdot 10^{-1}$ ( $2.59 \cdot 10^{-2}$ )	$5.62 \cdot 10^{-1}$ ( $1.90 \cdot 10^{-2}$ )	$3.52 \cdot 10^{-1}$ ( $1.89 \cdot 10^{-2}$ )
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$8.29 \cdot 10^{-1}$ ( $1.22 \cdot 10^{-2}$ )	$6.30 \cdot 10^{-1}$ ( $2.93 \cdot 10^{-2}$ )	$4.93 \cdot 10^{-1}$ ( $2.94 \cdot 10^{-2}$ )	$5.93 \cdot 10^{-1}$ ( $2.95 \cdot 10^{-2}$ )	$8.93 \cdot 10^{-1}$ ( $6.59 \cdot 10^{-3}$ )	$3.57 \cdot 10^{-1}$ ( $1.86 \cdot 10^{-2}$ )

$C_{0.95}(\theta)$	
NLL/SPE	$8.19 \cdot 10^{-1}$ ( $1.59 \cdot 10^{-2}$ )

SM2.2.23. GKLS  $C^2$ ,  $n = 40$ ,  $d = 2$ .

Averages of  $R(\theta; S^{\text{SPE}})$ .



**SUPPLEMENTARY MATERIALS: PARAMETER SELECTION IN GAUSSIAN PROCESS INTERPOLATION SM33**

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$\nu = 1/2$	$1.86 \cdot 10^{-1} (1.24 \cdot 10^{-2})$	$1.79 \cdot 10^{-1} (9.98 \cdot 10^{-3})$	$1.79 \cdot 10^{-1} (1.01 \cdot 10^{-2})$	$1.66 \cdot 10^{-1} (9.21 \cdot 10^{-3})$	$2.55 \cdot 10^{-1} (2.52 \cdot 10^{-2})$	$1.99 \cdot 10^{-1} (1.35 \cdot 10^{-2})$
$\nu = 3/2$	$1.90 \cdot 10^{-1} (1.24 \cdot 10^{-2})$	$2.09 \cdot 10^{-1} (1.33 \cdot 10^{-2})$	$2.33 \cdot 10^{-1} (1.73 \cdot 10^{-2})$	$1.89 \cdot 10^{-1} (9.92 \cdot 10^{-3})$	$1.95 \cdot 10^{-1} (1.81 \cdot 10^{-2})$	$3.42 \cdot 10^{-1} (3.25 \cdot 10^{-2})$
$\nu = 5/2$	$1.95 \cdot 10^{-1} (1.24 \cdot 10^{-2})$	$2.41 \cdot 10^{-1} (1.61 \cdot 10^{-2})$	$3.10 \cdot 10^{-1} (3.23 \cdot 10^{-2})$	$2.11 \cdot 10^{-1} (1.14 \cdot 10^{-2})$	$5.83 \cdot 10^{-1} (1.52 \cdot 10^{-1})$	$5.65 \cdot 10^{-1} (8.25 \cdot 10^{-2})$
$\nu = 7/2$	$2.01 \cdot 10^{-1} (1.25 \cdot 10^{-2})$	$2.63 \cdot 10^{-1} (1.99 \cdot 10^{-2})$	$3.58 \cdot 10^{-1} (4.07 \cdot 10^{-2})$	$2.36 \cdot 10^{-1} (1.42 \cdot 10^{-2})$	$1.95 \cdot 10^0 (5.80 \cdot 10^{-1})$	$9.43 \cdot 10^{-1} (1.54 \cdot 10^{-1})$
$\nu = 9/2$	$2.04 \cdot 10^{-1} (1.26 \cdot 10^{-2})$	$2.78 \cdot 10^{-1} (2.32 \cdot 10^{-2})$	$7.79 \cdot 10^{-1} (3.88 \cdot 10^{-1})$	$2.52 \cdot 10^{-1} (1.90 \cdot 10^{-2})$	$5.11 \cdot 10^0 (1.36 \cdot 10^0)$	$2.01 \cdot 10^0 (4.70 \cdot 10^{-1})$
$\nu = \infty$	$2.18 \cdot 10^{-1} (1.04 \cdot 10^{-2})$	$3.19 \cdot 10^{-1} (3.23 \cdot 10^{-2})$	$3.42 \cdot 10^0 (2.26 \cdot 10^0)$	$2.70 \cdot 10^{-1} (1.68 \cdot 10^{-2})$	$1.60 \cdot 10^2 (3.28 \cdot 10^1)$	$1.49 \cdot 10^1 (6.48 \cdot 10^0)$
$\nu \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$1.93 \cdot 10^{-1} (1.18 \cdot 10^{-2})$	$2.89 \cdot 10^{-1} (3.75 \cdot 10^{-2})$	$3.29 \cdot 10^0 (2.23 \cdot 10^0)$	$2.27 \cdot 10^{-1} (1.98 \cdot 10^{-2})$	$2.48 \cdot 10^{-1} (2.46 \cdot 10^{-2})$	$1.56 \cdot 10^1 (6.83 \cdot 10^0)$

$R^*(S^{\text{SPE}})$	
$\nu = 1/2$	$1.39 \cdot 10^{-1} (8.08 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 3/2$	$1.22 \cdot 10^{-1} (6.92 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 5/2$	$1.23 \cdot 10^{-1} (6.78 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 7/2$	$1.25 \cdot 10^{-1} (6.67 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 9/2$	$1.27 \cdot 10^{-1} (6.60 \cdot 10^{-3})$
$\nu = \infty$	$1.37 \cdot 10^{-1} (6.24 \cdot 10^{-3})$
$\nu \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$1.14 \cdot 10^{-1} (6.55 \cdot 10^{-3})$

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	
NLL/SPE	$1.81 \cdot 10^{-1} (9.80 \cdot 10^{-3})$
linear	$4.78 \cdot 10^{-1} (2.02 \cdot 10^{-2})$
1NN	$2.59 \cdot 10^{-1} (1.08 \cdot 10^{-2})$
2NN	$2.39 \cdot 10^{-1} (1.05 \cdot 10^{-2})$

*Averages of  $R(\theta; S^{\text{CRPS}})$ .*

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$\nu = 1/2$	$1.98 \cdot 10^{-1} (5.57 \cdot 10^{-3})$	$1.93 \cdot 10^{-1} (4.82 \cdot 10^{-3})$	$1.93 \cdot 10^{-1} (4.92 \cdot 10^{-3})$	$1.72 \cdot 10^{-1} (4.36 \cdot 10^{-3})$	$2.27 \cdot 10^{-1} (1.07 \cdot 10^{-2})$	$2.00 \cdot 10^{-1} (5.98 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 3/2$	$1.91 \cdot 10^{-1} (5.34 \cdot 10^{-3})$	$2.00 \cdot 10^{-1} (5.84 \cdot 10^{-3})$	$2.06 \cdot 10^{-1} (6.43 \cdot 10^{-3})$	$1.86 \cdot 10^{-1} (4.61 \cdot 10^{-3})$	$1.92 \cdot 10^{-1} (5.36 \cdot 10^{-3})$	$2.46 \cdot 10^{-1} (1.16 \cdot 10^{-2})$
$\nu = 5/2$	$1.94 \cdot 10^{-1} (5.17 \cdot 10^{-3})$	$2.13 \cdot 10^{-1} (6.34 \cdot 10^{-3})$	$2.29 \cdot 10^{-1} (9.43 \cdot 10^{-3})$	$2.00 \cdot 10^{-1} (5.02 \cdot 10^{-3})$	$2.62 \cdot 10^{-1} (1.09 \cdot 10^{-2})$	$2.95 \cdot 10^{-1} (1.59 \cdot 10^{-2})$
$\nu = 7/2$	$1.98 \cdot 10^{-1} (5.15 \cdot 10^{-3})$	$2.22 \cdot 10^{-1} (6.94 \cdot 10^{-3})$	$2.43 \cdot 10^{-1} (1.08 \cdot 10^{-2})$	$2.12 \cdot 10^{-1} (5.98 \cdot 10^{-3})$	$3.95 \cdot 10^{-1} (2.03 \cdot 10^{-2})$	$3.46 \cdot 10^{-1} (1.98 \cdot 10^{-2})$
$\nu = 9/2$	$2.00 \cdot 10^{-1} (5.09 \cdot 10^{-3})$	$2.28 \cdot 10^{-1} (7.51 \cdot 10^{-3})$	$2.66 \cdot 10^{-1} (2.00 \cdot 10^{-2})$	$2.18 \cdot 10^{-1} (6.56 \cdot 10^{-3})$	$5.86 \cdot 10^{-1} (3.36 \cdot 10^{-2})$	$4.29 \cdot 10^{-1} (2.67 \cdot 10^{-2})$
$\nu = \infty$	$2.13 \cdot 10^{-1} (4.50 \cdot 10^{-3})$	$2.48 \cdot 10^{-1} (8.93 \cdot 10^{-3})$	$3.40 \cdot 10^{-1} (4.15 \cdot 10^{-2})$	$2.33 \cdot 10^{-1} (6.21 \cdot 10^{-3})$	$2.62 \cdot 10^0 (2.38 \cdot 10^{-1})$	$7.71 \cdot 10^{-1} (8.60 \cdot 10^{-2})$
$\nu \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$1.95 \cdot 10^{-1} (5.36 \cdot 10^{-3})$	$2.21 \cdot 10^{-1} (8.40 \cdot 10^{-3})$	$3.38 \cdot 10^{-1} (4.26 \cdot 10^{-2})$	$1.98 \cdot 10^{-1} (7.12 \cdot 10^{-3})$	$2.24 \cdot 10^{-1} (1.04 \cdot 10^{-2})$	$7.93 \cdot 10^{-1} (8.81 \cdot 10^{-2})$

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	
NLL/SPE	$1.91 \cdot 10^{-1} (4.68 \cdot 10^{-3})$

*Averages of  $R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$ .*

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$\nu = 1/2$	$2.79 \cdot 10^0 (9.30 \cdot 10^{-2})$	$2.81 \cdot 10^0 (7.94 \cdot 10^{-2})$	$2.80 \cdot 10^0 (7.88 \cdot 10^{-2})$	$3.16 \cdot 10^0 (1.02 \cdot 10^{-1})$	$3.24 \cdot 10^0 (1.61 \cdot 10^{-1})$	$2.94 \cdot 10^0 (1.03 \cdot 10^{-1})$
$\nu = 3/2$	$2.89 \cdot 10^0 (1.10 \cdot 10^{-1})$	$3.13 \cdot 10^0 (1.31 \cdot 10^{-1})$	$3.32 \cdot 10^0 (1.49 \cdot 10^{-1})$	$3.52 \cdot 10^0 (1.35 \cdot 10^{-1})$	$2.69 \cdot 10^0 (8.07 \cdot 10^{-2})$	$4.09 \cdot 10^0 (2.39 \cdot 10^{-1})$
$\nu = 5/2$	$2.99 \cdot 10^0 (1.20 \cdot 10^{-1})$	$3.46 \cdot 10^0 (1.62 \cdot 10^{-1})$	$3.88 \cdot 10^0 (2.24 \cdot 10^{-1})$	$3.82 \cdot 10^0 (1.65 \cdot 10^{-1})$	$3.43 \cdot 10^0 (1.32 \cdot 10^{-1})$	$4.89 \cdot 10^0 (3.05 \cdot 10^{-1})$
$\nu = 7/2$	$3.08 \cdot 10^0 (1.27 \cdot 10^{-1})$	$3.66 \cdot 10^0 (1.86 \cdot 10^{-1})$	$4.22 \cdot 10^0 (2.66 \cdot 10^{-1})$	$4.07 \cdot 10^0 (1.99 \cdot 10^{-1})$	$4.81 \cdot 10^0 (2.27 \cdot 10^{-1})$	$5.56 \cdot 10^0 (3.04 \cdot 10^{-1})$
$\nu = 9/2$	$3.12 \cdot 10^0 (1.28 \cdot 10^{-1})$	$3.80 \cdot 10^0 (2.09 \cdot 10^{-1})$	$4.84 \cdot 10^0 (5.18 \cdot 10^{-1})$	$4.16 \cdot 10^0 (2.11 \cdot 10^{-1})$	$6.83 \cdot 10^0 (3.54 \cdot 10^{-1})$	$6.84 \cdot 10^0 (4.00 \cdot 10^{-1})$
$\nu = \infty$	$3.38 \cdot 10^0 (1.33 \cdot 10^{-1})$	$4.12 \cdot 10^0 (2.44 \cdot 10^{-1})$	$6.78 \cdot 10^0 (1.24 \cdot 10^0)$	$4.36 \cdot 10^0 (2.12 \cdot 10^{-1})$	$3.01 \cdot 10^1 (3.08 \cdot 10^0)$	$1.44 \cdot 10^1 (2.32 \cdot 10^0)$
$\nu \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$3.04 \cdot 10^0 (1.24 \cdot 10^{-1})$	$3.71 \cdot 10^0 (2.13 \cdot 10^{-1})$	$7.16 \cdot 10^0 (1.30 \cdot 10^0)$	$4.02 \cdot 10^0 (2.11 \cdot 10^{-1})$	$3.12 \cdot 10^0 (1.47 \cdot 10^{-1})$	$1.48 \cdot 10^1 (2.33 \cdot 10^0)$

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	
NLL/SPE	$2.91 \cdot 10^0 (1.08 \cdot 10^{-1})$

*Averages of  $C_{0.95}(\theta)$ .*

$C_{0.95}(\theta)$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$\nu = 1/2$	$9.53 \cdot 10^{-1} (3.09 \cdot 10^{-3})$	$9.43 \cdot 10^{-1} (3.67 \cdot 10^{-3})$	$9.42 \cdot 10^{-1} (3.62 \cdot 10^{-3})$	$8.67 \cdot 10^{-1} (4.68 \cdot 10^{-3})$	$9.41 \cdot 10^{-1} (4.76 \cdot 10^{-3})$	$9.40 \cdot 10^{-1} (3.68 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 3/2$	$9.10 \cdot 10^{-1} (5.59 \cdot 10^{-3})$	$9.01 \cdot 10^{-1} (6.03 \cdot 10^{-3})$	$8.93 \cdot 10^{-1} (5.83 \cdot 10^{-3})$	$8.29 \cdot 10^{-1} (6.57 \cdot 10^{-3})$	$9.30 \cdot 10^{-1} (4.77 \cdot 10^{-3})$	$8.73 \cdot 10^{-1} (6.45 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 5/2$	$8.93 \cdot 10^{-1} (6.53 \cdot 10^{-3})$	$8.74 \cdot 10^{-1} (7.21 \cdot 10^{-3})$	$8.59 \cdot 10^{-1} (7.92 \cdot 10^{-3})$	$8.04 \cdot 10^{-1} (8.55 \cdot 10^{-3})$	$9.10 \cdot 10^{-1} (5.31 \cdot 10^{-3})$	$8.38 \cdot 10^{-1} (6.59 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 7/2$	$8.82 \cdot 10^{-1} (7.14 \cdot 10^{-3})$	$8.59 \cdot 10^{-1} (8.68 \cdot 10^{-3})$	$8.36 \cdot 10^{-1} (9.97 \cdot 10^{-3})$	$7.89 \cdot 10^{-1} (9.96 \cdot 10^{-3})$	$8.90 \cdot 10^{-1} (6.23 \cdot 10^{-3})$	$8.03 \cdot 10^{-1} (8.85 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 9/2$	$8.75 \cdot 10^{-1} (7.50 \cdot 10^{-3})$	$8.48 \cdot 10^{-1} (9.82 \cdot 10^{-3})$	$8.15 \cdot 10^{-1} (1.34 \cdot 10^{-2})$	$7.85 \cdot 10^{-1} (1.04 \cdot 10^{-2})$	$8.70 \cdot 10^{-1} (7.69 \cdot 10^{-3})$	$7.69 \cdot 10^{-1} (1.13 \cdot 10^{-2})$
$\nu = \infty$	$8.40 \cdot 10^{-1} (9.53 \cdot 10^{-3})$	$8.16 \cdot 10^{-1} (1.15 \cdot 10^{-2})$	$7.54 \cdot 10^{-1} (1.81 \cdot 10^{-2})$	$7.65 \cdot 10^{-1} (1.20 \cdot 10^{-2})$	$7.68 \cdot 10^{-1} (1.72 \cdot 10^{-2})$	$6.72 \cdot 10^{-1} (1.91 \cdot 10^{-2})$
$\nu \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$9.06 \cdot 10^{-1} (7.32 \cdot 10^{-3})$	$8.68 \cdot 10^{-1} (1.15 \cdot 10^{-2})$	$7.70 \cdot 10^{-1} (1.94 \cdot 10^{-2})$	$7.90 \cdot 10^{-1} (1.21 \cdot 10^{-2})$	$9.37 \cdot 10^{-1} (4.97 \cdot 10^{-3})$	$6.54 \cdot 10^{-1} (1.83 \cdot 10^{-2})$

$C_{0.95}(\theta)$	
NLL/SPE	$9.10 \cdot 10^{-1} (7.32 \cdot 10^{-3})$

**SM2.2.24. GKLS  $C^2$ ,  $n = 100$ ,  $d = 2$ .**

Averages of  $R(\theta; S^{\text{SPE}})$ .

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$6.33 \cdot 10^{-2} (4.04 \cdot 10^{-3})$	$6.11 \cdot 10^{-2} (4.06 \cdot 10^{-3})$	$6.05 \cdot 10^{-2} (3.98 \cdot 10^{-3})$	$5.99 \cdot 10^{-2} (3.94 \cdot 10^{-3})$	$1.53 \cdot 10^{-1} (2.65 \cdot 10^{-2})$	$6.11 \cdot 10^{-2} (4.16 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$4.40 \cdot 10^{-2} (2.96 \cdot 10^{-3})$	$4.40 \cdot 10^{-2} (3.61 \cdot 10^{-3})$	$4.24 \cdot 10^{-2} (3.26 \cdot 10^{-3})$	$4.09 \cdot 10^{-2} (2.81 \cdot 10^{-3})$	$4.13 \cdot 10^{-2} (3.05 \cdot 10^{-3})$	$4.69 \cdot 10^{-2} (3.58 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$4.20 \cdot 10^{-2} (2.74 \cdot 10^{-3})$	$4.57 \cdot 10^{-2} (4.32 \cdot 10^{-3})$	$4.45 \cdot 10^{-2} (4.09 \cdot 10^{-3})$	$4.21 \cdot 10^{-2} (3.56 \cdot 10^{-3})$	$5.86 \cdot 10^{-2} (5.30 \cdot 10^{-3})$	$7.21 \cdot 10^{-2} (7.26 \cdot 10^{-3})$
$v = 7/2$	$4.26 \cdot 10^{-2} (2.74 \cdot 10^{-3})$	$4.98 \cdot 10^{-2} (5.76 \cdot 10^{-3})$	$4.58 \cdot 10^{-2} (4.20 \cdot 10^{-3})$	$4.60 \cdot 10^{-2} (4.63 \cdot 10^{-3})$	$1.42 \cdot 10^{-1} (2.01 \cdot 10^{-2})$	$1.19 \cdot 10^{-1} (1.59 \cdot 10^{-2})$
$v = 9/2$	$4.37 \cdot 10^{-2} (2.78 \cdot 10^{-3})$	$5.11 \cdot 10^{-2} (4.59 \cdot 10^{-3})$	$4.76 \cdot 10^{-2} (4.38 \cdot 10^{-3})$	$4.64 \cdot 10^{-2} (3.95 \cdot 10^{-3})$	$3.57 \cdot 10^{-1} (5.46 \cdot 10^{-2})$	$3.00 \cdot 10^{-1} (7.41 \cdot 10^{-2})$
$v \in \{1/2, \dots, 9/2\}$	$4.35 \cdot 10^{-2} (2.78 \cdot 10^{-3})$	$4.94 \cdot 10^{-2} (4.85 \cdot 10^{-3})$	$4.67 \cdot 10^{-2} (4.47 \cdot 10^{-3})$	$4.50 \cdot 10^{-2} (4.01 \cdot 10^{-3})$	$1.59 \cdot 10^{-1} (2.39 \cdot 10^{-2})$	$2.57 \cdot 10^{-1} (7.19 \cdot 10^{-2})$

$R^*(S^{\text{SPE}})$	
$v = 1/2$	$5.41 \cdot 10^{-2} (3.74 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$3.15 \cdot 10^{-2} (2.08 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$2.89 \cdot 10^{-2} (1.83 \cdot 10^{-3})$
$v = 7/2$	$2.91 \cdot 10^{-2} (1.80 \cdot 10^{-3})$
$v = 9/2$	$2.97 \cdot 10^{-2} (1.81 \cdot 10^{-3})$
$v \in \{1/2, \dots, 9/2\}$	$2.72 \cdot 10^{-2} (1.76 \cdot 10^{-3})$

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	
NLL/SPE	$4.38 \cdot 10^{-2} (2.80 \cdot 10^{-3})$
linear	$4.73 \cdot 10^{-1} (2.02 \cdot 10^{-2})$
1NN	$1.37 \cdot 10^{-1} (6.54 \cdot 10^{-3})$
2NN	$1.18 \cdot 10^{-1} (6.05 \cdot 10^{-3})$

Averages of  $R(\theta; S^{\text{CRPS}})$ .

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$1.19 \cdot 10^{-1} (2.70 \cdot 10^{-3})$	$1.10 \cdot 10^{-1} (2.75 \cdot 10^{-3})$	$1.10 \cdot 10^{-1} (2.72 \cdot 10^{-3})$	$9.81 \cdot 10^{-2} (2.71 \cdot 10^{-3})$	$1.57 \cdot 10^{-1} (1.17 \cdot 10^{-2})$	$1.10 \cdot 10^{-1} (2.76 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$8.87 \cdot 10^{-2} (2.29 \cdot 10^{-3})$	$8.68 \cdot 10^{-2} (2.53 \cdot 10^{-3})$	$8.53 \cdot 10^{-2} (2.43 \cdot 10^{-3})$	$8.08 \cdot 10^{-2} (2.37 \cdot 10^{-3})$	$8.54 \cdot 10^{-2} (2.24 \cdot 10^{-3})$	$8.86 \cdot 10^{-2} (2.46 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$8.54 \cdot 10^{-2} (2.27 \cdot 10^{-3})$	$8.72 \cdot 10^{-2} (2.63 \cdot 10^{-3})$	$8.55 \cdot 10^{-2} (2.55 \cdot 10^{-3})$	$8.26 \cdot 10^{-2} (2.50 \cdot 10^{-3})$	$9.56 \cdot 10^{-2} (2.64 \cdot 10^{-3})$	$1.00 \cdot 10^{-1} (3.71 \cdot 10^{-3})$
$v = 7/2$	$8.58 \cdot 10^{-2} (2.29 \cdot 10^{-3})$	$9.00 \cdot 10^{-2} (2.63 \cdot 10^{-3})$	$8.74 \cdot 10^{-2} (2.59 \cdot 10^{-3})$	$8.60 \cdot 10^{-2} (2.75 \cdot 10^{-3})$	$1.25 \cdot 10^{-1} (4.03 \cdot 10^{-3})$	$1.18 \cdot 10^{-1} (5.68 \cdot 10^{-3})$
$v = 9/2$	$8.71 \cdot 10^{-2} (2.31 \cdot 10^{-3})$	$9.28 \cdot 10^{-2} (2.68 \cdot 10^{-3})$	$8.94 \cdot 10^{-2} (2.67 \cdot 10^{-3})$	$8.79 \cdot 10^{-2} (2.65 \cdot 10^{-3})$	$1.73 \cdot 10^{-1} (6.87 \cdot 10^{-3})$	$1.47 \cdot 10^{-1} (8.53 \cdot 10^{-3})$
$v \in \{1/2, \dots, 9/2\}$	$8.63 \cdot 10^{-2} (2.26 \cdot 10^{-3})$	$8.92 \cdot 10^{-2} (2.77 \cdot 10^{-3})$	$8.76 \cdot 10^{-2} (2.72 \cdot 10^{-3})$	$8.35 \cdot 10^{-2} (2.71 \cdot 10^{-3})$	$1.63 \cdot 10^{-1} (1.14 \cdot 10^{-2})$	$1.38 \cdot 10^{-1} (7.79 \cdot 10^{-3})$

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	
NLL/SPE	$8.70 \cdot 10^{-2} (2.25 \cdot 10^{-3})$

Averages of  $R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$ .

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$1.62 \cdot 10^0 (4.35 \cdot 10^{-2})$	$1.57 \cdot 10^0 (4.88 \cdot 10^{-2})$	$1.57 \cdot 10^0 (4.89 \cdot 10^{-2})$	$1.97 \cdot 10^0 (6.84 \cdot 10^{-2})$	$2.18 \cdot 10^0 (1.57 \cdot 10^{-1})$	$1.58 \cdot 10^0 (5.12 \cdot 10^{-2})$
$v = 3/2$	$1.19 \cdot 10^0 (3.97 \cdot 10^{-2})$	$1.22 \cdot 10^0 (5.06 \cdot 10^{-2})$	$1.20 \cdot 10^0 (4.75 \cdot 10^{-2})$	$1.48 \cdot 10^0 (5.75 \cdot 10^{-2})$	$1.16 \cdot 10^0 (4.07 \cdot 10^{-2})$	$1.24 \cdot 10^0 (4.79 \cdot 10^{-2})$
$v = 5/2$	$1.13 \cdot 10^0 (3.98 \cdot 10^{-2})$	$1.20 \cdot 10^0 (5.53 \cdot 10^{-2})$	$1.17 \cdot 10^0 (5.38 \cdot 10^{-2})$	$1.43 \cdot 10^0 (6.87 \cdot 10^{-2})$	$1.23 \cdot 10^0 (4.57 \cdot 10^{-2})$	$1.41 \cdot 10^0 (7.47 \cdot 10^{-2})$
$v = 7/2$	$1.13 \cdot 10^0 (4.07 \cdot 10^{-2})$	$1.21 \cdot 10^0 (5.46 \cdot 10^{-2})$	$1.18 \cdot 10^0 (5.72 \cdot 10^{-2})$	$1.44 \cdot 10^0 (7.68 \cdot 10^{-2})$	$1.56 \cdot 10^0 (6.04 \cdot 10^{-2})$	$1.61 \cdot 10^0 (9.59 \cdot 10^{-2})$
$v = 9/2$	$1.14 \cdot 10^0 (4.18 \cdot 10^{-2})$	$1.24 \cdot 10^0 (5.54 \cdot 10^{-2})$	$1.20 \cdot 10^0 (6.02 \cdot 10^{-2})$	$1.43 \cdot 10^0 (7.13 \cdot 10^{-2})$	$2.06 \cdot 10^0 (9.03 \cdot 10^{-2})$	$1.94 \cdot 10^0 (1.23 \cdot 10^{-1})$
$v \in \{1/2, \dots, 9/2\}$	$1.16 \cdot 10^0 (4.13 \cdot 10^{-2})$	$1.25 \cdot 10^0 (5.98 \cdot 10^{-2})$	$1.21 \cdot 10^0 (6.18 \cdot 10^{-2})$	$1.50 \cdot 10^0 (6.90 \cdot 10^{-2})$	$2.21 \cdot 10^0 (1.41 \cdot 10^{-1})$	$1.83 \cdot 10^0 (1.11 \cdot 10^{-1})$

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	
NLL/SPE	$1.17 \cdot 10^0 (4.14 \cdot 10^{-2})$

Averages of  $C_{0.95}(\theta)$ .

$C_{0.95}(\theta)$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$9.69 \cdot 10^{-1} (1.58 \cdot 10^{-3})$	$9.52 \cdot 10^{-1} (1.87 \cdot 10^{-3})$	$9.52 \cdot 10^{-1} (1.90 \cdot 10^{-3})$	$8.61 \cdot 10^{-1} (3.35 \cdot 10^{-3})$	$9.48 \cdot 10^{-1} (3.28 \cdot 10^{-3})$	$9.51 \cdot 10^{-1} (1.96 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$9.49 \cdot 10^{-1} (2.46 \cdot 10^{-3})$	$9.34 \cdot 10^{-1} (2.71 \cdot 10^{-3})$	$9.33 \cdot 10^{-1} (2.71 \cdot 10^{-3})$	$8.54 \cdot 10^{-1} (4.06 \cdot 10^{-3})$	$9.38 \cdot 10^{-1} (2.59 \cdot 10^{-3})$	$9.33 \cdot 10^{-1} (2.75 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$9.32 \cdot 10^{-1} (3.19 \cdot 10^{-3})$	$9.19 \cdot 10^{-1} (3.57 \cdot 10^{-3})$	$9.19 \cdot 10^{-1} (3.76 \cdot 10^{-3})$	$8.44 \cdot 10^{-1} (5.05 \cdot 10^{-3})$	$9.26 \cdot 10^{-1} (3.71 \cdot 10^{-3})$	$9.13 \cdot 10^{-1} (3.71 \cdot 10^{-3})$
$v = 7/2$	$9.20 \cdot 10^{-1} (3.65 \cdot 10^{-3})$	$9.11 \cdot 10^{-1} (4.03 \cdot 10^{-3})$	$9.11 \cdot 10^{-1} (4.33 \cdot 10^{-3})$	$8.36 \cdot 10^{-1} (5.96 \cdot 10^{-3})$	$9.18 \cdot 10^{-1} (4.38 \cdot 10^{-3})$	$8.99 \cdot 10^{-1} (4.37 \cdot 10^{-3})$
$v = 9/2$	$9.11 \cdot 10^{-1} (3.97 \cdot 10^{-3})$	$9.06 \cdot 10^{-1} (4.41 \cdot 10^{-3})$	$9.05 \cdot 10^{-1} (4.72 \cdot 10^{-3})$	$8.33 \cdot 10^{-1} (6.33 \cdot 10^{-3})$	$9.11 \cdot 10^{-1} (4.71 \cdot 10^{-3})$	$8.85 \cdot 10^{-1} (4.88 \cdot 10^{-3})$
$v \in \{1/2, \dots, 9/2\}$	$9.27 \cdot 10^{-1} (3.46 \cdot 10^{-3})$	$9.12 \cdot 10^{-1} (4.19 \cdot 10^{-3})$	$9.06 \cdot 10^{-1} (4.69 \cdot 10^{-3})$	$8.33 \cdot 10^{-1} (5.32 \cdot 10^{-3})$	$9.48 \cdot 10^{-1} (2.57 \cdot 10^{-3})$	$8.86 \cdot 10^{-1} (4.92 \cdot 10^{-3})$

$C_{0.95}(\theta)$	
NLL/SPE	$9.28 \cdot 10^{-1} (3.64 \cdot 10^{-3})$

SM2.2.25. GKLS  $C^2$ ,  $n = 50$ ,  $d = 5$ .

SUPPLEMENTARY MATERIALS: PARAMETER SELECTION IN GAUSSIAN PROCESS INTERPOLATION  
SM35

Averages of  $R(\theta; S^{\text{SPE}})$ .

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$9.58 \cdot 10^{-2} (4.36 \cdot 10^{-3})$	$4.52 \cdot 10^{-2} (3.03 \cdot 10^{-3})$	$4.42 \cdot 10^{-2} (2.98 \cdot 10^{-3})$	$4.13 \cdot 10^{-2} (2.77 \cdot 10^{-3})$	$2.98 \cdot 10^{16} (2.98 \cdot 10^{16})$	$4.49 \cdot 10^{-2} (3.18 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$4.65 \cdot 10^{-2} (3.79 \cdot 10^{-3})$	$5.63 \cdot 10^{-2} (5.92 \cdot 10^{-3})$	$5.29 \cdot 10^{-2} (4.78 \cdot 10^{-3})$	$4.52 \cdot 10^{-2} (3.91 \cdot 10^{-3})$	$2.44 \cdot 10^{11} (2.44 \cdot 10^{11})$	$7.97 \cdot 10^{-2} (1.74 \cdot 10^{-2})$
$v = 5/2$	$5.13 \cdot 10^{-2} (4.41 \cdot 10^{-3})$	$7.37 \cdot 10^{-2} (7.49 \cdot 10^{-3})$	$7.26 \cdot 10^{-2} (7.25 \cdot 10^{-3})$	$6.07 \cdot 10^{-2} (4.85 \cdot 10^{-3})$	$7.03 \cdot 10^{-2} (9.44 \cdot 10^{-3})$	$1.15 \cdot 10^{-1} (2.64 \cdot 10^{-2})$
$v = 7/2$	$5.65 \cdot 10^{-2} (4.88 \cdot 10^{-3})$	$8.94 \cdot 10^{-2} (9.16 \cdot 10^{-3})$	$9.38 \cdot 10^{-2} (1.09 \cdot 10^{-2})$	$7.34 \cdot 10^{-2} (5.91 \cdot 10^{-3})$	$1.53 \cdot 10^{-1} (2.92 \cdot 10^{-2})$	$1.27 \cdot 10^{-1} (3.32 \cdot 10^{-2})$
$v = 9/2$	$6.04 \cdot 10^{-2} (5.20 \cdot 10^{-3})$	$9.33 \cdot 10^{-2} (8.63 \cdot 10^{-3})$	$1.06 \cdot 10^{-1} (1.26 \cdot 10^{-2})$	$8.45 \cdot 10^{-2} (7.64 \cdot 10^{-3})$	$2.25 \cdot 10^{-1} (4.51 \cdot 10^{-2})$	$1.31 \cdot 10^{-1} (2.77 \cdot 10^{-2})$
$v = 11/2$	$6.23 \cdot 10^{-2} (5.35 \cdot 10^{-3})$	$1.04 \cdot 10^{-1} (1.10 \cdot 10^{-2})$	$1.12 \cdot 10^{-1} (1.33 \cdot 10^{-2})$	$8.71 \cdot 10^{-2} (7.70 \cdot 10^{-3})$	$2.50 \cdot 10^{-1} (5.04 \cdot 10^{-2})$	$1.48 \cdot 10^{-1} (2.83 \cdot 10^{-2})$
$v = 21/2$	$6.62 \cdot 10^{-2} (5.65 \cdot 10^{-3})$	$1.20 \cdot 10^{-1} (1.38 \cdot 10^{-2})$	$1.21 \cdot 10^{-1} (1.45 \cdot 10^{-2})$	$9.85 \cdot 10^{-2} (9.40 \cdot 10^{-3})$	$2.71 \cdot 10^{-1} (5.47 \cdot 10^{-2})$	$1.74 \cdot 10^{-1} (3.76 \cdot 10^{-2})$
$v = \infty$	$7.05 \cdot 10^{-2} (6.07 \cdot 10^{-3})$	$1.20 \cdot 10^{-1} (1.35 \cdot 10^{-2})$	$1.20 \cdot 10^{-1} (1.44 \cdot 10^{-2})$	$1.02 \cdot 10^{-1} (1.04 \cdot 10^{-2})$	$2.79 \cdot 10^{-1} (5.66 \cdot 10^{-2})$	$1.68 \cdot 10^{-1} (2.94 \cdot 10^{-2})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$4.82 \cdot 10^{-2} (4.02 \cdot 10^{-3})$	$1.02 \cdot 10^{-1} (1.18 \cdot 10^{-2})$	$1.17 \cdot 10^{-1} (1.43 \cdot 10^{-2})$	$8.70 \cdot 10^{-2} (9.39 \cdot 10^{-3})$	$1.41 \cdot 10^{-1} (2.74 \cdot 10^{-2})$	$1.66 \cdot 10^{-1} (3.49 \cdot 10^{-2})$

$R^*(S^{\text{SPE}})$	
$v = 1/2$	$3.80 \cdot 10^{-2} (2.60 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$3.59 \cdot 10^{-2} (2.79 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$3.75 \cdot 10^{-2} (2.99 \cdot 10^{-3})$
$v = 7/2$	$3.93 \cdot 10^{-2} (3.10 \cdot 10^{-3})$
$v = 9/2$	$4.06 \cdot 10^{-2} (3.18 \cdot 10^{-3})$
$v = 11/2$	$4.17 \cdot 10^{-2} (3.26 \cdot 10^{-3})$
$v = 21/2$	$4.36 \cdot 10^{-2} (3.42 \cdot 10^{-3})$
$v = \infty$	$4.59 \cdot 10^{-2} (3.63 \cdot 10^{-3})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$3.27 \cdot 10^{-2} (2.62 \cdot 10^{-3})$

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	
NLL/SPE	$5.36 \cdot 10^{-2} (4.98 \cdot 10^{-3})$
linear	$2.31 \cdot 10^{-1} (9.24 \cdot 10^{-3})$
1NN	$4.74 \cdot 10^{-1} (7.20 \cdot 10^{-3})$
2NN	$3.59 \cdot 10^{-1} (6.44 \cdot 10^{-3})$

Averages of  $R(\theta; S^{\text{CRPS}})$ .

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$1.62 \cdot 10^{-1} (3.13 \cdot 10^{-3})$	$9.14 \cdot 10^{-2} (2.94 \cdot 10^{-3})$	$8.97 \cdot 10^{-2} (2.84 \cdot 10^{-3})$	$8.21 \cdot 10^{-2} (2.10 \cdot 10^{-3})$	$9.31 \cdot 10^6 (9.31 \cdot 10^6)$	$8.98 \cdot 10^{-2} (3.06 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$8.62 \cdot 10^{-2} (3.89 \cdot 10^{-3})$	$9.16 \cdot 10^{-2} (6.02 \cdot 10^{-3})$	$8.80 \cdot 10^{-2} (5.30 \cdot 10^{-3})$	$7.70 \cdot 10^{-2} (4.54 \cdot 10^{-3})$	$2.34 \cdot 10^4 (2.34 \cdot 10^4)$	$1.03 \cdot 10^{-1} (9.56 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$8.59 \cdot 10^{-2} (4.89 \cdot 10^{-3})$	$1.09 \cdot 10^{-1} (6.79 \cdot 10^{-3})$	$1.03 \cdot 10^{-1} (6.15 \cdot 10^{-3})$	$9.88 \cdot 10^{-2} (5.43 \cdot 10^{-3})$	$1.00 \cdot 10^{-1} (6.88 \cdot 10^{-3})$	$1.18 \cdot 10^{-1} (1.11 \cdot 10^{-2})$
$v = 7/2$	$9.27 \cdot 10^{-2} (5.15 \cdot 10^{-3})$	$1.26 \cdot 10^{-1} (7.74 \cdot 10^{-3})$	$1.23 \cdot 10^{-1} (7.86 \cdot 10^{-3})$	$1.14 \cdot 10^{-1} (6.18 \cdot 10^{-3})$	$1.49 \cdot 10^{-1} (1.16 \cdot 10^{-2})$	$1.27 \cdot 10^{-1} (1.06 \cdot 10^{-2})$
$v = 9/2$	$9.76 \cdot 10^{-2} (5.39 \cdot 10^{-3})$	$1.32 \cdot 10^{-1} (7.73 \cdot 10^{-3})$	$1.35 \cdot 10^{-1} (8.82 \cdot 10^{-3})$	$1.26 \cdot 10^{-1} (7.21 \cdot 10^{-3})$	$1.82 \cdot 10^{-1} (1.46 \cdot 10^{-2})$	$1.38 \cdot 10^{-1} (1.01 \cdot 10^{-2})$
$v = 11/2$	$1.00 \cdot 10^{-1} (5.48 \cdot 10^{-3})$	$1.40 \cdot 10^{-1} (8.59 \cdot 10^{-3})$	$1.40 \cdot 10^{-1} (9.16 \cdot 10^{-3})$	$1.30 \cdot 10^{-1} (7.16 \cdot 10^{-3})$	$1.92 \cdot 10^{-1} (1.55 \cdot 10^{-2})$	$1.54 \cdot 10^{-1} (1.16 \cdot 10^{-2})$
$v = 21/2$	$1.05 \cdot 10^{-1} (5.67 \cdot 10^{-3})$	$1.53 \cdot 10^{-1} (9.81 \cdot 10^{-3})$	$1.50 \cdot 10^{-1} (9.98 \cdot 10^{-3})$	$1.40 \cdot 10^{-1} (8.17 \cdot 10^{-3})$	$2.00 \cdot 10^{-1} (1.62 \cdot 10^{-2})$	$1.65 \cdot 10^{-1} (1.33 \cdot 10^{-2})$
$v = \infty$	$1.10 \cdot 10^{-1} (5.95 \cdot 10^{-3})$	$1.51 \cdot 10^{-1} (9.43 \cdot 10^{-3})$	$1.52 \cdot 10^{-1} (9.95 \cdot 10^{-3})$	$1.43 \cdot 10^{-1} (8.17 \cdot 10^{-3})$	$2.03 \cdot 10^{-1} (1.65 \cdot 10^{-2})$	$1.67 \cdot 10^{-1} (1.27 \cdot 10^{-2})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$8.37 \cdot 10^{-2} (4.48 \cdot 10^{-3})$	$1.36 \cdot 10^{-1} (9.09 \cdot 10^{-3})$	$1.48 \cdot 10^{-1} (9.82 \cdot 10^{-3})$	$1.25 \cdot 10^{-1} (8.10 \cdot 10^{-3})$	$1.35 \cdot 10^{-1} (1.50 \cdot 10^{-2})$	$1.61 \cdot 10^{-1} (1.24 \cdot 10^{-2})$

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	
NLL/SPE	$8.94 \cdot 10^{-2} (5.44 \cdot 10^{-3})$

Averages of  $R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$ .

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$1.76 \cdot 10^0 (3.21 \cdot 10^{-2})$	$1.24 \cdot 10^0 (4.31 \cdot 10^{-2})$	$1.23 \cdot 10^0 (4.31 \cdot 10^{-2})$	$1.22 \cdot 10^0 (4.45 \cdot 10^{-2})$	$7.54 \cdot 10^7 (7.54 \cdot 10^7)$	$1.23 \cdot 10^0 (4.41 \cdot 10^{-2})$
$v = 3/2$	$1.24 \cdot 10^0 (5.08 \cdot 10^{-2})$	$1.38 \cdot 10^0 (8.00 \cdot 10^{-2})$	$1.35 \cdot 10^0 (6.81 \cdot 10^{-2})$	$1.45 \cdot 10^0 (7.56 \cdot 10^{-2})$	$2.13 \cdot 10^5 (2.13 \cdot 10^5)$	$1.56 \cdot 10^0 (1.46 \cdot 10^{-1})$
$v = 5/2$	$1.33 \cdot 10^0 (6.03 \cdot 10^{-2})$	$1.77 \cdot 10^0 (9.92 \cdot 10^{-2})$	$1.80 \cdot 10^0 (9.53 \cdot 10^{-2})$	$1.88 \cdot 10^0 (9.15 \cdot 10^{-2})$	$1.41 \cdot 10^0 (7.18 \cdot 10^{-2})$	$1.99 \cdot 10^0 (1.70 \cdot 10^{-1})$
$v = 7/2$	$1.43 \cdot 10^0 (6.43 \cdot 10^{-2})$	$2.23 \cdot 10^0 (1.42 \cdot 10^{-1})$	$2.26 \cdot 10^0 (1.34 \cdot 10^{-1})$	$2.31 \cdot 10^0 (1.23 \cdot 10^{-1})$	$1.79 \cdot 10^0 (1.06 \cdot 10^{-1})$	$2.22 \cdot 10^0 (1.66 \cdot 10^{-1})$
$v = 9/2$	$1.50 \cdot 10^0 (6.69 \cdot 10^{-2})$	$2.41 \cdot 10^0 (1.48 \cdot 10^{-1})$	$2.68 \cdot 10^0 (1.71 \cdot 10^{-1})$	$2.68 \cdot 10^0 (1.63 \cdot 10^{-1})$	$2.13 \cdot 10^0 (1.37 \cdot 10^{-1})$	$2.57 \cdot 10^0 (1.67 \cdot 10^{-1})$
$v = 11/2$	$1.54 \cdot 10^0 (6.83 \cdot 10^{-2})$	$2.68 \cdot 10^0 (1.71 \cdot 10^{-1})$	$2.84 \cdot 10^0 (1.82 \cdot 10^{-1})$	$2.78 \cdot 10^0 (1.56 \cdot 10^{-1})$	$2.27 \cdot 10^0 (1.49 \cdot 10^{-1})$	$2.90 \cdot 10^0 (1.75 \cdot 10^{-1})$
$v = 21/2$	$1.64 \cdot 10^0 (7.14 \cdot 10^{-2})$	$3.07 \cdot 10^0 (1.99 \cdot 10^{-1})$	$3.22 \cdot 10^0 (2.16 \cdot 10^{-1})$	$3.13 \cdot 10^0 (1.84 \cdot 10^{-1})$	$2.39 \cdot 10^0 (1.61 \cdot 10^{-1})$	$3.25 \cdot 10^0 (2.51 \cdot 10^{-1})$
$v = \infty$	$1.74 \cdot 10^0 (7.57 \cdot 10^{-2})$	$3.05 \cdot 10^0 (1.84 \cdot 10^{-1})$	$3.28 \cdot 10^0 (2.14 \cdot 10^{-1})$	$3.26 \cdot 10^0 (1.88 \cdot 10^{-1})$	$2.44 \cdot 10^0 (1.67 \cdot 10^{-1})$	$3.38 \cdot 10^0 (2.40 \cdot 10^{-1})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$1.33 \cdot 10^0 (5.95 \cdot 10^{-2})$	$2.82 \cdot 10^0 (1.88 \cdot 10^{-1})$	$3.31 \cdot 10^0 (2.23 \cdot 10^{-1})$	$2.94 \cdot 10^0 (2.03 \cdot 10^{-1})$	$1.65 \cdot 10^0 (1.21 \cdot 10^{-1})$	$3.37 \cdot 10^0 (2.43 \cdot 10^{-1})$

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	
NLL/SPE	$1.41 \cdot 10^0 (7.28 \cdot 10^{-2})$

Averages of  $C_{0.95}(\theta)$ .

$C_{0.95}(\theta)$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$9.77 \cdot 10^{-1} (1.84 \cdot 10^{-3})$	$9.52 \cdot 10^{-1} (2.37 \cdot 10^{-3})$	$9.54 \cdot 10^{-1} (2.22 \cdot 10^{-3})$	$9.23 \cdot 10^{-1} (2.32 \cdot 10^{-3})$	$9.21 \cdot 10^{-1} (6.24 \cdot 10^{-3})$	$9.55 \cdot 10^{-1} (2.11 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$9.56 \cdot 10^{-1} (2.18 \cdot 10^{-3})$	$9.07 \cdot 10^{-1} (5.38 \cdot 10^{-3})$	$9.10 \cdot 10^{-1} (4.30 \cdot 10^{-3})$	$8.09 \cdot 10^{-1} (1.95 \cdot 10^{-2})$	$9.42 \cdot 10^{-1} (2.41 \cdot 10^{-3})$	$9.01 \cdot 10^{-1} (5.63 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$9.17 \cdot 10^{-1} (2.91 \cdot 10^{-3})$	$8.17 \cdot 10^{-1} (8.84 \cdot 10^{-3})$	$8.17 \cdot 10^{-1} (8.80 \cdot 10^{-3})$	$7.46 \cdot 10^{-1} (1.28 \cdot 10^{-2})$	$9.28 \cdot 10^{-1} (3.09 \cdot 10^{-3})$	$8.27 \cdot 10^{-1} (6.97 \cdot 10^{-3})$
$v = 7/2$	$8.81 \cdot 10^{-1} (4.61 \cdot 10^{-3})$	$7.16 \cdot 10^{-1} (1.31 \cdot 10^{-2})$	$7.10 \cdot 10^{-1} (1.15 \cdot 10^{-2})$	$6.52 \cdot 10^{-1} (1.48 \cdot 10^{-2})$	$8.96 \cdot 10^{-1} (6.36 \cdot 10^{-3})$	$7.41 \cdot 10^{-1} (9.79 \cdot 10^{-3})$
$v = 9/2$	$8.56 \cdot 10^{-1} (6.27 \cdot 10^{-3})$	$6.64 \cdot 10^{-1} (1.43 \cdot 10^{-2})$	$6.36 \cdot 10^{-1} (1.32 \cdot 10^{-2})$	$5.99 \cdot 10^{-1} (1.49 \cdot 10^{-2})$	$8.68 \cdot 10^{-1} (7.82 \cdot 10^{-3})$	$6.76 \cdot 10^{-1} (1.24 \cdot 10^{-2})$
$v = 11/2$	$8.41 \cdot 10^{-1} (7.09 \cdot 10^{-3})$	$6.37 \cdot 10^{-1} (1.49 \cdot 10^{-2})$	$6.12 \cdot 10^{-1} (1.36 \cdot 10^{-2})$	$5.69 \cdot 10^{-1} (1.59 \cdot 10^{-2})$	$8.59 \cdot 10^{-1} (8.05 \cdot 10^{-3})$	$6.27 \cdot 10^{-1} (1.18 \cdot 10^{-2})$
$v = 21/2$	$8.13 \cdot 10^{-1} (8.21 \cdot 10^{-3})$	$5.86 \cdot 10^{-1} (1.50 \cdot 10^{-2})$	$5.60 \cdot 10^{-1} (1.43 \cdot 10^{-2})$	$5.33 \cdot 10^{-1} (1.55 \cdot 10^{-2})$	$8.51 \cdot 10^{-1} (8.10 \cdot 10^{-3})$	$5.94 \cdot 10^{-1} (1.22 \cdot 10^{-2})$
$v = \infty$	$7.88 \cdot 10^{-1} (8.88 \cdot 10^{-3})$	$5.76 \cdot 10^{-1} (1.40 \cdot 10^{-2})$	$5.34 \cdot 10^{-1} (1.44 \cdot 10^{-2})$	$5.14 \cdot 10^{-1} (1.50 \cdot 10^{-2})$	$8.47 \cdot 10^{-1} (8.11 \cdot 10^{-3})$	$5.72 \cdot 10^{-1} (1.20 \cdot 10^{-2})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$8.93 \cdot 10^{-1} (7.72 \cdot 10^{-3})$	$6.15 \cdot 10^{-1} (1.92 \cdot 10^{-2})$	$5.39 \cdot 10^{-1} (1.58 \cdot 10^{-2})$	$5.58 \cdot 10^{-1} (1.96 \cdot 10^{-2})$	$9.43 \cdot 10^{-1} (2.10 \cdot 10^{-3})$	$5.74 \cdot 10^{-1} (1.36 \cdot 10^{-2})$

$C_{0.95}(\theta)$	
NLL/SPE	$8.95 \cdot 10^{-1} (8.69 \cdot 10^{-3})$

### SM2.2.26. GKLS $C^2$ , $n = 100$ , $d = 5$ .

Averages of  $R(\theta; S^{\text{SPE}})$ .

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$5.01 \cdot 10^{-2} (2.77 \cdot 10^{-3})$	$3.32 \cdot 10^{-2} (2.52 \cdot 10^{-3})$	$3.30 \cdot 10^{-2} (2.50 \cdot 10^{-3})$	$3.13 \cdot 10^{-2} (2.43 \cdot 10^{-3})$	$1.80 \cdot 10^0 (1.80 \cdot 10^0)$	$3.34 \cdot 10^{-2} (2.51 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$3.45 \cdot 10^{-2} (2.70 \cdot 10^{-3})$	$3.81 \cdot 10^{-2} (3.03 \cdot 10^{-3})$	$3.98 \cdot 10^{-2} (3.31 \cdot 10^{-3})$	$3.42 \cdot 10^{-2} (2.76 \cdot 10^{-3})$	$4.93 \cdot 10^0 (4.89 \cdot 10^0)$	$4.23 \cdot 10^{-2} (3.73 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$4.01 \cdot 10^{-2} (3.13 \cdot 10^{-3})$	$5.19 \cdot 10^{-2} (4.89 \cdot 10^{-3})$	$5.43 \cdot 10^{-2} (4.59 \cdot 10^{-3})$	$4.60 \cdot 10^{-2} (3.93 \cdot 10^{-3})$	$4.97 \cdot 10^{-2} (4.16 \cdot 10^{-3})$	$6.93 \cdot 10^{-2} (1.03 \cdot 10^{-2})$
$v = 7/2$	$4.34 \cdot 10^{-2} (3.33 \cdot 10^{-3})$	$5.98 \cdot 10^{-2} (5.72 \cdot 10^{-3})$	$6.29 \cdot 10^{-2} (5.45 \cdot 10^{-3})$	$5.27 \cdot 10^{-2} (4.50 \cdot 10^{-3})$	$8.23 \cdot 10^{-2} (8.14 \cdot 10^{-3})$	$8.78 \cdot 10^{-2} (1.47 \cdot 10^{-2})$
$v = 9/2$	$4.56 \cdot 10^{-2} (3.47 \cdot 10^{-3})$	$6.52 \cdot 10^{-2} (6.32 \cdot 10^{-3})$	$6.71 \cdot 10^{-2} (5.55 \cdot 10^{-3})$	$5.65 \cdot 10^{-2} (4.76 \cdot 10^{-3})$	$1.27 \cdot 10^{-1} (1.65 \cdot 10^{-2})$	$8.04 \cdot 10^{-2} (7.63 \cdot 10^{-3})$
$v = 11/2$	$4.72 \cdot 10^{-2} (3.56 \cdot 10^{-3})$	$6.39 \cdot 10^{-2} (6.17 \cdot 10^{-3})$	$6.93 \cdot 10^{-2} (5.49 \cdot 10^{-3})$	$5.84 \cdot 10^{-2} (4.42 \cdot 10^{-3})$	$1.59 \cdot 10^{-1} (2.41 \cdot 10^{-2})$	$8.16 \cdot 10^{-2} (7.00 \cdot 10^{-3})$
$v = 21/2$	$5.11 \cdot 10^{-2} (3.78 \cdot 10^{-3})$	$6.81 \cdot 10^{-2} (5.87 \cdot 10^{-3})$	$7.40 \cdot 10^{-2} (6.37 \cdot 10^{-3})$	$6.25 \cdot 10^{-2} (4.65 \cdot 10^{-3})$	$1.86 \cdot 10^{-1} (3.08 \cdot 10^{-2})$	$9.78 \cdot 10^{-2} (1.05 \cdot 10^{-2})$
$v = \infty$	$5.59 \cdot 10^{-2} (4.10 \cdot 10^{-3})$	$7.75 \cdot 10^{-2} (6.91 \cdot 10^{-3})$	$8.55 \cdot 10^{-2} (7.72 \cdot 10^{-3})$	$7.41 \cdot 10^{-2} (6.61 \cdot 10^{-3})$	$1.93 \cdot 10^{-1} (3.22 \cdot 10^{-2})$	$1.06 \cdot 10^{-1} (1.13 \cdot 10^{-2})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$3.58 \cdot 10^{-2} (2.89 \cdot 10^{-3})$	$5.69 \cdot 10^{-2} (5.77 \cdot 10^{-3})$	$7.05 \cdot 10^{-2} (7.49 \cdot 10^{-3})$	$4.27 \cdot 10^{-2} (4.21 \cdot 10^{-3})$	$1.67 \cdot 10^{-1} (3.24 \cdot 10^{-2})$	$1.07 \cdot 10^{-1} (1.58 \cdot 10^{-2})$

$R^*(S^{\text{SPE}})$	
$v = 1/2$	$2.99 \cdot 10^{-2} (2.36 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$2.88 \cdot 10^{-2} (2.32 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$3.00 \cdot 10^{-2} (2.29 \cdot 10^{-3})$
$v = 7/2$	$3.19 \cdot 10^{-2} (2.36 \cdot 10^{-3})$
$v = 9/2$	$3.33 \cdot 10^{-2} (2.42 \cdot 10^{-3})$
$v = 11/2$	$3.42 \cdot 10^{-2} (2.46 \cdot 10^{-3})$
$v = 21/2$	$3.62 \cdot 10^{-2} (2.54 \cdot 10^{-3})$
$v = \infty$	$3.89 \cdot 10^{-2} (2.70 \cdot 10^{-3})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$2.56 \cdot 10^{-2} (1.99 \cdot 10^{-3})$

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	
NLL/SPE	$3.77 \cdot 10^{-2} (3.10 \cdot 10^{-3})$
linear	$2.24 \cdot 10^{-1} (9.44 \cdot 10^{-3})$
1NN	$3.66 \cdot 10^{-1} (5.94 \cdot 10^{-3})$
2NN	$2.80 \cdot 10^{-1} (5.46 \cdot 10^{-3})$

Averages of  $R(\theta; S^{\text{CRPS}})$ .

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$1.10 \cdot 10^{-1} (2.16 \cdot 10^{-3})$	$7.11 \cdot 10^{-2} (2.41 \cdot 10^{-3})$	$7.08 \cdot 10^{-2} (2.39 \cdot 10^{-3})$	$6.26 \cdot 10^{-2} (1.81 \cdot 10^{-3})$	$7.02 \cdot 10^0 (6.72 \cdot 10^0)$	$7.13 \cdot 10^{-2} (2.45 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$6.74 \cdot 10^{-2} (3.13 \cdot 10^{-3})$	$7.03 \cdot 10^{-2} (3.72 \cdot 10^{-3})$	$7.04 \cdot 10^{-2} (3.73 \cdot 10^{-3})$	$6.18 \cdot 10^{-2} (3.21 \cdot 10^{-3})$	$1.67 \cdot 10^{-1} (1.02 \cdot 10^{-1})$	$7.26 \cdot 10^{-2} (3.99 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$7.16 \cdot 10^{-2} (3.78 \cdot 10^{-3})$	$8.21 \cdot 10^{-2} (4.64 \cdot 10^{-3})$	$8.20 \cdot 10^{-2} (4.56 \cdot 10^{-3})$	$7.57 \cdot 10^{-2} (4.14 \cdot 10^{-3})$	$8.56 \cdot 10^{-2} (4.91 \cdot 10^{-3})$	$8.90 \cdot 10^{-2} (5.78 \cdot 10^{-3})$
$v = 7/2$	$7.68 \cdot 10^{-2} (3.96 \cdot 10^{-3})$	$9.05 \cdot 10^{-2} (5.08 \cdot 10^{-3})$	$9.18 \cdot 10^{-2} (5.08 \cdot 10^{-3})$	$8.53 \cdot 10^{-2} (4.51 \cdot 10^{-3})$	$1.12 \cdot 10^{-1} (7.08 \cdot 10^{-3})$	$1.02 \cdot 10^{-1} (6.64 \cdot 10^{-3})$
$v = 9/2$	$8.03 \cdot 10^{-2} (4.06 \cdot 10^{-3})$	$9.63 \cdot 10^{-2} (5.46 \cdot 10^{-3})$	$9.65 \cdot 10^{-2} (5.25 \cdot 10^{-3})$	$9.06 \cdot 10^{-2} (4.86 \cdot 10^{-3})$	$1.36 \cdot 10^{-1} (9.59 \cdot 10^{-3})$	$1.05 \cdot 10^{-1} (6.00 \cdot 10^{-3})$
$v = 11/2$	$8.28 \cdot 10^{-2} (4.14 \cdot 10^{-3})$	$9.68 \cdot 10^{-2} (5.29 \cdot 10^{-3})$	$1.01 \cdot 10^{-1} (5.32 \cdot 10^{-3})$	$9.48 \cdot 10^{-2} (4.88 \cdot 10^{-3})$	$1.50 \cdot 10^{-1} (1.12 \cdot 10^{-2})$	$1.08 \cdot 10^{-1} (5.97 \cdot 10^{-3})$
$v = 21/2$	$8.85 \cdot 10^{-2} (4.37 \cdot 10^{-3})$	$1.03 \cdot 10^{-1} (5.46 \cdot 10^{-3})$	$1.07 \cdot 10^{-1} (5.76 \cdot 10^{-3})$	$1.01 \cdot 10^{-1} (5.08 \cdot 10^{-3})$	$1.61 \cdot 10^{-1} (1.26 \cdot 10^{-2})$	$1.19 \cdot 10^{-1} (7.26 \cdot 10^{-3})$
$v = \infty$	$9.48 \cdot 10^{-2} (4.69 \cdot 10^{-3})$	$1.11 \cdot 10^{-1} (6.25 \cdot 10^{-3})$	$1.17 \cdot 10^{-1} (6.73 \cdot 10^{-3})$	$1.12 \cdot 10^{-1} (6.22 \cdot 10^{-3})$	$1.64 \cdot 10^{-1} (1.31 \cdot 10^{-2})$	$1.25 \cdot 10^{-1} (7.68 \cdot 10^{-3})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$6.66 \cdot 10^{-2} (3.50 \cdot 10^{-3})$	$8.68 \cdot 10^{-2} (5.30 \cdot 10^{-3})$	$9.80 \cdot 10^{-2} (6.22 \cdot 10^{-3})$	$7.18 \cdot 10^{-2} (4.54 \cdot 10^{-3})$	$1.45 \cdot 10^{-1} (1.76 \cdot 10^{-2})$	$1.20 \cdot 10^{-1} (7.64 \cdot 10^{-3})$

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	
NLL/SPE	$7.01 \cdot 10^{-2} (3.81 \cdot 10^{-3})$

Averages of  $R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$ .

**SUPPLEMENTARY MATERIALS: PARAMETER SELECTION IN GAUSSIAN PROCESS INTERPOLATION SM37**

$R(\theta; S_{0.95}^S)$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$\nu = 1/2$	$1.42 \cdot 10^0 (3.16 \cdot 10^{-2})$	$1.10 \cdot 10^0 (4.20 \cdot 10^{-2})$	$1.09 \cdot 10^0 (4.18 \cdot 10^{-2})$	$1.13 \cdot 10^0 (4.50 \cdot 10^{-2})$	$7.48 \cdot 10^1 (7.20 \cdot 10^1)$	$1.09 \cdot 10^0 (4.19 \cdot 10^{-2})$
$\nu = 3/2$	$1.11 \cdot 10^0 (4.75 \cdot 10^{-2})$	$1.17 \cdot 10^0 (5.47 \cdot 10^{-2})$	$1.19 \cdot 10^0 (5.72 \cdot 10^{-2})$	$1.27 \cdot 10^0 (6.14 \cdot 10^{-2})$	$2.01 \cdot 10^0 (9.13 \cdot 10^{-1})$	$1.22 \cdot 10^0 (5.95 \cdot 10^{-2})$
$\nu = 5/2$	$1.21 \cdot 10^0 (5.61 \cdot 10^{-2})$	$1.40 \cdot 10^0 (6.94 \cdot 10^{-2})$	$1.47 \cdot 10^0 (7.25 \cdot 10^{-2})$	$1.55 \cdot 10^0 (7.66 \cdot 10^{-2})$	$1.24 \cdot 10^0 (5.79 \cdot 10^{-2})$	$1.54 \cdot 10^0 (8.39 \cdot 10^{-2})$
$\nu = 7/2$	$1.27 \cdot 10^0 (5.80 \cdot 10^{-2})$	$1.51 \cdot 10^0 (7.79 \cdot 10^{-2})$	$1.59 \cdot 10^0 (7.94 \cdot 10^{-2})$	$1.67 \cdot 10^0 (8.23 \cdot 10^{-2})$	$1.43 \cdot 10^0 (7.41 \cdot 10^{-2})$	$1.71 \cdot 10^0 (9.69 \cdot 10^{-2})$
$\nu = 9/2$	$1.31 \cdot 10^0 (5.91 \cdot 10^{-2})$	$1.58 \cdot 10^0 (8.37 \cdot 10^{-2})$	$1.67 \cdot 10^0 (8.26 \cdot 10^{-2})$	$1.74 \cdot 10^0 (8.75 \cdot 10^{-2})$	$1.61 \cdot 10^0 (9.46 \cdot 10^{-2})$	$1.73 \cdot 10^0 (8.80 \cdot 10^{-2})$
$\nu = 11/2$	$1.34 \cdot 10^0 (5.98 \cdot 10^{-2})$	$1.57 \cdot 10^0 (8.02 \cdot 10^{-2})$	$1.73 \cdot 10^0 (8.32 \cdot 10^{-2})$	$1.82 \cdot 10^0 (8.73 \cdot 10^{-2})$	$1.71 \cdot 10^0 (1.10 \cdot 10^{-1})$	$1.77 \cdot 10^0 (8.51 \cdot 10^{-2})$
$\nu = 21/2$	$1.41 \cdot 10^0 (6.17 \cdot 10^{-2})$	$1.68 \cdot 10^0 (8.39 \cdot 10^{-2})$	$1.84 \cdot 10^0 (9.18 \cdot 10^{-2})$	$1.93 \cdot 10^0 (9.10 \cdot 10^{-2})$	$1.80 \cdot 10^0 (1.24 \cdot 10^{-1})$	$1.95 \cdot 10^0 (1.09 \cdot 10^{-1})$
$\nu = \infty$	$1.51 \cdot 10^0 (6.52 \cdot 10^{-2})$	$1.83 \cdot 10^0 (1.00 \cdot 10^{-1})$	$2.03 \cdot 10^0 (1.16 \cdot 10^{-1})$	$2.15 \cdot 10^0 (1.21 \cdot 10^{-1})$	$1.84 \cdot 10^0 (1.30 \cdot 10^{-1})$	$2.07 \cdot 10^0 (1.20 \cdot 10^{-1})$
$\nu \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$1.14 \cdot 10^0 (5.34 \cdot 10^{-2})$	$1.51 \cdot 10^0 (8.47 \cdot 10^{-2})$	$1.79 \cdot 10^0 (1.12 \cdot 10^{-1})$	$1.50 \cdot 10^0 (8.92 \cdot 10^{-2})$	$1.79 \cdot 10^0 (1.73 \cdot 10^{-1})$	$2.02 \cdot 10^0 (1.23 \cdot 10^{-1})$

$R(\theta; S_{0.95}^S)$	
NLL/SPE	$1.18 \cdot 10^0 (5.68 \cdot 10^{-2})$

Averages of  $C_{0.95}(\theta)$ .

$C_{0.95}(\theta)$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$\nu = 1/2$	$9.80 \cdot 10^{-1} (8.51 \cdot 10^{-4})$	$9.55 \cdot 10^{-1} (2.11 \cdot 10^{-3})$	$9.55 \cdot 10^{-1} (2.02 \cdot 10^{-3})$	$9.00 \cdot 10^{-1} (1.78 \cdot 10^{-3})$	$9.34 \cdot 10^{-1} (4.21 \cdot 10^{-3})$	$9.55 \cdot 10^{-1} (1.95 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 3/2$	$9.52 \cdot 10^{-1} (2.03 \cdot 10^{-3})$	$9.32 \cdot 10^{-1} (2.59 \cdot 10^{-3})$	$9.30 \cdot 10^{-1} (2.31 \cdot 10^{-3})$	$8.28 \cdot 10^{-1} (1.73 \cdot 10^{-3})$	$9.50 \cdot 10^{-1} (2.06 \cdot 10^{-3})$	$9.31 \cdot 10^{-1} (2.19 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 5/2$	$9.17 \cdot 10^{-1} (3.04 \cdot 10^{-3})$	$8.92 \cdot 10^{-1} (3.93 \cdot 10^{-3})$	$8.82 \cdot 10^{-1} (3.91 \cdot 10^{-3})$	$8.11 \cdot 10^{-1} (9.44 \cdot 10^{-3})$	$9.42 \cdot 10^{-1} (2.60 \cdot 10^{-3})$	$8.84 \cdot 10^{-1} (3.51 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 7/2$	$8.93 \cdot 10^{-1} (3.90 \cdot 10^{-3})$	$8.69 \cdot 10^{-1} (5.05 \cdot 10^{-3})$	$8.49 \cdot 10^{-1} (5.41 \cdot 10^{-3})$	$7.88 \cdot 10^{-1} (6.07 \cdot 10^{-3})$	$9.36 \cdot 10^{-1} (3.26 \cdot 10^{-3})$	$8.51 \cdot 10^{-1} (4.57 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 9/2$	$8.74 \cdot 10^{-1} (5.43 \cdot 10^{-3})$	$8.47 \cdot 10^{-1} (6.45 \cdot 10^{-3})$	$8.28 \cdot 10^{-1} (6.34 \cdot 10^{-3})$	$7.73 \cdot 10^{-1} (6.61 \cdot 10^{-3})$	$9.27 \cdot 10^{-1} (4.10 \cdot 10^{-3})$	$8.34 \cdot 10^{-1} (5.31 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 11/2$	$8.63 \cdot 10^{-1} (5.93 \cdot 10^{-3})$	$8.38 \cdot 10^{-1} (6.99 \cdot 10^{-3})$	$8.05 \cdot 10^{-1} (7.28 \cdot 10^{-3})$	$7.50 \cdot 10^{-1} (8.11 \cdot 10^{-3})$	$9.19 \cdot 10^{-1} (4.72 \cdot 10^{-3})$	$8.18 \cdot 10^{-1} (6.53 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 21/2$	$8.36 \cdot 10^{-1} (7.01 \cdot 10^{-3})$	$8.07 \cdot 10^{-1} (8.70 \cdot 10^{-3})$	$7.72 \cdot 10^{-1} (8.57 \cdot 10^{-3})$	$7.21 \cdot 10^{-1} (9.10 \cdot 10^{-3})$	$9.12 \cdot 10^{-1} (5.22 \cdot 10^{-3})$	$7.87 \cdot 10^{-1} (7.99 \cdot 10^{-3})$
$\nu = \infty$	$8.07 \cdot 10^{-1} (7.61 \cdot 10^{-3})$	$7.78 \cdot 10^{-1} (9.20 \cdot 10^{-3})$	$7.42 \cdot 10^{-1} (9.17 \cdot 10^{-3})$	$6.88 \cdot 10^{-1} (9.81 \cdot 10^{-3})$	$9.09 \cdot 10^{-1} (5.36 \cdot 10^{-3})$	$7.70 \cdot 10^{-1} (8.28 \cdot 10^{-3})$
$\nu \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$9.24 \cdot 10^{-1} (3.58 \cdot 10^{-3})$	$8.48 \cdot 10^{-1} (1.10 \cdot 10^{-2})$	$7.95 \cdot 10^{-1} (1.11 \cdot 10^{-2})$	$7.70 \cdot 10^{-1} (1.61 \cdot 10^{-2})$	$9.40 \cdot 10^{-1} (4.22 \cdot 10^{-3})$	$7.80 \cdot 10^{-1} (8.84 \cdot 10^{-3})$

$C_{0.95}(\theta)$	
NLL/SPE	$9.12 \cdot 10^{-1} (6.62 \cdot 10^{-3})$

**SM2.2.27. GKLS  $C^2$ ,  $n = 250$ ,  $d = 5$ .**

Averages of  $R(\theta; S^{SPE})$ .

$R(\theta; S^{SPE})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$\nu = 1/2$	$2.62 \cdot 10^{-2} (1.51 \cdot 10^{-3})$	$2.06 \cdot 10^{-2} (1.45 \cdot 10^{-3})$	$2.07 \cdot 10^{-2} (1.44 \cdot 10^{-3})$	$1.98 \cdot 10^{-2} (1.40 \cdot 10^{-3})$	$2.34 \cdot 10^{-1} (3.30 \cdot 10^{-2})$	$2.11 \cdot 10^{-2} (1.44 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 3/2$	$2.16 \cdot 10^{-2} (1.35 \cdot 10^{-3})$	$2.42 \cdot 10^{-2} (1.62 \cdot 10^{-3})$	$2.52 \cdot 10^{-2} (1.63 \cdot 10^{-3})$	$2.23 \cdot 10^{-2} (1.37 \cdot 10^{-3})$	$2.02 \cdot 10^{-2} (1.28 \cdot 10^{-3})$	$2.70 \cdot 10^{-2} (1.75 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 5/2$	$2.64 \cdot 10^{-2} (1.53 \cdot 10^{-3})$	$3.03 \cdot 10^{-2} (1.96 \cdot 10^{-3})$	$3.43 \cdot 10^{-2} (2.81 \cdot 10^{-3})$	$2.81 \cdot 10^{-2} (1.68 \cdot 10^{-3})$	$3.13 \cdot 10^{-2} (2.01 \cdot 10^{-3})$	$4.43 \cdot 10^{-2} (3.44 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 7/2$	$2.94 \cdot 10^{-2} (1.64 \cdot 10^{-3})$	$3.29 \cdot 10^{-2} (1.99 \cdot 10^{-3})$	$3.70 \cdot 10^{-2} (2.56 \cdot 10^{-3})$	$3.10 \cdot 10^{-2} (1.85 \cdot 10^{-3})$	$5.88 \cdot 10^{-2} (4.29 \cdot 10^{-3})$	$5.44 \cdot 10^{-2} (4.47 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 9/2$	$3.16 \cdot 10^{-2} (1.73 \cdot 10^{-3})$	$3.53 \cdot 10^{-2} (2.11 \cdot 10^{-3})$	$4.03 \cdot 10^{-2} (2.94 \cdot 10^{-3})$	$3.28 \cdot 10^{-2} (1.80 \cdot 10^{-3})$	$1.06 \cdot 10^{-1} (9.40 \cdot 10^{-3})$	$5.90 \cdot 10^{-2} (5.73 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 11/2$	$3.33 \cdot 10^{-2} (1.80 \cdot 10^{-3})$	$3.67 \cdot 10^{-2} (2.13 \cdot 10^{-3})$	$4.15 \cdot 10^{-2} (3.01 \cdot 10^{-3})$	$3.43 \cdot 10^{-2} (1.89 \cdot 10^{-3})$	$1.64 \cdot 10^{-1} (1.74 \cdot 10^{-2})$	$6.41 \cdot 10^{-2} (6.17 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 21/2$	$3.75 \cdot 10^{-2} (1.99 \cdot 10^{-3})$	$4.06 \cdot 10^{-2} (2.35 \cdot 10^{-3})$	$4.52 \cdot 10^{-2} (3.17 \cdot 10^{-3})$	$3.91 \cdot 10^{-2} (2.06 \cdot 10^{-3})$	$3.17 \cdot 10^{-1} (4.28 \cdot 10^{-2})$	$7.40 \cdot 10^{-2} (6.87 \cdot 10^{-3})$
$\nu = \infty$	$4.32 \cdot 10^{-2} (2.28 \cdot 10^{-3})$	$4.67 \cdot 10^{-2} (2.69 \cdot 10^{-3})$	$5.12 \cdot 10^{-2} (3.30 \cdot 10^{-3})$	$4.51 \cdot 10^{-2} (2.53 \cdot 10^{-3})$	$4.06 \cdot 10^{-1} (5.85 \cdot 10^{-2})$	$8.80 \cdot 10^{-2} (8.18 \cdot 10^{-3})$
$\nu \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$2.19 \cdot 10^{-2} (1.34 \cdot 10^{-3})$	$2.51 \cdot 10^{-2} (1.82 \cdot 10^{-3})$	$3.43 \cdot 10^{-2} (2.93 \cdot 10^{-3})$	$1.99 \cdot 10^{-2} (1.36 \cdot 10^{-3})$	$1.78 \cdot 10^{-1} (2.86 \cdot 10^{-2})$	$7.59 \cdot 10^{-2} (7.88 \cdot 10^{-3})$

$R^*(S^{SPE})$	
$\nu = 1/2$	$1.92 \cdot 10^{-2} (1.35 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 3/2$	$1.86 \cdot 10^{-2} (1.14 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 5/2$	$2.05 \cdot 10^{-2} (1.17 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 7/2$	$2.24 \cdot 10^{-2} (1.22 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 9/2$	$2.37 \cdot 10^{-2} (1.27 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 11/2$	$2.48 \cdot 10^{-2} (1.30 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 21/2$	$2.76 \cdot 10^{-2} (1.41 \cdot 10^{-3})$
$\nu = \infty$	$3.14 \cdot 10^{-2} (1.60 \cdot 10^{-3})$
$\nu \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$1.73 \cdot 10^{-2} (1.12 \cdot 10^{-3})$

$R(\theta; S^{CRPS})$	
NLL/SPE	$2.33 \cdot 10^{-2} (1.48 \cdot 10^{-3})$
linear	$2.17 \cdot 10^{-1} (8.89 \cdot 10^{-3})$
1NN	$2.61 \cdot 10^{-1} (4.49 \cdot 10^{-3})$
2NN	$1.95 \cdot 10^{-1} (3.81 \cdot 10^{-3})$

Averages of  $R(\theta; S^{CRPS})$ .

$R(\theta; S^{CRPS})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$7.52 \cdot 10^{-2} (1.65 \cdot 10^{-3})$	$5.45 \cdot 10^{-2} (1.84 \cdot 10^{-3})$	$5.46 \cdot 10^{-2} (1.83 \cdot 10^{-3})$	$4.50 \cdot 10^{-2} (1.46 \cdot 10^{-3})$	$2.00 \cdot 10^{-1} (1.76 \cdot 10^{-2})$	$5.54 \cdot 10^{-2} (1.85 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$5.52 \cdot 10^{-2} (2.00 \cdot 10^{-3})$	$5.81 \cdot 10^{-2} (2.19 \cdot 10^{-3})$	$5.91 \cdot 10^{-2} (2.14 \cdot 10^{-3})$	$5.07 \cdot 10^{-2} (1.90 \cdot 10^{-3})$	$5.59 \cdot 10^{-2} (2.02 \cdot 10^{-3})$	$6.15 \cdot 10^{-2} (2.27 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$6.19 \cdot 10^{-2} (2.21 \cdot 10^{-3})$	$6.65 \cdot 10^{-2} (2.41 \cdot 10^{-3})$	$6.81 \cdot 10^{-2} (2.55 \cdot 10^{-3})$	$6.14 \cdot 10^{-2} (2.13 \cdot 10^{-3})$	$7.36 \cdot 10^{-2} (2.73 \cdot 10^{-3})$	$7.75 \cdot 10^{-2} (3.31 \cdot 10^{-3})$
$v = 7/2$	$6.70 \cdot 10^{-2} (2.30 \cdot 10^{-3})$	$7.15 \cdot 10^{-2} (2.46 \cdot 10^{-3})$	$7.37 \cdot 10^{-2} (2.65 \cdot 10^{-3})$	$6.74 \cdot 10^{-2} (2.28 \cdot 10^{-3})$	$1.00 \cdot 10^{-1} (4.07 \cdot 10^{-3})$	$8.79 \cdot 10^{-2} (3.83 \cdot 10^{-3})$
$v = 9/2$	$7.07 \cdot 10^{-2} (2.37 \cdot 10^{-3})$	$7.52 \cdot 10^{-2} (2.55 \cdot 10^{-3})$	$7.76 \cdot 10^{-2} (2.81 \cdot 10^{-3})$	$7.14 \cdot 10^{-2} (2.32 \cdot 10^{-3})$	$1.30 \cdot 10^{-1} (5.85 \cdot 10^{-3})$	$9.22 \cdot 10^{-2} (4.01 \cdot 10^{-3})$
$v = 11/2$	$7.33 \cdot 10^{-2} (2.42 \cdot 10^{-3})$	$7.76 \cdot 10^{-2} (2.57 \cdot 10^{-3})$	$7.96 \cdot 10^{-2} (2.83 \cdot 10^{-3})$	$7.40 \cdot 10^{-2} (2.41 \cdot 10^{-3})$	$1.57 \cdot 10^{-1} (7.68 \cdot 10^{-3})$	$9.65 \cdot 10^{-2} (4.32 \cdot 10^{-3})$
$v = 21/2$	$7.98 \cdot 10^{-2} (2.57 \cdot 10^{-3})$	$8.32 \cdot 10^{-2} (2.75 \cdot 10^{-3})$	$8.53 \cdot 10^{-2} (3.04 \cdot 10^{-3})$	$8.13 \cdot 10^{-2} (2.59 \cdot 10^{-3})$	$2.10 \cdot 10^{-1} (1.16 \cdot 10^{-2})$	$1.06 \cdot 10^{-1} (4.76 \cdot 10^{-3})$
$v = \infty$	$8.76 \cdot 10^{-2} (2.82 \cdot 10^{-3})$	$9.08 \cdot 10^{-2} (2.97 \cdot 10^{-3})$	$9.29 \cdot 10^{-2} (3.27 \cdot 10^{-3})$	$8.94 \cdot 10^{-2} (3.01 \cdot 10^{-3})$	$2.35 \cdot 10^{-1} (1.35 \cdot 10^{-2})$	$1.17 \cdot 10^{-1} (5.32 \cdot 10^{-3})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$5.52 \cdot 10^{-2} (2.00 \cdot 10^{-3})$	$5.83 \cdot 10^{-2} (2.27 \cdot 10^{-3})$	$6.66 \cdot 10^{-2} (2.84 \cdot 10^{-3})$	$4.51 \cdot 10^{-2} (1.66 \cdot 10^{-3})$	$1.68 \cdot 10^{-1} (1.64 \cdot 10^{-2})$	$1.02 \cdot 10^{-1} (5.33 \cdot 10^{-3})$

$R(\theta; S^{CRPS})$	NLL/SPE
	$5.67 \cdot 10^{-2} (2.09 \cdot 10^{-3})$

Averages of  $R(\theta; S_{0.95}^{CRPS})$ .

$R(\theta; S_{0.95}^{CRPS})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$1.08 \cdot 10^0 (2.62 \cdot 10^{-2})$	$8.87 \cdot 10^{-1} (3.11 \cdot 10^{-2})$	$8.89 \cdot 10^{-1} (3.11 \cdot 10^{-2})$	$9.45 \cdot 10^{-1} (3.63 \cdot 10^{-2})$	$2.04 \cdot 10^0 (1.50 \cdot 10^{-1})$	$8.94 \cdot 10^{-1} (3.12 \cdot 10^{-2})$
$v = 3/2$	$9.24 \cdot 10^{-1} (3.06 \cdot 10^{-2})$	$9.76 \cdot 10^{-1} (3.46 \cdot 10^{-2})$	$9.98 \cdot 10^{-1} (3.44 \cdot 10^{-2})$	$1.11 \cdot 10^0 (3.94 \cdot 10^{-2})$	$9.05 \cdot 10^{-1} (2.89 \cdot 10^{-2})$	$1.04 \cdot 10^0 (3.57 \cdot 10^{-2})$
$v = 5/2$	$1.01 \cdot 10^0 (3.23 \cdot 10^{-2})$	$1.09 \cdot 10^0 (3.78 \cdot 10^{-2})$	$1.15 \cdot 10^0 (4.42 \cdot 10^{-2})$	$1.24 \cdot 10^0 (4.20 \cdot 10^{-2})$	$1.05 \cdot 10^0 (3.33 \cdot 10^{-2})$	$1.30 \cdot 10^0 (5.17 \cdot 10^{-2})$
$v = 7/2$	$1.07 \cdot 10^0 (3.32 \cdot 10^{-2})$	$1.12 \cdot 10^0 (3.60 \cdot 10^{-2})$	$1.19 \cdot 10^0 (4.28 \cdot 10^{-2})$	$1.27 \cdot 10^0 (4.31 \cdot 10^{-2})$	$1.27 \cdot 10^0 (4.39 \cdot 10^{-2})$	$1.39 \cdot 10^0 (5.68 \cdot 10^{-2})$
$v = 9/2$	$1.10 \cdot 10^0 (3.39 \cdot 10^{-2})$	$1.15 \cdot 10^0 (3.72 \cdot 10^{-2})$	$1.23 \cdot 10^0 (4.70 \cdot 10^{-2})$	$1.29 \cdot 10^0 (4.20 \cdot 10^{-2})$	$1.51 \cdot 10^0 (5.80 \cdot 10^{-2})$	$1.42 \cdot 10^0 (5.92 \cdot 10^{-2})$
$v = 11/2$	$1.13 \cdot 10^0 (3.44 \cdot 10^{-2})$	$1.17 \cdot 10^0 (3.71 \cdot 10^{-2})$	$1.24 \cdot 10^0 (4.77 \cdot 10^{-2})$	$1.30 \cdot 10^0 (4.36 \cdot 10^{-2})$	$1.71 \cdot 10^0 (7.22 \cdot 10^{-2})$	$1.44 \cdot 10^0 (5.88 \cdot 10^{-2})$
$v = 21/2$	$1.20 \cdot 10^0 (3.59 \cdot 10^{-2})$	$1.21 \cdot 10^0 (3.89 \cdot 10^{-2})$	$1.29 \cdot 10^0 (4.88 \cdot 10^{-2})$	$1.38 \cdot 10^0 (4.48 \cdot 10^{-2})$	$2.11 \cdot 10^0 (1.05 \cdot 10^{-1})$	$1.52 \cdot 10^0 (6.46 \cdot 10^{-2})$
$v = \infty$	$1.29 \cdot 10^0 (3.85 \cdot 10^{-2})$	$1.28 \cdot 10^0 (4.21 \cdot 10^{-2})$	$1.36 \cdot 10^0 (5.07 \cdot 10^{-2})$	$1.46 \cdot 10^0 (5.14 \cdot 10^{-2})$	$2.30 \cdot 10^0 (1.22 \cdot 10^{-1})$	$1.59 \cdot 10^0 (6.69 \cdot 10^{-2})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$9.30 \cdot 10^{-1} (3.01 \cdot 10^{-2})$	$9.80 \cdot 10^{-1} (3.62 \cdot 10^{-2})$	$1.14 \cdot 10^0 (5.10 \cdot 10^{-2})$	$9.81 \cdot 10^{-1} (3.65 \cdot 10^{-2})$	$1.76 \cdot 10^0 (1.31 \cdot 10^{-1})$	$1.52 \cdot 10^0 (6.81 \cdot 10^{-2})$

$R(\theta; S_{0.95}^{CRPS})$	NLL/SPE
	$9.56 \cdot 10^{-1} (3.20 \cdot 10^{-2})$

Averages of  $C_{0.95}(\theta)$ .

$C_{0.95}(\theta)$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$9.80 \cdot 10^{-1} (6.90 \cdot 10^{-4})$	$9.66 \cdot 10^{-1} (1.34 \cdot 10^{-3})$	$9.66 \cdot 10^{-1} (1.31 \cdot 10^{-3})$	$8.82 \cdot 10^{-1} (1.62 \cdot 10^{-3})$	$9.52 \cdot 10^{-1} (1.78 \cdot 10^{-3})$	$9.65 \cdot 10^{-1} (1.29 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$9.51 \cdot 10^{-1} (1.19 \cdot 10^{-3})$	$9.50 \cdot 10^{-1} (1.23 \cdot 10^{-3})$	$9.46 \cdot 10^{-1} (1.19 \cdot 10^{-3})$	$8.57 \cdot 10^{-1} (2.04 \cdot 10^{-3})$	$9.60 \cdot 10^{-1} (1.32 \cdot 10^{-3})$	$9.44 \cdot 10^{-1} (1.26 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$9.31 \cdot 10^{-1} (1.53 \cdot 10^{-3})$	$9.33 \cdot 10^{-1} (1.86 \cdot 10^{-3})$	$9.25 \cdot 10^{-1} (1.72 \cdot 10^{-3})$	$8.45 \cdot 10^{-1} (2.54 \cdot 10^{-3})$	$9.54 \cdot 10^{-1} (1.43 \cdot 10^{-3})$	$9.18 \cdot 10^{-1} (1.57 \cdot 10^{-3})$
$v = 7/2$	$9.19 \cdot 10^{-1} (1.94 \cdot 10^{-3})$	$9.26 \cdot 10^{-1} (2.12 \cdot 10^{-3})$	$9.17 \cdot 10^{-1} (2.01 \cdot 10^{-3})$	$8.46 \cdot 10^{-1} (2.43 \cdot 10^{-3})$	$9.50 \cdot 10^{-1} (1.50 \cdot 10^{-3})$	$9.07 \cdot 10^{-1} (1.97 \cdot 10^{-3})$
$v = 9/2$	$9.11 \cdot 10^{-1} (2.25 \cdot 10^{-3})$	$9.21 \cdot 10^{-1} (2.13 \cdot 10^{-3})$	$9.11 \cdot 10^{-1} (2.22 \cdot 10^{-3})$	$8.44 \cdot 10^{-1} (2.46 \cdot 10^{-3})$	$9.47 \cdot 10^{-1} (1.69 \cdot 10^{-3})$	$9.04 \cdot 10^{-1} (2.19 \cdot 10^{-3})$
$v = 11/2$	$9.04 \cdot 10^{-1} (2.47 \cdot 10^{-3})$	$9.17 \cdot 10^{-1} (2.18 \cdot 10^{-3})$	$9.09 \cdot 10^{-1} (2.36 \cdot 10^{-3})$	$8.44 \cdot 10^{-1} (2.52 \cdot 10^{-3})$	$9.44 \cdot 10^{-1} (1.97 \cdot 10^{-3})$	$9.00 \cdot 10^{-1} (2.25 \cdot 10^{-3})$
$v = 21/2$	$8.87 \cdot 10^{-1} (3.02 \cdot 10^{-3})$	$9.10 \cdot 10^{-1} (2.40 \cdot 10^{-3})$	$9.02 \cdot 10^{-1} (2.38 \cdot 10^{-3})$	$8.36 \cdot 10^{-1} (2.78 \cdot 10^{-3})$	$9.38 \cdot 10^{-1} (2.83 \cdot 10^{-3})$	$8.90 \cdot 10^{-1} (2.78 \cdot 10^{-3})$
$v = \infty$	$8.66 \cdot 10^{-1} (3.74 \cdot 10^{-3})$	$9.03 \cdot 10^{-1} (2.43 \cdot 10^{-3})$	$8.90 \cdot 10^{-1} (2.77 \cdot 10^{-3})$	$8.27 \cdot 10^{-1} (3.20 \cdot 10^{-3})$	$9.36 \cdot 10^{-1} (3.29 \cdot 10^{-3})$	$8.80 \cdot 10^{-1} (3.05 \cdot 10^{-3})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$9.47 \cdot 10^{-1} (1.55 \cdot 10^{-3})$	$9.44 \cdot 10^{-1} (2.89 \cdot 10^{-3})$	$9.24 \cdot 10^{-1} (3.50 \cdot 10^{-3})$	$8.60 \cdot 10^{-1} (7.45 \cdot 10^{-3})$	$9.52 \cdot 10^{-1} (2.17 \cdot 10^{-3})$	$8.92 \cdot 10^{-1} (3.07 \cdot 10^{-3})$

$C_{0.95}(\theta)$	NLL/SPE
	$9.40 \cdot 10^{-1} (2.77 \cdot 10^{-3})$

## SM2.2.28. Rosenbrock, $n = 20$ , $d = 2$ .

Averages of  $R(\theta; S^{SPE})$ .

$R(\theta; S^{SPE})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$2.35 \cdot 10^{-1} (2.50 \cdot 10^{-2})$	$1.60 \cdot 10^{-1} (1.84 \cdot 10^{-2})$	$1.52 \cdot 10^{-1} (1.81 \cdot 10^{-2})$	$1.99 \cdot 10^{-1} (3.59 \cdot 10^{-2})$	$4.60 \cdot 10^{-1} (8.91 \cdot 10^{-2})$	$1.49 \cdot 10^{-1} (1.84 \cdot 10^{-2})$
$v = 3/2$	$8.75 \cdot 10^{-2} (1.45 \cdot 10^{-2})$	$5.71 \cdot 10^{-2} (9.29 \cdot 10^{-3})$	$5.45 \cdot 10^{-2} (8.62 \cdot 10^{-3})$	$4.99 \cdot 10^{-2} (6.62 \cdot 10^{-3})$	$8.27 \cdot 10^{-2} (1.03 \cdot 10^{-2})$	$5.54 \cdot 10^{-2} (9.38 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$4.84 \cdot 10^{-2} (1.07 \cdot 10^{-2})$	$1.53 \cdot 10^{-2} (3.47 \cdot 10^{-3})$	$1.55 \cdot 10^{-2} (3.49 \cdot 10^{-3})$	$1.48 \cdot 10^{-2} (3.49 \cdot 10^{-3})$	$2.98 \cdot 10^{-2} (4.98 \cdot 10^{-3})$	$1.51 \cdot 10^{-2} (3.64 \cdot 10^{-3})$
$v = 7/2$	$3.37 \cdot 10^{-2} (9.06 \cdot 10^{-3})$	$3.70 \cdot 10^{-3} (5.76 \cdot 10^{-4})$	$4.62 \cdot 10^{-3} (1.10 \cdot 10^{-3})$	$4.49 \cdot 10^{-3} (1.08 \cdot 10^{-3})$	$9.02 \cdot 10^{-3} (1.94 \cdot 10^{-3})$	$4.81 \cdot 10^{-3} (1.11 \cdot 10^{-3})$
$v = 9/2$	$2.70 \cdot 10^{-2} (8.14 \cdot 10^{-3})$	$1.91 \cdot 10^{-3} (3.13 \cdot 10^{-4})$	$1.85 \cdot 10^{-3} (2.83 \cdot 10^{-4})$	$1.57 \cdot 10^{-3} (2.53 \cdot 10^{-4})$	$2.06 \cdot 10^{-3} (4.21 \cdot 10^{-4})$	$2.05 \cdot 10^{-3} (2.96 \cdot 10^{-4})$
$v = \infty$	$2.11 \cdot 10^{-2} (7.14 \cdot 10^{-3})$	$9.94 \cdot 10^{-4} (5.57 \cdot 10^{-4})$	$5.82 \cdot 10^{-4} (1.61 \cdot 10^{-4})$	$5.56 \cdot 10^{-4} (1.36 \cdot 10^{-4})$	$5.16 \cdot 10^{-4} (1.33 \cdot 10^{-4})$	$2.93 \cdot 10^{-3} (2.07 \cdot 10^{-3})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$2.35 \cdot 10^{-2} (7.16 \cdot 10^{-3})$	$4.74 \cdot 10^{-4} (9.88 \cdot 10^{-5})$	$5.90 \cdot 10^{-4} (1.68 \cdot 10^{-4})$	$5.76 \cdot 10^{-4} (1.39 \cdot 10^{-4})$	$1.23 \cdot 10^{-1} (2.67 \cdot 10^{-2})$	$2.72 \cdot 10^{-3} (2.08 \cdot 10^{-3})$

SUPPLEMENTARY MATERIALS: PARAMETER SELECTION IN GAUSSIAN PROCESS INTERPOLATION  
SM39

873

$R^*(S^{SPE})$	
$v = 1/2$	$1.03 \cdot 10^{-1}$ ( $1.38 \cdot 10^{-2}$ )
$v = 3/2$	$5.28 \cdot 10^{-2}$ ( $9.35 \cdot 10^{-3}$ )
$v = 5/2$	$1.34 \cdot 10^{-2}$ ( $3.69 \cdot 10^{-3}$ )
$v = 7/2$	$3.79 \cdot 10^{-3}$ ( $1.11 \cdot 10^{-3}$ )
$v = 9/2$	$7.87 \cdot 10^{-4}$ ( $1.39 \cdot 10^{-4}$ )
$v = \infty$	$3.11 \cdot 10^{-4}$ ( $8.73 \cdot 10^{-5}$ )
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$3.00 \cdot 10^{-4}$ ( $8.25 \cdot 10^{-5}$ )

874

$R(\theta; S^{SPE})$	
NLL/SPE	$2.13 \cdot 10^{-2}$ ( $7.08 \cdot 10^{-3}$ )
linear	$8.72 \cdot 10^{-1}$ ( $1.49 \cdot 10^{-2}$ )
1NN	$4.18 \cdot 10^{-1}$ ( $2.38 \cdot 10^{-2}$ )
2NN	$4.31 \cdot 10^{-1}$ ( $2.70 \cdot 10^{-2}$ )

875

Averages of  $R(\theta; S^{CRPS})$ .

877

$R(\theta; S^{CRPS})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$1.89 \cdot 10^{-1}$ ( $7.39 \cdot 10^{-3}$ )	$1.55 \cdot 10^{-1}$ ( $8.50 \cdot 10^{-3}$ )	$1.51 \cdot 10^{-1}$ ( $8.07 \cdot 10^{-3}$ )	$1.60 \cdot 10^{-1}$ ( $1.20 \cdot 10^{-2}$ )	$2.85 \cdot 10^{-1}$ ( $3.18 \cdot 10^{-2}$ )	$1.49 \cdot 10^{-1}$ ( $8.10 \cdot 10^{-3}$ )
$v = 3/2$	$9.30 \cdot 10^{-2}$ ( $7.81 \cdot 10^{-3}$ )	$7.85 \cdot 10^{-2}$ ( $6.93 \cdot 10^{-3}$ )	$7.48 \cdot 10^{-2}$ ( $6.01 \cdot 10^{-3}$ )	$7.22 \cdot 10^{-2}$ ( $5.30 \cdot 10^{-3}$ )	$1.00 \cdot 10^{-1}$ ( $5.16 \cdot 10^{-3}$ )	$7.35 \cdot 10^{-2}$ ( $6.24 \cdot 10^{-3}$ )
$v = 5/2$	$6.32 \cdot 10^{-2}$ ( $7.71 \cdot 10^{-3}$ )	$3.59 \cdot 10^{-2}$ ( $3.71 \cdot 10^{-3}$ )	$3.46 \cdot 10^{-2}$ ( $3.63 \cdot 10^{-3}$ )	$3.49 \cdot 10^{-2}$ ( $3.68 \cdot 10^{-3}$ )	$5.47 \cdot 10^{-2}$ ( $4.30 \cdot 10^{-3}$ )	$3.39 \cdot 10^{-2}$ ( $3.99 \cdot 10^{-3}$ )
$v = 7/2$	$4.97 \cdot 10^{-2}$ ( $7.53 \cdot 10^{-3}$ )	$1.78 \cdot 10^{-2}$ ( $1.62 \cdot 10^{-3}$ )	$1.86 \cdot 10^{-2}$ ( $1.87 \cdot 10^{-3}$ )	$1.86 \cdot 10^{-2}$ ( $1.76 \cdot 10^{-3}$ )	$2.76 \cdot 10^{-2}$ ( $2.88 \cdot 10^{-3}$ )	$1.88 \cdot 10^{-2}$ ( $2.02 \cdot 10^{-3}$ )
$v = 9/2$	$4.32 \cdot 10^{-2}$ ( $7.25 \cdot 10^{-3}$ )	$1.27 \cdot 10^{-2}$ ( $1.15 \cdot 10^{-3}$ )	$1.25 \cdot 10^{-2}$ ( $1.09 \cdot 10^{-3}$ )	$1.12 \cdot 10^{-2}$ ( $9.54 \cdot 10^{-4}$ )	$1.29 \cdot 10^{-2}$ ( $1.18 \cdot 10^{-3}$ )	$1.32 \cdot 10^{-2}$ ( $1.08 \cdot 10^{-3}$ )
$v = \infty$	$3.95 \cdot 10^{-2}$ ( $6.91 \cdot 10^{-3}$ )	$7.98 \cdot 10^{-3}$ ( $1.55 \cdot 10^{-3}$ )	$7.22 \cdot 10^{-3}$ ( $1.03 \cdot 10^{-3}$ )	$7.63 \cdot 10^{-3}$ ( $1.02 \cdot 10^{-3}$ )	$6.56 \cdot 10^{-3}$ ( $7.77 \cdot 10^{-4}$ )	$1.25 \cdot 10^{-2}$ ( $3.71 \cdot 10^{-3}$ )
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$4.08 \cdot 10^{-2}$ ( $6.92 \cdot 10^{-3}$ )	$6.59 \cdot 10^{-3}$ ( $7.50 \cdot 10^{-4}$ )	$7.42 \cdot 10^{-3}$ ( $1.10 \cdot 10^{-3}$ )	$7.94 \cdot 10^{-3}$ ( $9.43 \cdot 10^{-4}$ )	$1.21 \cdot 10^{-1}$ ( $1.29 \cdot 10^{-2}$ )	$1.16 \cdot 10^{-2}$ ( $3.72 \cdot 10^{-3}$ )

879

880

$R(\theta; S^{CRPS})$	
NLL/SPE	$3.94 \cdot 10^{-2}$ ( $6.86 \cdot 10^{-3}$ )

881

Averages of  $R(\theta; S_{0.95}^{IS})$ .

882

883

$R(\theta; S_{0.95}^{IS})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$3.42 \cdot 10^0$ ( $2.55 \cdot 10^{-1}$ )	$2.46 \cdot 10^0$ ( $1.86 \cdot 10^{-1}$ )	$2.39 \cdot 10^0$ ( $1.80 \cdot 10^{-1}$ )	$3.23 \cdot 10^0$ ( $4.87 \cdot 10^{-1}$ )	$4.78 \cdot 10^0$ ( $7.06 \cdot 10^{-1}$ )	$2.37 \cdot 10^0$ ( $1.84 \cdot 10^{-1}$ )
$v = 3/2$	$1.63 \cdot 10^0$ ( $1.95 \cdot 10^{-1}$ )	$1.19 \cdot 10^0$ ( $1.19 \cdot 10^{-1}$ )	$1.20 \cdot 10^0$ ( $1.17 \cdot 10^{-1}$ )	$1.16 \cdot 10^0$ ( $1.16 \cdot 10^{-1}$ )	$1.48 \cdot 10^0$ ( $1.23 \cdot 10^{-1}$ )	$1.18 \cdot 10^0$ ( $1.29 \cdot 10^{-1}$ )
$v = 5/2$	$1.12 \cdot 10^0$ ( $1.83 \cdot 10^{-1}$ )	$4.59 \cdot 10^{-1}$ ( $6.13 \cdot 10^{-2}$ )	$4.86 \cdot 10^{-1}$ ( $6.00 \cdot 10^{-2}$ )	$4.39 \cdot 10^{-1}$ ( $5.62 \cdot 10^{-2}$ )	$6.59 \cdot 10^{-1}$ ( $5.95 \cdot 10^{-2}$ )	$4.68 \cdot 10^{-1}$ ( $6.73 \cdot 10^{-2}$ )
$v = 7/2$	$8.85 \cdot 10^{-1}$ ( $1.73 \cdot 10^{-1}$ )	$2.13 \cdot 10^{-1}$ ( $3.08 \cdot 10^{-2}$ )	$2.56 \cdot 10^{-1}$ ( $3.45 \cdot 10^{-2}$ )	$2.11 \cdot 10^{-1}$ ( $2.89 \cdot 10^{-2}$ )	$3.05 \cdot 10^{-1}$ ( $3.09 \cdot 10^{-2}$ )	$2.58 \cdot 10^{-1}$ ( $3.54 \cdot 10^{-2}$ )
$v = 9/2$	$7.81 \cdot 10^{-1}$ ( $1.66 \cdot 10^{-1}$ )	$1.66 \cdot 10^{-1}$ ( $2.30 \cdot 10^{-2}$ )	$2.04 \cdot 10^{-1}$ ( $2.67 \cdot 10^{-2}$ )	$1.49 \cdot 10^{-1}$ ( $2.02 \cdot 10^{-2}$ )	$1.70 \cdot 10^{-1}$ ( $1.57 \cdot 10^{-2}$ )	$2.17 \cdot 10^{-1}$ ( $2.85 \cdot 10^{-2}$ )
$v = \infty$	$8.47 \cdot 10^{-1}$ ( $1.71 \cdot 10^{-1}$ )	$1.53 \cdot 10^{-1}$ ( $2.27 \cdot 10^{-2}$ )	$1.74 \cdot 10^{-1}$ ( $2.86 \cdot 10^{-2}$ )	$1.95 \cdot 10^{-1}$ ( $3.44 \cdot 10^{-2}$ )	$1.16 \cdot 10^{-1}$ ( $1.32 \cdot 10^{-2}$ )	$2.92 \cdot 10^{-1}$ ( $1.01 \cdot 10^{-1}$ )
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$8.22 \cdot 10^{-1}$ ( $1.70 \cdot 10^{-1}$ )	$1.36 \cdot 10^{-1}$ ( $2.33 \cdot 10^{-2}$ )	$1.85 \cdot 10^{-1}$ ( $3.19 \cdot 10^{-2}$ )	$2.26 \cdot 10^{-1}$ ( $3.03 \cdot 10^{-2}$ )	$1.91 \cdot 10^0$ ( $2.98 \cdot 10^{-1}$ )	$2.82 \cdot 10^{-1}$ ( $1.00 \cdot 10^{-1}$ )

885

886

$R(\theta; S_{0.95}^{IS})$	
NLL/SPE	$8.21 \cdot 10^{-1}$ ( $1.70 \cdot 10^{-1}$ )

887

Averages of  $C_{0.95}(\theta)$ .

888

889

$C_{0.95}(\theta)$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$9.33 \cdot 10^{-1}$ ( $1.56 \cdot 10^{-2}$ )	$9.42 \cdot 10^{-1}$ ( $7.86 \cdot 10^{-3}$ )	$9.45 \cdot 10^{-1}$ ( $7.47 \cdot 10^{-3}$ )	$9.00 \cdot 10^{-1}$ ( $1.69 \cdot 10^{-2}$ )	$9.06 \cdot 10^{-1}$ ( $1.80 \cdot 10^{-2}$ )	$9.47 \cdot 10^{-1}$ ( $7.24 \cdot 10^{-3}$ )
$v = 3/2$	$9.20 \cdot 10^{-1}$ ( $9.82 \cdot 10^{-3}$ )	$9.06 \cdot 10^{-1}$ ( $1.28 \cdot 10^{-2}$ )	$9.10 \cdot 10^{-1}$ ( $1.22 \cdot 10^{-2}$ )	$9.15 \cdot 10^{-1}$ ( $1.32 \cdot 10^{-2}$ )	$9.06 \cdot 10^{-1}$ ( $1.06 \cdot 10^{-2}$ )	$9.21 \cdot 10^{-1}$ ( $1.19 \cdot 10^{-2}$ )
$v = 5/2$	$9.02 \cdot 10^{-1}$ ( $1.18 \cdot 10^{-2}$ )	$9.07 \cdot 10^{-1}$ ( $1.94 \cdot 10^{-2}$ )	$9.11 \cdot 10^{-1}$ ( $1.67 \cdot 10^{-2}$ )	$9.18 \cdot 10^{-1}$ ( $2.24 \cdot 10^{-2}$ )	$9.12 \cdot 10^{-1}$ ( $1.04 \cdot 10^{-2}$ )	$9.16 \cdot 10^{-1}$ ( $1.61 \cdot 10^{-2}$ )
$v = 7/2$	$8.87 \cdot 10^{-1}$ ( $1.29 \cdot 10^{-2}$ )	$8.89 \cdot 10^{-1}$ ( $2.23 \cdot 10^{-2}$ )	$8.51 \cdot 10^{-1}$ ( $2.27 \cdot 10^{-2}$ )	$8.90 \cdot 10^{-1}$ ( $3.23 \cdot 10^{-2}$ )	$9.06 \cdot 10^{-1}$ ( $1.27 \cdot 10^{-2}$ )	$8.73 \cdot 10^{-1}$ ( $1.88 \cdot 10^{-2}$ )
$v = 9/2$	$8.69 \cdot 10^{-1}$ ( $1.47 \cdot 10^{-2}$ )	$8.31 \cdot 10^{-1}$ ( $2.90 \cdot 10^{-2}$ )	$7.61 \cdot 10^{-1}$ ( $2.71 \cdot 10^{-2}$ )	$8.66 \cdot 10^{-1}$ ( $2.79 \cdot 10^{-2}$ )	$8.51 \cdot 10^{-1}$ ( $2.15 \cdot 10^{-2}$ )	$7.76 \cdot 10^{-1}$ ( $2.73 \cdot 10^{-2}$ )
$v = \infty$	$6.61 \cdot 10^{-1}$ ( $3.55 \cdot 10^{-2}$ )	$5.19 \cdot 10^{-1}$ ( $4.89 \cdot 10^{-2}$ )	$4.67 \cdot 10^{-1}$ ( $4.45 \cdot 10^{-2}$ )	$3.86 \cdot 10^{-1}$ ( $5.92 \cdot 10^{-2}$ )	$6.23 \cdot 10^{-1}$ ( $4.93 \cdot 10^{-2}$ )	$4.60 \cdot 10^{-1}$ ( $5.18 \cdot 10^{-2}$ )
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$7.70 \cdot 10^{-1}$ ( $3.80 \cdot 10^{-2}$ )	$5.30 \cdot 10^{-1}$ ( $5.05 \cdot 10^{-2}$ )	$4.19 \cdot 10^{-1}$ ( $4.47 \cdot 10^{-2}$ )	$2.81 \cdot 10^{-1}$ ( $5.90 \cdot 10^{-2}$ )	$9.13 \cdot 10^{-1}$ ( $1.11 \cdot 10^{-2}$ )	$4.41 \cdot 10^{-1}$ ( $4.68 \cdot 10^{-2}$ )

891

892

$C_{0.95}(\theta)$	
NLL/SPE	$7.10 \cdot 10^{-1}$ ( $3.41 \cdot 10^{-2}$ )

893

SM2.2.29. Rosenbrock,  $n = 40$ ,  $d = 2$ .

894

Averages of  $R(\theta; S^{SPE})$ .

895

896



$R(\theta; \mathcal{S}^{\text{SPE}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$\nu = 1/2$	$1.00 \cdot 10^{-1} (2.81 \cdot 10^{-2})$	$8.72 \cdot 10^{-2} (2.05 \cdot 10^{-2})$	$8.47 \cdot 10^{-2} (1.92 \cdot 10^{-2})$	$1.17 \cdot 10^{-1} (3.58 \cdot 10^{-2})$	$3.18 \cdot 10^{-1} (1.07 \cdot 10^{-1})$	$8.25 \cdot 10^{-2} (1.84 \cdot 10^{-2})$
$\nu = 3/2$	$2.30 \cdot 10^{-2} (9.36 \cdot 10^{-3})$	$1.95 \cdot 10^{-2} (7.79 \cdot 10^{-3})$	$1.99 \cdot 10^{-2} (8.07 \cdot 10^{-3})$	$1.99 \cdot 10^{-2} (7.97 \cdot 10^{-3})$	$2.12 \cdot 10^{-2} (7.05 \cdot 10^{-3})$	$1.99 \cdot 10^{-2} (7.97 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 5/2$	$5.25 \cdot 10^{-3} (2.51 \cdot 10^{-3})$	$4.08 \cdot 10^{-3} (1.60 \cdot 10^{-3})$	$3.80 \cdot 10^{-3} (1.68 \cdot 10^{-3})$	$3.90 \cdot 10^{-3} (1.65 \cdot 10^{-3})$	$4.08 \cdot 10^{-3} (1.38 \cdot 10^{-3})$	$3.76 \cdot 10^{-3} (1.61 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 7/2$	$9.84 \cdot 10^{-4} (4.47 \cdot 10^{-4})$	$7.99 \cdot 10^{-4} (3.20 \cdot 10^{-4})$	$6.25 \cdot 10^{-4} (2.06 \cdot 10^{-4})$	$7.42 \cdot 10^{-4} (2.81 \cdot 10^{-4})$	$8.15 \cdot 10^{-4} (2.89 \cdot 10^{-4})$	$8.34 \cdot 10^{-4} (3.25 \cdot 10^{-4})$
$\nu = 9/2$	$3.66 \cdot 10^{-4} (1.29 \cdot 10^{-4})$	$2.44 \cdot 10^{-4} (6.58 \cdot 10^{-5})$	$2.45 \cdot 10^{-4} (7.83 \cdot 10^{-5})$	$3.07 \cdot 10^{-4} (1.08 \cdot 10^{-4})$	$3.08 \cdot 10^{-4} (1.14 \cdot 10^{-4})$	$3.62 \cdot 10^{-4} (1.33 \cdot 10^{-4})$
$\nu = \infty$	$3.32 \cdot 10^{-4} (1.22 \cdot 10^{-4})$	$2.03 \cdot 10^{-4} (7.48 \cdot 10^{-5})$	$1.95 \cdot 10^{-4} (5.68 \cdot 10^{-5})$	$1.62 \cdot 10^{-4} (6.42 \cdot 10^{-5})$	$1.92 \cdot 10^{-4} (6.97 \cdot 10^{-5})$	$3.86 \cdot 10^{-4} (1.46 \cdot 10^{-4})$
$\nu \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$2.68 \cdot 10^{-4} (7.39 \cdot 10^{-5})$	$2.16 \cdot 10^{-4} (7.43 \cdot 10^{-5})$	$1.92 \cdot 10^{-4} (5.67 \cdot 10^{-5})$	$2.04 \cdot 10^{-4} (7.04 \cdot 10^{-5})$	$2.06 \cdot 10^{-4} (7.50 \cdot 10^{-5})$	$3.64 \cdot 10^{-4} (1.47 \cdot 10^{-4})$

$R^*(\mathcal{S}^{\text{SPE}})$	
$\nu = 1/2$	$3.30 \cdot 10^{-2} (5.60 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 3/2$	$1.82 \cdot 10^{-2} (7.53 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 5/2$	$3.36 \cdot 10^{-3} (1.56 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 7/2$	$7.22 \cdot 10^{-4} (3.28 \cdot 10^{-4})$
$\nu = 9/2$	$2.18 \cdot 10^{-4} (1.04 \cdot 10^{-4})$
$\nu = \infty$	$1.12 \cdot 10^{-4} (6.60 \cdot 10^{-5})$
$\nu \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$1.09 \cdot 10^{-4} (6.62 \cdot 10^{-5})$

$R(\theta; \mathcal{S}^{\text{SPE}})$	
NLL/SPE	$2.26 \cdot 10^{-4} (7.21 \cdot 10^{-5})$
linear	$8.85 \cdot 10^{-1} (1.82 \cdot 10^{-2})$
1NN	$2.50 \cdot 10^{-1} (1.89 \cdot 10^{-2})$
2NN	$2.48 \cdot 10^{-1} (2.28 \cdot 10^{-2})$

Averages of  $R(\theta; \mathcal{S}^{\text{CRPS}})$ .

$R(\theta; \mathcal{S}^{\text{CRPS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$\nu = 1/2$	$1.19 \cdot 10^{-1} (7.68 \cdot 10^{-3})$	$1.00 \cdot 10^{-1} (9.97 \cdot 10^{-3})$	$9.93 \cdot 10^{-2} (9.14 \cdot 10^{-3})$	$9.63 \cdot 10^{-2} (1.43 \cdot 10^{-2})$	$2.14 \cdot 10^{-1} (4.05 \cdot 10^{-2})$	$9.91 \cdot 10^{-2} (8.49 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 3/2$	$3.54 \cdot 10^{-2} (4.58 \cdot 10^{-3})$	$3.14 \cdot 10^{-2} (4.26 \cdot 10^{-3})$	$3.15 \cdot 10^{-2} (4.37 \cdot 10^{-3})$	$2.99 \cdot 10^{-2} (4.37 \cdot 10^{-3})$	$4.10 \cdot 10^{-2} (2.92 \cdot 10^{-3})$	$3.19 \cdot 10^{-2} (4.40 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 5/2$	$1.23 \cdot 10^{-2} (2.44 \cdot 10^{-3})$	$1.23 \cdot 10^{-2} (1.82 \cdot 10^{-3})$	$1.11 \cdot 10^{-2} (1.90 \cdot 10^{-3})$	$1.15 \cdot 10^{-2} (1.88 \cdot 10^{-3})$	$1.54 \cdot 10^{-2} (1.30 \cdot 10^{-3})$	$1.12 \cdot 10^{-2} (1.96 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 7/2$	$5.06 \cdot 10^{-3} (8.70 \cdot 10^{-4})$	$5.31 \cdot 10^{-3} (7.19 \cdot 10^{-4})$	$4.87 \cdot 10^{-3} (5.31 \cdot 10^{-4})$	$5.07 \cdot 10^{-3} (6.43 \cdot 10^{-4})$	$6.11 \cdot 10^{-3} (5.97 \cdot 10^{-4})$	$5.17 \cdot 10^{-3} (7.13 \cdot 10^{-4})$
$\nu = 9/2$	$3.44 \cdot 10^{-3} (3.98 \cdot 10^{-4})$	$3.31 \cdot 10^{-3} (2.96 \cdot 10^{-4})$	$3.22 \cdot 10^{-3} (2.88 \cdot 10^{-4})$	$3.44 \cdot 10^{-3} (3.58 \cdot 10^{-4})$	$3.54 \cdot 10^{-3} (3.80 \cdot 10^{-4})$	$3.74 \cdot 10^{-3} (4.25 \cdot 10^{-4})$
$\nu = \infty$	$3.67 \cdot 10^{-3} (5.35 \cdot 10^{-4})$	$2.91 \cdot 10^{-3} (3.60 \cdot 10^{-4})$	$2.99 \cdot 10^{-3} (2.91 \cdot 10^{-4})$	$2.69 \cdot 10^{-3} (3.04 \cdot 10^{-4})$	$2.85 \cdot 10^{-3} (3.18 \cdot 10^{-4})$	$4.05 \cdot 10^{-3} (6.73 \cdot 10^{-4})$
$\nu \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$3.24 \cdot 10^{-3} (3.14 \cdot 10^{-4})$	$3.00 \cdot 10^{-3} (3.65 \cdot 10^{-4})$	$2.96 \cdot 10^{-3} (2.84 \cdot 10^{-4})$	$3.03 \cdot 10^{-3} (3.48 \cdot 10^{-4})$	$1.36 \cdot 10^{-1} (3.40 \cdot 10^{-2})$	$3.74 \cdot 10^{-3} (6.64 \cdot 10^{-4})$

$R(\theta; \mathcal{S}^{\text{CRPS}})$	
NLL/SPE	$3.10 \cdot 10^{-3} (3.31 \cdot 10^{-4})$

Averages of  $R(\theta; \mathcal{S}_{0.95}^{\text{IS}})$ .

$R(\theta; \mathcal{S}_{0.95}^{\text{IS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$\nu = 1/2$	$2.07 \cdot 10^0 (2.44 \cdot 10^{-1})$	$1.72 \cdot 10^0 (2.27 \cdot 10^{-1})$	$1.67 \cdot 10^0 (2.17 \cdot 10^{-1})$	$2.24 \cdot 10^0 (4.38 \cdot 10^{-1})$	$3.57 \cdot 10^0 (6.39 \cdot 10^{-1})$	$1.64 \cdot 10^0 (2.13 \cdot 10^{-1})$
$\nu = 3/2$	$6.44 \cdot 10^{-1} (1.42 \cdot 10^{-1})$	$6.13 \cdot 10^{-1} (1.39 \cdot 10^{-1})$	$6.19 \cdot 10^{-1} (1.42 \cdot 10^{-1})$	$6.93 \cdot 10^{-1} (1.49 \cdot 10^{-1})$	$6.92 \cdot 10^{-1} (1.20 \cdot 10^{-1})$	$6.25 \cdot 10^{-1} (1.40 \cdot 10^{-1})$
$\nu = 5/2$	$2.21 \cdot 10^{-1} (6.68 \cdot 10^{-2})$	$2.31 \cdot 10^{-1} (5.53 \cdot 10^{-2})$	$2.07 \cdot 10^{-1} (5.77 \cdot 10^{-2})$	$2.22 \cdot 10^{-1} (5.50 \cdot 10^{-2})$	$2.46 \cdot 10^{-1} (4.64 \cdot 10^{-2})$	$2.07 \cdot 10^{-1} (5.66 \cdot 10^{-2})$
$\nu = 7/2$	$8.14 \cdot 10^{-2} (2.21 \cdot 10^{-2})$	$9.50 \cdot 10^{-2} (2.30 \cdot 10^{-2})$	$8.06 \cdot 10^{-2} (1.59 \cdot 10^{-2})$	$8.37 \cdot 10^{-2} (1.80 \cdot 10^{-2})$	$9.71 \cdot 10^{-2} (2.04 \cdot 10^{-2})$	$9.03 \cdot 10^{-2} (2.34 \cdot 10^{-2})$
$\nu = 9/2$	$5.14 \cdot 10^{-2} (1.10 \cdot 10^{-2})$	$5.02 \cdot 10^{-2} (9.55 \cdot 10^{-3})$	$5.15 \cdot 10^{-2} (1.03 \cdot 10^{-2})$	$5.66 \cdot 10^{-2} (1.19 \cdot 10^{-2})$	$5.66 \cdot 10^{-2} (1.32 \cdot 10^{-2})$	$6.22 \cdot 10^{-2} (1.60 \cdot 10^{-2})$
$\nu = \infty$	$7.09 \cdot 10^{-2} (1.57 \cdot 10^{-2})$	$4.95 \cdot 10^{-2} (1.32 \cdot 10^{-2})$	$5.61 \cdot 10^{-2} (1.13 \cdot 10^{-2})$	$5.44 \cdot 10^{-2} (1.31 \cdot 10^{-2})$	$4.72 \cdot 10^{-2} (1.26 \cdot 10^{-2})$	$7.89 \cdot 10^{-2} (2.17 \cdot 10^{-2})$
$\nu \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$5.35 \cdot 10^{-2} (1.25 \cdot 10^{-2})$	$5.60 \cdot 10^{-2} (1.34 \cdot 10^{-2})$	$5.48 \cdot 10^{-2} (1.13 \cdot 10^{-2})$	$6.01 \cdot 10^{-2} (1.63 \cdot 10^{-2})$	$2.39 \cdot 10^0 (6.45 \cdot 10^{-1})$	$7.33 \cdot 10^{-2} (2.19 \cdot 10^{-2})$

$R(\theta; \mathcal{S}_{0.95}^{\text{IS}})$	
NLL/SPE	$5.75 \cdot 10^{-2} (1.22 \cdot 10^{-2})$

Averages of  $C_{0.95}(\theta)$ .

$C_{0.95}(\theta)$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$\nu = 1/2$	$9.74 \cdot 10^{-1} (6.21 \cdot 10^{-3})$	$9.58 \cdot 10^{-1} (6.27 \cdot 10^{-3})$	$9.58 \cdot 10^{-1} (5.20 \cdot 10^{-3})$	$9.09 \cdot 10^{-1} (5.48 \cdot 10^{-3})$	$9.46 \cdot 10^{-1} (1.20 \cdot 10^{-2})$	$9.60 \cdot 10^{-1} (5.23 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 3/2$	$9.61 \cdot 10^{-1} (8.08 \cdot 10^{-3})$	$9.44 \cdot 10^{-1} (1.11 \cdot 10^{-2})$	$9.43 \cdot 10^{-1} (1.11 \cdot 10^{-2})$	$9.04 \cdot 10^{-1} (1.07 \cdot 10^{-2})$	$9.45 \cdot 10^{-1} (1.07 \cdot 10^{-2})$	$9.40 \cdot 10^{-1} (1.07 \cdot 10^{-2})$
$\nu = 5/2$	$9.62 \cdot 10^{-1} (8.94 \cdot 10^{-3})$	$9.13 \cdot 10^{-1} (2.00 \cdot 10^{-2})$	$9.27 \cdot 10^{-1} (1.29 \cdot 10^{-2})$	$9.05 \cdot 10^{-1} (1.76 \cdot 10^{-2})$	$9.26 \cdot 10^{-1} (1.30 \cdot 10^{-2})$	$9.35 \cdot 10^{-1} (1.35 \cdot 10^{-2})$
$\nu = 7/2$	$9.61 \cdot 10^{-1} (8.59 \cdot 10^{-3})$	$8.90 \cdot 10^{-1} (1.95 \cdot 10^{-2})$	$8.87 \cdot 10^{-1} (1.88 \cdot 10^{-2})$	$8.98 \cdot 10^{-1} (1.90 \cdot 10^{-2})$	$9.12 \cdot 10^{-1} (1.59 \cdot 10^{-2})$	$9.11 \cdot 10^{-1} (1.59 \cdot 10^{-2})$
$\nu = 9/2$	$9.47 \cdot 10^{-1} (9.92 \cdot 10^{-3})$	$8.81 \cdot 10^{-1} (2.35 \cdot 10^{-2})$	$8.63 \cdot 10^{-1} (2.28 \cdot 10^{-2})$	$8.33 \cdot 10^{-1} (6.08 \cdot 10^{-2})$	$8.97 \cdot 10^{-1} (2.27 \cdot 10^{-2})$	$8.59 \cdot 10^{-1} (2.89 \cdot 10^{-2})$
$\nu = \infty$	$6.75 \cdot 10^{-1} (6.23 \cdot 10^{-2})$	$7.20 \cdot 10^{-1} (7.04 \cdot 10^{-2})$	$5.91 \cdot 10^{-1} (6.39 \cdot 10^{-2})$	$6.35 \cdot 10^{-1} (8.11 \cdot 10^{-2})$	$7.78 \cdot 10^{-1} (7.14 \cdot 10^{-2})$	$6.43 \cdot 10^{-1} (6.83 \cdot 10^{-2})$
$\nu \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$8.78 \cdot 10^{-1} (5.42 \cdot 10^{-2})$	$7.19 \cdot 10^{-1} (6.70 \cdot 10^{-2})$	$5.99 \cdot 10^{-1} (6.36 \cdot 10^{-2})$	$6.82 \cdot 10^{-1} (7.74 \cdot 10^{-2})$	$9.37 \cdot 10^{-1} (1.05 \cdot 10^{-2})$	$6.69 \cdot 10^{-1} (7.26 \cdot 10^{-2})$

$C_{0.95}(\theta)$	
NLL/SPE	$7.25 \cdot 10^{-1} (7.16 \cdot 10^{-2})$



**SUPPLEMENTARY MATERIALS: PARAMETER SELECTION IN GAUSSIAN PROCESS INTERPOLATION SM41**

**SM2.2.30. Rosenbrock,  $n = 100$ ,  $d = 2$ .**

*Averages of  $R(\theta; S^{\text{SPE}})$ .*

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$2.17 \cdot 10^{-2}$ ( $3.92 \cdot 10^{-3}$ )	$2.08 \cdot 10^{-2}$ ( $3.20 \cdot 10^{-3}$ )	$1.83 \cdot 10^{-2}$ ( $2.66 \cdot 10^{-3}$ )	$1.81 \cdot 10^{-2}$ ( $2.97 \cdot 10^{-3}$ )	$7.85 \cdot 10^{-2}$ ( $2.03 \cdot 10^{-2}$ )	$1.71 \cdot 10^{-2}$ ( $2.45 \cdot 10^{-3}$ )
$v = 3/2$	$1.26 \cdot 10^{-3}$ ( $2.60 \cdot 10^{-4}$ )	$1.24 \cdot 10^{-3}$ ( $2.49 \cdot 10^{-4}$ )	$1.25 \cdot 10^{-3}$ ( $2.55 \cdot 10^{-4}$ )	$1.17 \cdot 10^{-3}$ ( $2.45 \cdot 10^{-4}$ )	$1.79 \cdot 10^{-3}$ ( $2.84 \cdot 10^{-4}$ )	$1.24 \cdot 10^{-3}$ ( $2.57 \cdot 10^{-4}$ )
$v = 5/2$	$1.03 \cdot 10^{-4}$ ( $2.38 \cdot 10^{-5}$ )	$1.68 \cdot 10^{-4}$ ( $4.58 \cdot 10^{-5}$ )	$8.65 \cdot 10^{-5}$ ( $1.87 \cdot 10^{-5}$ )	$1.20 \cdot 10^{-4}$ ( $2.62 \cdot 10^{-5}$ )	$1.54 \cdot 10^{-4}$ ( $2.80 \cdot 10^{-5}$ )	$9.95 \cdot 10^{-5}$ ( $2.39 \cdot 10^{-5}$ )
$v = 7/2$	$4.32 \cdot 10^{-5}$ ( $1.12 \cdot 10^{-5}$ )	$7.31 \cdot 10^{-5}$ ( $2.31 \cdot 10^{-5}$ )	$4.08 \cdot 10^{-5}$ ( $1.22 \cdot 10^{-5}$ )	$5.45 \cdot 10^{-5}$ ( $1.53 \cdot 10^{-5}$ )	$3.93 \cdot 10^{-5}$ ( $8.58 \cdot 10^{-6}$ )	$4.13 \cdot 10^{-5}$ ( $1.53 \cdot 10^{-5}$ )
$v = 9/2$	$4.03 \cdot 10^{-5}$ ( $1.21 \cdot 10^{-5}$ )	$8.12 \cdot 10^{-5}$ ( $3.74 \cdot 10^{-5}$ )	$2.85 \cdot 10^{-5}$ ( $6.27 \cdot 10^{-6}$ )	$4.79 \cdot 10^{-5}$ ( $1.58 \cdot 10^{-5}$ )	$3.25 \cdot 10^{-5}$ ( $7.67 \cdot 10^{-6}$ )	$3.19 \cdot 10^{-5}$ ( $7.57 \cdot 10^{-6}$ )
$v \in \{1/2, \dots, 9/2\}$	$3.57 \cdot 10^{-5}$ ( $1.04 \cdot 10^{-5}$ )	$8.44 \cdot 10^{-5}$ ( $2.58 \cdot 10^{-5}$ )	$2.83 \cdot 10^{-5}$ ( $6.27 \cdot 10^{-6}$ )	$4.98 \cdot 10^{-5}$ ( $1.57 \cdot 10^{-5}$ )	$2.05 \cdot 10^{-1}$ ( $8.61 \cdot 10^{-2}$ )	$3.19 \cdot 10^{-5}$ ( $7.57 \cdot 10^{-6}$ )

$R^*(S^{\text{SPE}})$	
$v = 1/2$	$1.25 \cdot 10^{-2}$ ( $2.11 \cdot 10^{-3}$ )
$v = 3/2$	$1.15 \cdot 10^{-3}$ ( $2.52 \cdot 10^{-4}$ )
$v = 5/2$	$6.74 \cdot 10^{-5}$ ( $1.67 \cdot 10^{-5}$ )
$v = 7/2$	$1.71 \cdot 10^{-5}$ ( $3.16 \cdot 10^{-6}$ )
$v = 9/2$	$1.72 \cdot 10^{-5}$ ( $3.86 \cdot 10^{-6}$ )
$v \in \{1/2, \dots, 9/2\}$	$1.29 \cdot 10^{-5}$ ( $2.42 \cdot 10^{-6}$ )

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	
NLL/SPE	$4.47 \cdot 10^{-5}$ ( $1.34 \cdot 10^{-5}$ )
linear	$8.46 \cdot 10^{-1}$ ( $1.19 \cdot 10^{-2}$ )
1NN	$1.19 \cdot 10^{-1}$ ( $7.94 \cdot 10^{-3}$ )
2NN	$1.14 \cdot 10^{-1}$ ( $8.59 \cdot 10^{-3}$ )

*Averages of  $R(\theta; S^{\text{CRPS}})$ .*

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$5.95 \cdot 10^{-2}$ ( $2.71 \cdot 10^{-3}$ )	$4.67 \cdot 10^{-2}$ ( $3.77 \cdot 10^{-3}$ )	$4.45 \cdot 10^{-2}$ ( $3.26 \cdot 10^{-3}$ )	$3.37 \cdot 10^{-2}$ ( $2.31 \cdot 10^{-3}$ )	$1.04 \cdot 10^{-1}$ ( $1.70 \cdot 10^{-2}$ )	$4.37 \cdot 10^{-2}$ ( $3.02 \cdot 10^{-3}$ )
$v = 3/2$	$9.14 \cdot 10^{-3}$ ( $7.17 \cdot 10^{-4}$ )	$7.96 \cdot 10^{-3}$ ( $6.81 \cdot 10^{-4}$ )	$7.68 \cdot 10^{-3}$ ( $6.96 \cdot 10^{-4}$ )	$7.00 \cdot 10^{-3}$ ( $7.54 \cdot 10^{-4}$ )	$1.13 \cdot 10^{-2}$ ( $5.91 \cdot 10^{-4}$ )	$7.62 \cdot 10^{-3}$ ( $6.73 \cdot 10^{-4}$ )
$v = 5/2$	$1.94 \cdot 10^{-3}$ ( $1.60 \cdot 10^{-4}$ )	$2.24 \cdot 10^{-3}$ ( $2.60 \cdot 10^{-4}$ )	$1.73 \cdot 10^{-3}$ ( $1.69 \cdot 10^{-4}$ )	$1.87 \cdot 10^{-3}$ ( $2.04 \cdot 10^{-4}$ )	$2.63 \cdot 10^{-3}$ ( $1.96 \cdot 10^{-4}$ )	$1.82 \cdot 10^{-3}$ ( $1.72 \cdot 10^{-4}$ )
$v = 7/2$	$1.03 \cdot 10^{-3}$ ( $7.92 \cdot 10^{-5}$ )	$1.27 \cdot 10^{-3}$ ( $1.53 \cdot 10^{-4}$ )	$1.01 \cdot 10^{-3}$ ( $9.89 \cdot 10^{-5}$ )	$1.11 \cdot 10^{-3}$ ( $1.30 \cdot 10^{-4}$ )	$1.10 \cdot 10^{-3}$ ( $9.58 \cdot 10^{-5}$ )	$9.90 \cdot 10^{-4}$ ( $1.07 \cdot 10^{-4}$ )
$v = 9/2$	$9.30 \cdot 10^{-4}$ ( $9.10 \cdot 10^{-5}$ )	$1.18 \cdot 10^{-3}$ ( $2.20 \cdot 10^{-4}$ )	$8.64 \cdot 10^{-4}$ ( $7.28 \cdot 10^{-5}$ )	$9.77 \cdot 10^{-4}$ ( $1.26 \cdot 10^{-4}$ )	$9.08 \cdot 10^{-4}$ ( $8.26 \cdot 10^{-5}$ )	$8.74 \cdot 10^{-4}$ ( $8.02 \cdot 10^{-5}$ )
$v \in \{1/2, \dots, 9/2\}$	$8.99 \cdot 10^{-4}$ ( $8.52 \cdot 10^{-5}$ )	$1.29 \cdot 10^{-3}$ ( $1.90 \cdot 10^{-4}$ )	$8.63 \cdot 10^{-4}$ ( $7.28 \cdot 10^{-5}$ )	$9.94 \cdot 10^{-4}$ ( $1.38 \cdot 10^{-4}$ )	$1.45 \cdot 10^{-1}$ ( $3.65 \cdot 10^{-2}$ )	$8.74 \cdot 10^{-4}$ ( $8.02 \cdot 10^{-5}$ )

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	
NLL/SPE	$1.00 \cdot 10^{-3}$ ( $9.64 \cdot 10^{-5}$ )

*Averages of  $R(\theta; S_{0.95}^{\text{SIS}})$ .*

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{SIS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$1.03 \cdot 10^0$ ( $6.09 \cdot 10^{-2}$ )	$8.23 \cdot 10^{-1}$ ( $7.00 \cdot 10^{-2}$ )	$7.83 \cdot 10^{-1}$ ( $5.94 \cdot 10^{-2}$ )	$8.43 \cdot 10^{-1}$ ( $7.58 \cdot 10^{-2}$ )	$1.57 \cdot 10^0$ ( $1.87 \cdot 10^{-1}$ )	$7.68 \cdot 10^{-1}$ ( $5.40 \cdot 10^{-2}$ )
$v = 3/2$	$1.59 \cdot 10^{-1}$ ( $1.58 \cdot 10^{-2}$ )	$1.52 \cdot 10^{-1}$ ( $1.70 \cdot 10^{-2}$ )	$1.52 \cdot 10^{-1}$ ( $1.74 \cdot 10^{-2}$ )	$1.72 \cdot 10^{-1}$ ( $2.17 \cdot 10^{-2}$ )	$1.93 \cdot 10^{-1}$ ( $1.55 \cdot 10^{-2}$ )	$1.52 \cdot 10^{-1}$ ( $1.74 \cdot 10^{-2}$ )
$v = 5/2$	$3.37 \cdot 10^{-2}$ ( $3.80 \cdot 10^{-3}$ )	$4.21 \cdot 10^{-2}$ ( $5.57 \cdot 10^{-3}$ )	$3.21 \cdot 10^{-2}$ ( $4.25 \cdot 10^{-3}$ )	$3.84 \cdot 10^{-2}$ ( $4.74 \cdot 10^{-3}$ )	$4.62 \cdot 10^{-2}$ ( $3.98 \cdot 10^{-3}$ )	$3.49 \cdot 10^{-2}$ ( $4.40 \cdot 10^{-3}$ )
$v = 7/2$	$1.74 \cdot 10^{-2}$ ( $1.95 \cdot 10^{-3}$ )	$2.38 \cdot 10^{-2}$ ( $3.68 \cdot 10^{-3}$ )	$1.82 \cdot 10^{-2}$ ( $3.15 \cdot 10^{-3}$ )	$2.09 \cdot 10^{-2}$ ( $3.92 \cdot 10^{-3}$ )	$1.92 \cdot 10^{-2}$ ( $1.86 \cdot 10^{-3}$ )	$1.80 \cdot 10^{-2}$ ( $3.22 \cdot 10^{-3}$ )
$v = 9/2$	$1.47 \cdot 10^{-2}$ ( $1.83 \cdot 10^{-3}$ )	$1.99 \cdot 10^{-2}$ ( $5.04 \cdot 10^{-3}$ )	$1.27 \cdot 10^{-2}$ ( $1.42 \cdot 10^{-3}$ )	$1.40 \cdot 10^{-2}$ ( $3.00 \cdot 10^{-3}$ )	$1.55 \cdot 10^{-2}$ ( $1.66 \cdot 10^{-3}$ )	$1.44 \cdot 10^{-2}$ ( $1.75 \cdot 10^{-3}$ )
$v \in \{1/2, \dots, 9/2\}$	$1.45 \cdot 10^{-2}$ ( $1.78 \cdot 10^{-3}$ )	$2.48 \cdot 10^{-2}$ ( $4.69 \cdot 10^{-3}$ )	$1.27 \cdot 10^{-2}$ ( $1.41 \cdot 10^{-3}$ )	$1.78 \cdot 10^{-2}$ ( $4.20 \cdot 10^{-3}$ )	$2.40 \cdot 10^0$ ( $6.27 \cdot 10^{-1}$ )	$1.44 \cdot 10^{-2}$ ( $1.75 \cdot 10^{-3}$ )

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{SIS}})$	
NLL/SPE	$1.70 \cdot 10^{-2}$ ( $2.20 \cdot 10^{-3}$ )

*Averages of  $C_{0.95}(\theta)$ .*

$C_{0.95}(\theta)$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$9.85 \cdot 10^{-1}$ ( $2.31 \cdot 10^{-3}$ )	$9.61 \cdot 10^{-1}$ ( $4.34 \cdot 10^{-3}$ )	$9.63 \cdot 10^{-1}$ ( $4.47 \cdot 10^{-3}$ )	$8.75 \cdot 10^{-1}$ ( $7.49 \cdot 10^{-3}$ )	$9.61 \cdot 10^{-1}$ ( $5.57 \cdot 10^{-3}$ )	$9.64 \cdot 10^{-1}$ ( $4.65 \cdot 10^{-3}$ )
$v = 3/2$	$9.81 \cdot 10^{-1}$ ( $2.11 \cdot 10^{-3}$ )	$9.63 \cdot 10^{-1}$ ( $4.47 \cdot 10^{-3}$ )	$9.62 \cdot 10^{-1}$ ( $3.93 \cdot 10^{-3}$ )	$8.96 \cdot 10^{-1}$ ( $1.03 \cdot 10^{-2}$ )	$9.51 \cdot 10^{-1}$ ( $7.34 \cdot 10^{-3}$ )	$9.64 \cdot 10^{-1}$ ( $3.59 \cdot 10^{-3}$ )
$v = 5/2$	$9.77 \cdot 10^{-1}$ ( $2.83 \cdot 10^{-3}$ )	$9.39 \cdot 10^{-1}$ ( $5.39 \cdot 10^{-3}$ )	$9.43 \cdot 10^{-1}$ ( $7.17 \cdot 10^{-3}$ )	$9.26 \cdot 10^{-1}$ ( $9.05 \cdot 10^{-3}$ )	$9.45 \cdot 10^{-1}$ ( $8.57 \cdot 10^{-3}$ )	$9.46 \cdot 10^{-1}$ ( $5.29 \cdot 10^{-3}$ )
$v = 7/2$	$9.74 \cdot 10^{-1}$ ( $2.53 \cdot 10^{-3}$ )	$9.40 \cdot 10^{-1}$ ( $6.68 \cdot 10^{-3}$ )	$9.39 \cdot 10^{-1}$ ( $8.07 \cdot 10^{-3}$ )	$9.36 \cdot 10^{-1}$ ( $1.09 \cdot 10^{-2}$ )	$9.40 \cdot 10^{-1}$ ( $9.74 \cdot 10^{-3}$ )	$9.41 \cdot 10^{-1}$ ( $6.74 \cdot 10^{-3}$ )
$v = 9/2$	$9.68 \cdot 10^{-1}$ ( $3.80 \cdot 10^{-3}$ )	$9.46 \cdot 10^{-1}$ ( $8.57 \cdot 10^{-3}$ )	$9.39 \cdot 10^{-1}$ ( $9.57 \cdot 10^{-3}$ )	$9.59 \cdot 10^{-1}$ ( $9.24 \cdot 10^{-3}$ )	$9.38 \cdot 10^{-1}$ ( $1.09 \cdot 10^{-2}$ )	$9.43 \cdot 10^{-1}$ ( $8.82 \cdot 10^{-3}$ )
$v \in \{1/2, \dots, 9/2\}$	$9.73 \cdot 10^{-1}$ ( $2.52 \cdot 10^{-3}$ )	$9.41 \cdot 10^{-1}$ ( $7.00 \cdot 10^{-3}$ )	$9.38 \cdot 10^{-1}$ ( $9.40 \cdot 10^{-3}$ )	$9.46 \cdot 10^{-1}$ ( $1.21 \cdot 10^{-2}$ )	$9.44 \cdot 10^{-1}$ ( $8.64 \cdot 10^{-3}$ )	$9.43 \cdot 10^{-1}$ ( $8.82 \cdot 10^{-3}$ )

$C_{0.95}(\theta)$	
NLL/SPE	$9.71 \cdot 10^{-1}$ ( $3.26 \cdot 10^{-3}$ )

**SM2.2.31. Rosenbrock,  $n = 50$ ,  $d = 5$ .**

Averages of  $R(\theta; S^{\text{SPE}})$ .

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$6.20 \cdot 10^{-1} (2.82 \cdot 10^{-2})$	$4.26 \cdot 10^{-1} (2.43 \cdot 10^{-2})$	$4.10 \cdot 10^{-1} (1.87 \cdot 10^{-2})$	$4.14 \cdot 10^{-1} (1.42 \cdot 10^{-2})$	$8.45 \cdot 10^{-1} (7.17 \cdot 10^{-2})$	$4.06 \cdot 10^{-1} (1.58 \cdot 10^{-2})$
$v = 3/2$	$4.78 \cdot 10^{-1} (2.86 \cdot 10^{-2})$	$5.38 \cdot 10^{-1} (7.49 \cdot 10^{-2})$	$5.47 \cdot 10^{-1} (1.26 \cdot 10^{-1})$	$4.03 \cdot 10^{-1} (2.21 \cdot 10^{-2})$	$3.48 \cdot 10^{-1} (1.32 \cdot 10^{-2})$	$5.48 \cdot 10^{-1} (7.63 \cdot 10^{-2})$
$v = 5/2$	$4.90 \cdot 10^{-1} (3.05 \cdot 10^{-2})$	$5.74 \cdot 10^{-1} (6.95 \cdot 10^{-2})$	$5.09 \cdot 10^{-1} (5.77 \cdot 10^{-2})$	$4.99 \cdot 10^{-1} (5.75 \cdot 10^{-2})$	$3.80 \cdot 10^{-1} (1.10 \cdot 10^{-2})$	$6.45 \cdot 10^{-1} (8.16 \cdot 10^{-2})$
$v = 7/2$	$5.03 \cdot 10^{-1} (3.11 \cdot 10^{-2})$	$6.07 \cdot 10^{-1} (6.42 \cdot 10^{-2})$	$6.10 \cdot 10^{-1} (7.74 \cdot 10^{-2})$	$6.26 \cdot 10^{-1} (8.92 \cdot 10^{-2})$	$7.26 \cdot 10^{-1} (5.02 \cdot 10^{-2})$	$6.70 \cdot 10^{-1} (4.85 \cdot 10^{-2})$
$v = 9/2$	$5.12 \cdot 10^{-1} (3.13 \cdot 10^{-2})$	$7.13 \cdot 10^{-1} (1.02 \cdot 10^{-1})$	$6.57 \cdot 10^{-1} (8.79 \cdot 10^{-2})$	$7.02 \cdot 10^{-1} (9.45 \cdot 10^{-2})$	$1.15 \cdot 10^0 (1.27 \cdot 10^{-1})$	$6.54 \cdot 10^{-1} (4.28 \cdot 10^{-2})$
$v = 11/2$	$5.18 \cdot 10^{-1} (3.15 \cdot 10^{-2})$	$7.96 \cdot 10^{-1} (1.36 \cdot 10^{-1})$	$6.61 \cdot 10^{-1} (8.73 \cdot 10^{-2})$	$7.05 \cdot 10^{-1} (9.77 \cdot 10^{-2})$	$1.33 \cdot 10^0 (1.73 \cdot 10^{-1})$	$7.55 \cdot 10^{-1} (8.53 \cdot 10^{-2})$
$v = 21/2$	$5.34 \cdot 10^{-1} (3.15 \cdot 10^{-2})$	$7.50 \cdot 10^{-1} (1.19 \cdot 10^{-1})$	$6.28 \cdot 10^{-1} (5.36 \cdot 10^{-2})$	$8.30 \cdot 10^{-1} (1.52 \cdot 10^{-1})$	$1.49 \cdot 10^0 (2.17 \cdot 10^{-1})$	$9.41 \cdot 10^{-1} (1.48 \cdot 10^{-1})$
$v = \infty$	$5.49 \cdot 10^{-1} (3.19 \cdot 10^{-2})$	$8.64 \cdot 10^{-1} (1.53 \cdot 10^{-1})$	$7.26 \cdot 10^{-1} (1.02 \cdot 10^{-1})$	$6.62 \cdot 10^{-1} (6.34 \cdot 10^{-2})$	$1.55 \cdot 10^0 (2.35 \cdot 10^{-1})$	$8.70 \cdot 10^{-1} (7.03 \cdot 10^{-2})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$5.16 \cdot 10^{-1} (3.27 \cdot 10^{-2})$	$7.78 \cdot 10^{-1} (1.14 \cdot 10^{-1})$	$7.34 \cdot 10^{-1} (1.03 \cdot 10^{-1})$	$7.30 \cdot 10^{-1} (1.06 \cdot 10^{-1})$	$3.79 \cdot 10^{-1} (3.33 \cdot 10^{-2})$	$8.57 \cdot 10^{-1} (7.85 \cdot 10^{-2})$

$R^*(S^{\text{SPE}})$	
$v = 1/2$	$3.21 \cdot 10^{-1} (9.61 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$2.70 \cdot 10^{-1} (1.31 \cdot 10^{-2})$
$v = 5/2$	$2.63 \cdot 10^{-1} (1.29 \cdot 10^{-2})$
$v = 7/2$	$2.60 \cdot 10^{-1} (1.10 \cdot 10^{-2})$
$v = 9/2$	$2.62 \cdot 10^{-1} (1.10 \cdot 10^{-2})$
$v = 11/2$	$2.63 \cdot 10^{-1} (1.10 \cdot 10^{-2})$
$v = 21/2$	$2.65 \cdot 10^{-1} (1.17 \cdot 10^{-2})$
$v = \infty$	$2.69 \cdot 10^{-1} (1.23 \cdot 10^{-2})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$2.51 \cdot 10^{-1} (1.06 \cdot 10^{-2})$

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	
NLL/SPE	$5.20 \cdot 10^{-1} (3.48 \cdot 10^{-2})$
linear	$9.91 \cdot 10^{-1} (6.29 \cdot 10^{-3})$
1NN	$9.66 \cdot 10^{-1} (2.14 \cdot 10^{-2})$
2NN	$8.23 \cdot 10^{-1} (1.42 \cdot 10^{-2})$

Averages of  $R(\theta; S^{\text{CRPS}})$ .

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$3.86 \cdot 10^{-1} (1.17 \cdot 10^{-2})$	$3.22 \cdot 10^{-1} (1.00 \cdot 10^{-2})$	$3.15 \cdot 10^{-1} (8.45 \cdot 10^{-3})$	$3.18 \cdot 10^{-1} (6.48 \cdot 10^{-3})$	$4.63 \cdot 10^{-1} (2.54 \cdot 10^{-2})$	$3.13 \cdot 10^{-1} (7.46 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$3.30 \cdot 10^{-1} (1.31 \cdot 10^{-2})$	$3.65 \cdot 10^{-1} (2.40 \cdot 10^{-2})$	$3.52 \cdot 10^{-1} (3.08 \cdot 10^{-2})$	$3.17 \cdot 10^{-1} (1.08 \cdot 10^{-2})$	$2.77 \cdot 10^{-1} (4.83 \cdot 10^{-3})$	$3.66 \cdot 10^{-1} (2.58 \cdot 10^{-2})$
$v = 5/2$	$3.39 \cdot 10^{-1} (1.40 \cdot 10^{-2})$	$3.93 \cdot 10^{-1} (2.60 \cdot 10^{-2})$	$3.70 \cdot 10^{-1} (2.21 \cdot 10^{-2})$	$3.68 \cdot 10^{-1} (2.26 \cdot 10^{-2})$	$2.96 \cdot 10^{-1} (4.61 \cdot 10^{-3})$	$4.05 \cdot 10^{-1} (2.58 \cdot 10^{-2})$
$v = 7/2$	$3.46 \cdot 10^{-1} (1.43 \cdot 10^{-2})$	$4.10 \cdot 10^{-1} (2.43 \cdot 10^{-2})$	$4.10 \cdot 10^{-1} (2.44 \cdot 10^{-2})$	$4.19 \cdot 10^{-1} (3.13 \cdot 10^{-2})$	$4.19 \cdot 10^{-1} (1.43 \cdot 10^{-2})$	$4.28 \cdot 10^{-1} (1.60 \cdot 10^{-2})$
$v = 9/2$	$3.51 \cdot 10^{-1} (1.44 \cdot 10^{-2})$	$4.46 \cdot 10^{-1} (3.00 \cdot 10^{-2})$	$4.30 \cdot 10^{-1} (2.69 \cdot 10^{-2})$	$4.50 \cdot 10^{-1} (3.19 \cdot 10^{-2})$	$5.32 \cdot 10^{-1} (2.94 \cdot 10^{-2})$	$4.28 \cdot 10^{-1} (1.63 \cdot 10^{-2})$
$v = 11/2$	$3.54 \cdot 10^{-1} (1.45 \cdot 10^{-2})$	$4.71 \cdot 10^{-1} (3.85 \cdot 10^{-2})$	$4.38 \cdot 10^{-1} (2.60 \cdot 10^{-2})$	$4.54 \cdot 10^{-1} (3.11 \cdot 10^{-2})$	$5.72 \cdot 10^{-1} (3.61 \cdot 10^{-2})$	$4.56 \cdot 10^{-1} (2.34 \cdot 10^{-2})$
$v = 21/2$	$3.61 \cdot 10^{-1} (1.46 \cdot 10^{-2})$	$4.65 \cdot 10^{-1} (3.64 \cdot 10^{-2})$	$4.32 \cdot 10^{-1} (2.32 \cdot 10^{-2})$	$4.89 \cdot 10^{-1} (4.31 \cdot 10^{-2})$	$6.03 \cdot 10^{-1} (4.14 \cdot 10^{-2})$	$5.09 \cdot 10^{-1} (3.87 \cdot 10^{-2})$
$v = \infty$	$3.68 \cdot 10^{-1} (1.47 \cdot 10^{-2})$	$4.95 \cdot 10^{-1} (4.11 \cdot 10^{-2})$	$4.63 \cdot 10^{-1} (2.89 \cdot 10^{-2})$	$4.50 \cdot 10^{-1} (2.32 \cdot 10^{-2})$	$6.13 \cdot 10^{-1} (4.31 \cdot 10^{-2})$	$5.14 \cdot 10^{-1} (2.00 \cdot 10^{-2})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$3.53 \cdot 10^{-1} (1.50 \cdot 10^{-2})$	$4.74 \cdot 10^{-1} (3.11 \cdot 10^{-2})$	$4.69 \cdot 10^{-1} (2.87 \cdot 10^{-2})$	$4.67 \cdot 10^{-1} (3.16 \cdot 10^{-2})$	$2.92 \cdot 10^{-1} (1.35 \cdot 10^{-2})$	$5.03 \cdot 10^{-1} (2.28 \cdot 10^{-2})$

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	
NLL/SPE	$3.55 \cdot 10^{-1} (1.64 \cdot 10^{-2})$

Averages of  $R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$ .

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$5.01 \cdot 10^0 (1.73 \cdot 10^{-1})$	$3.92 \cdot 10^0 (1.65 \cdot 10^{-1})$	$3.80 \cdot 10^0 (1.36 \cdot 10^{-1})$	$4.08 \cdot 10^0 (1.91 \cdot 10^{-1})$	$5.92 \cdot 10^0 (4.06 \cdot 10^{-1})$	$3.78 \cdot 10^0 (1.20 \cdot 10^{-1})$
$v = 3/2$	$4.35 \cdot 10^0 (2.85 \cdot 10^{-1})$	$5.21 \cdot 10^0 (5.46 \cdot 10^{-1})$	$5.17 \cdot 10^0 (8.05 \cdot 10^{-1})$	$4.40 \cdot 10^0 (3.19 \cdot 10^{-1})$	$3.12 \cdot 10^0 (1.22 \cdot 10^{-1})$	$5.07 \cdot 10^0 (4.93 \cdot 10^{-1})$
$v = 5/2$	$4.60 \cdot 10^0 (3.35 \cdot 10^{-1})$	$6.42 \cdot 10^0 (7.00 \cdot 10^{-1})$	$6.15 \cdot 10^0 (6.28 \cdot 10^{-1})$	$6.28 \cdot 10^0 (7.01 \cdot 10^{-1})$	$2.99 \cdot 10^0 (1.36 \cdot 10^{-1})$	$6.12 \cdot 10^0 (4.97 \cdot 10^{-1})$
$v = 7/2$	$4.79 \cdot 10^0 (3.61 \cdot 10^{-1})$	$7.06 \cdot 10^0 (6.11 \cdot 10^{-1})$	$7.45 \cdot 10^0 (7.77 \cdot 10^{-1})$	$8.09 \cdot 10^0 (1.03 \cdot 10^0)$	$4.63 \cdot 10^0 (2.81 \cdot 10^{-1})$	$7.48 \cdot 10^0 (4.86 \cdot 10^{-1})$
$v = 9/2$	$4.91 \cdot 10^0 (3.76 \cdot 10^{-1})$	$8.49 \cdot 10^0 (8.28 \cdot 10^{-1})$	$8.45 \cdot 10^0 (8.65 \cdot 10^{-1})$	$9.27 \cdot 10^0 (1.10 \cdot 10^0)$	$6.18 \cdot 10^0 (3.92 \cdot 10^{-1})$	$7.53 \cdot 10^0 (5.14 \cdot 10^{-1})$
$v = 11/2$	$4.98 \cdot 10^0 (3.85 \cdot 10^{-1})$	$9.58 \cdot 10^0 (1.25 \cdot 10^0)$	$8.99 \cdot 10^0 (8.97 \cdot 10^{-1})$	$9.71 \cdot 10^0 (1.07 \cdot 10^0)$	$6.73 \cdot 10^0 (4.22 \cdot 10^{-1})$	$8.40 \cdot 10^0 (7.86 \cdot 10^{-1})$
$v = 21/2$	$5.19 \cdot 10^0 (4.02 \cdot 10^{-1})$	$9.84 \cdot 10^0 (1.32 \cdot 10^0)$	$8.99 \cdot 10^0 (8.48 \cdot 10^{-1})$	$1.14 \cdot 10^1 (1.66 \cdot 10^0)$	$7.17 \cdot 10^0 (4.41 \cdot 10^{-1})$	$1.01 \cdot 10^1 (1.40 \cdot 10^0)$
$v = \infty$	$5.38 \cdot 10^0 (4.05 \cdot 10^{-1})$	$1.08 \cdot 10^1 (1.46 \cdot 10^0)$	$1.02 \cdot 10^1 (1.08 \cdot 10^0)$	$9.70 \cdot 10^0 (8.27 \cdot 10^{-1})$	$7.30 \cdot 10^0 (4.45 \cdot 10^{-1})$	$1.09 \cdot 10^1 (7.19 \cdot 10^{-1})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$5.06 \cdot 10^0 (4.15 \cdot 10^{-1})$	$1.02 \cdot 10^1 (1.07 \cdot 10^0)$	$1.06 \cdot 10^1 (1.09 \cdot 10^0)$	$1.08 \cdot 10^1 (1.15 \cdot 10^0)$	$3.25 \cdot 10^0 (1.76 \cdot 10^{-1})$	$1.04 \cdot 10^1 (7.68 \cdot 10^{-1})$

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	
NLL/SPE	$5.11 \cdot 10^0 (4.33 \cdot 10^{-1})$

Averages of  $C_{0.95}(\theta)$ .

SUPPLEMENTARY MATERIALS: PARAMETER SELECTION IN GAUSSIAN PROCESS INTERPOLATION  
SM43

$C_{0.95}(\theta)$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$9.12 \cdot 10^{-1} (1.01 \cdot 10^{-2})$	$9.05 \cdot 10^{-1} (7.65 \cdot 10^{-3})$	$9.10 \cdot 10^{-1} (7.18 \cdot 10^{-3})$	$8.89 \cdot 10^{-1} (1.11 \cdot 10^{-2})$	$9.03 \cdot 10^{-1} (1.22 \cdot 10^{-2})$	$9.12 \cdot 10^{-1} (7.03 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$8.78 \cdot 10^{-1} (1.28 \cdot 10^{-2})$	$7.94 \cdot 10^{-1} (1.58 \cdot 10^{-2})$	$7.99 \cdot 10^{-1} (1.84 \cdot 10^{-2})$	$8.06 \cdot 10^{-1} (1.78 \cdot 10^{-2})$	$9.18 \cdot 10^{-1} (9.14 \cdot 10^{-3})$	$8.15 \cdot 10^{-1} (1.96 \cdot 10^{-2})$
$v = 5/2$	$8.43 \cdot 10^{-1} (1.66 \cdot 10^{-2})$	$6.67 \cdot 10^{-1} (2.22 \cdot 10^{-2})$	$6.61 \cdot 10^{-1} (2.59 \cdot 10^{-2})$	$6.50 \cdot 10^{-1} (3.07 \cdot 10^{-2})$	$9.02 \cdot 10^{-1} (1.54 \cdot 10^{-2})$	$7.03 \cdot 10^{-1} (2.06 \cdot 10^{-2})$
$v = 7/2$	$8.26 \cdot 10^{-1} (1.91 \cdot 10^{-2})$	$6.24 \cdot 10^{-1} (2.34 \cdot 10^{-2})$	$6.00 \cdot 10^{-1} (2.99 \cdot 10^{-2})$	$5.74 \cdot 10^{-1} (3.06 \cdot 10^{-2})$	$8.68 \cdot 10^{-1} (3.09 \cdot 10^{-2})$	$6.08 \cdot 10^{-1} (3.04 \cdot 10^{-2})$
$v = 9/2$	$8.17 \cdot 10^{-1} (2.06 \cdot 10^{-2})$	$5.60 \cdot 10^{-1} (2.80 \cdot 10^{-2})$	$5.49 \cdot 10^{-1} (3.39 \cdot 10^{-2})$	$5.35 \cdot 10^{-1} (3.30 \cdot 10^{-2})$	$8.42 \cdot 10^{-1} (3.59 \cdot 10^{-2})$	$5.94 \cdot 10^{-1} (2.85 \cdot 10^{-2})$
$v = 11/2$	$8.11 \cdot 10^{-1} (2.15 \cdot 10^{-2})$	$5.40 \cdot 10^{-1} (3.81 \cdot 10^{-2})$	$5.18 \cdot 10^{-1} (3.31 \cdot 10^{-2})$	$5.14 \cdot 10^{-1} (3.16 \cdot 10^{-2})$	$8.31 \cdot 10^{-1} (3.64 \cdot 10^{-2})$	$5.68 \cdot 10^{-1} (3.57 \cdot 10^{-2})$
$v = 21/2$	$7.97 \cdot 10^{-1} (2.30 \cdot 10^{-2})$	$5.16 \cdot 10^{-1} (3.82 \cdot 10^{-2})$	$5.19 \cdot 10^{-1} (3.42 \cdot 10^{-2})$	$4.63 \cdot 10^{-1} (3.81 \cdot 10^{-2})$	$8.21 \cdot 10^{-1} (3.70 \cdot 10^{-2})$	$5.38 \cdot 10^{-1} (3.86 \cdot 10^{-2})$
$v = \infty$	$7.85 \cdot 10^{-1} (2.38 \cdot 10^{-2})$	$4.98 \cdot 10^{-1} (3.93 \cdot 10^{-2})$	$4.86 \cdot 10^{-1} (3.69 \cdot 10^{-2})$	$4.96 \cdot 10^{-1} (3.15 \cdot 10^{-2})$	$8.19 \cdot 10^{-1} (3.73 \cdot 10^{-2})$	$4.74 \cdot 10^{-1} (3.23 \cdot 10^{-2})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$8.04 \cdot 10^{-1} (2.41 \cdot 10^{-2})$	$4.97 \cdot 10^{-1} (3.34 \cdot 10^{-2})$	$4.61 \cdot 10^{-1} (3.40 \cdot 10^{-2})$	$4.54 \cdot 10^{-1} (3.30 \cdot 10^{-2})$	$9.18 \cdot 10^{-1} (9.14 \cdot 10^{-3})$	$5.02 \cdot 10^{-1} (3.79 \cdot 10^{-2})$

$C_{0.95}(\theta)$	
NLL/SPE	$8.06 \cdot 10^{-1} (2.68 \cdot 10^{-2})$

SM2.2.32. Rosenbrock,  $n = 100$ ,  $d = 5$ .

Averages of  $R(\theta; S^{\text{SPE}})$ .

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$3.84 \cdot 10^{-1} (1.66 \cdot 10^{-2})$	$2.92 \cdot 10^{-1} (1.19 \cdot 10^{-2})$	$2.86 \cdot 10^{-1} (1.04 \cdot 10^{-2})$	$2.91 \cdot 10^{-1} (1.13 \cdot 10^{-2})$	$5.80 \cdot 10^{-1} (5.96 \cdot 10^{-2})$	$2.85 \cdot 10^{-1} (1.02 \cdot 10^{-2})$
$v = 3/2$	$2.54 \cdot 10^{-1} (1.52 \cdot 10^{-2})$	$2.19 \cdot 10^{-1} (1.07 \cdot 10^{-2})$	$2.13 \cdot 10^{-1} (1.31 \cdot 10^{-2})$	$2.12 \cdot 10^{-1} (1.21 \cdot 10^{-2})$	$2.17 \cdot 10^{-1} (1.32 \cdot 10^{-2})$	$2.23 \cdot 10^{-1} (1.58 \cdot 10^{-2})$
$v = 5/2$	$2.32 \cdot 10^{-1} (1.61 \cdot 10^{-2})$	$2.11 \cdot 10^{-1} (1.52 \cdot 10^{-2})$	$1.98 \cdot 10^{-1} (1.57 \cdot 10^{-2})$	$2.02 \cdot 10^{-1} (1.67 \cdot 10^{-2})$	$1.79 \cdot 10^{-1} (1.28 \cdot 10^{-2})$	$1.95 \cdot 10^{-1} (1.52 \cdot 10^{-2})$
$v = 7/2$	$2.28 \cdot 10^{-1} (1.70 \cdot 10^{-2})$	$2.05 \cdot 10^{-1} (2.02 \cdot 10^{-2})$	$1.65 \cdot 10^{-1} (1.30 \cdot 10^{-2})$	$1.88 \cdot 10^{-1} (2.18 \cdot 10^{-2})$	$1.56 \cdot 10^{-1} (1.24 \cdot 10^{-2})$	$1.92 \cdot 10^{-1} (2.62 \cdot 10^{-2})$
$v = 9/2$	$2.28 \cdot 10^{-1} (1.76 \cdot 10^{-2})$	$1.99 \cdot 10^{-1} (2.41 \cdot 10^{-2})$	$1.55 \cdot 10^{-1} (1.69 \cdot 10^{-2})$	$1.70 \cdot 10^{-1} (1.81 \cdot 10^{-2})$	$1.38 \cdot 10^{-1} (1.18 \cdot 10^{-2})$	$1.60 \cdot 10^{-1} (2.15 \cdot 10^{-2})$
$v = 11/2$	$2.29 \cdot 10^{-1} (1.80 \cdot 10^{-2})$	$1.93 \cdot 10^{-1} (2.32 \cdot 10^{-2})$	$1.52 \cdot 10^{-1} (1.91 \cdot 10^{-2})$	$1.64 \cdot 10^{-1} (1.97 \cdot 10^{-2})$	$1.36 \cdot 10^{-1} (1.23 \cdot 10^{-2})$	$1.62 \cdot 10^{-1} (1.65 \cdot 10^{-2})$
$v = 21/2$	$2.33 \cdot 10^{-1} (1.87 \cdot 10^{-2})$	$1.86 \cdot 10^{-1} (2.85 \cdot 10^{-2})$	$1.54 \cdot 10^{-1} (1.52 \cdot 10^{-2})$	$1.55 \cdot 10^{-1} (2.08 \cdot 10^{-2})$	$1.44 \cdot 10^{-1} (1.48 \cdot 10^{-2})$	$1.53 \cdot 10^{-1} (1.35 \cdot 10^{-2})$
$v = \infty$	$2.44 \cdot 10^{-1} (1.94 \cdot 10^{-2})$	$1.95 \cdot 10^{-1} (2.96 \cdot 10^{-2})$	$1.61 \cdot 10^{-1} (1.49 \cdot 10^{-2})$	$1.59 \cdot 10^{-1} (2.16 \cdot 10^{-2})$	$1.68 \cdot 10^{-1} (1.69 \cdot 10^{-2})$	$1.73 \cdot 10^{-1} (2.04 \cdot 10^{-2})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$2.31 \cdot 10^{-1} (1.64 \cdot 10^{-2})$	$2.09 \cdot 10^{-1} (3.39 \cdot 10^{-2})$	$1.59 \cdot 10^{-1} (1.48 \cdot 10^{-2})$	$1.61 \cdot 10^{-1} (1.63 \cdot 10^{-2})$	$4.82 \cdot 10^{-1} (1.01 \cdot 10^{-1})$	$1.66 \cdot 10^{-1} (1.86 \cdot 10^{-2})$

$R^*(S^{\text{SPE}})$	
$v = 1/2$	$2.42 \cdot 10^{-1} (6.96 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$1.71 \cdot 10^{-1} (1.41 \cdot 10^{-2})$
$v = 5/2$	$1.41 \cdot 10^{-1} (1.44 \cdot 10^{-2})$
$v = 7/2$	$1.14 \cdot 10^{-1} (1.37 \cdot 10^{-2})$
$v = 9/2$	$9.67 \cdot 10^{-2} (1.15 \cdot 10^{-2})$
$v = 11/2$	$8.75 \cdot 10^{-2} (1.05 \cdot 10^{-2})$
$v = 21/2$	$7.22 \cdot 10^{-2} (7.36 \cdot 10^{-3})$
$v = \infty$	$7.02 \cdot 10^{-2} (7.06 \cdot 10^{-3})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$6.83 \cdot 10^{-2} (6.84 \cdot 10^{-3})$

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	
NLL/SPE	$2.30 \cdot 10^{-1} (1.69 \cdot 10^{-2})$
linear	$9.89 \cdot 10^{-1} (8.20 \cdot 10^{-3})$
1NN	$8.21 \cdot 10^{-1} (1.00 \cdot 10^{-2})$
2NN	$7.09 \cdot 10^{-1} (1.29 \cdot 10^{-2})$

Averages of  $R(\theta; S^{\text{CRPS}})$ .

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$2.86 \cdot 10^{-1} (3.38 \cdot 10^{-3})$	$2.57 \cdot 10^{-1} (5.28 \cdot 10^{-3})$	$2.54 \cdot 10^{-1} (3.85 \cdot 10^{-3})$	$2.53 \cdot 10^{-1} (3.10 \cdot 10^{-3})$	$3.62 \cdot 10^{-1} (2.42 \cdot 10^{-2})$	$2.52 \cdot 10^{-1} (3.17 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$2.22 \cdot 10^{-1} (4.98 \cdot 10^{-3})$	$2.12 \cdot 10^{-1} (4.43 \cdot 10^{-3})$	$2.06 \cdot 10^{-1} (5.29 \cdot 10^{-3})$	$2.06 \cdot 10^{-1} (4.86 \cdot 10^{-3})$	$2.07 \cdot 10^{-1} (3.52 \cdot 10^{-3})$	$2.09 \cdot 10^{-1} (5.43 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$2.11 \cdot 10^{-1} (5.96 \cdot 10^{-3})$	$2.10 \cdot 10^{-1} (7.50 \cdot 10^{-3})$	$2.00 \cdot 10^{-1} (7.64 \cdot 10^{-3})$	$2.04 \cdot 10^{-1} (8.36 \cdot 10^{-3})$	$1.88 \cdot 10^{-1} (4.33 \cdot 10^{-3})$	$1.97 \cdot 10^{-1} (5.86 \cdot 10^{-3})$
$v = 7/2$	$2.09 \cdot 10^{-1} (6.67 \cdot 10^{-3})$	$2.06 \cdot 10^{-1} (9.43 \cdot 10^{-3})$	$1.84 \cdot 10^{-1} (7.13 \cdot 10^{-3})$	$1.96 \cdot 10^{-1} (1.14 \cdot 10^{-2})$	$1.77 \cdot 10^{-1} (5.06 \cdot 10^{-3})$	$1.97 \cdot 10^{-1} (1.34 \cdot 10^{-2})$
$v = 9/2$	$2.09 \cdot 10^{-1} (7.09 \cdot 10^{-3})$	$2.01 \cdot 10^{-1} (1.13 \cdot 10^{-2})$	$1.80 \cdot 10^{-1} (1.09 \cdot 10^{-2})$	$1.88 \cdot 10^{-1} (9.74 \cdot 10^{-3})$	$1.68 \cdot 10^{-1} (5.97 \cdot 10^{-3})$	$1.81 \cdot 10^{-1} (1.17 \cdot 10^{-2})$
$v = 11/2$	$2.10 \cdot 10^{-1} (7.33 \cdot 10^{-3})$	$2.01 \cdot 10^{-1} (1.19 \cdot 10^{-2})$	$1.78 \cdot 10^{-1} (1.17 \cdot 10^{-2})$	$1.88 \cdot 10^{-1} (1.14 \cdot 10^{-2})$	$1.66 \cdot 10^{-1} (6.86 \cdot 10^{-3})$	$1.87 \cdot 10^{-1} (1.08 \cdot 10^{-2})$
$v = 21/2$	$2.13 \cdot 10^{-1} (7.73 \cdot 10^{-3})$	$1.99 \cdot 10^{-1} (1.62 \cdot 10^{-2})$	$1.82 \cdot 10^{-1} (9.39 \cdot 10^{-3})$	$1.83 \cdot 10^{-1} (1.32 \cdot 10^{-2})$	$1.71 \cdot 10^{-1} (8.34 \cdot 10^{-3})$	$1.82 \cdot 10^{-1} (8.44 \cdot 10^{-3})$
$v = \infty$	$2.19 \cdot 10^{-1} (8.05 \cdot 10^{-3})$	$2.05 \cdot 10^{-1} (1.65 \cdot 10^{-2})$	$1.88 \cdot 10^{-1} (9.00 \cdot 10^{-3})$	$1.86 \cdot 10^{-1} (1.35 \cdot 10^{-2})$	$1.83 \cdot 10^{-1} (8.91 \cdot 10^{-3})$	$1.93 \cdot 10^{-1} (1.05 \cdot 10^{-2})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$2.11 \cdot 10^{-1} (6.12 \cdot 10^{-3})$	$2.10 \cdot 10^{-1} (1.80 \cdot 10^{-2})$	$1.86 \cdot 10^{-1} (9.02 \cdot 10^{-3})$	$1.88 \cdot 10^{-1} (9.74 \cdot 10^{-3})$	$3.11 \cdot 10^{-1} (3.97 \cdot 10^{-2})$	$1.89 \cdot 10^{-1} (9.64 \cdot 10^{-3})$

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	
NLL/SPE	$2.11 \cdot 10^{-1} (6.78 \cdot 10^{-3})$

Averages of  $R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$ .

$R(\theta; S_{0.95}^S)$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$3.87 \cdot 10^0 (1.39 \cdot 10^{-1})$	$3.21 \cdot 10^0 (1.17 \cdot 10^{-1})$	$3.19 \cdot 10^0 (1.21 \cdot 10^{-1})$	$3.43 \cdot 10^0 (1.61 \cdot 10^{-1})$	$4.60 \cdot 10^0 (1.94 \cdot 10^{-1})$	$3.19 \cdot 10^0 (1.25 \cdot 10^{-1})$
$v = 3/2$	$2.90 \cdot 10^0 (1.57 \cdot 10^{-1})$	$2.59 \cdot 10^0 (1.35 \cdot 10^{-1})$	$2.58 \cdot 10^0 (1.49 \cdot 10^{-1})$	$2.63 \cdot 10^0 (1.51 \cdot 10^{-1})$	$2.45 \cdot 10^0 (1.19 \cdot 10^{-1})$	$2.64 \cdot 10^0 (1.55 \cdot 10^{-1})$
$v = 5/2$	$2.75 \cdot 10^0 (1.79 \cdot 10^{-1})$	$2.47 \cdot 10^0 (1.87 \cdot 10^{-1})$	$2.39 \cdot 10^0 (1.92 \cdot 10^{-1})$	$2.52 \cdot 10^0 (2.13 \cdot 10^{-1})$	$1.90 \cdot 10^0 (1.03 \cdot 10^{-1})$	$2.32 \cdot 10^0 (1.62 \cdot 10^{-1})$
$v = 7/2$	$2.72 \cdot 10^0 (1.91 \cdot 10^{-1})$	$2.45 \cdot 10^0 (2.27 \cdot 10^{-1})$	$2.09 \cdot 10^0 (1.97 \cdot 10^{-1})$	$2.45 \cdot 10^0 (2.88 \cdot 10^{-1})$	$1.60 \cdot 10^0 (7.42 \cdot 10^{-2})$	$2.29 \cdot 10^0 (2.55 \cdot 10^{-1})$
$v = 9/2$	$2.72 \cdot 10^0 (1.98 \cdot 10^{-1})$	$2.41 \cdot 10^0 (2.86 \cdot 10^{-1})$	$2.11 \cdot 10^0 (2.34 \cdot 10^{-1})$	$2.33 \cdot 10^0 (3.12 \cdot 10^{-1})$	$1.48 \cdot 10^0 (8.19 \cdot 10^{-2})$	$1.96 \cdot 10^0 (1.92 \cdot 10^{-1})$
$v = 11/2$	$2.72 \cdot 10^0 (2.03 \cdot 10^{-1})$	$2.45 \cdot 10^0 (3.04 \cdot 10^{-1})$	$2.15 \cdot 10^0 (2.86 \cdot 10^{-1})$	$2.44 \cdot 10^0 (3.35 \cdot 10^{-1})$	$1.48 \cdot 10^0 (1.07 \cdot 10^{-1})$	$2.06 \cdot 10^0 (2.02 \cdot 10^{-1})$
$v = 21/2$	$2.76 \cdot 10^0 (2.16 \cdot 10^{-1})$	$2.62 \cdot 10^0 (3.86 \cdot 10^{-1})$	$2.28 \cdot 10^0 (2.28 \cdot 10^{-1})$	$2.48 \cdot 10^0 (3.96 \cdot 10^{-1})$	$1.56 \cdot 10^0 (1.42 \cdot 10^{-1})$	$2.09 \cdot 10^0 (2.06 \cdot 10^{-1})$
$v = \infty$	$2.87 \cdot 10^0 (2.32 \cdot 10^{-1})$	$2.80 \cdot 10^0 (4.02 \cdot 10^{-1})$	$2.47 \cdot 10^0 (2.56 \cdot 10^{-1})$	$2.59 \cdot 10^0 (4.09 \cdot 10^{-1})$	$1.69 \cdot 10^0 (1.54 \cdot 10^{-1})$	$2.42 \cdot 10^0 (2.60 \cdot 10^{-1})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$2.74 \cdot 10^0 (1.84 \cdot 10^{-1})$	$2.91 \cdot 10^0 (4.13 \cdot 10^{-1})$	$2.45 \cdot 10^0 (2.58 \cdot 10^{-1})$	$2.54 \cdot 10^0 (2.65 \cdot 10^{-1})$	$3.78 \cdot 10^0 (5.03 \cdot 10^{-1})$	$2.38 \cdot 10^0 (2.63 \cdot 10^{-1})$

$R(\theta; S_{0.95}^S)$	
NLL/SPE	$2.73 \cdot 10^0 (1.89 \cdot 10^{-1})$

Averages of  $C_{0.95}(\theta)$ .

$C_{0.95}(\theta)$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$9.45 \cdot 10^{-1} (5.79 \cdot 10^{-3})$	$9.28 \cdot 10^{-1} (6.41 \cdot 10^{-3})$	$9.30 \cdot 10^{-1} (6.52 \cdot 10^{-3})$	$9.06 \cdot 10^{-1} (8.01 \cdot 10^{-3})$	$9.33 \cdot 10^{-1} (5.48 \cdot 10^{-3})$	$9.32 \cdot 10^{-1} (6.71 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$9.15 \cdot 10^{-1} (8.17 \cdot 10^{-3})$	$9.07 \cdot 10^{-1} (9.92 \cdot 10^{-3})$	$9.08 \cdot 10^{-1} (9.42 \cdot 10^{-3})$	$9.04 \cdot 10^{-1} (1.04 \cdot 10^{-2})$	$9.32 \cdot 10^{-1} (7.00 \cdot 10^{-3})$	$9.11 \cdot 10^{-1} (8.80 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$8.94 \cdot 10^{-1} (1.11 \cdot 10^{-2})$	$8.69 \cdot 10^{-1} (1.71 \cdot 10^{-2})$	$8.77 \cdot 10^{-1} (1.72 \cdot 10^{-2})$	$8.65 \cdot 10^{-1} (2.04 \cdot 10^{-2})$	$9.39 \cdot 10^{-1} (1.07 \cdot 10^{-2})$	$8.88 \cdot 10^{-1} (1.44 \cdot 10^{-2})$
$v = 7/2$	$8.86 \cdot 10^{-1} (1.24 \cdot 10^{-2})$	$8.49 \cdot 10^{-1} (1.88 \cdot 10^{-2})$	$8.70 \cdot 10^{-1} (1.91 \cdot 10^{-2})$	$8.44 \cdot 10^{-1} (2.46 \cdot 10^{-2})$	$9.47 \cdot 10^{-1} (1.07 \cdot 10^{-2})$	$8.63 \cdot 10^{-1} (2.17 \cdot 10^{-2})$
$v = 9/2$	$8.81 \cdot 10^{-1} (1.29 \cdot 10^{-2})$	$8.36 \cdot 10^{-1} (2.17 \cdot 10^{-2})$	$8.46 \cdot 10^{-1} (2.37 \cdot 10^{-2})$	$8.22 \cdot 10^{-1} (2.31 \cdot 10^{-2})$	$9.41 \cdot 10^{-1} (1.38 \cdot 10^{-2})$	$8.62 \cdot 10^{-1} (2.17 \cdot 10^{-2})$
$v = 11/2$	$8.78 \cdot 10^{-1} (1.32 \cdot 10^{-2})$	$8.13 \cdot 10^{-1} (2.27 \cdot 10^{-2})$	$8.23 \cdot 10^{-1} (2.49 \cdot 10^{-2})$	$7.91 \cdot 10^{-1} (2.71 \cdot 10^{-2})$	$9.36 \cdot 10^{-1} (1.74 \cdot 10^{-2})$	$8.30 \cdot 10^{-1} (2.27 \cdot 10^{-2})$
$v = 21/2$	$8.68 \cdot 10^{-1} (1.44 \cdot 10^{-2})$	$7.83 \cdot 10^{-1} (3.11 \cdot 10^{-2})$	$7.76 \cdot 10^{-1} (2.29 \cdot 10^{-2})$	$7.68 \cdot 10^{-1} (3.32 \cdot 10^{-2})$	$9.32 \cdot 10^{-1} (2.16 \cdot 10^{-2})$	$8.00 \cdot 10^{-1} (2.38 \cdot 10^{-2})$
$v = \infty$	$8.56 \cdot 10^{-1} (1.55 \cdot 10^{-2})$	$7.55 \cdot 10^{-1} (3.07 \cdot 10^{-2})$	$7.47 \cdot 10^{-1} (2.22 \cdot 10^{-2})$	$7.48 \cdot 10^{-1} (3.33 \cdot 10^{-2})$	$9.30 \cdot 10^{-1} (2.25 \cdot 10^{-2})$	$7.61 \cdot 10^{-1} (2.38 \cdot 10^{-2})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$8.89 \cdot 10^{-1} (1.10 \cdot 10^{-2})$	$7.56 \cdot 10^{-1} (3.08 \cdot 10^{-2})$	$7.50 \cdot 10^{-1} (2.30 \cdot 10^{-2})$	$7.43 \cdot 10^{-1} (2.56 \cdot 10^{-2})$	$9.22 \cdot 10^{-1} (7.51 \cdot 10^{-3})$	$7.66 \cdot 10^{-1} (2.36 \cdot 10^{-2})$

$C_{0.95}(\theta)$	
NLL/SPE	$8.84 \cdot 10^{-1} (1.17 \cdot 10^{-2})$

### SM2.2.33. Rosenbrock, $n = 250$ , $d = 5$ .

Averages of  $R(\theta; S^{\text{SPE}})$ .

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$1.89 \cdot 10^{-1} (7.09 \cdot 10^{-3})$	$1.49 \cdot 10^{-1} (6.17 \cdot 10^{-3})$	$1.46 \cdot 10^{-1} (6.04 \cdot 10^{-3})$	$1.50 \cdot 10^{-1} (6.12 \cdot 10^{-3})$	$7.68 \cdot 10^{-1} (8.77 \cdot 10^{-2})$	$1.45 \cdot 10^{-1} (6.00 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$6.84 \cdot 10^{-2} (3.60 \cdot 10^{-3})$	$6.40 \cdot 10^{-2} (2.54 \cdot 10^{-3})$	$6.46 \cdot 10^{-2} (3.44 \cdot 10^{-3})$	$6.58 \cdot 10^{-2} (3.48 \cdot 10^{-3})$	$6.46 \cdot 10^{-2} (2.50 \cdot 10^{-3})$	$6.40 \cdot 10^{-2} (3.46 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$2.94 \cdot 10^{-2} (1.74 \cdot 10^{-3})$	$2.49 \cdot 10^{-2} (1.18 \cdot 10^{-3})$	$2.47 \cdot 10^{-2} (1.30 \cdot 10^{-3})$	$2.48 \cdot 10^{-2} (1.28 \cdot 10^{-3})$	$2.50 \cdot 10^{-2} (9.11 \cdot 10^{-4})$	$2.49 \cdot 10^{-2} (1.44 \cdot 10^{-3})$
$v = 7/2$	$1.01 \cdot 10^{-2} (6.33 \cdot 10^{-4})$	$7.01 \cdot 10^{-3} (3.07 \cdot 10^{-4})$	$7.00 \cdot 10^{-3} (3.67 \cdot 10^{-4})$	$7.03 \cdot 10^{-3} (3.83 \cdot 10^{-4})$	$6.73 \cdot 10^{-3} (2.82 \cdot 10^{-4})$	$7.28 \cdot 10^{-3} (3.84 \cdot 10^{-4})$
$v = 9/2$	$3.44 \cdot 10^{-3} (2.44 \cdot 10^{-4})$	$2.50 \cdot 10^{-3} (1.26 \cdot 10^{-4})$	$2.40 \cdot 10^{-3} (9.12 \cdot 10^{-5})$	$2.46 \cdot 10^{-3} (1.43 \cdot 10^{-4})$	$2.59 \cdot 10^{-3} (1.30 \cdot 10^{-4})$	$2.85 \cdot 10^{-3} (1.84 \cdot 10^{-4})$
$v = 11/2$	$2.41 \cdot 10^{-3} (1.76 \cdot 10^{-4})$	$1.73 \cdot 10^{-3} (8.99 \cdot 10^{-5})$	$1.62 \cdot 10^{-3} (7.51 \cdot 10^{-5})$	$1.65 \cdot 10^{-3} (1.05 \cdot 10^{-4})$	$1.93 \cdot 10^{-3} (1.08 \cdot 10^{-4})$	$2.04 \cdot 10^{-3} (1.74 \cdot 10^{-4})$
$v = 21/2$	$2.09 \cdot 10^{-3} (1.15 \cdot 10^{-4})$	$1.68 \cdot 10^{-3} (8.03 \cdot 10^{-5})$	$1.58 \cdot 10^{-3} (8.55 \cdot 10^{-5})$	$1.58 \cdot 10^{-3} (8.87 \cdot 10^{-5})$	$2.04 \cdot 10^{-3} (1.19 \cdot 10^{-4})$	$1.90 \cdot 10^{-3} (1.80 \cdot 10^{-4})$
$v = \infty$	$2.10 \cdot 10^{-3} (1.08 \cdot 10^{-4})$	$1.71 \cdot 10^{-3} (9.58 \cdot 10^{-5})$	$1.65 \cdot 10^{-3} (9.85 \cdot 10^{-5})$	$1.66 \cdot 10^{-3} (9.97 \cdot 10^{-5})$	$2.19 \cdot 10^{-3} (1.29 \cdot 10^{-4})$	$1.89 \cdot 10^{-3} (1.33 \cdot 10^{-4})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$2.04 \cdot 10^{-3} (1.09 \cdot 10^{-4})$	$1.73 \cdot 10^{-3} (9.11 \cdot 10^{-5})$	$1.67 \cdot 10^{-3} (9.72 \cdot 10^{-5})$	$1.65 \cdot 10^{-3} (1.05 \cdot 10^{-4})$	$5.02 \cdot 10^{-1} (1.08 \cdot 10^{-1})$	$1.89 \cdot 10^{-3} (1.71 \cdot 10^{-4})$

$R^*(S^{\text{SPE}})$	
$v = 1/2$	$1.35 \cdot 10^{-1} (4.39 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$6.05 \cdot 10^{-2} (2.80 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$2.27 \cdot 10^{-2} (9.82 \cdot 10^{-4})$
$v = 7/2$	$6.54 \cdot 10^{-3} (2.91 \cdot 10^{-4})$
$v = 9/2$	$2.54 \cdot 10^{-3} (1.40 \cdot 10^{-4})$
$v = 11/2$	$1.52 \cdot 10^{-3} (4.90 \cdot 10^{-5})$
$v = 21/2$	$1.37 \cdot 10^{-3} (7.24 \cdot 10^{-5})$
$v = \infty$	$1.36 \cdot 10^{-3} (8.85 \cdot 10^{-5})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$1.29 \cdot 10^{-3} (7.00 \cdot 10^{-5})$

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	
NLL/SPE	$2.08 \cdot 10^{-3} (1.10 \cdot 10^{-4})$
linear	$9.58 \cdot 10^{-1} (4.41 \cdot 10^{-3})$
1NN	$6.25 \cdot 10^{-1} (6.59 \cdot 10^{-3})$
2NN	$5.07 \cdot 10^{-1} (6.22 \cdot 10^{-3})$

Averages of  $R(\theta; S^{\text{CRPS}})$ .

**SUPPLEMENTARY MATERIALS: PARAMETER SELECTION IN GAUSSIAN PROCESS INTERPOLATION SM45**

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$2.02 \cdot 10^{-1} (2.66 \cdot 10^{-3})$	$1.82 \cdot 10^{-1} (3.32 \cdot 10^{-3})$	$1.80 \cdot 10^{-1} (3.27 \cdot 10^{-3})$	$1.78 \cdot 10^{-1} (3.19 \cdot 10^{-3})$	$4.36 \cdot 10^{-1} (3.37 \cdot 10^{-2})$	$1.79 \cdot 10^{-1} (3.25 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$1.09 \cdot 10^{-1} (2.27 \cdot 10^{-3})$	$1.07 \cdot 10^{-1} (1.95 \cdot 10^{-3})$	$1.05 \cdot 10^{-1} (2.39 \cdot 10^{-3})$	$1.05 \cdot 10^{-1} (2.47 \cdot 10^{-3})$	$1.06 \cdot 10^{-1} (1.73 \cdot 10^{-3})$	$1.04 \cdot 10^{-1} (2.37 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$6.72 \cdot 10^{-2} (1.62 \cdot 10^{-3})$	$6.27 \cdot 10^{-2} (1.46 \cdot 10^{-3})$	$6.15 \cdot 10^{-2} (1.49 \cdot 10^{-3})$	$6.16 \cdot 10^{-2} (1.48 \cdot 10^{-3})$	$6.29 \cdot 10^{-2} (1.27 \cdot 10^{-3})$	$6.14 \cdot 10^{-2} (1.56 \cdot 10^{-3})$
$v = 7/2$	$3.76 \cdot 10^{-2} (9.23 \cdot 10^{-4})$	$3.20 \cdot 10^{-2} (7.68 \cdot 10^{-4})$	$3.13 \cdot 10^{-2} (8.26 \cdot 10^{-4})$	$3.14 \cdot 10^{-2} (8.14 \cdot 10^{-4})$	$3.09 \cdot 10^{-2} (7.00 \cdot 10^{-4})$	$3.20 \cdot 10^{-2} (7.88 \cdot 10^{-4})$
$v = 9/2$	$2.15 \cdot 10^{-2} (6.23 \cdot 10^{-4})$	$1.87 \cdot 10^{-2} (4.54 \cdot 10^{-4})$	$1.82 \cdot 10^{-2} (3.80 \cdot 10^{-4})$	$1.84 \cdot 10^{-2} (4.69 \cdot 10^{-4})$	$1.85 \cdot 10^{-2} (4.35 \cdot 10^{-4})$	$1.96 \cdot 10^{-2} (5.77 \cdot 10^{-4})$
$v = 11/2$	$1.79 \cdot 10^{-2} (5.90 \cdot 10^{-4})$	$1.56 \cdot 10^{-2} (3.49 \cdot 10^{-4})$	$1.51 \cdot 10^{-2} (3.50 \cdot 10^{-4})$	$1.52 \cdot 10^{-2} (3.92 \cdot 10^{-4})$	$1.61 \cdot 10^{-2} (4.03 \cdot 10^{-4})$	$1.68 \cdot 10^{-2} (6.94 \cdot 10^{-4})$
$v = 21/2$	$1.77 \cdot 10^{-2} (4.72 \cdot 10^{-4})$	$1.59 \cdot 10^{-2} (3.56 \cdot 10^{-4})$	$1.54 \cdot 10^{-2} (4.31 \cdot 10^{-4})$	$1.54 \cdot 10^{-2} (4.22 \cdot 10^{-4})$	$1.74 \cdot 10^{-2} (4.62 \cdot 10^{-4})$	$1.68 \cdot 10^{-2} (7.24 \cdot 10^{-4})$
$v = \infty$	$1.87 \cdot 10^{-2} (4.94 \cdot 10^{-4})$	$1.63 \cdot 10^{-2} (5.02 \cdot 10^{-4})$	$1.61 \cdot 10^{-2} (5.28 \cdot 10^{-4})$	$1.61 \cdot 10^{-2} (5.27 \cdot 10^{-4})$	$1.84 \cdot 10^{-2} (5.09 \cdot 10^{-4})$	$1.73 \cdot 10^{-2} (6.61 \cdot 10^{-4})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$1.80 \cdot 10^{-2} (5.22 \cdot 10^{-4})$	$1.63 \cdot 10^{-2} (4.91 \cdot 10^{-4})$	$1.59 \cdot 10^{-2} (5.35 \cdot 10^{-4})$	$1.58 \cdot 10^{-2} (5.63 \cdot 10^{-4})$	$3.13 \cdot 10^{-1} (4.79 \cdot 10^{-2})$	$1.69 \cdot 10^{-2} (7.19 \cdot 10^{-4})$

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$
NLL/SPE $1.81 \cdot 10^{-2} (5.49 \cdot 10^{-4})$

Averages of  $R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$ .

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$2.68 \cdot 10^0 (4.54 \cdot 10^{-2})$	$2.21 \cdot 10^0 (6.08 \cdot 10^{-2})$	$2.20 \cdot 10^0 (5.97 \cdot 10^{-2})$	$2.42 \cdot 10^0 (8.71 \cdot 10^{-2})$	$5.10 \cdot 10^0 (3.48 \cdot 10^{-1})$	$2.19 \cdot 10^0 (5.89 \cdot 10^{-2})$
$v = 3/2$	$1.33 \cdot 10^0 (3.68 \cdot 10^{-2})$	$1.29 \cdot 10^0 (3.71 \cdot 10^{-2})$	$1.32 \cdot 10^0 (4.60 \cdot 10^{-2})$	$1.41 \cdot 10^0 (5.88 \cdot 10^{-2})$	$1.29 \cdot 10^0 (3.52 \cdot 10^{-2})$	$1.30 \cdot 10^0 (4.64 \cdot 10^{-2})$
$v = 5/2$	$7.49 \cdot 10^{-1} (2.18 \cdot 10^{-2})$	$7.03 \cdot 10^{-1} (2.31 \cdot 10^{-2})$	$7.05 \cdot 10^{-1} (2.53 \cdot 10^{-2})$	$7.09 \cdot 10^{-1} (2.55 \cdot 10^{-2})$	$6.90 \cdot 10^{-1} (1.95 \cdot 10^{-2})$	$7.05 \cdot 10^{-1} (2.74 \cdot 10^{-2})$
$v = 7/2$	$3.88 \cdot 10^{-1} (9.12 \cdot 10^{-3})$	$3.23 \cdot 10^{-1} (1.26 \cdot 10^{-2})$	$3.32 \cdot 10^{-1} (1.33 \cdot 10^{-2})$	$3.25 \cdot 10^{-1} (1.25 \cdot 10^{-2})$	$3.18 \cdot 10^{-1} (9.91 \cdot 10^{-3})$	$3.39 \cdot 10^{-1} (1.26 \cdot 10^{-2})$
$v = 9/2$	$2.15 \cdot 10^{-1} (6.81 \cdot 10^{-3})$	$1.76 \cdot 10^{-1} (7.12 \cdot 10^{-3})$	$1.79 \cdot 10^{-1} (5.31 \cdot 10^{-3})$	$1.75 \cdot 10^{-1} (7.88 \cdot 10^{-3})$	$1.86 \cdot 10^{-1} (6.38 \cdot 10^{-3})$	$1.97 \cdot 10^{-1} (9.65 \cdot 10^{-3})$
$v = 11/2$	$1.72 \cdot 10^{-1} (6.48 \cdot 10^{-3})$	$1.42 \cdot 10^{-1} (5.12 \cdot 10^{-3})$	$1.40 \cdot 10^{-1} (5.41 \cdot 10^{-3})$	$1.41 \cdot 10^{-1} (6.15 \cdot 10^{-3})$	$1.57 \cdot 10^{-1} (5.69 \cdot 10^{-3})$	$1.63 \cdot 10^{-1} (8.24 \cdot 10^{-3})$
$v = 21/2$	$1.82 \cdot 10^{-1} (8.69 \cdot 10^{-3})$	$1.45 \cdot 10^{-1} (5.91 \cdot 10^{-3})$	$1.43 \cdot 10^{-1} (7.06 \cdot 10^{-3})$	$1.43 \cdot 10^{-1} (6.57 \cdot 10^{-3})$	$1.62 \cdot 10^{-1} (5.87 \cdot 10^{-3})$	$1.57 \cdot 10^{-1} (9.15 \cdot 10^{-3})$
$v = \infty$	$2.25 \cdot 10^{-1} (1.23 \cdot 10^{-2})$	$1.53 \cdot 10^{-1} (8.90 \cdot 10^{-3})$	$1.52 \cdot 10^{-1} (9.44 \cdot 10^{-3})$	$1.54 \cdot 10^{-1} (9.87 \cdot 10^{-3})$	$1.73 \cdot 10^{-1} (6.13 \cdot 10^{-3})$	$1.63 \cdot 10^{-1} (1.01 \cdot 10^{-2})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$2.03 \cdot 10^{-1} (1.18 \cdot 10^{-2})$	$1.55 \cdot 10^{-1} (8.45 \cdot 10^{-3})$	$1.56 \cdot 10^{-1} (9.39 \cdot 10^{-3})$	$1.55 \cdot 10^{-1} (1.00 \cdot 10^{-2})$	$3.67 \cdot 10^0 (5.48 \cdot 10^{-1})$	$1.61 \cdot 10^{-1} (9.29 \cdot 10^{-3})$

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$
NLL/SPE $2.04 \cdot 10^{-1} (1.17 \cdot 10^{-2})$

Averages of  $C_{0.95}(\theta)$ .

$C_{0.95}(\theta)$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$9.68 \cdot 10^{-1} (1.91 \cdot 10^{-3})$	$9.42 \cdot 10^{-1} (3.79 \cdot 10^{-3})$	$9.43 \cdot 10^{-1} (4.12 \cdot 10^{-3})$	$9.09 \cdot 10^{-1} (5.46 \cdot 10^{-3})$	$9.33 \cdot 10^{-1} (4.19 \cdot 10^{-3})$	$9.44 \cdot 10^{-1} (4.26 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$9.63 \cdot 10^{-1} (2.93 \cdot 10^{-3})$	$9.38 \cdot 10^{-1} (4.12 \cdot 10^{-3})$	$9.44 \cdot 10^{-1} (4.16 \cdot 10^{-3})$	$9.22 \cdot 10^{-1} (5.58 \cdot 10^{-3})$	$9.49 \cdot 10^{-1} (4.00 \cdot 10^{-3})$	$9.45 \cdot 10^{-1} (4.03 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$9.66 \cdot 10^{-1} (2.85 \cdot 10^{-3})$	$9.39 \cdot 10^{-1} (4.63 \cdot 10^{-3})$	$9.40 \cdot 10^{-1} (4.61 \cdot 10^{-3})$	$9.40 \cdot 10^{-1} (4.62 \cdot 10^{-3})$	$9.48 \cdot 10^{-1} (4.63 \cdot 10^{-3})$	$9.42 \cdot 10^{-1} (4.45 \cdot 10^{-3})$
$v = 7/2$	$9.78 \cdot 10^{-1} (2.06 \cdot 10^{-3})$	$9.38 \cdot 10^{-1} (5.54 \cdot 10^{-3})$	$9.42 \cdot 10^{-1} (5.46 \cdot 10^{-3})$	$9.50 \cdot 10^{-1} (5.24 \cdot 10^{-3})$	$9.50 \cdot 10^{-1} (4.84 \cdot 10^{-3})$	$9.41 \cdot 10^{-1} (5.10 \cdot 10^{-3})$
$v = 9/2$	$9.83 \cdot 10^{-1} (2.05 \cdot 10^{-3})$	$9.35 \cdot 10^{-1} (6.41 \cdot 10^{-3})$	$9.38 \cdot 10^{-1} (6.94 \cdot 10^{-3})$	$9.43 \cdot 10^{-1} (6.93 \cdot 10^{-3})$	$9.47 \cdot 10^{-1} (5.67 \cdot 10^{-3})$	$9.33 \cdot 10^{-1} (6.71 \cdot 10^{-3})$
$v = 11/2$	$9.72 \cdot 10^{-1} (3.20 \cdot 10^{-3})$	$9.27 \cdot 10^{-1} (6.88 \cdot 10^{-3})$	$9.27 \cdot 10^{-1} (7.74 \cdot 10^{-3})$	$9.32 \cdot 10^{-1} (8.50 \cdot 10^{-3})$	$9.39 \cdot 10^{-1} (7.31 \cdot 10^{-3})$	$9.17 \cdot 10^{-1} (7.22 \cdot 10^{-3})$
$v = 21/2$	$8.67 \cdot 10^{-1} (8.88 \cdot 10^{-3})$	$8.97 \cdot 10^{-1} (1.18 \cdot 10^{-2})$	$8.94 \cdot 10^{-1} (1.26 \cdot 10^{-2})$	$8.97 \cdot 10^{-1} (1.34 \cdot 10^{-2})$	$9.20 \cdot 10^{-1} (1.13 \cdot 10^{-2})$	$8.88 \cdot 10^{-1} (1.21 \cdot 10^{-2})$
$v = \infty$	$7.80 \cdot 10^{-1} (1.20 \cdot 10^{-2})$	$8.81 \cdot 10^{-1} (1.56 \cdot 10^{-2})$	$8.76 \cdot 10^{-1} (1.58 \cdot 10^{-2})$	$8.77 \cdot 10^{-1} (1.75 \cdot 10^{-2})$	$9.09 \cdot 10^{-1} (1.28 \cdot 10^{-2})$	$8.75 \cdot 10^{-1} (1.53 \cdot 10^{-2})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$8.18 \cdot 10^{-1} (1.57 \cdot 10^{-2})$	$8.80 \cdot 10^{-1} (1.52 \cdot 10^{-2})$	$8.75 \cdot 10^{-1} (1.62 \cdot 10^{-2})$	$8.77 \cdot 10^{-1} (1.81 \cdot 10^{-2})$	$9.44 \cdot 10^{-1} (3.40 \cdot 10^{-3})$	$8.81 \cdot 10^{-1} (1.43 \cdot 10^{-2})$

$C_{0.95}(\theta)$
NLL/SPE $8.29 \cdot 10^{-1} (2.07 \cdot 10^{-2})$

**SM2.2.34. Borehole,  $n = 80, d = 8$ .**

Averages of  $R(\theta; S^{\text{SPE}})$ .

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$8.89 \cdot 10^{-3} (4.29 \cdot 10^{-4})$	$9.61 \cdot 10^{-3} (4.64 \cdot 10^{-4})$	$8.82 \cdot 10^{-3} (4.17 \cdot 10^{-4})$	$8.89 \cdot 10^{-3} (4.71 \cdot 10^{-4})$	$7.29 \cdot 10^{-1} (5.89 \cdot 10^{-2})$	$8.47 \cdot 10^{-3} (4.20 \cdot 10^{-4})$
$v = 3/2$	$5.91 \cdot 10^{-4} (2.94 \cdot 10^{-5})$	$7.91 \cdot 10^{-4} (7.61 \cdot 10^{-5})$	$6.37 \cdot 10^{-4} (2.99 \cdot 10^{-5})$	$6.23 \cdot 10^{-4} (3.30 \cdot 10^{-5})$	$1.07 \cdot 10^{-2} (3.74 \cdot 10^{-3})$	$6.46 \cdot 10^{-4} (3.14 \cdot 10^{-5})$
$v = 5/2$	$1.75 \cdot 10^{-4} (8.42 \cdot 10^{-6})$	$2.44 \cdot 10^{-4} (1.73 \cdot 10^{-5})$	$1.94 \cdot 10^{-4} (8.89 \cdot 10^{-6})$	$1.96 \cdot 10^{-4} (9.17 \cdot 10^{-6})$	$5.19 \cdot 10^2 (5.19 \cdot 10^2)$	$1.97 \cdot 10^{-4} (9.93 \cdot 10^{-6})$
$v = 7/2$	$1.38 \cdot 10^{-4} (6.40 \cdot 10^{-6})$	$1.96 \cdot 10^{-4} (1.70 \cdot 10^{-5})$	$1.53 \cdot 10^{-4} (7.03 \cdot 10^{-6})$	$1.56 \cdot 10^{-4} (7.81 \cdot 10^{-6})$	$2.61 \cdot 10^{-3} (5.71 \cdot 10^{-4})$	$1.70 \cdot 10^{-4} (9.25 \cdot 10^{-6})$
$v = 9/2$	$1.31 \cdot 10^{-4} (5.75 \cdot 10^{-6})$	$1.93 \cdot 10^{-4} (1.31 \cdot 10^{-5})$	$1.62 \cdot 10^{-4} (8.02 \cdot 10^{-6})$	$1.62 \cdot 10^{-4} (7.84 \cdot 10^{-6})$	$2.03 \cdot 10^{-3} (4.33 \cdot 10^{-5})$	$1.78 \cdot 10^{-4} (9.10 \cdot 10^{-6})$
$v = 17/2$	$1.35 \cdot 10^{-4} (5.24 \cdot 10^{-6})$	$2.39 \cdot 10^{-4} (2.52 \cdot 10^{-5})$	$1.85 \cdot 10^{-4} (9.61 \cdot 10^{-6})$	$1.87 \cdot 10^{-4} (9.43 \cdot 10^{-6})$	$2.03 \cdot 10^{-3} (4.38 \cdot 10^{-5})$	$2.00 \cdot 10^{-4} (1.00 \cdot 10^{-5})$
$v = 33/2$	$1.41 \cdot 10^{-4} (5.24 \cdot 10^{-6})$	$2.43 \cdot 10^{-4} (2.62 \cdot 10^{-5})$	$1.96 \cdot 10^{-4} (1.14 \cdot 10^{-5})$	$2.10 \cdot 10^{-4} (1.24 \cdot 10^{-5})$	$2.08 \cdot 10^{-3} (4.59 \cdot 10^{-5})$	$2.17 \cdot 10^{-4} (1.15 \cdot 10^{-5})$
$v = \infty$	$1.49 \cdot 10^{-4} (5.40 \cdot 10^{-6})$	$2.54 \cdot 10^{-4} (2.81 \cdot 10^{-5})$	$2.17 \cdot 10^{-4} (1.74 \cdot 10^{-5})$	$2.13 \cdot 10^{-4} (1.25 \cdot 10^{-5})$	$2.18 \cdot 10^{-3} (5.10 \cdot 10^{-5})$	$2.22 \cdot 10^{-4} (1.10 \cdot 10^{-5})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$1.35 \cdot 10^{-4} (5.91 \cdot 10^{-6})$	$2.36 \cdot 10^{-4} (2.71 \cdot 10^{-5})$	$1.76 \cdot 10^{-4} (9.37 \cdot 10^{-6})$	$1.77 \cdot 10^{-4} (9.68 \cdot 10^{-6})$	$4.19 \cdot 10^{31} (4.19 \cdot 10^{31})$	$1.85 \cdot 10^{-4} (9.77 \cdot 10^{-6})$

$R^*(S^{\text{SPE}})$	
$v = 1/2$	$7.29 \cdot 10^{-3}$ ( $3.48 \cdot 10^{-4}$ )
$v = 3/2$	$4.26 \cdot 10^{-4}$ ( $2.33 \cdot 10^{-5}$ )
$v = 5/2$	$1.17 \cdot 10^{-4}$ ( $5.63 \cdot 10^{-6}$ )
$v = 7/2$	$8.03 \cdot 10^{-5}$ ( $3.38 \cdot 10^{-6}$ )
$v = 9/2$	$7.42 \cdot 10^{-5}$ ( $2.76 \cdot 10^{-6}$ )
$v = 17/2$	$7.53 \cdot 10^{-5}$ ( $2.40 \cdot 10^{-6}$ )
$v = 33/2$	$7.77 \cdot 10^{-5}$ ( $2.41 \cdot 10^{-6}$ )
$v = \infty$	$8.01 \cdot 10^{-5}$ ( $2.38 \cdot 10^{-6}$ )
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$6.96 \cdot 10^{-5}$ ( $2.50 \cdot 10^{-6}$ )

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	
NLL/SPE	$1.45 \cdot 10^{-4}$ ( $6.52 \cdot 10^{-6}$ )
linear	$5.85 \cdot 10^{-2}$ ( $3.54 \cdot 10^{-4}$ )
1NN	$4.89 \cdot 10^{-1}$ ( $1.73 \cdot 10^{-3}$ )
2NN	$3.43 \cdot 10^{-1}$ ( $2.26 \cdot 10^{-3}$ )

Averages of  $R(\theta; S^{\text{CRPS}})$ .

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$5.32 \cdot 10^{-2}$ ( $3.66 \cdot 10^{-4}$ )	$4.24 \cdot 10^{-2}$ ( $7.42 \cdot 10^{-4}$ )	$4.08 \cdot 10^{-2}$ ( $5.99 \cdot 10^{-4}$ )	$3.61 \cdot 10^{-2}$ ( $7.64 \cdot 10^{-4}$ )	$4.29 \cdot 10^{-1}$ ( $2.29 \cdot 10^{-2}$ )	$4.01 \cdot 10^{-2}$ ( $5.77 \cdot 10^{-4}$ )
$v = 3/2$	$1.11 \cdot 10^{-2}$ ( $1.06 \cdot 10^{-4}$ )	$1.09 \cdot 10^{-2}$ ( $3.31 \cdot 10^{-4}$ )	$9.97 \cdot 10^{-3}$ ( $1.56 \cdot 10^{-4}$ )	$9.60 \cdot 10^{-3}$ ( $1.85 \cdot 10^{-4}$ )	$4.38 \cdot 10^{-2}$ ( $2.86 \cdot 10^{-3}$ )	$9.99 \cdot 10^{-3}$ ( $1.53 \cdot 10^{-4}$ )
$v = 5/2$	$5.68 \cdot 10^{-3}$ ( $6.68 \cdot 10^{-5}$ )	$6.44 \cdot 10^{-3}$ ( $1.92 \cdot 10^{-4}$ )	$5.68 \cdot 10^{-3}$ ( $1.02 \cdot 10^{-4}$ )	$5.69 \cdot 10^{-3}$ ( $1.04 \cdot 10^{-4}$ )	$1.13 \cdot 10^0$ ( $1.10 \cdot 10^0$ )	$5.68 \cdot 10^{-3}$ ( $1.04 \cdot 10^{-4}$ )
$v = 7/2$	$5.09 \cdot 10^{-3}$ ( $7.00 \cdot 10^{-5}$ )	$6.11 \cdot 10^{-3}$ ( $2.28 \cdot 10^{-4}$ )	$5.45 \cdot 10^{-3}$ ( $1.22 \cdot 10^{-4}$ )	$5.53 \cdot 10^{-3}$ ( $1.23 \cdot 10^{-4}$ )	$2.41 \cdot 10^{-2}$ ( $9.79 \cdot 10^{-4}$ )	$5.69 \cdot 10^{-3}$ ( $1.37 \cdot 10^{-4}$ )
$v = 9/2$	$5.03 \cdot 10^{-3}$ ( $7.21 \cdot 10^{-5}$ )	$6.34 \cdot 10^{-3}$ ( $2.02 \cdot 10^{-4}$ )	$5.82 \cdot 10^{-3}$ ( $1.43 \cdot 10^{-4}$ )	$5.87 \cdot 10^{-3}$ ( $1.41 \cdot 10^{-4}$ )	$2.31 \cdot 10^{-2}$ ( $2.37 \cdot 10^{-4}$ )	$6.06 \cdot 10^{-3}$ ( $1.39 \cdot 10^{-4}$ )
$v = 17/2$	$5.24 \cdot 10^{-3}$ ( $7.64 \cdot 10^{-5}$ )	$7.14 \cdot 10^{-3}$ ( $2.99 \cdot 10^{-4}$ )	$6.41 \cdot 10^{-3}$ ( $1.54 \cdot 10^{-4}$ )	$6.58 \cdot 10^{-3}$ ( $1.62 \cdot 10^{-4}$ )	$2.32 \cdot 10^{-2}$ ( $2.41 \cdot 10^{-4}$ )	$6.68 \cdot 10^{-3}$ ( $1.53 \cdot 10^{-4}$ )
$v = 33/2$	$5.43 \cdot 10^{-3}$ ( $8.05 \cdot 10^{-5}$ )	$7.30 \cdot 10^{-3}$ ( $3.01 \cdot 10^{-4}$ )	$6.67 \cdot 10^{-3}$ ( $1.78 \cdot 10^{-4}$ )	$7.03 \cdot 10^{-3}$ ( $2.03 \cdot 10^{-4}$ )	$2.34 \cdot 10^{-2}$ ( $2.50 \cdot 10^{-4}$ )	$7.02 \cdot 10^{-3}$ ( $1.73 \cdot 10^{-4}$ )
$v = \infty$	$5.64 \cdot 10^{-3}$ ( $8.54 \cdot 10^{-5}$ )	$7.48 \cdot 10^{-3}$ ( $3.14 \cdot 10^{-4}$ )	$7.03 \cdot 10^{-3}$ ( $2.30 \cdot 10^{-4}$ )	$7.16 \cdot 10^{-3}$ ( $2.06 \cdot 10^{-4}$ )	$2.39 \cdot 10^{-2}$ ( $2.71 \cdot 10^{-4}$ )	$7.19 \cdot 10^{-3}$ ( $1.71 \cdot 10^{-4}$ )
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$5.11 \cdot 10^{-3}$ ( $7.34 \cdot 10^{-5}$ )	$7.07 \cdot 10^{-3}$ ( $3.13 \cdot 10^{-4}$ )	$6.22 \cdot 10^{-3}$ ( $1.69 \cdot 10^{-4}$ )	$6.28 \cdot 10^{-3}$ ( $1.78 \cdot 10^{-4}$ )	$5.04 \cdot 10^{14}$ ( $5.04 \cdot 10^{14}$ )	$6.28 \cdot 10^{-3}$ ( $1.61 \cdot 10^{-4}$ )

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	
NLL/SPE	$5.34 \cdot 10^{-3}$ ( $8.86 \cdot 10^{-5}$ )

Averages of  $R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$ .

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$7.58 \cdot 10^{-1}$ ( $6.03 \cdot 10^{-3}$ )	$6.19 \cdot 10^{-1}$ ( $1.79 \cdot 10^{-2}$ )	$5.94 \cdot 10^{-1}$ ( $1.70 \cdot 10^{-2}$ )	$7.12 \cdot 10^{-1}$ ( $2.32 \cdot 10^{-2}$ )	$4.11 \cdot 10^0$ ( $2.07 \cdot 10^{-1}$ )	$5.86 \cdot 10^{-1}$ ( $1.68 \cdot 10^{-2}$ )
$v = 3/2$	$1.50 \cdot 10^{-1}$ ( $2.01 \cdot 10^{-3}$ )	$1.59 \cdot 10^{-1}$ ( $6.13 \cdot 10^{-3}$ )	$1.46 \cdot 10^{-1}$ ( $4.19 \cdot 10^{-3}$ )	$1.62 \cdot 10^{-1}$ ( $5.08 \cdot 10^{-3}$ )	$4.44 \cdot 10^{-1}$ ( $2.44 \cdot 10^{-2}$ )	$1.47 \cdot 10^{-1}$ ( $4.22 \cdot 10^{-3}$ )
$v = 5/2$	$7.14 \cdot 10^{-2}$ ( $1.14 \cdot 10^{-3}$ )	$8.72 \cdot 10^{-2}$ ( $3.72 \cdot 10^{-3}$ )	$7.77 \cdot 10^{-2}$ ( $2.41 \cdot 10^{-3}$ )	$8.63 \cdot 10^{-2}$ ( $2.74 \cdot 10^{-3}$ )	$9.58 \cdot 10^0$ ( $9.36 \cdot 10^0$ )	$7.76 \cdot 10^{-2}$ ( $2.50 \cdot 10^{-3}$ )
$v = 7/2$	$5.97 \cdot 10^{-2}$ ( $1.14 \cdot 10^{-3}$ )	$7.75 \cdot 10^{-2}$ ( $4.23 \cdot 10^{-3}$ )	$6.99 \cdot 10^{-2}$ ( $2.59 \cdot 10^{-3}$ )	$7.63 \cdot 10^{-2}$ ( $2.89 \cdot 10^{-3}$ )	$2.24 \cdot 10^{-1}$ ( $7.56 \cdot 10^{-3}$ )	$7.40 \cdot 10^{-2}$ ( $3.01 \cdot 10^{-3}$ )
$v = 9/2$	$5.66 \cdot 10^{-2}$ ( $1.21 \cdot 10^{-3}$ )	$8.09 \cdot 10^{-2}$ ( $4.21 \cdot 10^{-3}$ )	$7.52 \cdot 10^{-2}$ ( $3.17 \cdot 10^{-3}$ )	$8.11 \cdot 10^{-2}$ ( $3.28 \cdot 10^{-3}$ )	$2.17 \cdot 10^{-1}$ ( $2.29 \cdot 10^{-3}$ )	$7.81 \cdot 10^{-2}$ ( $3.27 \cdot 10^{-3}$ )
$v = 17/2$	$5.64 \cdot 10^{-2}$ ( $1.36 \cdot 10^{-3}$ )	$9.76 \cdot 10^{-2}$ ( $7.02 \cdot 10^{-3}$ )	$8.50 \cdot 10^{-2}$ ( $3.58 \cdot 10^{-3}$ )	$9.46 \cdot 10^{-2}$ ( $4.08 \cdot 10^{-3}$ )	$2.17 \cdot 10^{-1}$ ( $2.37 \cdot 10^{-3}$ )	$8.86 \cdot 10^{-2}$ ( $3.73 \cdot 10^{-3}$ )
$v = 33/2$	$5.79 \cdot 10^{-2}$ ( $1.48 \cdot 10^{-3}$ )	$9.99 \cdot 10^{-2}$ ( $7.38 \cdot 10^{-3}$ )	$9.03 \cdot 10^{-2}$ ( $4.29 \cdot 10^{-3}$ )	$1.05 \cdot 10^{-1}$ ( $5.40 \cdot 10^{-3}$ )	$2.20 \cdot 10^{-1}$ ( $2.41 \cdot 10^{-3}$ )	$9.50 \cdot 10^{-2}$ ( $4.20 \cdot 10^{-3}$ )
$v = \infty$	$6.02 \cdot 10^{-2}$ ( $1.64 \cdot 10^{-3}$ )	$1.03 \cdot 10^{-1}$ ( $7.74 \cdot 10^{-3}$ )	$9.80 \cdot 10^{-2}$ ( $5.82 \cdot 10^{-3}$ )	$1.05 \cdot 10^{-1}$ ( $5.51 \cdot 10^{-3}$ )	$2.23 \cdot 10^{-1}$ ( $2.51 \cdot 10^{-3}$ )	$9.64 \cdot 10^{-2}$ ( $3.93 \cdot 10^{-3}$ )
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$5.87 \cdot 10^{-2}$ ( $1.24 \cdot 10^{-3}$ )	$9.88 \cdot 10^{-2}$ ( $7.64 \cdot 10^{-3}$ )	$8.54 \cdot 10^{-2}$ ( $3.92 \cdot 10^{-3}$ )	$9.32 \cdot 10^{-2}$ ( $4.40 \cdot 10^{-3}$ )	$2.02 \cdot 10^{16}$ ( $2.02 \cdot 10^{16}$ )	$8.53 \cdot 10^{-2}$ ( $3.77 \cdot 10^{-3}$ )

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	
NLL/SPE	$6.05 \cdot 10^{-2}$ ( $1.53 \cdot 10^{-3}$ )

Averages of  $C_{0.95}(\theta)$ .

$C_{0.95}(\theta)$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$9.87 \cdot 10^{-1}$ ( $9.66 \cdot 10^{-4}$ )	$9.50 \cdot 10^{-1}$ ( $2.36 \cdot 10^{-3}$ )	$9.54 \cdot 10^{-1}$ ( $2.30 \cdot 10^{-3}$ )	$8.73 \cdot 10^{-1}$ ( $2.47 \cdot 10^{-3}$ )	$9.25 \cdot 10^{-1}$ ( $3.56 \cdot 10^{-3}$ )	$9.56 \cdot 10^{-1}$ ( $2.26 \cdot 10^{-3}$ )
$v = 3/2$	$9.83 \cdot 10^{-1}$ ( $1.07 \cdot 10^{-3}$ )	$9.28 \cdot 10^{-1}$ ( $3.50 \cdot 10^{-3}$ )	$9.32 \cdot 10^{-1}$ ( $3.09 \cdot 10^{-3}$ )	$8.79 \cdot 10^{-1}$ ( $3.28 \cdot 10^{-3}$ )	$9.56 \cdot 10^{-1}$ ( $2.40 \cdot 10^{-3}$ )	$9.36 \cdot 10^{-1}$ ( $2.94 \cdot 10^{-3}$ )
$v = 5/2$	$9.77 \cdot 10^{-1}$ ( $1.46 \cdot 10^{-3}$ )	$9.03 \cdot 10^{-1}$ ( $4.87 \cdot 10^{-3}$ )	$9.12 \cdot 10^{-1}$ ( $4.23 \cdot 10^{-3}$ )	$8.65 \cdot 10^{-1}$ ( $4.95 \cdot 10^{-3}$ )	$9.49 \cdot 10^{-1}$ ( $2.99 \cdot 10^{-3}$ )	$9.19 \cdot 10^{-1}$ ( $4.07 \cdot 10^{-3}$ )
$v = 7/2$	$9.67 \cdot 10^{-1}$ ( $2.13 \cdot 10^{-3}$ )	$8.74 \cdot 10^{-1}$ ( $7.12 \cdot 10^{-3}$ )	$8.79 \cdot 10^{-1}$ ( $7.10 \cdot 10^{-3}$ )	$8.40 \cdot 10^{-1}$ ( $7.78 \cdot 10^{-3}$ )	$9.44 \cdot 10^{-1}$ ( $3.53 \cdot 10^{-3}$ )	$8.80 \cdot 10^{-1}$ ( $7.41 \cdot 10^{-3}$ )
$v = 9/2$	$9.58 \cdot 10^{-1}$ ( $2.72 \cdot 10^{-3}$ )	$8.44 \cdot 10^{-1}$ ( $8.34 \cdot 10^{-3}$ )	$8.45 \cdot 10^{-1}$ ( $8.27 \cdot 10^{-3}$ )	$8.11 \cdot 10^{-1}$ ( $8.79 \cdot 10^{-3}$ )	$9.44 \cdot 10^{-1}$ ( $3.57 \cdot 10^{-3}$ )	$8.50 \cdot 10^{-1}$ ( $7.94 \cdot 10^{-3}$ )
$v = 17/2$	$9.36 \cdot 10^{-1}$ ( $3.74 \cdot 10^{-3}$ )	$8.00 \cdot 10^{-1}$ ( $9.74 \cdot 10^{-3}$ )	$8.05 \cdot 10^{-1}$ ( $8.47 \cdot 10^{-3}$ )	$7.65 \cdot 10^{-1}$ ( $9.67 \cdot 10^{-3}$ )	$9.44 \cdot 10^{-1}$ ( $3.71 \cdot 10^{-3}$ )	$8.08 \cdot 10^{-1}$ ( $9.14 \cdot 10^{-3}$ )
$v = 33/2$	$9.24 \cdot 10^{-1}$ ( $4.26 \cdot 10^{-3}$ )	$7.90 \cdot 10^{-1}$ ( $9.89 \cdot 10^{-3}$ )	$7.91 \cdot 10^{-1}$ ( $9.50 \cdot 10^{-3}$ )	$7.45 \cdot 10^{-1}$ ( $1.05 \cdot 10^{-2}$ )	$9.44 \cdot 10^{-1}$ ( $3.77 \cdot 10^{-3}$ )	$7.90 \cdot 10^{-1}$ ( $9.61 \cdot 10^{-3}$ )
$v = \infty$	$9.12 \cdot 10^{-1}$ ( $4.76 \cdot 10^{-3}$ )	$7.84 \cdot 10^{-1}$ ( $9.92 \cdot 10^{-3}$ )	$7.77 \cdot 10^{-1}$ ( $9.75 \cdot 10^{-3}$ )	$7.44 \cdot 10^{-1}$ ( $1.05 \cdot 10^{-2}$ )	$9.44 \cdot 10^{-1}$ ( $3.82 \cdot 10^{-3}$ )	$7.85 \cdot 10^{-1}$ ( $9.21 \cdot 10^{-3}$ )
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$9.55 \cdot 10^{-1}$ ( $3.33 \cdot 10^{-3}$ )	$7.97 \cdot 10^{-1}$ ( $1.03 \cdot 10^{-2}$ )	$8.06 \cdot 10^{-1}$ ( $9.72 \cdot 10^{-3}$ )	$7.71 \cdot 10^{-1}$ ( $1.05 \cdot 10^{-2}$ )	$9.37 \cdot 10^{-1}$ ( $1.01 \cdot 10^{-2}$ )	$8.22 \cdot 10^{-1}$ ( $9.93 \cdot 10^{-3}$ )

$C_{0.95}(\theta)$	
NLL/SPE	$9.41 \cdot 10^{-1}$ ( $4.52 \cdot 10^{-3}$ )

SM2.2.35. Borehole,  $n = 160$ ,  $d = 8$ .

SUPPLEMENTARY MATERIALS: PARAMETER SELECTION IN GAUSSIAN PROCESS INTERPOLATION SM47

Averages of  $R(\theta; S^{\text{SPE}})$ .

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$3.52 \cdot 10^{-3}$ ( $1.37 \cdot 10^{-4}$ )	$3.74 \cdot 10^{-3}$ ( $1.27 \cdot 10^{-4}$ )	$3.56 \cdot 10^{-3}$ ( $1.29 \cdot 10^{-4}$ )	$3.66 \cdot 10^{-3}$ ( $1.52 \cdot 10^{-4}$ )	$7.31 \cdot 10^{-1}$ ( $5.57 \cdot 10^{-2}$ )	$3.46 \cdot 10^{-3}$ ( $1.29 \cdot 10^{-4}$ )
$v = 3/2$	$1.53 \cdot 10^{-4}$ ( $7.44 \cdot 10^{-6}$ )	$1.86 \cdot 10^{-4}$ ( $8.37 \cdot 10^{-6}$ )	$1.61 \cdot 10^{-4}$ ( $7.16 \cdot 10^{-6}$ )	$1.55 \cdot 10^{-4}$ ( $7.57 \cdot 10^{-6}$ )	$6.15 \cdot 10^{-1}$ ( $6.12 \cdot 10^{-1}$ )	$1.57 \cdot 10^{-4}$ ( $7.23 \cdot 10^{-6}$ )
$v = 5/2$	$3.31 \cdot 10^{-5}$ ( $1.47 \cdot 10^{-6}$ )	$3.99 \cdot 10^{-5}$ ( $1.74 \cdot 10^{-6}$ )	$3.54 \cdot 10^{-5}$ ( $1.47 \cdot 10^{-6}$ )	$3.48 \cdot 10^{-5}$ ( $1.47 \cdot 10^{-6}$ )	$1.37 \cdot 10^{-3}$ ( $2.77 \cdot 10^{-5}$ )	$3.54 \cdot 10^{-5}$ ( $1.48 \cdot 10^{-6}$ )
$v = 7/2$	$2.21 \cdot 10^{-5}$ ( $8.51 \cdot 10^{-7}$ )	$2.42 \cdot 10^{-5}$ ( $8.90 \cdot 10^{-7}$ )	$2.27 \cdot 10^{-5}$ ( $8.07 \cdot 10^{-7}$ )	$2.23 \cdot 10^{-5}$ ( $8.22 \cdot 10^{-7}$ )	$5.05 \cdot 10^{-3}$ ( $4.07 \cdot 10^{-4}$ )	$2.38 \cdot 10^{-5}$ ( $8.62 \cdot 10^{-7}$ )
$v = 9/2$	$2.10 \cdot 10^{-5}$ ( $7.49 \cdot 10^{-7}$ )	$2.36 \cdot 10^{-5}$ ( $8.30 \cdot 10^{-7}$ )	$2.28 \cdot 10^{-5}$ ( $8.02 \cdot 10^{-7}$ )	$2.24 \cdot 10^{-5}$ ( $7.75 \cdot 10^{-7}$ )	$1.40 \cdot 10^{-2}$ ( $1.80 \cdot 10^{-3}$ )	$2.42 \cdot 10^{-5}$ ( $9.18 \cdot 10^{-7}$ )
$v = 17/2$	$2.31 \cdot 10^{-5}$ ( $7.32 \cdot 10^{-7}$ )	$2.68 \cdot 10^{-5}$ ( $9.45 \cdot 10^{-7}$ )	$2.65 \cdot 10^{-5}$ ( $9.18 \cdot 10^{-7}$ )	$2.58 \cdot 10^{-5}$ ( $8.81 \cdot 10^{-7}$ )	$2.41 \cdot 10^{-2}$ ( $4.14 \cdot 10^{-3}$ )	$2.94 \cdot 10^{-5}$ ( $1.08 \cdot 10^{-6}$ )
$v = 33/2$	$2.52 \cdot 10^{-5}$ ( $7.60 \cdot 10^{-7}$ )	$2.93 \cdot 10^{-5}$ ( $9.92 \cdot 10^{-7}$ )	$2.89 \cdot 10^{-5}$ ( $9.50 \cdot 10^{-7}$ )	$2.84 \cdot 10^{-5}$ ( $9.34 \cdot 10^{-7}$ )	$2.65 \cdot 10^{-2}$ ( $5.00 \cdot 10^{-3}$ )	$3.23 \cdot 10^{-5}$ ( $1.12 \cdot 10^{-6}$ )
$v = \infty$	$2.66 \cdot 10^{-5}$ ( $7.74 \cdot 10^{-7}$ )	$3.12 \cdot 10^{-5}$ ( $1.05 \cdot 10^{-6}$ )	$3.06 \cdot 10^{-5}$ ( $9.76 \cdot 10^{-7}$ )	$3.07 \cdot 10^{-5}$ ( $9.69 \cdot 10^{-7}$ )	$2.50 \cdot 10^{-2}$ ( $4.96 \cdot 10^{-3}$ )	$3.44 \cdot 10^{-5}$ ( $1.13 \cdot 10^{-6}$ )
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$2.21 \cdot 10^{-5}$ ( $8.53 \cdot 10^{-7}$ )	$2.52 \cdot 10^{-5}$ ( $9.81 \cdot 10^{-7}$ )	$2.36 \cdot 10^{-5}$ ( $9.46 \cdot 10^{-7}$ )	$2.30 \cdot 10^{-5}$ ( $8.95 \cdot 10^{-7}$ )	$9.74 \cdot 10^4$ ( $7.72 \cdot 10^4$ )	$2.52 \cdot 10^{-5}$ ( $1.09 \cdot 10^{-6}$ )

$R^*(S^{\text{SPE}})$	
$v = 1/2$	$3.10 \cdot 10^{-3}$ ( $1.22 \cdot 10^{-4}$ )
$v = 3/2$	$1.19 \cdot 10^{-4}$ ( $6.02 \cdot 10^{-6}$ )
$v = 5/2$	$2.52 \cdot 10^{-5}$ ( $1.07 \cdot 10^{-6}$ )
$v = 7/2$	$1.60 \cdot 10^{-5}$ ( $5.49 \cdot 10^{-7}$ )
$v = 9/2$	$1.52 \cdot 10^{-5}$ ( $4.94 \cdot 10^{-7}$ )
$v = 17/2$	$1.65 \cdot 10^{-5}$ ( $4.92 \cdot 10^{-7}$ )
$v = 33/2$	$1.79 \cdot 10^{-5}$ ( $5.19 \cdot 10^{-7}$ )
$v = \infty$	$1.88 \cdot 10^{-5}$ ( $5.34 \cdot 10^{-7}$ )
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$1.48 \cdot 10^{-5}$ ( $4.82 \cdot 10^{-7}$ )

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	
NLL/SPE	$2.27 \cdot 10^{-5}$ ( $8.38 \cdot 10^{-7}$ )
linear	$5.58 \cdot 10^{-2}$ ( $1.25 \cdot 10^{-4}$ )
1NN	$4.01 \cdot 10^{-1}$ ( $1.05 \cdot 10^{-3}$ )
2NN	$2.78 \cdot 10^{-1}$ ( $1.35 \cdot 10^{-3}$ )

Averages of  $R(\theta; S^{\text{CRPS}})$ .

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$3.46 \cdot 10^{-3}$ ( $1.28 \cdot 10^{-4}$ )	$2.50 \cdot 10^{-2}$ ( $2.35 \cdot 10^{-4}$ )	$2.44 \cdot 10^{-2}$ ( $2.24 \cdot 10^{-4}$ )	$2.14 \cdot 10^{-2}$ ( $3.32 \cdot 10^{-4}$ )	$4.31 \cdot 10^{-1}$ ( $2.26 \cdot 10^{-2}$ )	$2.42 \cdot 10^{-2}$ ( $2.25 \cdot 10^{-4}$ )
$v = 3/2$	$5.69 \cdot 10^{-3}$ ( $3.80 \cdot 10^{-5}$ )	$4.91 \cdot 10^{-3}$ ( $7.97 \cdot 10^{-5}$ )	$4.57 \cdot 10^{-3}$ ( $5.72 \cdot 10^{-5}$ )	$4.27 \cdot 10^{-3}$ ( $7.06 \cdot 10^{-5}$ )	$5.91 \cdot 10^{-2}$ ( $3.74 \cdot 10^{-2}$ )	$4.55 \cdot 10^{-3}$ ( $5.60 \cdot 10^{-5}$ )
$v = 5/2$	$2.44 \cdot 10^{-3}$ ( $1.92 \cdot 10^{-5}$ )	$2.37 \cdot 10^{-3}$ ( $4.10 \cdot 10^{-5}$ )	$2.21 \cdot 10^{-3}$ ( $2.65 \cdot 10^{-5}$ )	$2.13 \cdot 10^{-3}$ ( $2.94 \cdot 10^{-5}$ )	$1.79 \cdot 10^{-2}$ ( $1.70 \cdot 10^{-4}$ )	$2.21 \cdot 10^{-3}$ ( $2.52 \cdot 10^{-5}$ )
$v = 7/2$	$1.99 \cdot 10^{-3}$ ( $1.71 \cdot 10^{-5}$ )	$2.02 \cdot 10^{-3}$ ( $3.17 \cdot 10^{-5}$ )	$1.92 \cdot 10^{-3}$ ( $2.50 \cdot 10^{-5}$ )	$1.90 \cdot 10^{-3}$ ( $2.76 \cdot 10^{-5}$ )	$3.26 \cdot 10^{-2}$ ( $1.37 \cdot 10^{-3}$ )	$1.96 \cdot 10^{-3}$ ( $2.47 \cdot 10^{-5}$ )
$v = 9/2$	$1.96 \cdot 10^{-3}$ ( $1.89 \cdot 10^{-5}$ )	$2.09 \cdot 10^{-3}$ ( $3.21 \cdot 10^{-5}$ )	$2.03 \cdot 10^{-3}$ ( $2.91 \cdot 10^{-5}$ )	$2.01 \cdot 10^{-3}$ ( $2.94 \cdot 10^{-5}$ )	$5.08 \cdot 10^{-2}$ ( $3.24 \cdot 10^{-3}$ )	$2.08 \cdot 10^{-3}$ ( $3.33 \cdot 10^{-5}$ )
$v = 17/2$	$2.12 \cdot 10^{-3}$ ( $2.25 \cdot 10^{-5}$ )	$2.33 \cdot 10^{-3}$ ( $3.73 \cdot 10^{-5}$ )	$2.30 \cdot 10^{-3}$ ( $3.69 \cdot 10^{-5}$ )	$2.28 \cdot 10^{-3}$ ( $3.54 \cdot 10^{-5}$ )	$6.16 \cdot 10^{-2}$ ( $5.15 \cdot 10^{-3}$ )	$2.41 \cdot 10^{-3}$ ( $4.16 \cdot 10^{-5}$ )
$v = 33/2$	$2.24 \cdot 10^{-3}$ ( $2.43 \cdot 10^{-5}$ )	$2.47 \cdot 10^{-3}$ ( $3.98 \cdot 10^{-5}$ )	$2.43 \cdot 10^{-3}$ ( $3.75 \cdot 10^{-5}$ )	$2.44 \cdot 10^{-3}$ ( $3.79 \cdot 10^{-5}$ )	$6.25 \cdot 10^{-2}$ ( $5.70 \cdot 10^{-3}$ )	$2.56 \cdot 10^{-3}$ ( $4.21 \cdot 10^{-5}$ )
$v = \infty$	$2.33 \cdot 10^{-3}$ ( $2.57 \cdot 10^{-5}$ )	$2.58 \cdot 10^{-3}$ ( $4.26 \cdot 10^{-5}$ )	$2.53 \cdot 10^{-3}$ ( $3.81 \cdot 10^{-5}$ )	$2.56 \cdot 10^{-3}$ ( $3.93 \cdot 10^{-5}$ )	$5.96 \cdot 10^{-2}$ ( $5.68 \cdot 10^{-3}$ )	$2.67 \cdot 10^{-3}$ ( $4.26 \cdot 10^{-5}$ )
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$1.99 \cdot 10^{-3}$ ( $1.74 \cdot 10^{-5}$ )	$2.16 \cdot 10^{-3}$ ( $4.10 \cdot 10^{-5}$ )	$2.04 \cdot 10^{-3}$ ( $3.73 \cdot 10^{-5}$ )	$1.99 \cdot 10^{-3}$ ( $3.51 \cdot 10^{-5}$ )	$2.26 \cdot 10^1$ ( $1.64 \cdot 10^1$ )	$2.11 \cdot 10^{-3}$ ( $4.27 \cdot 10^{-5}$ )

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	
NLL/SPE	$2.05 \cdot 10^{-3}$ ( $2.65 \cdot 10^{-5}$ )

Averages of  $R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$ .

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$5.15 \cdot 10^{-1}$ ( $2.45 \cdot 10^{-3}$ )	$3.86 \cdot 10^{-1}$ ( $7.16 \cdot 10^{-3}$ )	$3.76 \cdot 10^{-1}$ ( $7.16 \cdot 10^{-3}$ )	$4.51 \cdot 10^{-1}$ ( $1.09 \cdot 10^{-2}$ )	$4.03 \cdot 10^0$ ( $1.98 \cdot 10^{-1}$ )	$3.72 \cdot 10^{-1}$ ( $6.98 \cdot 10^{-3}$ )
$v = 3/2$	$8.17 \cdot 10^{-2}$ ( $7.95 \cdot 10^{-4}$ )	$7.70 \cdot 10^{-2}$ ( $1.95 \cdot 10^{-3}$ )	$7.14 \cdot 10^{-2}$ ( $1.72 \cdot 10^{-3}$ )	$7.88 \cdot 10^{-2}$ ( $2.20 \cdot 10^{-3}$ )	$6.08 \cdot 10^{-1}$ ( $3.65 \cdot 10^{-1}$ )	$7.04 \cdot 10^{-2}$ ( $1.67 \cdot 10^{-3}$ )
$v = 5/2$	$3.28 \cdot 10^{-2}$ ( $3.68 \cdot 10^{-4}$ )	$3.34 \cdot 10^{-2}$ ( $8.09 \cdot 10^{-4}$ )	$3.17 \cdot 10^{-2}$ ( $7.24 \cdot 10^{-4}$ )	$3.52 \cdot 10^{-2}$ ( $8.88 \cdot 10^{-4}$ )	$1.57 \cdot 10^{-1}$ ( $1.66 \cdot 10^{-3}$ )	$3.16 \cdot 10^{-2}$ ( $7.06 \cdot 10^{-4}$ )
$v = 7/2$	$2.47 \cdot 10^{-2}$ ( $2.85 \cdot 10^{-4}$ )	$2.52 \cdot 10^{-2}$ ( $5.76 \cdot 10^{-4}$ )	$2.46 \cdot 10^{-2}$ ( $5.13 \cdot 10^{-4}$ )	$2.65 \cdot 10^{-2}$ ( $6.29 \cdot 10^{-4}$ )	$2.86 \cdot 10^{-1}$ ( $1.24 \cdot 10^{-2}$ )	$2.50 \cdot 10^{-2}$ ( $5.12 \cdot 10^{-4}$ )
$v = 9/2$	$2.28 \cdot 10^{-2}$ ( $2.94 \cdot 10^{-4}$ )	$2.44 \cdot 10^{-2}$ ( $5.73 \cdot 10^{-4}$ )	$2.42 \cdot 10^{-2}$ ( $5.52 \cdot 10^{-4}$ )	$2.59 \cdot 10^{-2}$ ( $6.30 \cdot 10^{-4}$ )	$4.59 \cdot 10^{-1}$ ( $2.99 \cdot 10^{-2}$ )	$2.51 \cdot 10^{-2}$ ( $6.15 \cdot 10^{-4}$ )
$v = 17/2$	$2.27 \cdot 10^{-2}$ ( $3.71 \cdot 10^{-4}$ )	$2.61 \cdot 10^{-2}$ ( $6.98 \cdot 10^{-4}$ )	$2.65 \cdot 10^{-2}$ ( $7.17 \cdot 10^{-4}$ )	$2.74 \cdot 10^{-2}$ ( $7.44 \cdot 10^{-4}$ )	$5.79 \cdot 10^{-1}$ ( $4.95 \cdot 10^{-2}$ )	$2.81 \cdot 10^{-2}$ ( $7.90 \cdot 10^{-4}$ )
$v = 33/2$	$2.36 \cdot 10^{-2}$ ( $4.18 \cdot 10^{-4}$ )	$2.74 \cdot 10^{-2}$ ( $7.41 \cdot 10^{-4}$ )	$2.77 \cdot 10^{-2}$ ( $7.44 \cdot 10^{-4}$ )	$2.88 \cdot 10^{-2}$ ( $7.92 \cdot 10^{-4}$ )	$5.93 \cdot 10^{-1}$ ( $5.55 \cdot 10^{-2}$ )	$2.95 \cdot 10^{-2}$ ( $8.14 \cdot 10^{-4}$ )
$v = \infty$	$2.43 \cdot 10^{-2}$ ( $4.61 \cdot 10^{-4}$ )	$2.84 \cdot 10^{-2}$ ( $7.62 \cdot 10^{-4}$ )	$2.86 \cdot 10^{-2}$ ( $7.68 \cdot 10^{-4}$ )	$3.01 \cdot 10^{-2}$ ( $8.02 \cdot 10^{-4}$ )	$5.72 \cdot 10^{-1}$ ( $5.63 \cdot 10^{-2}$ )	$3.06 \cdot 10^{-2}$ ( $8.17 \cdot 10^{-4}$ )
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$2.47 \cdot 10^{-2}$ ( $2.89 \cdot 10^{-4}$ )	$2.57 \cdot 10^{-2}$ ( $6.74 \cdot 10^{-4}$ )	$2.52 \cdot 10^{-2}$ ( $6.67 \cdot 10^{-4}$ )	$2.70 \cdot 10^{-2}$ ( $6.98 \cdot 10^{-4}$ )	$2.14 \cdot 10^2$ ( $1.56 \cdot 10^2$ )	$2.62 \cdot 10^{-2}$ ( $7.55 \cdot 10^{-4}$ )

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	
NLL/SPE	$2.39 \cdot 10^{-2}$ ( $3.72 \cdot 10^{-4}$ )

Averages of  $C_{0.95}(\theta)$ .



$C_{0.95}(\theta)$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$9.90 \cdot 10^{-1} (5.42 \cdot 10^{-4})$	$9.56 \cdot 10^{-1} (1.44 \cdot 10^{-3})$	$9.58 \cdot 10^{-1} (1.47 \cdot 10^{-3})$	$8.68 \cdot 10^{-1} (2.03 \cdot 10^{-3})$	$9.33 \cdot 10^{-1} (3.32 \cdot 10^{-3})$	$9.60 \cdot 10^{-1} (1.49 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$9.88 \cdot 10^{-1} (6.85 \cdot 10^{-4})$	$9.44 \cdot 10^{-1} (1.98 \cdot 10^{-3})$	$9.47 \cdot 10^{-1} (2.00 \cdot 10^{-3})$	$8.88 \cdot 10^{-1} (2.21 \cdot 10^{-3})$	$9.51 \cdot 10^{-1} (1.81 \cdot 10^{-3})$	$9.50 \cdot 10^{-1} (2.03 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$9.85 \cdot 10^{-1} (8.03 \cdot 10^{-4})$	$9.38 \cdot 10^{-1} (2.15 \cdot 10^{-3})$	$9.39 \cdot 10^{-1} (2.19 \cdot 10^{-3})$	$8.87 \cdot 10^{-1} (2.98 \cdot 10^{-3})$	$9.47 \cdot 10^{-1} (2.07 \cdot 10^{-3})$	$9.42 \cdot 10^{-1} (2.19 \cdot 10^{-3})$
$v = 7/2$	$9.80 \cdot 10^{-1} (1.00 \cdot 10^{-3})$	$9.28 \cdot 10^{-1} (3.02 \cdot 10^{-3})$	$9.29 \cdot 10^{-1} (2.76 \cdot 10^{-3})$	$8.88 \cdot 10^{-1} (3.56 \cdot 10^{-3})$	$9.39 \cdot 10^{-1} (4.01 \cdot 10^{-3})$	$9.31 \cdot 10^{-1} (2.74 \cdot 10^{-3})$
$v = 9/2$	$9.73 \cdot 10^{-1} (1.39 \cdot 10^{-3})$	$9.16 \cdot 10^{-1} (3.73 \cdot 10^{-3})$	$9.15 \cdot 10^{-1} (3.62 \cdot 10^{-3})$	$8.81 \cdot 10^{-1} (4.26 \cdot 10^{-3})$	$9.27 \cdot 10^{-1} (5.53 \cdot 10^{-3})$	$9.15 \cdot 10^{-1} (4.05 \cdot 10^{-3})$
$v = 17/2$	$9.53 \cdot 10^{-1} (2.24 \cdot 10^{-3})$	$8.97 \cdot 10^{-1} (4.83 \cdot 10^{-3})$	$8.90 \cdot 10^{-1} (5.07 \cdot 10^{-3})$	$8.67 \cdot 10^{-1} (5.13 \cdot 10^{-3})$	$9.11 \cdot 10^{-1} (6.73 \cdot 10^{-3})$	$8.90 \cdot 10^{-1} (5.36 \cdot 10^{-3})$
$v = 33/2$	$9.42 \cdot 10^{-1} (2.63 \cdot 10^{-3})$	$8.90 \cdot 10^{-1} (5.06 \cdot 10^{-3})$	$8.85 \cdot 10^{-1} (5.26 \cdot 10^{-3})$	$8.62 \cdot 10^{-1} (5.33 \cdot 10^{-3})$	$9.08 \cdot 10^{-1} (6.97 \cdot 10^{-3})$	$8.82 \cdot 10^{-1} (5.45 \cdot 10^{-3})$
$v = \infty$	$9.31 \cdot 10^{-1} (2.99 \cdot 10^{-3})$	$8.84 \cdot 10^{-1} (5.12 \cdot 10^{-3})$	$8.79 \cdot 10^{-1} (5.36 \cdot 10^{-3})$	$8.54 \cdot 10^{-1} (5.37 \cdot 10^{-3})$	$9.05 \cdot 10^{-1} (7.21 \cdot 10^{-3})$	$8.76 \cdot 10^{-1} (5.43 \cdot 10^{-3})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$9.79 \cdot 10^{-1} (1.18 \cdot 10^{-3})$	$9.06 \cdot 10^{-1} (4.44 \cdot 10^{-3})$	$9.08 \cdot 10^{-1} (4.44 \cdot 10^{-3})$	$8.76 \cdot 10^{-1} (4.54 \cdot 10^{-3})$	$9.50 \cdot 10^{-1} (1.71 \cdot 10^{-3})$	$9.08 \cdot 10^{-1} (5.15 \cdot 10^{-3})$

$C_{0.95}(\theta)$	
NLL/SPE	$9.63 \cdot 10^{-1} (2.86 \cdot 10^{-3})$

### SM2.2.36. Borehole, $n = 400$ , $d = 8$ .

Averages of  $R(\theta; S^{\text{SPE}})$ .

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$1.17 \cdot 10^{-3} (4.89 \cdot 10^{-5})$	$1.22 \cdot 10^{-3} (4.63 \cdot 10^{-5})$	$1.18 \cdot 10^{-3} (4.66 \cdot 10^{-5})$	$1.22 \cdot 10^{-3} (5.27 \cdot 10^{-5})$	$4.02 \cdot 10^{-1} (4.43 \cdot 10^{-2})$	$1.15 \cdot 10^{-3} (4.67 \cdot 10^{-5})$
$v = 3/2$	$3.45 \cdot 10^{-5} (1.94 \cdot 10^{-6})$	$3.99 \cdot 10^{-5} (1.97 \cdot 10^{-6})$	$3.66 \cdot 10^{-5} (1.88 \cdot 10^{-6})$	$3.49 \cdot 10^{-5} (1.94 \cdot 10^{-6})$	$5.21 \cdot 10^{-4} (1.08 \cdot 10^{-5})$	$3.63 \cdot 10^{-5} (1.88 \cdot 10^{-6})$
$v = 5/2$	$6.31 \cdot 10^{-6} (3.25 \cdot 10^{-7})$	$7.34 \cdot 10^{-6} (3.50 \cdot 10^{-7})$	$6.68 \cdot 10^{-6} (3.28 \cdot 10^{-7})$	$6.56 \cdot 10^{-6} (3.26 \cdot 10^{-7})$	$1.48 \cdot 10^{-3} (5.10 \cdot 10^{-5})$	$6.77 \cdot 10^{-6} (3.24 \cdot 10^{-7})$
$v = 7/2$	$3.55 \cdot 10^{-6} (1.55 \cdot 10^{-7})$	$3.70 \cdot 10^{-6} (1.62 \cdot 10^{-7})$	$3.50 \cdot 10^{-6} (1.48 \cdot 10^{-7})$	$3.57 \cdot 10^{-6} (1.62 \cdot 10^{-7})$	$4.02 \cdot 10^{-3} (5.17 \cdot 10^{-4})$	$3.66 \cdot 10^{-6} (1.59 \cdot 10^{-7})$
$v = 9/2$	$2.92 \cdot 10^{-6} (1.07 \cdot 10^{-7})$	$2.86 \cdot 10^{-6} (1.05 \cdot 10^{-7})$	$2.80 \cdot 10^{-6} (1.01 \cdot 10^{-7})$	$2.82 \cdot 10^{-6} (1.03 \cdot 10^{-7})$	$7.30 \cdot 10^{-3} (1.56 \cdot 10^{-3})$	$2.99 \cdot 10^{-6} (1.19 \cdot 10^{-7})$
$v = 17/2$	$3.04 \cdot 10^{-6} (8.21 \cdot 10^{-8})$	$3.29 \cdot 10^{-6} (1.05 \cdot 10^{-7})$	$3.16 \cdot 10^{-6} (8.91 \cdot 10^{-8})$	$3.18 \cdot 10^{-6} (9.05 \cdot 10^{-8})$	$3.50 \cdot 10^{-2} (1.26 \cdot 10^{-2})$	$3.40 \cdot 10^{-6} (1.29 \cdot 10^{-7})$
$v = 33/2$	$3.40 \cdot 10^{-6} (8.42 \cdot 10^{-8})$	$3.72 \cdot 10^{-6} (1.03 \cdot 10^{-7})$	$3.60 \cdot 10^{-6} (9.23 \cdot 10^{-8})$	$3.62 \cdot 10^{-6} (9.38 \cdot 10^{-8})$	$7.36 \cdot 10^{-2} (2.98 \cdot 10^{-2})$	$3.77 \cdot 10^{-6} (9.60 \cdot 10^{-8})$
$v = \infty$	$3.74 \cdot 10^{-6} (8.59 \cdot 10^{-8})$	$4.11 \cdot 10^{-6} (1.03 \cdot 10^{-7})$	$3.96 \cdot 10^{-6} (8.62 \cdot 10^{-8})$	$3.97 \cdot 10^{-6} (8.82 \cdot 10^{-8})$	$1.22 \cdot 10^{-1} (5.02 \cdot 10^{-2})$	$4.14 \cdot 10^{-6} (9.09 \cdot 10^{-8})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$3.54 \cdot 10^{-6} (1.56 \cdot 10^{-7})$	$3.08 \cdot 10^{-6} (1.36 \cdot 10^{-7})$	$2.83 \cdot 10^{-6} (1.02 \cdot 10^{-7})$	$3.08 \cdot 10^{-6} (1.31 \cdot 10^{-7})$	$1.97 \cdot 10^{+1} (1.97 \cdot 10^{+1})$	$3.06 \cdot 10^{-6} (1.19 \cdot 10^{-7})$

$R^*(S^{\text{SPE}})$	
$v = 1/2$	$1.05 \cdot 10^{-3} (3.99 \cdot 10^{-5})$
$v = 3/2$	$2.83 \cdot 10^{-5} (1.51 \cdot 10^{-6})$
$v = 5/2$	$5.29 \cdot 10^{-6} (2.68 \cdot 10^{-7})$
$v = 7/2$	$2.96 \cdot 10^{-6} (1.25 \cdot 10^{-7})$
$v = 9/2$	$2.46 \cdot 10^{-6} (8.05 \cdot 10^{-8})$
$v = 17/2$	$2.78 \cdot 10^{-6} (7.39 \cdot 10^{-8})$
$v = 33/2$	$3.14 \cdot 10^{-6} (7.59 \cdot 10^{-8})$
$v = \infty$	$3.43 \cdot 10^{-6} (7.65 \cdot 10^{-8})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$2.42 \cdot 10^{-6} (7.57 \cdot 10^{-8})$

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	
NLL/SPE	$3.09 \cdot 10^{-6} (1.27 \cdot 10^{-7})$
linear	$5.41 \cdot 10^{-2} (6.25 \cdot 10^{-5})$
1NN	$3.09 \cdot 10^{-1} (7.00 \cdot 10^{-4})$
2NN	$2.10 \cdot 10^{-1} (8.07 \cdot 10^{-4})$

Averages of  $R(\theta; S^{\text{CRPS}})$ .

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$2.02 \cdot 10^{-2} (6.37 \cdot 10^{-5})$	$1.32 \cdot 10^{-2} (1.18 \cdot 10^{-4})$	$1.30 \cdot 10^{-2} (1.10 \cdot 10^{-4})$	$1.11 \cdot 10^{-2} (1.36 \cdot 10^{-4})$	$2.96 \cdot 10^{-1} (2.00 \cdot 10^{-2})$	$1.29 \cdot 10^{-2} (1.04 \cdot 10^{-4})$
$v = 3/2$	$2.66 \cdot 10^{-3} (1.50 \cdot 10^{-5})$	$2.07 \cdot 10^{-3} (2.99 \cdot 10^{-5})$	$1.97 \cdot 10^{-3} (2.36 \cdot 10^{-5})$	$1.81 \cdot 10^{-3} (2.41 \cdot 10^{-5})$	$1.01 \cdot 10^{-2} (7.43 \cdot 10^{-5})$	$1.98 \cdot 10^{-3} (2.14 \cdot 10^{-5})$
$v = 5/2$	$1.02 \cdot 10^{-3} (7.15 \cdot 10^{-6})$	$9.07 \cdot 10^{-4} (1.35 \cdot 10^{-5})$	$8.56 \cdot 10^{-4} (9.92 \cdot 10^{-6})$	$8.17 \cdot 10^{-4} (1.02 \cdot 10^{-5})$	$1.66 \cdot 10^{-2} (2.97 \cdot 10^{-4})$	$8.64 \cdot 10^{-4} (9.68 \cdot 10^{-6})$
$v = 7/2$	$7.44 \cdot 10^{-4} (5.57 \cdot 10^{-6})$	$6.93 \cdot 10^{-4} (9.18 \cdot 10^{-6})$	$6.67 \cdot 10^{-4} (7.06 \cdot 10^{-6})$	$6.58 \cdot 10^{-4} (7.95 \cdot 10^{-6})$	$2.28 \cdot 10^{-2} (1.48 \cdot 10^{-3})$	$6.80 \cdot 10^{-4} (7.32 \cdot 10^{-6})$
$v = 9/2$	$6.79 \cdot 10^{-4} (5.38 \cdot 10^{-6})$	$6.58 \cdot 10^{-4} (8.12 \cdot 10^{-6})$	$6.41 \cdot 10^{-4} (6.68 \cdot 10^{-6})$	$6.37 \cdot 10^{-4} (6.93 \cdot 10^{-6})$	$2.82 \cdot 10^{-2} (2.59 \cdot 10^{-3})$	$6.56 \cdot 10^{-4} (7.20 \cdot 10^{-6})$
$v = 17/2$	$7.29 \cdot 10^{-4} (6.35 \cdot 10^{-6})$	$7.66 \cdot 10^{-4} (9.88 \cdot 10^{-6})$	$7.45 \cdot 10^{-4} (7.64 \cdot 10^{-6})$	$7.48 \cdot 10^{-4} (8.13 \cdot 10^{-6})$	$5.55 \cdot 10^{-2} (6.92 \cdot 10^{-3})$	$7.65 \cdot 10^{-4} (8.59 \cdot 10^{-6})$
$v = 33/2$	$7.87 \cdot 10^{-4} (6.97 \cdot 10^{-6})$	$8.35 \cdot 10^{-4} (9.87 \cdot 10^{-6})$	$8.15 \cdot 10^{-4} (7.97 \cdot 10^{-6})$	$8.18 \cdot 10^{-4} (8.31 \cdot 10^{-6})$	$7.71 \cdot 10^{-2} (1.04 \cdot 10^{-2})$	$8.30 \cdot 10^{-4} (7.90 \cdot 10^{-6})$
$v = \infty$	$8.39 \cdot 10^{-4} (7.47 \cdot 10^{-6})$	$8.93 \cdot 10^{-4} (9.76 \cdot 10^{-6})$	$8.71 \cdot 10^{-4} (8.05 \cdot 10^{-6})$	$8.74 \cdot 10^{-4} (8.63 \cdot 10^{-6})$	$9.77 \cdot 10^{-2} (1.36 \cdot 10^{-2})$	$8.88 \cdot 10^{-4} (7.97 \cdot 10^{-6})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$7.42 \cdot 10^{-4} (5.64 \cdot 10^{-6})$	$6.76 \cdot 10^{-4} (1.06 \cdot 10^{-5})$	$6.42 \cdot 10^{-4} (6.66 \cdot 10^{-6})$	$6.44 \cdot 10^{-4} (7.27 \cdot 10^{-6})$	$3.02 \cdot 10^{+19} (3.02 \cdot 10^{+19})$	$6.58 \cdot 10^{-4} (7.06 \cdot 10^{-6})$

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	
NLL/SPE	$7.03 \cdot 10^{-4} (8.52 \cdot 10^{-6})$

Averages of  $R(\theta; S_{0.95}^{\text{S}})$ .

**SUPPLEMENTARY MATERIALS: PARAMETER SELECTION IN GAUSSIAN PROCESS INTERPOLATION SM49**

$R(\theta; S_{0.95}^S)$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$3.11 \cdot 10^{-1} (1.72 \cdot 10^{-3})$	$2.16 \cdot 10^{-1} (3.65 \cdot 10^{-3})$	$2.12 \cdot 10^{-1} (3.68 \cdot 10^{-3})$	$2.52 \cdot 10^{-1} (4.79 \cdot 10^{-3})$	$2.77 \cdot 10^0 (1.60 \cdot 10^{-1})$	$2.10 \cdot 10^{-1} (3.67 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$3.98 \cdot 10^{-2} (3.98 \cdot 10^{-4})$	$3.42 \cdot 10^{-2} (7.76 \cdot 10^{-4})$	$3.26 \cdot 10^{-2} (7.41 \cdot 10^{-4})$	$3.65 \cdot 10^{-2} (8.65 \cdot 10^{-4})$	$1.23 \cdot 10^{-1} (1.53 \cdot 10^{-3})$	$3.24 \cdot 10^{-2} (7.25 \cdot 10^{-4})$
$v = 5/2$	$1.45 \cdot 10^{-2} (1.76 \cdot 10^{-4})$	$1.43 \cdot 10^{-2} (3.28 \cdot 10^{-4})$	$1.36 \cdot 10^{-2} (3.05 \cdot 10^{-4})$	$1.58 \cdot 10^{-2} (3.51 \cdot 10^{-4})$	$1.58 \cdot 10^{-1} (3.02 \cdot 10^{-3})$	$1.37 \cdot 10^{-2} (2.98 \cdot 10^{-4})$
$v = 7/2$	$9.91 \cdot 10^{-3} (1.26 \cdot 10^{-4})$	$9.65 \cdot 10^{-3} (2.04 \cdot 10^{-4})$	$9.45 \cdot 10^{-3} (1.94 \cdot 10^{-4})$	$1.07 \cdot 10^{-2} (2.44 \cdot 10^{-4})$	$2.02 \cdot 10^{-1} (1.31 \cdot 10^{-2})$	$9.70 \cdot 10^{-3} (2.00 \cdot 10^{-4})$
$v = 9/2$	$8.45 \cdot 10^{-3} (1.07 \cdot 10^{-4})$	$8.15 \cdot 10^{-3} (1.57 \cdot 10^{-4})$	$8.12 \cdot 10^{-3} (1.54 \cdot 10^{-4})$	$8.74 \cdot 10^{-3} (1.73 \cdot 10^{-4})$	$2.38 \cdot 10^{-1} (2.18 \cdot 10^{-2})$	$8.41 \cdot 10^{-3} (1.71 \cdot 10^{-4})$
$v = 17/2$	$7.99 \cdot 10^{-3} (1.09 \cdot 10^{-4})$	$8.33 \cdot 10^{-3} (1.53 \cdot 10^{-4})$	$8.19 \cdot 10^{-3} (1.28 \cdot 10^{-4})$	$8.62 \cdot 10^{-3} (1.51 \cdot 10^{-4})$	$4.74 \cdot 10^{-1} (5.86 \cdot 10^{-2})$	$8.52 \cdot 10^{-3} (1.59 \cdot 10^{-4})$
$v = 33/2$	$8.37 \cdot 10^{-3} (1.21 \cdot 10^{-4})$	$8.77 \cdot 10^{-3} (1.40 \cdot 10^{-4})$	$8.67 \cdot 10^{-3} (1.27 \cdot 10^{-4})$	$9.07 \cdot 10^{-3} (1.53 \cdot 10^{-4})$	$6.60 \cdot 10^{-1} (8.83 \cdot 10^{-2})$	$8.88 \cdot 10^{-3} (1.28 \cdot 10^{-4})$
$v = \infty$	$8.85 \cdot 10^{-3} (1.34 \cdot 10^{-4})$	$9.19 \cdot 10^{-3} (1.35 \cdot 10^{-4})$	$9.05 \cdot 10^{-3} (1.19 \cdot 10^{-4})$	$9.43 \cdot 10^{-3} (1.47 \cdot 10^{-4})$	$8.38 \cdot 10^{-1} (1.15 \cdot 10^{-1})$	$9.25 \cdot 10^{-3} (1.20 \cdot 10^{-4})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$9.85 \cdot 10^{-3} (1.30 \cdot 10^{-4})$	$8.47 \cdot 10^{-3} (1.89 \cdot 10^{-4})$	$8.19 \cdot 10^{-3} (1.56 \cdot 10^{-4})$	$9.47 \cdot 10^{-3} (2.25 \cdot 10^{-4})$	$1.21 \cdot 10^{21} (1.21 \cdot 10^{21})$	$8.56 \cdot 10^{-3} (1.70 \cdot 10^{-4})$

$R(\theta; S_{0.95}^S)$	
NLL/SPE	$8.60 \cdot 10^{-3} (1.42 \cdot 10^{-4})$

Averages of  $C_{0.95}(\theta)$ .

$C_{0.95}(\theta)$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$9.92 \cdot 10^{-1} (3.74 \cdot 10^{-4})$	$9.59 \cdot 10^{-1} (9.83 \cdot 10^{-4})$	$9.61 \cdot 10^{-1} (9.84 \cdot 10^{-4})$	$8.64 \cdot 10^{-1} (1.10 \cdot 10^{-3})$	$9.40 \cdot 10^{-1} (1.27 \cdot 10^{-3})$	$9.62 \cdot 10^{-1} (1.01 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$9.91 \cdot 10^{-1} (4.40 \cdot 10^{-4})$	$9.51 \cdot 10^{-1} (1.33 \cdot 10^{-3})$	$9.52 \cdot 10^{-1} (1.32 \cdot 10^{-3})$	$8.80 \cdot 10^{-1} (1.39 \cdot 10^{-3})$	$9.52 \cdot 10^{-1} (1.24 \cdot 10^{-3})$	$9.54 \cdot 10^{-1} (1.37 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$9.86 \cdot 10^{-1} (5.04 \cdot 10^{-4})$	$9.39 \cdot 10^{-1} (1.65 \cdot 10^{-3})$	$9.40 \cdot 10^{-1} (1.58 \cdot 10^{-3})$	$8.74 \cdot 10^{-1} (1.86 \cdot 10^{-3})$	$9.47 \cdot 10^{-1} (1.38 \cdot 10^{-3})$	$9.41 \cdot 10^{-1} (1.51 \cdot 10^{-3})$
$v = 7/2$	$9.81 \cdot 10^{-1} (6.13 \cdot 10^{-4})$	$9.39 \cdot 10^{-1} (1.71 \cdot 10^{-3})$	$9.38 \cdot 10^{-1} (1.75 \cdot 10^{-3})$	$8.86 \cdot 10^{-1} (2.41 \cdot 10^{-3})$	$9.48 \cdot 10^{-1} (1.77 \cdot 10^{-3})$	$9.38 \cdot 10^{-1} (1.76 \cdot 10^{-3})$
$v = 9/2$	$9.76 \cdot 10^{-1} (7.63 \cdot 10^{-4})$	$9.39 \cdot 10^{-1} (1.85 \cdot 10^{-3})$	$9.39 \cdot 10^{-1} (1.86 \cdot 10^{-3})$	$9.00 \cdot 10^{-1} (2.35 \cdot 10^{-3})$	$9.50 \cdot 10^{-1} (2.14 \cdot 10^{-3})$	$9.38 \cdot 10^{-1} (1.92 \cdot 10^{-3})$
$v = 17/2$	$9.53 \cdot 10^{-1} (1.33 \cdot 10^{-3})$	$9.32 \cdot 10^{-1} (2.27 \cdot 10^{-3})$	$9.33 \cdot 10^{-1} (2.07 \cdot 10^{-3})$	$9.05 \cdot 10^{-1} (2.69 \cdot 10^{-3})$	$9.50 \cdot 10^{-1} (2.50 \cdot 10^{-3})$	$9.32 \cdot 10^{-1} (2.14 \cdot 10^{-3})$
$v = 33/2$	$9.38 \cdot 10^{-1} (1.66 \cdot 10^{-3})$	$9.29 \cdot 10^{-1} (2.42 \cdot 10^{-3})$	$9.30 \cdot 10^{-1} (2.28 \cdot 10^{-3})$	$9.04 \cdot 10^{-1} (2.91 \cdot 10^{-3})$	$9.49 \cdot 10^{-1} (2.59 \cdot 10^{-3})$	$9.30 \cdot 10^{-1} (2.19 \cdot 10^{-3})$
$v = \infty$	$9.21 \cdot 10^{-1} (2.04 \cdot 10^{-3})$	$9.27 \cdot 10^{-1} (2.58 \cdot 10^{-3})$	$9.27 \cdot 10^{-1} (2.42 \cdot 10^{-3})$	$9.03 \cdot 10^{-1} (3.06 \cdot 10^{-3})$	$9.48 \cdot 10^{-1} (2.66 \cdot 10^{-3})$	$9.27 \cdot 10^{-1} (2.34 \cdot 10^{-3})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$9.81 \cdot 10^{-1} (6.62 \cdot 10^{-4})$	$9.36 \cdot 10^{-1} (1.86 \cdot 10^{-3})$	$9.38 \cdot 10^{-1} (1.86 \cdot 10^{-3})$	$8.92 \cdot 10^{-1} (2.43 \cdot 10^{-3})$	$9.37 \cdot 10^{-1} (9.55 \cdot 10^{-3})$	$9.37 \cdot 10^{-1} (1.90 \cdot 10^{-3})$

$C_{0.95}(\theta)$	
NLL/SPE	$9.70 \cdot 10^{-1} (1.72 \cdot 10^{-3})$

**SM2.2.37.**  $Re(s_{2\pi})$ ,  $n = 60$ ,  $d = 6$ .

Averages of  $R(\theta; S^{SPE})$ .

$R(\theta; S^{SPE})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$2.56 \cdot 10^{-2} (7.28 \cdot 10^{-4})$	$2.78 \cdot 10^{-2} (9.77 \cdot 10^{-4})$	$2.43 \cdot 10^{-2} (7.20 \cdot 10^{-4})$	$2.43 \cdot 10^{-2} (7.32 \cdot 10^{-4})$	$6.71 \cdot 10^{-1} (5.19 \cdot 10^{-2})$	$2.35 \cdot 10^{-2} (7.06 \cdot 10^{-4})$
$v = 3/2$	$7.41 \cdot 10^{-5} (2.46 \cdot 10^{-6})$	$8.95 \cdot 10^{-5} (4.87 \cdot 10^{-6})$	$7.15 \cdot 10^{-5} (2.96 \cdot 10^{-6})$	$7.73 \cdot 10^{-5} (3.93 \cdot 10^{-6})$	$1.15 \cdot 10^{-1} (9.48 \cdot 10^{-2})$	$7.13 \cdot 10^{-5} (2.22 \cdot 10^{-6})$
$v = 5/2$	$1.66 \cdot 10^{-5} (7.80 \cdot 10^{-7})$	$2.30 \cdot 10^{-5} (2.05 \cdot 10^{-6})$	$1.61 \cdot 10^{-5} (8.86 \cdot 10^{-7})$	$1.73 \cdot 10^{-5} (9.39 \cdot 10^{-7})$	$3.20 \cdot 10^{-2} (2.53 \cdot 10^{-3})$	$1.91 \cdot 10^{-5} (1.18 \cdot 10^{-6})$
$v = 7/2$	$1.95 \cdot 10^{-5} (9.16 \cdot 10^{-7})$	$3.14 \cdot 10^{-5} (2.48 \cdot 10^{-6})$	$2.41 \cdot 10^{-5} (1.87 \cdot 10^{-6})$	$2.51 \cdot 10^{-5} (1.70 \cdot 10^{-6})$	$4.41 \cdot 10^{-2} (7.89 \cdot 10^{-3})$	$3.27 \cdot 10^{-5} (3.28 \cdot 10^{-6})$
$v = 9/2$	$2.58 \cdot 10^{-5} (1.05 \cdot 10^{-6})$	$4.25 \cdot 10^{-5} (4.25 \cdot 10^{-6})$	$3.26 \cdot 10^{-5} (3.01 \cdot 10^{-6})$	$3.48 \cdot 10^{-5} (2.94 \cdot 10^{-6})$	$5.44 \cdot 10^{-2} (1.27 \cdot 10^{-2})$	$5.25 \cdot 10^{-5} (6.02 \cdot 10^{-6})$
$v = 13/2$	$3.26 \cdot 10^{-5} (2.04 \cdot 10^{-6})$	$6.38 \cdot 10^{-5} (1.10 \cdot 10^{-5})$	$4.11 \cdot 10^{-5} (3.86 \cdot 10^{-6})$	$4.14 \cdot 10^{-5} (3.05 \cdot 10^{-6})$	$3.38 \cdot 10^{-2} (8.33 \cdot 10^{-3})$	$1.11 \cdot 10^{-4} (3.15 \cdot 10^{-5})$
$v = 25/2$	$4.23 \cdot 10^{-5} (3.54 \cdot 10^{-6})$	$6.79 \cdot 10^{-5} (7.89 \cdot 10^{-6})$	$5.93 \cdot 10^{-5} (7.88 \cdot 10^{-6})$	$5.57 \cdot 10^{-5} (5.83 \cdot 10^{-6})$	$2.68 \cdot 10^{-2} (7.31 \cdot 10^{-3})$	$1.16 \cdot 10^{-4} (3.21 \cdot 10^{-5})$
$v = \infty$	$4.87 \cdot 10^{-5} (3.83 \cdot 10^{-6})$	$7.47 \cdot 10^{-5} (7.79 \cdot 10^{-6})$	$5.79 \cdot 10^{-5} (5.02 \cdot 10^{-6})$	$5.90 \cdot 10^{-5} (5.11 \cdot 10^{-6})$	$2.45 \cdot 10^{-2} (7.22 \cdot 10^{-3})$	$9.08 \cdot 10^{-5} (8.18 \cdot 10^{-6})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$1.69 \cdot 10^{-5} (8.45 \cdot 10^{-7})$	$3.37 \cdot 10^{-5} (4.31 \cdot 10^{-6})$	$2.13 \cdot 10^{-5} (1.72 \cdot 10^{-6})$	$2.26 \cdot 10^{-5} (1.59 \cdot 10^{-6})$	$7.35 \cdot 10^9 (7.35 \cdot 10^9)$	$2.70 \cdot 10^{-5} (2.50 \cdot 10^{-6})$

$R^*(S^{SPE})$	
$v = 1/2$	$2.09 \cdot 10^{-2} (6.10 \cdot 10^{-4})$
$v = 3/2$	$6.00 \cdot 10^{-5} (1.82 \cdot 10^{-6})$
$v = 5/2$	$1.02 \cdot 10^{-5} (5.83 \cdot 10^{-7})$
$v = 7/2$	$1.07 \cdot 10^{-5} (5.00 \cdot 10^{-7})$
$v = 9/2$	$1.53 \cdot 10^{-5} (1.01 \cdot 10^{-6})$
$v = 13/2$	$1.90 \cdot 10^{-5} (9.60 \cdot 10^{-7})$
$v = 25/2$	$2.30 \cdot 10^{-5} (1.57 \cdot 10^{-6})$
$v = \infty$	$2.56 \cdot 10^{-5} (1.04 \cdot 10^{-6})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$8.99 \cdot 10^{-6} (3.92 \cdot 10^{-7})$

$R(\theta; S^{CRPS})$	
NLL/SPE	$2.00 \cdot 10^{-5} (1.10 \cdot 10^{-6})$
linear	$7.68 \cdot 10^{-4} (7.09 \cdot 10^{-6})$
1NN	$4.35 \cdot 10^{-1} (2.40 \cdot 10^{-3})$
2NN	$3.40 \cdot 10^{-1} (3.35 \cdot 10^{-3})$

Averages of  $R(\theta; S^{CRPS})$ .

$R(\theta; S^{CRPS})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$8.71 \cdot 10^{-2} (5.89 \cdot 10^{-4})$	$7.47 \cdot 10^{-2} (1.18 \cdot 10^{-3})$	$7.03 \cdot 10^{-2} (9.82 \cdot 10^{-4})$	$6.98 \cdot 10^{-2} (1.09 \cdot 10^{-3})$	$4.31 \cdot 10^{-1} (2.39 \cdot 10^{-2})$	$6.91 \cdot 10^{-2} (9.61 \cdot 10^{-4})$
$v = 3/2$	$3.87 \cdot 10^{-3} (3.90 \cdot 10^{-5})$	$3.98 \cdot 10^{-3} (9.02 \cdot 10^{-5})$	$3.51 \cdot 10^{-3} (6.34 \cdot 10^{-5})$	$3.64 \cdot 10^{-3} (7.65 \cdot 10^{-5})$	$4.77 \cdot 10^{-2} (1.24 \cdot 10^{-2})$	$3.49 \cdot 10^{-3} (5.19 \cdot 10^{-5})$
$v = 5/2$	$1.47 \cdot 10^{-3} (1.80 \cdot 10^{-5})$	$1.59 \cdot 10^{-3} (4.52 \cdot 10^{-5})$	$1.30 \cdot 10^{-3} (2.39 \cdot 10^{-5})$	$1.38 \cdot 10^{-3} (2.78 \cdot 10^{-5})$	$5.93 \cdot 10^{-2} (2.64 \cdot 10^{-3})$	$1.41 \cdot 10^{-3} (3.04 \cdot 10^{-5})$
$v = 7/2$	$1.57 \cdot 10^{-3} (2.70 \cdot 10^{-5})$	$1.83 \cdot 10^{-3} (7.20 \cdot 10^{-5})$	$1.57 \cdot 10^{-3} (4.12 \cdot 10^{-5})$	$1.65 \cdot 10^{-3} (4.58 \cdot 10^{-5})$	$5.93 \cdot 10^{-2} (5.30 \cdot 10^{-3})$	$1.82 \cdot 10^{-3} (6.07 \cdot 10^{-5})$
$v = 9/2$	$1.90 \cdot 10^{-3} (3.91 \cdot 10^{-5})$	$2.21 \cdot 10^{-3} (8.83 \cdot 10^{-5})$	$1.95 \cdot 10^{-3} (5.66 \cdot 10^{-5})$	$2.07 \cdot 10^{-3} (7.72 \cdot 10^{-5})$	$6.14 \cdot 10^{-2} (6.83 \cdot 10^{-3})$	$2.45 \cdot 10^{-3} (9.61 \cdot 10^{-5})$
$v = 13/2$	$2.19 \cdot 10^{-3} (6.59 \cdot 10^{-5})$	$2.68 \cdot 10^{-3} (1.28 \cdot 10^{-4})$	$2.31 \cdot 10^{-3} (6.63 \cdot 10^{-5})$	$2.40 \cdot 10^{-3} (8.26 \cdot 10^{-5})$	$4.76 \cdot 10^{-2} (5.53 \cdot 10^{-3})$	$2.99 \cdot 10^{-3} (1.62 \cdot 10^{-4})$
$v = 25/2$	$2.52 \cdot 10^{-3} (9.35 \cdot 10^{-5})$	$2.95 \cdot 10^{-3} (1.25 \cdot 10^{-4})$	$2.76 \cdot 10^{-3} (1.11 \cdot 10^{-4})$	$2.74 \cdot 10^{-3} (1.06 \cdot 10^{-4})$	$4.08 \cdot 10^{-2} (5.09 \cdot 10^{-3})$	$3.35 \cdot 10^{-3} (1.79 \cdot 10^{-4})$
$v = \infty$	$2.78 \cdot 10^{-3} (1.01 \cdot 10^{-4})$	$3.19 \cdot 10^{-3} (1.26 \cdot 10^{-4})$	$2.93 \cdot 10^{-3} (1.07 \cdot 10^{-4})$	$2.98 \cdot 10^{-3} (1.10 \cdot 10^{-4})$	$3.78 \cdot 10^{-2} (4.98 \cdot 10^{-3})$	$3.63 \cdot 10^{-3} (1.57 \cdot 10^{-4})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$1.47 \cdot 10^{-3} (1.82 \cdot 10^{-5})$	$1.89 \cdot 10^{-3} (9.07 \cdot 10^{-5})$	$1.49 \cdot 10^{-3} (3.84 \cdot 10^{-5})$	$1.58 \cdot 10^{-3} (4.75 \cdot 10^{-5})$	$3.79 \cdot 10^3 (3.79 \cdot 10^3)$	$1.72 \cdot 10^{-3} (6.68 \cdot 10^{-5})$

$R(\theta; S^{CRPS})$	NLL/SPE
	$1.62 \cdot 10^{-3} (4.20 \cdot 10^{-5})$

Averages of  $R(\theta; S_{0.95}^{SIS})$ .

$R(\theta; S_{0.95}^{SIS})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$1.05 \cdot 10^0 (2.22 \cdot 10^{-3})$	$9.86 \cdot 10^{-1} (2.54 \cdot 10^{-2})$	$9.10 \cdot 10^{-1} (1.95 \cdot 10^{-2})$	$1.03 \cdot 10^0 (2.47 \cdot 10^{-2})$	$4.26 \cdot 10^0 (2.64 \cdot 10^{-1})$	$8.91 \cdot 10^{-1} (1.90 \cdot 10^{-2})$
$v = 3/2$	$4.25 \cdot 10^{-2} (2.81 \cdot 10^{-4})$	$4.46 \cdot 10^{-2} (1.57 \cdot 10^{-3})$	$3.86 \cdot 10^{-2} (1.23 \cdot 10^{-3})$	$4.09 \cdot 10^{-2} (1.47 \cdot 10^{-3})$	$5.00 \cdot 10^{-1} (1.23 \cdot 10^{-1})$	$3.82 \cdot 10^{-2} (1.01 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$1.91 \cdot 10^{-2} (5.66 \cdot 10^{-4})$	$2.09 \cdot 10^{-2} (8.37 \cdot 10^{-4})$	$1.76 \cdot 10^{-2} (8.14 \cdot 10^{-4})$	$1.88 \cdot 10^{-2} (8.73 \cdot 10^{-4})$	$5.27 \cdot 10^{-1} (2.49 \cdot 10^{-2})$	$1.88 \cdot 10^{-2} (9.07 \cdot 10^{-4})$
$v = 7/2$	$2.08 \cdot 10^{-2} (7.96 \cdot 10^{-4})$	$2.50 \cdot 10^{-2} (1.25 \cdot 10^{-3})$	$2.16 \cdot 10^{-2} (1.03 \cdot 10^{-3})$	$2.40 \cdot 10^{-2} (1.17 \cdot 10^{-3})$	$5.26 \cdot 10^{-1} (4.57 \cdot 10^{-2})$	$2.51 \cdot 10^{-2} (1.32 \cdot 10^{-3})$
$v = 9/2$	$2.53 \cdot 10^{-2} (9.52 \cdot 10^{-4})$	$3.14 \cdot 10^{-2} (1.81 \cdot 10^{-3})$	$2.84 \cdot 10^{-2} (1.34 \cdot 10^{-3})$	$3.20 \cdot 10^{-2} (1.90 \cdot 10^{-3})$	$5.68 \cdot 10^{-1} (6.17 \cdot 10^{-2})$	$3.54 \cdot 10^{-2} (1.80 \cdot 10^{-3})$
$v = 13/2$	$3.04 \cdot 10^{-2} (1.29 \cdot 10^{-3})$	$4.02 \cdot 10^{-2} (2.71 \cdot 10^{-3})$	$3.55 \cdot 10^{-2} (1.45 \cdot 10^{-3})$	$3.89 \cdot 10^{-2} (2.15 \cdot 10^{-3})$	$4.48 \cdot 10^{-1} (5.09 \cdot 10^{-2})$	$4.59 \cdot 10^{-2} (3.01 \cdot 10^{-3})$
$v = 25/2$	$3.70 \cdot 10^{-2} (1.95 \cdot 10^{-3})$	$4.38 \cdot 10^{-2} (2.64 \cdot 10^{-3})$	$4.46 \cdot 10^{-2} (2.72 \cdot 10^{-3})$	$4.59 \cdot 10^{-2} (2.72 \cdot 10^{-3})$	$3.84 \cdot 10^{-1} (4.65 \cdot 10^{-2})$	$5.23 \cdot 10^{-2} (3.61 \cdot 10^{-3})$
$v = \infty$	$4.16 \cdot 10^{-2} (2.09 \cdot 10^{-3})$	$4.70 \cdot 10^{-2} (2.66 \cdot 10^{-3})$	$4.61 \cdot 10^{-2} (2.43 \cdot 10^{-3})$	$4.94 \cdot 10^{-2} (2.93 \cdot 10^{-3})$	$3.53 \cdot 10^{-1} (4.49 \cdot 10^{-2})$	$5.62 \cdot 10^{-2} (3.36 \cdot 10^{-3})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$1.95 \cdot 10^{-2} (6.39 \cdot 10^{-4})$	$2.82 \cdot 10^{-2} (2.09 \cdot 10^{-3})$	$2.15 \cdot 10^{-2} (9.87 \cdot 10^{-4})$	$2.43 \cdot 10^{-2} (1.30 \cdot 10^{-3})$	$5.59 \cdot 10^4 (5.59 \cdot 10^4)$	$2.50 \cdot 10^{-2} (1.62 \cdot 10^{-3})$

$R(\theta; S_{0.95}^{SIS})$	NLL/SPE
	$2.18 \cdot 10^{-2} (9.08 \cdot 10^{-4})$

Averages of  $C_{0.95}(\theta)$ .

$C_{0.95}(\theta)$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$9.93 \cdot 10^{-1} (4.74 \cdot 10^{-4})$	$9.23 \cdot 10^{-1} (2.93 \cdot 10^{-3})$	$9.29 \cdot 10^{-1} (2.75 \cdot 10^{-3})$	$8.90 \cdot 10^{-1} (3.49 \cdot 10^{-3})$	$9.39 \cdot 10^{-1} (3.37 \cdot 10^{-3})$	$9.32 \cdot 10^{-1} (2.71 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$9.92 \cdot 10^{-1} (7.84 \cdot 10^{-4})$	$9.12 \cdot 10^{-1} (4.94 \cdot 10^{-3})$	$9.29 \cdot 10^{-1} (3.78 \cdot 10^{-3})$	$9.27 \cdot 10^{-1} (4.57 \cdot 10^{-3})$	$9.40 \cdot 10^{-1} (3.00 \cdot 10^{-3})$	$9.36 \cdot 10^{-1} (3.24 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$9.65 \cdot 10^{-1} (1.83 \cdot 10^{-3})$	$8.83 \cdot 10^{-1} (6.36 \cdot 10^{-3})$	$8.98 \cdot 10^{-1} (6.07 \cdot 10^{-3})$	$8.93 \cdot 10^{-1} (6.66 \cdot 10^{-3})$	$9.46 \cdot 10^{-1} (3.90 \cdot 10^{-3})$	$9.05 \cdot 10^{-1} (5.40 \cdot 10^{-3})$
$v = 7/2$	$9.27 \cdot 10^{-1} (4.91 \cdot 10^{-3})$	$8.42 \cdot 10^{-1} (9.67 \cdot 10^{-3})$	$8.38 \cdot 10^{-1} (9.04 \cdot 10^{-3})$	$8.23 \cdot 10^{-1} (1.04 \cdot 10^{-2})$	$9.28 \cdot 10^{-1} (4.82 \cdot 10^{-3})$	$8.37 \cdot 10^{-1} (9.86 \cdot 10^{-3})$
$v = 9/2$	$8.79 \cdot 10^{-1} (7.73 \cdot 10^{-3})$	$8.02 \cdot 10^{-1} (1.15 \cdot 10^{-2})$	$7.90 \cdot 10^{-1} (1.13 \cdot 10^{-2})$	$7.68 \cdot 10^{-1} (1.28 \cdot 10^{-2})$	$9.14 \cdot 10^{-1} (4.89 \cdot 10^{-3})$	$7.67 \cdot 10^{-1} (1.16 \cdot 10^{-2})$
$v = 13/2$	$8.28 \cdot 10^{-1} (9.11 \cdot 10^{-3})$	$7.62 \cdot 10^{-1} (1.16 \cdot 10^{-2})$	$7.41 \cdot 10^{-1} (1.09 \cdot 10^{-2})$	$7.20 \cdot 10^{-1} (1.26 \cdot 10^{-2})$	$9.10 \cdot 10^{-1} (4.79 \cdot 10^{-3})$	$7.28 \cdot 10^{-1} (1.16 \cdot 10^{-2})$
$v = 25/2$	$7.88 \cdot 10^{-1} (9.88 \cdot 10^{-3})$	$7.51 \cdot 10^{-1} (1.17 \cdot 10^{-2})$	$7.14 \cdot 10^{-1} (1.30 \cdot 10^{-2})$	$7.00 \cdot 10^{-1} (1.32 \cdot 10^{-2})$	$9.09 \cdot 10^{-1} (4.75 \cdot 10^{-3})$	$7.09 \cdot 10^{-1} (1.21 \cdot 10^{-2})$
$v = \infty$	$7.63 \cdot 10^{-1} (1.02 \cdot 10^{-2})$	$7.45 \cdot 10^{-1} (1.13 \cdot 10^{-2})$	$7.15 \cdot 10^{-1} (1.22 \cdot 10^{-2})$	$6.96 \cdot 10^{-1} (1.34 \cdot 10^{-2})$	$9.10 \cdot 10^{-1} (4.80 \cdot 10^{-3})$	$6.98 \cdot 10^{-1} (1.21 \cdot 10^{-2})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$9.63 \cdot 10^{-1} (2.06 \cdot 10^{-3})$	$8.24 \cdot 10^{-1} (1.21 \cdot 10^{-2})$	$8.38 \cdot 10^{-1} (9.81 \cdot 10^{-3})$	$8.24 \cdot 10^{-1} (1.24 \cdot 10^{-2})$	$9.39 \cdot 10^{-1} (2.86 \cdot 10^{-3})$	$8.28 \cdot 10^{-1} (1.21 \cdot 10^{-2})$

$C_{0.95}(\theta)$	NLL/SPE
	$9.30 \cdot 10^{-1} (7.37 \cdot 10^{-3})$

SM2.2.38.  $\text{Re}(s_{2\pi})$ ,  $n = 120$ ,  $d = 6$ .

Averages of  $R(\theta; S^{\text{SPE}})$ .

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$1.08 \cdot 10^{-2} (3.12 \cdot 10^{-4})$	$1.18 \cdot 10^{-2} (4.05 \cdot 10^{-4})$	$1.08 \cdot 10^{-2} (3.35 \cdot 10^{-4})$	$1.06 \cdot 10^{-2} (3.05 \cdot 10^{-4})$	$5.64 \cdot 10^{-1} (1.01 \cdot 10^{-1})$	$1.04 \cdot 10^{-2} (3.04 \cdot 10^{-4})$
$v = 3/2$	$2.84 \cdot 10^{-5} (1.02 \cdot 10^{-6})$	$2.95 \cdot 10^{-5} (9.58 \cdot 10^{-7})$	$2.60 \cdot 10^{-5} (8.79 \cdot 10^{-7})$	$2.71 \cdot 10^{-5} (9.28 \cdot 10^{-7})$	$1.65 \cdot 10^{-3} (2.27 \cdot 10^{-4})$	$2.57 \cdot 10^{-5} (8.74 \cdot 10^{-7})$
$v = 5/2$	$7.91 \cdot 10^{-6} (5.33 \cdot 10^{-7})$	$1.02 \cdot 10^{-5} (7.44 \cdot 10^{-7})$	$1.16 \cdot 10^{-5} (1.63 \cdot 10^{-6})$	$9.16 \cdot 10^{-6} (6.28 \cdot 10^{-7})$	$3.74 \cdot 10^{-2} (3.74 \cdot 10^{-3})$	$1.26 \cdot 10^{-5} (1.04 \cdot 10^{-6})$
$v = 7/2$	$1.06 \cdot 10^{-5} (5.65 \cdot 10^{-7})$	$1.48 \cdot 10^{-5} (8.94 \cdot 10^{-7})$	$1.86 \cdot 10^{-5} (3.64 \cdot 10^{-6})$	$1.85 \cdot 10^{-5} (5.35 \cdot 10^{-6})$	$1.12 \cdot 10^{-1} (3.13 \cdot 10^{-2})$	$2.25 \cdot 10^{-5} (3.60 \cdot 10^{-6})$
$v = 9/2$	$1.36 \cdot 10^{-5} (6.30 \cdot 10^{-7})$	$1.86 \cdot 10^{-5} (8.84 \cdot 10^{-7})$	$1.90 \cdot 10^{-5} (1.74 \cdot 10^{-6})$	$1.70 \cdot 10^{-5} (8.42 \cdot 10^{-7})$	$2.29 \cdot 10^{-1} (8.41 \cdot 10^{-2})$	$2.71 \cdot 10^{-5} (3.77 \cdot 10^{-6})$
$v = 13/2$	$1.73 \cdot 10^{-5} (7.33 \cdot 10^{-7})$	$2.63 \cdot 10^{-5} (1.46 \cdot 10^{-6})$	$2.32 \cdot 10^{-5} (1.34 \cdot 10^{-6})$	$2.30 \cdot 10^{-5} (1.38 \cdot 10^{-6})$	$4.59 \cdot 10^{-1} (2.01 \cdot 10^{-1})$	$3.11 \cdot 10^{-5} (3.53 \cdot 10^{-6})$
$v = 25/2$	$1.98 \cdot 10^{-5} (8.28 \cdot 10^{-7})$	$3.04 \cdot 10^{-5} (1.90 \cdot 10^{-6})$	$2.65 \cdot 10^{-5} (1.67 \cdot 10^{-6})$	$2.67 \cdot 10^{-5} (1.50 \cdot 10^{-6})$	$7.12 \cdot 10^{-1} (3.43 \cdot 10^{-1})$	$3.66 \cdot 10^{-5} (5.33 \cdot 10^{-6})$
$v = \infty$	$2.26 \cdot 10^{-5} (1.02 \cdot 10^{-6})$	$3.27 \cdot 10^{-5} (2.32 \cdot 10^{-6})$	$2.84 \cdot 10^{-5} (1.65 \cdot 10^{-6})$	$2.83 \cdot 10^{-5} (1.53 \cdot 10^{-6})$	$1.13 \cdot 10^0 (5.74 \cdot 10^{-1})$	$3.23 \cdot 10^{-5} (2.10 \cdot 10^{-6})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$7.91 \cdot 10^{-6} (5.33 \cdot 10^{-7})$	$1.03 \cdot 10^{-5} (7.45 \cdot 10^{-7})$	$1.18 \cdot 10^{-5} (1.63 \cdot 10^{-6})$	$9.19 \cdot 10^{-6} (6.31 \cdot 10^{-7})$	$5.21 \cdot 10^2 (5.21 \cdot 10^2)$	$1.46 \cdot 10^{-5} (1.34 \cdot 10^{-6})$

**SUPPLEMENTARY MATERIALS: PARAMETER SELECTION IN GAUSSIAN PROCESS INTERPOLATION SM51**

$R^*(S^{\text{SPE}})$	
$v = 1/2$	$9.51 \cdot 10^{-3}$ ( $2.79 \cdot 10^{-4}$ )
$v = 3/2$	$2.16 \cdot 10^{-3}$ ( $6.09 \cdot 10^{-7}$ )
$v = 5/2$	$4.73 \cdot 10^{-6}$ ( $1.60 \cdot 10^{-7}$ )
$v = 7/2$	$7.42 \cdot 10^{-6}$ ( $2.67 \cdot 10^{-7}$ )
$v = 9/2$	$1.01 \cdot 10^{-5}$ ( $3.87 \cdot 10^{-7}$ )
$v = 13/2$	$1.32 \cdot 10^{-5}$ ( $5.18 \cdot 10^{-7}$ )
$v = 25/2$	$1.52 \cdot 10^{-5}$ ( $6.33 \cdot 10^{-7}$ )
$v = \infty$	$1.70 \cdot 10^{-5}$ ( $6.86 \cdot 10^{-7}$ )
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$4.73 \cdot 10^{-6}$ ( $1.60 \cdot 10^{-7}$ )

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	
NLL/SPE	$8.32 \cdot 10^{-6}$ ( $5.60 \cdot 10^{-7}$ )
linear	$7.13 \cdot 10^{-4}$ ( $3.52 \cdot 10^{-6}$ )
1NN	$3.47 \cdot 10^{-1}$ ( $1.43 \cdot 10^{-3}$ )
2NN	$2.64 \cdot 10^{-1}$ ( $1.89 \cdot 10^{-3}$ )

Averages of  $R(\theta; S^{\text{CRPS}})$ .

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$5.67 \cdot 10^{-2}$ ( $3.19 \cdot 10^{-4}$ )	$4.52 \cdot 10^{-2}$ ( $6.72 \cdot 10^{-4}$ )	$4.34 \cdot 10^{-2}$ ( $5.97 \cdot 10^{-4}$ )	$4.24 \cdot 10^{-2}$ ( $6.35 \cdot 10^{-4}$ )	$3.41 \cdot 10^{-1}$ ( $2.39 \cdot 10^{-2}$ )	$4.27 \cdot 10^{-2}$ ( $5.59 \cdot 10^{-4}$ )
$v = 3/2$	$2.27 \cdot 10^{-3}$ ( $1.64 \cdot 10^{-5}$ )	$2.06 \cdot 10^{-3}$ ( $2.57 \cdot 10^{-5}$ )	$1.91 \cdot 10^{-3}$ ( $2.18 \cdot 10^{-5}$ )	$1.95 \cdot 10^{-3}$ ( $2.29 \cdot 10^{-5}$ )	$1.31 \cdot 10^{-2}$ ( $6.08 \cdot 10^{-4}$ )	$1.90 \cdot 10^{-3}$ ( $2.15 \cdot 10^{-5}$ )
$v = 5/2$	$9.21 \cdot 10^{-4}$ ( $1.31 \cdot 10^{-5}$ )	$9.22 \cdot 10^{-4}$ ( $2.26 \cdot 10^{-5}$ )	$8.55 \cdot 10^{-4}$ ( $2.20 \cdot 10^{-5}$ )	$8.51 \cdot 10^{-4}$ ( $1.72 \cdot 10^{-5}$ )	$5.43 \cdot 10^{-2}$ ( $2.73 \cdot 10^{-3}$ )	$9.40 \cdot 10^{-4}$ ( $2.28 \cdot 10^{-5}$ )
$v = 7/2$	$1.04 \cdot 10^{-3}$ ( $1.47 \cdot 10^{-5}$ )	$1.13 \cdot 10^{-3}$ ( $2.48 \cdot 10^{-5}$ )	$1.07 \cdot 10^{-3}$ ( $3.52 \cdot 10^{-5}$ )	$1.08 \cdot 10^{-3}$ ( $4.58 \cdot 10^{-5}$ )	$6.62 \cdot 10^{-2}$ ( $8.25 \cdot 10^{-3}$ )	$1.21 \cdot 10^{-3}$ ( $3.77 \cdot 10^{-5}$ )
$v = 9/2$	$1.21 \cdot 10^{-3}$ ( $1.73 \cdot 10^{-5}$ )	$1.34 \cdot 10^{-3}$ ( $2.78 \cdot 10^{-5}$ )	$1.26 \cdot 10^{-3}$ ( $2.82 \cdot 10^{-5}$ )	$1.26 \cdot 10^{-3}$ ( $2.50 \cdot 10^{-5}$ )	$8.20 \cdot 10^{-2}$ ( $1.36 \cdot 10^{-2}$ )	$1.43 \cdot 10^{-3}$ ( $4.15 \cdot 10^{-5}$ )
$v = 13/2$	$1.41 \cdot 10^{-3}$ ( $2.25 \cdot 10^{-5}$ )	$1.65 \cdot 10^{-3}$ ( $4.29 \cdot 10^{-5}$ )	$1.48 \cdot 10^{-3}$ ( $3.35 \cdot 10^{-5}$ )	$1.53 \cdot 10^{-3}$ ( $3.67 \cdot 10^{-5}$ )	$1.11 \cdot 10^{-1}$ ( $2.08 \cdot 10^{-2}$ )	$1.68 \cdot 10^{-3}$ ( $4.70 \cdot 10^{-5}$ )
$v = 25/2$	$1.54 \cdot 10^{-3}$ ( $2.73 \cdot 10^{-5}$ )	$1.82 \cdot 10^{-3}$ ( $4.93 \cdot 10^{-5}$ )	$1.65 \cdot 10^{-3}$ ( $3.89 \cdot 10^{-5}$ )	$1.70 \cdot 10^{-3}$ ( $4.28 \cdot 10^{-5}$ )	$1.35 \cdot 10^{-1}$ ( $2.67 \cdot 10^{-2}$ )	$1.83 \cdot 10^{-3}$ ( $6.13 \cdot 10^{-5}$ )
$v = \infty$	$1.68 \cdot 10^{-3}$ ( $3.53 \cdot 10^{-5}$ )	$1.94 \cdot 10^{-3}$ ( $5.70 \cdot 10^{-5}$ )	$1.77 \cdot 10^{-3}$ ( $4.14 \cdot 10^{-5}$ )	$1.82 \cdot 10^{-3}$ ( $4.90 \cdot 10^{-5}$ )	$1.68 \cdot 10^{-1}$ ( $3.42 \cdot 10^{-2}$ )	$1.89 \cdot 10^{-3}$ ( $5.26 \cdot 10^{-5}$ )
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$9.21 \cdot 10^{-4}$ ( $1.31 \cdot 10^{-5}$ )	$9.31 \cdot 10^{-4}$ ( $2.32 \cdot 10^{-5}$ )	$8.70 \cdot 10^{-4}$ ( $2.31 \cdot 10^{-5}$ )	$8.57 \cdot 10^{-4}$ ( $1.82 \cdot 10^{-5}$ )	$1.12 \cdot 10^0$ ( $9.59 \cdot 10^{-1}$ )	$1.04 \cdot 10^{-3}$ ( $3.30 \cdot 10^{-5}$ )

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	
NLL/SPE	$9.39 \cdot 10^{-4}$ ( $1.44 \cdot 10^{-5}$ )

Averages of  $R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$ .

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$7.37 \cdot 10^{-1}$ ( $1.47 \cdot 10^{-3}$ )	$6.69 \cdot 10^{-1}$ ( $1.57 \cdot 10^{-2}$ )	$6.35 \cdot 10^{-1}$ ( $1.38 \cdot 10^{-2}$ )	$7.34 \cdot 10^{-1}$ ( $1.70 \cdot 10^{-2}$ )	$3.41 \cdot 10^0$ ( $2.87 \cdot 10^{-1}$ )	$6.18 \cdot 10^{-1}$ ( $1.26 \cdot 10^{-2}$ )
$v = 3/2$	$2.72 \cdot 10^{-2}$ ( $3.10 \cdot 10^{-4}$ )	$2.66 \cdot 10^{-2}$ ( $7.39 \cdot 10^{-4}$ )	$2.43 \cdot 10^{-2}$ ( $6.92 \cdot 10^{-4}$ )	$2.52 \cdot 10^{-2}$ ( $7.60 \cdot 10^{-4}$ )	$1.68 \cdot 10^{-1}$ ( $8.57 \cdot 10^{-3}$ )	$2.38 \cdot 10^{-2}$ ( $6.79 \cdot 10^{-4}$ )
$v = 5/2$	$1.27 \cdot 10^{-2}$ ( $5.07 \cdot 10^{-4}$ )	$1.35 \cdot 10^{-2}$ ( $6.14 \cdot 10^{-4}$ )	$1.25 \cdot 10^{-2}$ ( $6.01 \cdot 10^{-4}$ )	$1.25 \cdot 10^{-2}$ ( $5.32 \cdot 10^{-4}$ )	$5.84 \cdot 10^{-1}$ ( $3.25 \cdot 10^{-2}$ )	$1.31 \cdot 10^{-2}$ ( $5.11 \cdot 10^{-4}$ )
$v = 7/2$	$1.39 \cdot 10^{-2}$ ( $5.57 \cdot 10^{-4}$ )	$1.47 \cdot 10^{-2}$ ( $5.65 \cdot 10^{-4}$ )	$1.42 \cdot 10^{-2}$ ( $8.23 \cdot 10^{-4}$ )	$1.53 \cdot 10^{-2}$ ( $1.34 \cdot 10^{-3}$ )	$5.72 \cdot 10^{-1}$ ( $7.45 \cdot 10^{-2}$ )	$1.59 \cdot 10^{-2}$ ( $7.62 \cdot 10^{-4}$ )
$v = 9/2$	$1.56 \cdot 10^{-2}$ ( $5.78 \cdot 10^{-4}$ )	$1.65 \cdot 10^{-2}$ ( $5.57 \cdot 10^{-4}$ )	$1.57 \cdot 10^{-2}$ ( $5.76 \cdot 10^{-4}$ )	$1.64 \cdot 10^{-2}$ ( $5.89 \cdot 10^{-4}$ )	$6.45 \cdot 10^{-1}$ ( $1.05 \cdot 10^{-1}$ )	$1.79 \cdot 10^{-2}$ ( $7.68 \cdot 10^{-4}$ )
$v = 13/2$	$1.79 \cdot 10^{-2}$ ( $5.84 \cdot 10^{-4}$ )	$1.97 \cdot 10^{-2}$ ( $6.12 \cdot 10^{-4}$ )	$1.82 \cdot 10^{-2}$ ( $5.94 \cdot 10^{-4}$ )	$1.94 \cdot 10^{-2}$ ( $6.50 \cdot 10^{-4}$ )	$8.70 \cdot 10^{-1}$ ( $1.62 \cdot 10^{-1}$ )	$2.08 \cdot 10^{-2}$ ( $8.44 \cdot 10^{-4}$ )
$v = 25/2$	$1.98 \cdot 10^{-2}$ ( $5.87 \cdot 10^{-4}$ )	$2.16 \cdot 10^{-2}$ ( $6.69 \cdot 10^{-4}$ )	$2.04 \cdot 10^{-2}$ ( $6.23 \cdot 10^{-4}$ )	$2.15 \cdot 10^{-2}$ ( $7.01 \cdot 10^{-4}$ )	$1.08 \cdot 10^0$ ( $2.16 \cdot 10^{-1}$ )	$2.26 \cdot 10^{-2}$ ( $9.76 \cdot 10^{-4}$ )
$v = \infty$	$2.15 \cdot 10^{-2}$ ( $6.18 \cdot 10^{-4}$ )	$2.25 \cdot 10^{-2}$ ( $6.91 \cdot 10^{-4}$ )	$2.14 \cdot 10^{-2}$ ( $6.22 \cdot 10^{-4}$ )	$2.29 \cdot 10^{-2}$ ( $7.86 \cdot 10^{-4}$ )	$1.35 \cdot 10^0$ ( $2.82 \cdot 10^{-1}$ )	$2.28 \cdot 10^{-2}$ ( $8.00 \cdot 10^{-4}$ )
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$1.27 \cdot 10^{-2}$ ( $5.07 \cdot 10^{-4}$ )	$1.36 \cdot 10^{-2}$ ( $6.26 \cdot 10^{-4}$ )	$1.27 \cdot 10^{-2}$ ( $6.29 \cdot 10^{-4}$ )	$1.26 \cdot 10^{-2}$ ( $5.47 \cdot 10^{-4}$ )	$1.52 \cdot 10^1$ ( $1.37 \cdot 10^1$ )	$1.44 \cdot 10^{-2}$ ( $6.47 \cdot 10^{-4}$ )

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	
NLL/SPE	$1.30 \cdot 10^{-2}$ ( $5.34 \cdot 10^{-4}$ )

Averages of  $C_{0.95}(\theta)$ .

$C_{0.95}(\theta)$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$9.93 \cdot 10^{-1}$ ( $4.00 \cdot 10^{-4}$ )	$9.27 \cdot 10^{-1}$ ( $2.40 \cdot 10^{-3}$ )	$9.31 \cdot 10^{-1}$ ( $2.32 \cdot 10^{-3}$ )	$8.84 \cdot 10^{-1}$ ( $2.94 \cdot 10^{-3}$ )	$9.40 \cdot 10^{-1}$ ( $2.47 \cdot 10^{-3}$ )	$9.34 \cdot 10^{-1}$ ( $2.21 \cdot 10^{-3}$ )
$v = 3/2$	$9.91 \cdot 10^{-1}$ ( $8.00 \cdot 10^{-4}$ )	$9.18 \cdot 10^{-1}$ ( $2.62 \cdot 10^{-3}$ )	$9.25 \cdot 10^{-1}$ ( $2.22 \cdot 10^{-3}$ )	$9.26 \cdot 10^{-1}$ ( $2.68 \cdot 10^{-3}$ )	$9.38 \cdot 10^{-1}$ ( $2.33 \cdot 10^{-3}$ )	$9.29 \cdot 10^{-1}$ ( $2.18 \cdot 10^{-3}$ )
$v = 5/2$	$9.63 \cdot 10^{-1}$ ( $1.41 \cdot 10^{-3}$ )	$9.13 \cdot 10^{-1}$ ( $3.40 \cdot 10^{-3}$ )	$9.16 \cdot 10^{-1}$ ( $2.87 \cdot 10^{-3}$ )	$9.16 \cdot 10^{-1}$ ( $3.25 \cdot 10^{-3}$ )	$9.42 \cdot 10^{-1}$ ( $2.93 \cdot 10^{-3}$ )	$9.18 \cdot 10^{-1}$ ( $2.80 \cdot 10^{-3}$ )
$v = 7/2$	$9.37 \cdot 10^{-1}$ ( $2.46 \cdot 10^{-3}$ )	$9.07 \cdot 10^{-1}$ ( $4.37 \cdot 10^{-3}$ )	$9.00 \cdot 10^{-1}$ ( $4.96 \cdot 10^{-3}$ )	$8.92 \cdot 10^{-1}$ ( $6.14 \cdot 10^{-3}$ )	$9.49 \cdot 10^{-1}$ ( $4.60 \cdot 10^{-3}$ )	$8.96 \cdot 10^{-1}$ ( $4.90 \cdot 10^{-3}$ )
$v = 9/2$	$9.09 \cdot 10^{-1}$ ( $3.69 \cdot 10^{-3}$ )	$8.93 \cdot 10^{-1}$ ( $5.47 \cdot 10^{-3}$ )	$8.80 \cdot 10^{-1}$ ( $6.43 \cdot 10^{-3}$ )	$8.70 \cdot 10^{-1}$ ( $6.58 \cdot 10^{-3}$ )	$9.53 \cdot 10^{-1}$ ( $4.84 \cdot 10^{-3}$ )	$8.75 \cdot 10^{-1}$ ( $6.36 \cdot 10^{-3}$ )
$v = 13/2$	$8.79 \cdot 10^{-1}$ ( $4.37 \cdot 10^{-3}$ )	$8.73 \cdot 10^{-1}$ ( $5.87 \cdot 10^{-3}$ )	$8.64 \cdot 10^{-1}$ ( $7.00 \cdot 10^{-3}$ )	$8.49 \cdot 10^{-1}$ ( $6.59 \cdot 10^{-3}$ )	$9.51 \cdot 10^{-1}$ ( $4.63 \cdot 10^{-3}$ )	$8.57 \cdot 10^{-1}$ ( $6.65 \cdot 10^{-3}$ )
$v = 25/2$	$8.59 \cdot 10^{-1}$ ( $4.80 \cdot 10^{-3}$ )	$8.62 \cdot 10^{-1}$ ( $6.54 \cdot 10^{-3}$ )	$8.46 \cdot 10^{-1}$ ( $7.35 \cdot 10^{-3}$ )	$8.34 \cdot 10^{-1}$ ( $7.42 \cdot 10^{-3}$ )	$9.49 \cdot 10^{-1}$ ( $4.51 \cdot 10^{-3}$ )	$8.47 \cdot 10^{-1}$ ( $7.16 \cdot 10^{-3}$ )
$v = \infty$	$8.56 \cdot 10^{-1}$ ( $4.90 \cdot 10^{-3}$ )	$8.65 \cdot 10^{-1}$ ( $6.33 \cdot 10^{-3}$ )	$8.48 \cdot 10^{-1}$ ( $7.13 \cdot 10^{-3}$ )	$8.32 \cdot 10^{-1}$ ( $7.62 \cdot 10^{-3}$ )	$9.46 \cdot 10^{-1}$ ( $4.40 \cdot 10^{-3}$ )	$8.51 \cdot 10^{-1}$ ( $7.42 \cdot 10^{-3}$ )
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$9.63 \cdot 10^{-1}$ ( $1.41 \cdot 10^{-3}$ )	$9.08 \cdot 10^{-1}$ ( $4.57 \cdot 10^{-3}$ )	$9.08 \cdot 10^{-1}$ ( $4.81 \cdot 10^{-3}$ )	$9.10 \cdot 10^{-1}$ ( $4.61 \cdot 10^{-3}$ )	$9.37 \cdot 10^{-1}$ ( $2.33 \cdot 10^{-3}$ )	$8.96 \cdot 10^{-1}$ ( $5.51 \cdot 10^{-3}$ )

$C_{0.95}(\theta)$	
NLL/SPE	$9.58 \cdot 10^{-1}$ ( $2.12 \cdot 10^{-3}$ )

**SM2.2.39.**  $\text{Re}(s_{2\pi})$ ,  $n = 300$ ,  $d = 6$ .

Averages of  $R(\theta; S^{\text{SPE}})$ .

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$3.32 \cdot 10^{-3}$ (7.25 · 10 <sup>-5</sup> )	$3.62 \cdot 10^{-3}$ (8.60 · 10 <sup>-5</sup> )	$3.32 \cdot 10^{-3}$ (7.16 · 10 <sup>-5</sup> )	$3.29 \cdot 10^{-3}$ (7.45 · 10 <sup>-5</sup> )	$2.28 \cdot 10^{-1}$ (3.09 · 10 <sup>-2</sup> )	$3.24 \cdot 10^{-3}$ (7.08 · 10 <sup>-3</sup> )
$v = 3/2$	$7.56 \cdot 10^{-6}$ (1.75 · 10 <sup>-7</sup> )	$7.22 \cdot 10^{-6}$ (2.28 · 10 <sup>-7</sup> )	$6.74 \cdot 10^{-6}$ (1.81 · 10 <sup>-7</sup> )	$6.73 \cdot 10^{-6}$ (1.75 · 10 <sup>-7</sup> )	$1.64 \cdot 10^{-3}$ (3.22 · 10 <sup>-5</sup> )	$7.05 \cdot 10^{-6}$ (1.85 · 10 <sup>-7</sup> )
$v = 5/2$	$3.43 \cdot 10^{-6}$ (9.29 · 10 <sup>-8</sup> )	$5.04 \cdot 10^{-6}$ (3.06 · 10 <sup>-7</sup> )	$6.70 \cdot 10^{-6}$ (4.19 · 10 <sup>-7</sup> )	$4.90 \cdot 10^{-6}$ (3.04 · 10 <sup>-7</sup> )	$6.56 \cdot 10^{-2}$ (9.65 · 10 <sup>-3</sup> )	$1.13 \cdot 10^{-5}$ (1.29 · 10 <sup>-6</sup> )
$v = 7/2$	$7.11 \cdot 10^{-6}$ (2.18 · 10 <sup>-7</sup> )	$1.04 \cdot 10^{-5}$ (5.92 · 10 <sup>-7</sup> )	$1.39 \cdot 10^{-5}$ (7.61 · 10 <sup>-7</sup> )	$1.01 \cdot 10^{-5}$ (5.38 · 10 <sup>-7</sup> )	$3.43 \cdot 10^{-1}$ (1.22 · 10 <sup>-1</sup> )	$2.36 \cdot 10^{-5}$ (1.71 · 10 <sup>-6</sup> )
$v = 9/2$	$1.16 \cdot 10^{-5}$ (3.42 · 10 <sup>-7</sup> )	$1.66 \cdot 10^{-5}$ (9.60 · 10 <sup>-7</sup> )	$2.20 \cdot 10^{-5}$ (1.09 · 10 <sup>-6</sup> )	$1.58 \cdot 10^{-5}$ (7.74 · 10 <sup>-7</sup> )	$8.74 \cdot 10^{-1}$ (3.84 · 10 <sup>-1</sup> )	$3.87 \cdot 10^{-5}$ (2.92 · 10 <sup>-6</sup> )
$v = 13/2$	$1.98 \cdot 10^{-5}$ (5.84 · 10 <sup>-7</sup> )	$2.74 \cdot 10^{-5}$ (1.38 · 10 <sup>-6</sup> )	$3.27 \cdot 10^{-5}$ (1.79 · 10 <sup>-6</sup> )	$2.53 \cdot 10^{-5}$ (1.27 · 10 <sup>-6</sup> )	$1.58 \cdot 10^0$ (6.96 · 10 <sup>-1</sup> )	$5.59 \cdot 10^{-5}$ (4.48 · 10 <sup>-6</sup> )
$v = 25/2$	$2.97 \cdot 10^{-5}$ (8.89 · 10 <sup>-7</sup> )	$4.03 \cdot 10^{-5}$ (2.10 · 10 <sup>-6</sup> )	$4.25 \cdot 10^{-5}$ (1.92 · 10 <sup>-6</sup> )	$3.65 \cdot 10^{-5}$ (1.69 · 10 <sup>-6</sup> )	$1.57 \cdot 10^0$ (7.20 · 10 <sup>-1</sup> )	$8.68 \cdot 10^{-5}$ (8.25 · 10 <sup>-6</sup> )
$v = \infty$	$3.92 \cdot 10^{-5}$ (1.15 · 10 <sup>-6</sup> )	$5.18 \cdot 10^{-5}$ (2.83 · 10 <sup>-6</sup> )	$5.40 \cdot 10^{-5}$ (2.78 · 10 <sup>-6</sup> )	$4.71 \cdot 10^{-5}$ (2.46 · 10 <sup>-6</sup> )	$2.03 \cdot 10^0$ (1.33 · 10 <sup>0</sup> )	$9.82 \cdot 10^{-5}$ (8.35 · 10 <sup>-6</sup> )
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$3.43 \cdot 10^{-6}$ (9.29 · 10 <sup>-8</sup> )	$5.09 \cdot 10^{-6}$ (3.09 · 10 <sup>-7</sup> )	$6.70 \cdot 10^{-6}$ (4.19 · 10 <sup>-7</sup> )	$4.90 \cdot 10^{-6}$ (3.04 · 10 <sup>-7</sup> )	$1.06 \cdot 10^0$ (1.06 · 10 <sup>0</sup> )	$1.17 \cdot 10^{-5}$ (1.30 · 10 <sup>-6</sup> )

$R^*(S^{\text{SPE}})$	
$v = 1/2$	$3.07 \cdot 10^{-3}$ (6.97 · 10 <sup>-5</sup> )
$v = 3/2$	$5.88 \cdot 10^{-6}$ (1.33 · 10 <sup>-7</sup> )
$v = 5/2$	$2.88 \cdot 10^{-6}$ (8.17 · 10 <sup>-8</sup> )
$v = 7/2$	$6.10 \cdot 10^{-6}$ (1.59 · 10 <sup>-7</sup> )
$v = 9/2$	$1.05 \cdot 10^{-5}$ (2.82 · 10 <sup>-7</sup> )
$v = 13/2$	$1.86 \cdot 10^{-5}$ (5.34 · 10 <sup>-7</sup> )
$v = 25/2$	$2.78 \cdot 10^{-5}$ (8.15 · 10 <sup>-7</sup> )
$v = \infty$	$3.62 \cdot 10^{-5}$ (1.02 · 10 <sup>-6</sup> )
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$2.87 \cdot 10^{-6}$ (8.09 · 10 <sup>-8</sup> )

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	
NLL/SPE	$3.48 \cdot 10^{-6}$ (1.10 · 10 <sup>-7</sup> )
linear	$6.80 \cdot 10^{-4}$ (1.41 · 10 <sup>-6</sup> )
1NN	$2.57 \cdot 10^{-1}$ (6.37 · 10 <sup>-4</sup> )
2NN	$1.88 \cdot 10^{-1}$ (8.83 · 10 <sup>-4</sup> )

Averages of  $R(\theta; S^{\text{CRPS}})$ .

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$3.24 \cdot 10^{-2}$ (1.01 · 10 <sup>-4</sup> )	$2.28 \cdot 10^{-2}$ (2.32 · 10 <sup>-4</sup> )	$2.19 \cdot 10^{-2}$ (2.01 · 10 <sup>-4</sup> )	$2.08 \cdot 10^{-2}$ (2.42 · 10 <sup>-4</sup> )	$2.00 \cdot 10^{-1}$ (1.81 · 10 <sup>-2</sup> )	$2.17 \cdot 10^{-2}$ (1.98 · 10 <sup>-4</sup> )
$v = 3/2$	$1.21 \cdot 10^{-3}$ (5.67 · 10 <sup>-6</sup> )	$9.27 \cdot 10^{-4}$ (1.03 · 10 <sup>-5</sup> )	$8.92 \cdot 10^{-4}$ (8.71 · 10 <sup>-6</sup> )	$8.97 \cdot 10^{-4}$ (8.46 · 10 <sup>-6</sup> )	$1.22 \cdot 10^{-2}$ (1.18 · 10 <sup>-4</sup> )	$9.07 \cdot 10^{-4}$ (8.63 · 10 <sup>-6</sup> )
$v = 5/2$	$5.91 \cdot 10^{-4}$ (3.60 · 10 <sup>-6</sup> )	$6.10 \cdot 10^{-4}$ (1.15 · 10 <sup>-5</sup> )	$5.62 \cdot 10^{-4}$ (1.03 · 10 <sup>-5</sup> )	$5.45 \cdot 10^{-4}$ (8.82 · 10 <sup>-6</sup> )	$5.29 \cdot 10^{-2}$ (3.76 · 10 <sup>-3</sup> )	$6.80 \cdot 10^{-4}$ (1.73 · 10 <sup>-5</sup> )
$v = 7/2$	$7.64 \cdot 10^{-4}$ (6.28 · 10 <sup>-6</sup> )	$8.73 \cdot 10^{-4}$ (1.77 · 10 <sup>-5</sup> )	$8.14 \cdot 10^{-4}$ (1.35 · 10 <sup>-5</sup> )	$7.77 \cdot 10^{-4}$ (1.15 · 10 <sup>-5</sup> )	$6.96 \cdot 10^{-2}$ (1.23 · 10 <sup>-2</sup> )	$1.04 \cdot 10^{-3}$ (2.60 · 10 <sup>-5</sup> )
$v = 9/2$	$9.90 \cdot 10^{-4}$ (1.01 · 10 <sup>-5</sup> )	$1.13 \cdot 10^{-3}$ (2.35 · 10 <sup>-5</sup> )	$1.08 \cdot 10^{-3}$ (1.68 · 10 <sup>-5</sup> )	$1.03 \cdot 10^{-3}$ (1.41 · 10 <sup>-5</sup> )	$8.98 \cdot 10^{-2}$ (2.08 · 10 <sup>-2</sup> )	$1.40 \cdot 10^{-3}$ (3.70 · 10 <sup>-5</sup> )
$v = 13/2$	$1.36 \cdot 10^{-3}$ (1.75 · 10 <sup>-5</sup> )	$1.51 \cdot 10^{-3}$ (3.04 · 10 <sup>-5</sup> )	$1.45 \cdot 10^{-3}$ (2.42 · 10 <sup>-5</sup> )	$1.39 \cdot 10^{-3}$ (2.09 · 10 <sup>-5</sup> )	$1.13 \cdot 10^{-1}$ (2.88 · 10 <sup>-2</sup> )	$1.81 \cdot 10^{-3}$ (5.29 · 10 <sup>-5</sup> )
$v = 25/2$	$1.74 \cdot 10^{-3}$ (2.41 · 10 <sup>-5</sup> )	$1.88 \cdot 10^{-3}$ (3.88 · 10 <sup>-5</sup> )	$1.79 \cdot 10^{-3}$ (2.74 · 10 <sup>-5</sup> )	$1.76 \cdot 10^{-3}$ (2.71 · 10 <sup>-5</sup> )	$1.08 \cdot 10^{-1}$ (2.91 · 10 <sup>-2</sup> )	$2.29 \cdot 10^{-3}$ (7.41 · 10 <sup>-5</sup> )
$v = \infty$	$2.04 \cdot 10^{-3}$ (2.92 · 10 <sup>-5</sup> )	$2.17 \cdot 10^{-3}$ (4.26 · 10 <sup>-5</sup> )	$2.10 \cdot 10^{-3}$ (3.43 · 10 <sup>-5</sup> )	$2.06 \cdot 10^{-3}$ (3.51 · 10 <sup>-5</sup> )	$1.06 \cdot 10^{-1}$ (3.46 · 10 <sup>-2</sup> )	$2.59 \cdot 10^{-3}$ (7.56 · 10 <sup>-5</sup> )
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$5.91 \cdot 10^{-4}$ (3.60 · 10 <sup>-6</sup> )	$6.14 \cdot 10^{-4}$ (1.24 · 10 <sup>-5</sup> )	$5.62 \cdot 10^{-4}$ (1.03 · 10 <sup>-5</sup> )	$5.45 \cdot 10^{-4}$ (8.82 · 10 <sup>-6</sup> )	$3.64 \cdot 10^1$ (3.63 · 10 <sup>1</sup> )	$6.94 \cdot 10^{-4}$ (1.83 · 10 <sup>-5</sup> )

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	
NLL/SPE	$5.97 \cdot 10^{-4}$ (7.57 · 10 <sup>-6</sup> )

Averages of  $R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$ .

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$4.56 \cdot 10^{-1}$ (5.87 · 10 <sup>-4</sup> )	$3.64 \cdot 10^{-1}$ (5.35 · 10 <sup>-3</sup> )	$3.46 \cdot 10^{-1}$ (4.81 · 10 <sup>-3</sup> )	$4.11 \cdot 10^{-1}$ (6.74 · 10 <sup>-3</sup> )	$1.87 \cdot 10^0$ (1.59 · 10 <sup>-1</sup> )	$3.41 \cdot 10^{-1}$ (4.70 · 10 <sup>-3</sup> )
$v = 3/2$	$1.47 \cdot 10^{-2}$ (6.93 · 10 <sup>-5</sup> )	$1.30 \cdot 10^{-2}$ (2.84 · 10 <sup>-4</sup> )	$1.24 \cdot 10^{-2}$ (2.46 · 10 <sup>-4</sup> )	$1.26 \cdot 10^{-2}$ (2.38 · 10 <sup>-4</sup> )	$1.85 \cdot 10^{-1}$ (2.97 · 10 <sup>-3</sup> )	$1.24 \cdot 10^{-2}$ (2.34 · 10 <sup>-4</sup> )
$v = 5/2$	$7.73 \cdot 10^{-3}$ (8.14 · 10 <sup>-5</sup> )	$8.85 \cdot 10^{-3}$ (2.39 · 10 <sup>-4</sup> )	$8.42 \cdot 10^{-3}$ (2.82 · 10 <sup>-4</sup> )	$8.29 \cdot 10^{-3}$ (2.42 · 10 <sup>-4</sup> )	$7.62 \cdot 10^{-1}$ (5.62 · 10 <sup>-2</sup> )	$1.04 \cdot 10^{-2}$ (4.27 · 10 <sup>-4</sup> )
$v = 7/2$	$9.92 \cdot 10^{-3}$ (1.26 · 10 <sup>-4</sup> )	$1.11 \cdot 10^{-2}$ (2.60 · 10 <sup>-4</sup> )	$1.05 \cdot 10^{-2}$ (2.97 · 10 <sup>-4</sup> )	$1.04 \cdot 10^{-2}$ (2.70 · 10 <sup>-4</sup> )	$8.73 \cdot 10^{-1}$ (1.59 · 10 <sup>-1</sup> )	$1.39 \cdot 10^{-2}$ (5.07 · 10 <sup>-4</sup> )
$v = 9/2$	$1.20 \cdot 10^{-2}$ (1.63 · 10 <sup>-4</sup> )	$1.29 \cdot 10^{-2}$ (3.03 · 10 <sup>-4</sup> )	$1.24 \cdot 10^{-2}$ (2.80 · 10 <sup>-4</sup> )	$1.23 \cdot 10^{-2}$ (2.57 · 10 <sup>-4</sup> )	$9.71 \cdot 10^{-1}$ (2.30 · 10 <sup>-1</sup> )	$1.71 \cdot 10^{-2}$ (5.85 · 10 <sup>-4</sup> )
$v = 13/2$	$1.53 \cdot 10^{-2}$ (2.51 · 10 <sup>-4</sup> )	$1.55 \cdot 10^{-2}$ (3.18 · 10 <sup>-4</sup> )	$1.50 \cdot 10^{-2}$ (2.93 · 10 <sup>-4</sup> )	$1.48 \cdot 10^{-2}$ (2.98 · 10 <sup>-4</sup> )	$1.09 \cdot 10^0$ (2.81 · 10 <sup>-1</sup> )	$1.96 \cdot 10^{-2}$ (6.89 · 10 <sup>-4</sup> )
$v = 25/2$	$1.98 \cdot 10^{-2}$ (3.79 · 10 <sup>-4</sup> )	$1.83 \cdot 10^{-2}$ (3.78 · 10 <sup>-4</sup> )	$1.74 \cdot 10^{-2}$ (3.10 · 10 <sup>-4</sup> )	$1.75 \cdot 10^{-2}$ (3.46 · 10 <sup>-4</sup> )	$1.02 \cdot 10^0$ (2.85 · 10 <sup>-1</sup> )	$2.35 \cdot 10^{-2}$ (9.01 · 10 <sup>-4</sup> )
$v = \infty$	$2.46 \cdot 10^{-2}$ (5.09 · 10 <sup>-4</sup> )	$2.06 \cdot 10^{-2}$ (4.32 · 10 <sup>-4</sup> )	$1.98 \cdot 10^{-2}$ (3.85 · 10 <sup>-4</sup> )	$2.01 \cdot 10^{-2}$ (4.28 · 10 <sup>-4</sup> )	$9.61 \cdot 10^{-1}$ (3.29 · 10 <sup>-1</sup> )	$2.54 \cdot 10^{-2}$ (8.48 · 10 <sup>-4</sup> )
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$7.73 \cdot 10^{-3}$ (8.14 · 10 <sup>-5</sup> )	$8.94 \cdot 10^{-3}$ (2.50 · 10 <sup>-4</sup> )	$8.42 \cdot 10^{-3}$ (2.82 · 10 <sup>-4</sup> )	$8.29 \cdot 10^{-3}$ (2.42 · 10 <sup>-4</sup> )	$5.87 \cdot 10^2$ (5.85 · 10 <sup>2</sup> )	$1.05 \cdot 10^{-2}$ (4.31 · 10 <sup>-4</sup> )

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	
NLL/SPE	$7.79 \cdot 10^{-3}$ (1.07 · 10 <sup>-4</sup> )

Averages of  $C_{0.95}(\theta)$ .

**SUPPLEMENTARY MATERIALS: PARAMETER SELECTION IN GAUSSIAN PROCESS INTERPOLATION  
SM53**

$C_{0.95}(\theta)$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$9.94 \cdot 10^{-1} (2.18 \cdot 10^{-4})$	$9.44 \cdot 10^{-1} (1.23 \cdot 10^{-3})$	$9.48 \cdot 10^{-1} (1.21 \cdot 10^{-3})$	$8.88 \cdot 10^{-1} (1.65 \cdot 10^{-3})$	$9.43 \cdot 10^{-1} (1.46 \cdot 10^{-3})$	$9.49 \cdot 10^{-1} (1.23 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$9.94 \cdot 10^{-1} (4.43 \cdot 10^{-4})$	$9.26 \cdot 10^{-1} (1.83 \cdot 10^{-3})$	$9.27 \cdot 10^{-1} (1.77 \cdot 10^{-3})$	$9.24 \cdot 10^{-1} (1.74 \cdot 10^{-3})$	$9.44 \cdot 10^{-1} (1.32 \cdot 10^{-3})$	$9.29 \cdot 10^{-1} (1.73 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$9.62 \cdot 10^{-1} (7.16 \cdot 10^{-4})$	$9.33 \cdot 10^{-1} (1.75 \cdot 10^{-3})$	$9.35 \cdot 10^{-1} (1.90 \cdot 10^{-3})$	$9.28 \cdot 10^{-1} (2.13 \cdot 10^{-3})$	$9.44 \cdot 10^{-1} (1.44 \cdot 10^{-3})$	$9.37 \cdot 10^{-1} (1.94 \cdot 10^{-3})$
$v = 7/2$	$9.40 \cdot 10^{-1} (1.10 \cdot 10^{-3})$	$9.33 \cdot 10^{-1} (1.88 \cdot 10^{-3})$	$9.32 \cdot 10^{-1} (2.15 \cdot 10^{-3})$	$9.22 \cdot 10^{-1} (2.79 \cdot 10^{-3})$	$9.45 \cdot 10^{-1} (1.65 \cdot 10^{-3})$	$9.27 \cdot 10^{-1} (2.33 \cdot 10^{-3})$
$v = 9/2$	$9.17 \cdot 10^{-1} (1.59 \cdot 10^{-3})$	$9.32 \cdot 10^{-1} (2.11 \cdot 10^{-3})$	$9.28 \cdot 10^{-1} (2.46 \cdot 10^{-3})$	$9.15 \cdot 10^{-1} (2.90 \cdot 10^{-3})$	$9.47 \cdot 10^{-1} (1.95 \cdot 10^{-3})$	$9.18 \cdot 10^{-1} (2.62 \cdot 10^{-3})$
$v = 13/2$	$8.82 \cdot 10^{-1} (2.73 \cdot 10^{-3})$	$9.30 \cdot 10^{-1} (2.48 \cdot 10^{-3})$	$9.25 \cdot 10^{-1} (2.48 \cdot 10^{-3})$	$9.13 \cdot 10^{-1} (3.06 \cdot 10^{-3})$	$9.46 \cdot 10^{-1} (2.31 \cdot 10^{-3})$	$9.15 \cdot 10^{-1} (2.66 \cdot 10^{-3})$
$v = 25/2$	$8.31 \cdot 10^{-1} (3.72 \cdot 10^{-3})$	$9.27 \cdot 10^{-1} (2.78 \cdot 10^{-3})$	$9.23 \cdot 10^{-1} (2.55 \cdot 10^{-3})$	$9.08 \cdot 10^{-1} (3.39 \cdot 10^{-3})$	$9.45 \cdot 10^{-1} (2.45 \cdot 10^{-3})$	$9.10 \cdot 10^{-1} (2.96 \cdot 10^{-3})$
$v = \infty$	$7.92 \cdot 10^{-1} (4.08 \cdot 10^{-3})$	$9.26 \cdot 10^{-1} (3.00 \cdot 10^{-3})$	$9.20 \cdot 10^{-1} (2.98 \cdot 10^{-3})$	$9.02 \cdot 10^{-1} (3.63 \cdot 10^{-3})$	$9.48 \cdot 10^{-1} (2.54 \cdot 10^{-3})$	$9.09 \cdot 10^{-1} (3.26 \cdot 10^{-3})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$9.62 \cdot 10^{-1} (7.16 \cdot 10^{-4})$	$9.33 \cdot 10^{-1} (1.71 \cdot 10^{-3})$	$9.35 \cdot 10^{-1} (1.90 \cdot 10^{-3})$	$9.28 \cdot 10^{-1} (2.13 \cdot 10^{-3})$	$9.42 \cdot 10^{-1} (1.38 \cdot 10^{-3})$	$9.36 \cdot 10^{-1} (1.98 \cdot 10^{-3})$

$C_{0.95}(\theta)$	
NLL/SPE	$9.63 \cdot 10^{-1} (7.55 \cdot 10^{-4})$

**SM2.2.40.  $Re(s_{6\pi})$ ,  $n = 60$ ,  $d = 6$ .**

*Averages of  $R(\theta; S^{SPE})$ .*

$R(\theta; S^{SPE})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$4.94 \cdot 10^{-2} (1.71 \cdot 10^{-3})$	$5.19 \cdot 10^{-2} (1.57 \cdot 10^{-3})$	$4.81 \cdot 10^{-2} (1.51 \cdot 10^{-3})$	$4.87 \cdot 10^{-2} (1.70 \cdot 10^{-3})$	$8.05 \cdot 10^{-2} (8.05 \cdot 10^{-3})$	$4.60 \cdot 10^{-2} (1.41 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$3.84 \cdot 10^{-3} (1.40 \cdot 10^{-4})$	$4.84 \cdot 10^{-3} (3.06 \cdot 10^{-4})$	$3.47 \cdot 10^{-3} (1.29 \cdot 10^{-4})$	$3.61 \cdot 10^{-3} (1.78 \cdot 10^{-4})$	$1.23 \cdot 10^{-2} (8.96 \cdot 10^{-4})$	$3.53 \cdot 10^{-1} (3.50 \cdot 10^{-1})$
$v = 5/2$	$3.16 \cdot 10^{-4} (1.16 \cdot 10^{-5})$	$5.08 \cdot 10^{-4} (3.57 \cdot 10^{-5})$	$3.80 \cdot 10^{-4} (1.36 \cdot 10^{-5})$	$4.03 \cdot 10^{-4} (1.85 \cdot 10^{-5})$	$2.69 \cdot 10^{-2} (2.43 \cdot 10^{-3})$	$4.86 \cdot 10^{-4} (4.23 \cdot 10^{-5})$
$v = 7/2$	$2.30 \cdot 10^{-4} (7.56 \cdot 10^{-6})$	$4.21 \cdot 10^{-4} (2.18 \cdot 10^{-5})$	$3.60 \cdot 10^{-4} (1.66 \cdot 10^{-5})$	$3.83 \cdot 10^{-4} (1.93 \cdot 10^{-5})$	$3.78 \cdot 10^{-2} (7.26 \cdot 10^{-3})$	$5.38 \cdot 10^{-4} (5.56 \cdot 10^{-5})$
$v = 9/2$	$2.36 \cdot 10^{-4} (7.24 \cdot 10^{-6})$	$4.82 \cdot 10^{-4} (3.26 \cdot 10^{-5})$	$4.15 \cdot 10^{-4} (2.12 \cdot 10^{-5})$	$4.17 \cdot 10^{-4} (2.07 \cdot 10^{-5})$	$5.09 \cdot 10^{-2} (1.39 \cdot 10^{-2})$	$6.73 \cdot 10^{-4} (6.96 \cdot 10^{-5})$
$v = 13/2$	$2.54 \cdot 10^{-4} (7.45 \cdot 10^{-6})$	$5.57 \cdot 10^{-4} (4.07 \cdot 10^{-5})$	$4.88 \cdot 10^{-4} (3.08 \cdot 10^{-5})$	$4.63 \cdot 10^{-4} (2.44 \cdot 10^{-5})$	$3.39 \cdot 10^{-2} (1.02 \cdot 10^{-2})$	$6.80 \cdot 10^{-4} (4.64 \cdot 10^{-5})$
$v = 25/2$	$2.78 \cdot 10^{-4} (8.06 \cdot 10^{-6})$	$5.73 \cdot 10^{-4} (4.15 \cdot 10^{-5})$	$5.33 \cdot 10^{-4} (3.30 \cdot 10^{-5})$	$5.12 \cdot 10^{-4} (2.76 \cdot 10^{-5})$	$2.56 \cdot 10^{-2} (7.94 \cdot 10^{-3})$	$7.80 \cdot 10^{-4} (5.85 \cdot 10^{-5})$
$v = \infty$	$3.07 \cdot 10^{-4} (8.90 \cdot 10^{-6})$	$7.10 \cdot 10^{-4} (6.53 \cdot 10^{-5})$	$5.99 \cdot 10^{-4} (3.71 \cdot 10^{-5})$	$6.08 \cdot 10^{-4} (4.11 \cdot 10^{-5})$	$2.41 \cdot 10^{-2} (7.85 \cdot 10^{-3})$	$8.85 \cdot 10^{-4} (7.25 \cdot 10^{-5})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$2.49 \cdot 10^{-4} (7.91 \cdot 10^{-6})$	$5.83 \cdot 10^{-4} (4.47 \cdot 10^{-5})$	$5.45 \cdot 10^{-4} (3.84 \cdot 10^{-5})$	$4.91 \cdot 10^{-4} (2.69 \cdot 10^{-5})$	$2.39 \cdot 10^{-1} (3.75 \cdot 10^{-2})$	$7.95 \cdot 10^{-4} (6.15 \cdot 10^{-5})$

$R^*(S^{SPE})$	
$v = 1/2$	$4.00 \cdot 10^{-2} (1.23 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$2.81 \cdot 10^{-3} (1.04 \cdot 10^{-4})$
$v = 5/2$	$2.47 \cdot 10^{-4} (7.43 \cdot 10^{-6})$
$v = 7/2$	$1.69 \cdot 10^{-4} (5.37 \cdot 10^{-6})$
$v = 9/2$	$1.64 \cdot 10^{-4} (5.06 \cdot 10^{-6})$
$v = 13/2$	$1.66 \cdot 10^{-4} (4.89 \cdot 10^{-6})$
$v = 25/2$	$1.72 \cdot 10^{-4} (4.62 \cdot 10^{-6})$
$v = \infty$	$1.85 \cdot 10^{-4} (4.73 \cdot 10^{-6})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$1.54 \cdot 10^{-4} (4.24 \cdot 10^{-6})$

$R(\theta; S^{CRPS})$	
NLL/SPE	$2.63 \cdot 10^{-4} (9.16 \cdot 10^{-6})$
linear	$6.44 \cdot 10^{-2} (5.87 \cdot 10^{-4})$
1NN	$4.56 \cdot 10^{-1} (2.93 \cdot 10^{-3})$
2NN	$3.62 \cdot 10^{-1} (4.15 \cdot 10^{-3})$

*Averages of  $R(\theta; S^{CRPS})$ .*

$R(\theta; S^{CRPS})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$1.09 \cdot 10^{-1} (8.65 \cdot 10^{-4})$	$9.96 \cdot 10^{-2} (1.41 \cdot 10^{-3})$	$9.57 \cdot 10^{-2} (1.26 \cdot 10^{-3})$	$9.20 \cdot 10^{-2} (1.48 \cdot 10^{-3})$	$4.74 \cdot 10^0 (4.31 \cdot 10^0)$	$9.34 \cdot 10^{-2} (1.18 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$2.59 \cdot 10^{-2} (3.47 \cdot 10^{-4})$	$2.75 \cdot 10^{-2} (7.73 \cdot 10^{-4})$	$2.30 \cdot 10^{-2} (4.21 \cdot 10^{-4})$	$2.35 \cdot 10^{-2} (5.00 \cdot 10^{-4})$	$4.34 \cdot 10^{-2} (1.32 \cdot 10^{-3})$	$5.42 \cdot 10^{-2} (3.19 \cdot 10^{-2})$
$v = 5/2$	$7.33 \cdot 10^{-3} (8.94 \cdot 10^{-5})$	$8.53 \cdot 10^{-3} (2.49 \cdot 10^{-4})$	$7.64 \cdot 10^{-3} (1.41 \cdot 10^{-4})$	$7.88 \cdot 10^{-3} (1.74 \cdot 10^{-4})$	$5.41 \cdot 10^{-2} (2.58 \cdot 10^{-3})$	$8.24 \cdot 10^{-3} (1.97 \cdot 10^{-4})$
$v = 7/2$	$6.20 \cdot 10^{-3} (8.18 \cdot 10^{-5})$	$8.09 \cdot 10^{-3} (2.05 \cdot 10^{-4})$	$7.61 \cdot 10^{-3} (1.74 \cdot 10^{-4})$	$7.89 \cdot 10^{-3} (1.90 \cdot 10^{-4})$	$5.37 \cdot 10^{-2} (5.02 \cdot 10^{-3})$	$8.65 \cdot 10^{-3} (2.59 \cdot 10^{-4})$
$v = 9/2$	$6.31 \cdot 10^{-3} (8.74 \cdot 10^{-5})$	$8.70 \cdot 10^{-3} (2.43 \cdot 10^{-4})$	$8.26 \cdot 10^{-3} (2.19 \cdot 10^{-4})$	$8.37 \cdot 10^{-3} (2.08 \cdot 10^{-4})$	$5.67 \cdot 10^{-2} (6.85 \cdot 10^{-3})$	$9.79 \cdot 10^{-3} (3.15 \cdot 10^{-4})$
$v = 13/2$	$6.60 \cdot 10^{-3} (9.69 \cdot 10^{-5})$	$9.39 \cdot 10^{-3} (2.78 \cdot 10^{-4})$	$8.99 \cdot 10^{-3} (2.50 \cdot 10^{-4})$	$8.94 \cdot 10^{-3} (2.17 \cdot 10^{-4})$	$4.54 \cdot 10^{-2} (5.77 \cdot 10^{-3})$	$1.03 \cdot 10^{-2} (3.14 \cdot 10^{-4})$
$v = 25/2$	$6.94 \cdot 10^{-3} (1.06 \cdot 10^{-4})$	$9.65 \cdot 10^{-3} (2.56 \cdot 10^{-4})$	$9.55 \cdot 10^{-3} (2.67 \cdot 10^{-4})$	$9.50 \cdot 10^{-3} (2.43 \cdot 10^{-4})$	$3.92 \cdot 10^{-2} (5.05 \cdot 10^{-3})$	$1.10 \cdot 10^{-2} (3.50 \cdot 10^{-4})$
$v = \infty$	$7.33 \cdot 10^{-3} (1.14 \cdot 10^{-4})$	$1.05 \cdot 10^{-2} (3.31 \cdot 10^{-4})$	$1.01 \cdot 10^{-2} (2.76 \cdot 10^{-4})$	$1.03 \cdot 10^{-2} (2.97 \cdot 10^{-4})$	$3.71 \cdot 10^{-2} (5.00 \cdot 10^{-3})$	$1.16 \cdot 10^{-2} (3.67 \cdot 10^{-4})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$6.52 \cdot 10^{-3} (1.01 \cdot 10^{-4})$	$9.62 \cdot 10^{-3} (2.80 \cdot 10^{-4})$	$9.56 \cdot 10^{-3} (2.79 \cdot 10^{-4})$	$9.34 \cdot 10^{-3} (2.57 \cdot 10^{-4})$	$1.79 \cdot 10^{-1} (2.10 \cdot 10^{-2})$	$1.11 \cdot 10^{-2} (3.51 \cdot 10^{-4})$

$R(\theta; S^{CRPS})$	
NLL/SPE	$6.66 \cdot 10^{-3} (1.07 \cdot 10^{-4})$

*Averages of  $R(\theta; S_{0.95}^S)$ .*

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$\nu = 1/2$	$1.44 \cdot 10^0 (1.34 \cdot 10^{-2})$	$1.38 \cdot 10^0 (3.44 \cdot 10^{-2})$	$1.31 \cdot 10^0 (3.44 \cdot 10^{-2})$	$1.49 \cdot 10^0 (4.60 \cdot 10^{-2})$	$5.10 \cdot 10^1 (4.65 \cdot 10^1)$	$1.28 \cdot 10^0 (3.12 \cdot 10^{-2})$
$\nu = 3/2$	$2.80 \cdot 10^{-1} (3.50 \cdot 10^{-3})$	$3.23 \cdot 10^{-1} (1.30 \cdot 10^{-2})$	$2.72 \cdot 10^{-1} (8.07 \cdot 10^{-3})$	$2.88 \cdot 10^{-1} (1.08 \cdot 10^{-2})$	$4.51 \cdot 10^{-1} (1.65 \cdot 10^{-2})$	$4.51 \cdot 10^{-1} (1.90 \cdot 10^{-1})$
$\nu = 5/2$	$7.70 \cdot 10^{-2} (6.27 \cdot 10^{-4})$	$9.12 \cdot 10^{-2} (3.35 \cdot 10^{-3})$	$8.35 \cdot 10^{-2} (2.62 \cdot 10^{-3})$	$9.27 \cdot 10^{-2} (3.54 \cdot 10^{-3})$	$4.78 \cdot 10^{-1} (2.51 \cdot 10^{-2})$	$8.78 \cdot 10^{-2} (3.04 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 7/2$	$5.72 \cdot 10^{-2} (6.76 \cdot 10^{-4})$	$8.96 \cdot 10^{-2} (3.44 \cdot 10^{-3})$	$9.05 \cdot 10^{-2} (3.66 \cdot 10^{-3})$	$1.03 \cdot 10^{-1} (4.49 \cdot 10^{-3})$	$4.79 \cdot 10^{-1} (4.53 \cdot 10^{-2})$	$1.03 \cdot 10^{-1} (5.10 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 9/2$	$5.67 \cdot 10^{-2} (8.24 \cdot 10^{-4})$	$1.07 \cdot 10^{-1} (4.74 \cdot 10^{-3})$	$1.10 \cdot 10^{-1} (5.16 \cdot 10^{-3})$	$1.19 \cdot 10^{-1} (5.29 \cdot 10^{-3})$	$5.24 \cdot 10^{-1} (6.15 \cdot 10^{-2})$	$1.33 \cdot 10^{-1} (7.09 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 13/2$	$6.06 \cdot 10^{-2} (1.16 \cdot 10^{-3})$	$1.25 \cdot 10^{-1} (5.65 \cdot 10^{-3})$	$1.33 \cdot 10^{-1} (6.47 \cdot 10^{-3})$	$1.38 \cdot 10^{-1} (6.14 \cdot 10^{-3})$	$4.28 \cdot 10^{-1} (5.21 \cdot 10^{-2})$	$1.48 \cdot 10^{-1} (7.30 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 25/2$	$6.62 \cdot 10^{-2} (1.51 \cdot 10^{-3})$	$1.33 \cdot 10^{-1} (5.83 \cdot 10^{-3})$	$1.47 \cdot 10^{-1} (6.78 \cdot 10^{-3})$	$1.55 \cdot 10^{-1} (6.92 \cdot 10^{-3})$	$3.71 \cdot 10^{-1} (4.57 \cdot 10^{-2})$	$1.64 \cdot 10^{-1} (7.86 \cdot 10^{-3})$
$\nu = \infty$	$7.24 \cdot 10^{-2} (1.85 \cdot 10^{-3})$	$1.53 \cdot 10^{-1} (7.46 \cdot 10^{-3})$	$1.60 \cdot 10^{-1} (7.65 \cdot 10^{-3})$	$1.77 \cdot 10^{-1} (8.61 \cdot 10^{-3})$	$3.49 \cdot 10^{-1} (4.49 \cdot 10^{-2})$	$1.77 \cdot 10^{-1} (8.45 \cdot 10^{-3})$
$\nu \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$6.15 \cdot 10^{-2} (1.42 \cdot 10^{-3})$	$1.36 \cdot 10^{-1} (6.58 \cdot 10^{-3})$	$1.50 \cdot 10^{-1} (7.38 \cdot 10^{-3})$	$1.55 \cdot 10^{-1} (7.66 \cdot 10^{-3})$	$1.86 \cdot 10^0 (2.13 \cdot 10^{-1})$	$1.70 \cdot 10^{-1} (8.27 \cdot 10^{-3})$

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	
NLL/SPE	$6.40 \cdot 10^{-2} (1.52 \cdot 10^{-3})$

Averages of  $C_{0.95}(\theta)$ .

$C_{0.95}(\theta)$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$\nu = 1/2$	$9.80 \cdot 10^{-1} (1.30 \cdot 10^{-3})$	$9.32 \cdot 10^{-1} (3.36 \cdot 10^{-3})$	$9.37 \cdot 10^{-1} (3.13 \cdot 10^{-3})$	$8.96 \cdot 10^{-1} (4.11 \cdot 10^{-3})$	$9.33 \cdot 10^{-1} (2.92 \cdot 10^{-3})$	$9.43 \cdot 10^{-1} (3.06 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 3/2$	$9.83 \cdot 10^{-1} (1.63 \cdot 10^{-3})$	$9.14 \cdot 10^{-1} (4.94 \cdot 10^{-3})$	$9.35 \cdot 10^{-1} (3.64 \cdot 10^{-3})$	$9.22 \cdot 10^{-1} (5.37 \cdot 10^{-3})$	$9.43 \cdot 10^{-1} (3.02 \cdot 10^{-3})$	$9.45 \cdot 10^{-1} (3.21 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 5/2$	$9.91 \cdot 10^{-1} (9.23 \cdot 10^{-4})$	$8.97 \cdot 10^{-1} (5.96 \cdot 10^{-3})$	$8.86 \cdot 10^{-1} (6.09 \cdot 10^{-3})$	$8.61 \cdot 10^{-1} (8.01 \cdot 10^{-3})$	$9.45 \cdot 10^{-1} (3.80 \cdot 10^{-3})$	$8.98 \cdot 10^{-1} (5.39 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 7/2$	$9.70 \cdot 10^{-1} (2.30 \cdot 10^{-3})$	$8.47 \cdot 10^{-1} (8.16 \cdot 10^{-3})$	$8.12 \cdot 10^{-1} (8.50 \cdot 10^{-3})$	$7.75 \cdot 10^{-1} (1.00 \cdot 10^{-2})$	$9.29 \cdot 10^{-1} (4.88 \cdot 10^{-3})$	$8.21 \cdot 10^{-1} (8.90 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 9/2$	$9.47 \cdot 10^{-1} (3.48 \cdot 10^{-3})$	$7.96 \cdot 10^{-1} (1.02 \cdot 10^{-2})$	$7.60 \cdot 10^{-1} (1.04 \cdot 10^{-2})$	$7.31 \cdot 10^{-1} (1.06 \cdot 10^{-2})$	$9.14 \cdot 10^{-1} (5.51 \cdot 10^{-3})$	$7.55 \cdot 10^{-1} (1.06 \cdot 10^{-2})$
$\nu = 13/2$	$9.13 \cdot 10^{-1} (4.96 \cdot 10^{-3})$	$7.55 \cdot 10^{-1} (1.08 \cdot 10^{-2})$	$7.12 \cdot 10^{-1} (1.14 \cdot 10^{-2})$	$6.86 \cdot 10^{-1} (1.15 \cdot 10^{-2})$	$9.08 \cdot 10^{-1} (6.12 \cdot 10^{-3})$	$7.20 \cdot 10^{-1} (1.08 \cdot 10^{-2})$
$\nu = 25/2$	$8.89 \cdot 10^{-1} (5.83 \cdot 10^{-3})$	$7.35 \cdot 10^{-1} (1.11 \cdot 10^{-2})$	$6.89 \cdot 10^{-1} (1.12 \cdot 10^{-2})$	$6.59 \cdot 10^{-1} (1.15 \cdot 10^{-2})$	$9.07 \cdot 10^{-1} (6.37 \cdot 10^{-3})$	$6.97 \cdot 10^{-1} (1.05 \cdot 10^{-2})$
$\nu = \infty$	$8.69 \cdot 10^{-1} (6.42 \cdot 10^{-3})$	$7.14 \cdot 10^{-1} (1.15 \cdot 10^{-2})$	$6.73 \cdot 10^{-1} (1.15 \cdot 10^{-2})$	$6.34 \cdot 10^{-1} (1.23 \cdot 10^{-2})$	$9.08 \cdot 10^{-1} (6.42 \cdot 10^{-3})$	$6.82 \cdot 10^{-1} (1.04 \cdot 10^{-2})$
$\nu \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$9.20 \cdot 10^{-1} (6.05 \cdot 10^{-3})$	$7.39 \cdot 10^{-1} (1.25 \cdot 10^{-2})$	$6.79 \cdot 10^{-1} (1.22 \cdot 10^{-2})$	$6.58 \cdot 10^{-1} (1.23 \cdot 10^{-2})$	$9.37 \cdot 10^{-1} (3.22 \cdot 10^{-3})$	$6.86 \cdot 10^{-1} (1.09 \cdot 10^{-2})$

$C_{0.95}(\theta)$	
NLL/SPE	$9.38 \cdot 10^{-1} (6.19 \cdot 10^{-3})$

SM2.2.41.  $\text{Re}(s_{6\pi})$ ,  $n = 120$ ,  $d = 6$ .

Averages of  $R(\theta; S^{\text{SPE}})$ .

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$\nu = 1/2$	$2.42 \cdot 10^{-2} (7.58 \cdot 10^{-4})$	$2.60 \cdot 10^{-2} (8.42 \cdot 10^{-4})$	$2.43 \cdot 10^{-2} (7.36 \cdot 10^{-4})$	$2.44 \cdot 10^{-2} (7.71 \cdot 10^{-4})$	$4.73 \cdot 10^{-1} (4.10 \cdot 10^{-2})$	$2.33 \cdot 10^{-2} (7.05 \cdot 10^{-4})$
$\nu = 3/2$	$1.23 \cdot 10^{-3} (3.81 \cdot 10^{-5})$	$1.35 \cdot 10^{-3} (5.88 \cdot 10^{-5})$	$1.20 \cdot 10^{-3} (3.73 \cdot 10^{-5})$	$1.22 \cdot 10^{-3} (3.90 \cdot 10^{-5})$	$3.20 \cdot 10^{-3} (1.75 \cdot 10^{-4})$	$1.19 \cdot 10^{-3} (3.81 \cdot 10^{-5})$
$\nu = 5/2$	$1.07 \cdot 10^{-4} (2.78 \cdot 10^{-6})$	$1.57 \cdot 10^{-4} (9.85 \cdot 10^{-6})$	$1.20 \cdot 10^{-4} (3.27 \cdot 10^{-6})$	$1.27 \cdot 10^{-4} (3.52 \cdot 10^{-6})$	$5.01 \cdot 10^{-1} (4.75 \cdot 10^{-1})$	$1.25 \cdot 10^{-4} (3.75 \cdot 10^{-6})$
$\nu = 7/2$	$6.43 \cdot 10^{-5} (1.47 \cdot 10^{-6})$	$8.43 \cdot 10^{-5} (3.03 \cdot 10^{-6})$	$7.17 \cdot 10^{-5} (1.94 \cdot 10^{-6})$	$7.40 \cdot 10^{-5} (2.12 \cdot 10^{-6})$	$1.13 \cdot 10^{-1} (3.60 \cdot 10^{-2})$	$8.59 \cdot 10^{-5} (3.55 \cdot 10^{-6})$
$\nu = 9/2$	$5.90 \cdot 10^{-5} (1.38 \cdot 10^{-6})$	$8.14 \cdot 10^{-5} (3.42 \cdot 10^{-6})$	$7.12 \cdot 10^{-5} (2.74 \cdot 10^{-6})$	$7.03 \cdot 10^{-5} (2.56 \cdot 10^{-6})$	$3.04 \cdot 10^{-1} (1.34 \cdot 10^{-1})$	$8.77 \cdot 10^{-5} (4.16 \cdot 10^{-6})$
$\nu = 13/2$	$5.83 \cdot 10^{-5} (1.42 \cdot 10^{-6})$	$7.86 \cdot 10^{-5} (3.21 \cdot 10^{-6})$	$7.18 \cdot 10^{-5} (3.09 \cdot 10^{-6})$	$7.30 \cdot 10^{-5} (3.21 \cdot 10^{-6})$	$7.86 \cdot 10^{-1} (3.90 \cdot 10^{-1})$	$9.72 \cdot 10^{-5} (5.46 \cdot 10^{-6})$
$\nu = 25/2$	$5.67 \cdot 10^{-5} (1.42 \cdot 10^{-6})$	$7.88 \cdot 10^{-5} (3.65 \cdot 10^{-6})$	$7.33 \cdot 10^{-5} (3.34 \cdot 10^{-6})$	$7.45 \cdot 10^{-5} (3.62 \cdot 10^{-6})$	$1.47 \cdot 10^0 (7.74 \cdot 10^{-1})$	$9.70 \cdot 10^{-5} (5.80 \cdot 10^{-6})$
$\nu = \infty$	$5.73 \cdot 10^{-5} (1.48 \cdot 10^{-6})$	$7.84 \cdot 10^{-5} (3.50 \cdot 10^{-6})$	$7.40 \cdot 10^{-5} (3.47 \cdot 10^{-6})$	$7.50 \cdot 10^{-5} (3.91 \cdot 10^{-6})$	$2.92 \cdot 10^0 (1.65 \cdot 10^0)$	$9.58 \cdot 10^{-5} (5.18 \cdot 10^{-6})$
$\nu \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$6.32 \cdot 10^{-5} (1.47 \cdot 10^{-6})$	$8.47 \cdot 10^{-5} (4.17 \cdot 10^{-6})$	$7.35 \cdot 10^{-5} (3.35 \cdot 10^{-6})$	$7.36 \cdot 10^{-5} (3.45 \cdot 10^{-6})$	$9.70 \cdot 10^{-1} (7.52 \cdot 10^{-1})$	$9.89 \cdot 10^{-5} (6.09 \cdot 10^{-6})$

$R^*(S^{\text{SPE}})$	
$\nu = 1/2$	$2.08 \cdot 10^{-2} (5.86 \cdot 10^{-4})$
$\nu = 3/2$	$1.09 \cdot 10^{-3} (3.54 \cdot 10^{-5})$
$\nu = 5/2$	$9.47 \cdot 10^{-5} (2.52 \cdot 10^{-6})$
$\nu = 7/2$	$4.99 \cdot 10^{-5} (1.12 \cdot 10^{-6})$
$\nu = 9/2$	$4.36 \cdot 10^{-5} (9.22 \cdot 10^{-7})$
$\nu = 13/2$	$4.27 \cdot 10^{-5} (9.03 \cdot 10^{-7})$
$\nu = 25/2$	$4.16 \cdot 10^{-5} (8.98 \cdot 10^{-7})$
$\nu = \infty$	$4.23 \cdot 10^{-5} (9.07 \cdot 10^{-7})$
$\nu \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$4.04 \cdot 10^{-5} (8.33 \cdot 10^{-7})$

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	
NLL/SPE	$6.34 \cdot 10^{-5} (1.81 \cdot 10^{-6})$
linear	$5.97 \cdot 10^{-2} (2.27 \cdot 10^{-4})$
1NN	$3.66 \cdot 10^{-1} (1.73 \cdot 10^{-3})$
2NN	$2.84 \cdot 10^{-1} (2.23 \cdot 10^{-3})$

Averages of  $R(\theta; S^{\text{CRPS}})$ .



SUPPLEMENTARY MATERIALS: PARAMETER SELECTION IN GAUSSIAN PROCESS INTERPOLATION  
SM55

$R(\theta; S^{CRPS})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$7.36 \cdot 10^{-2} (4.44 \cdot 10^{-4})$	$6.39 \cdot 10^{-2} (9.04 \cdot 10^{-4})$	$6.16 \cdot 10^{-2} (7.40 \cdot 10^{-4})$	$5.91 \cdot 10^{-2} (8.56 \cdot 10^{-4})$	$3.34 \cdot 10^{-1} (1.96 \cdot 10^{-2})$	$6.04 \cdot 10^{-2} (6.77 \cdot 10^{-4})$
$v = 3/2$	$1.32 \cdot 10^{-2} (1.16 \cdot 10^{-4})$	$1.26 \cdot 10^{-2} (2.37 \cdot 10^{-4})$	$1.16 \cdot 10^{-2} (1.61 \cdot 10^{-4})$	$1.17 \cdot 10^{-2} (1.69 \cdot 10^{-4})$	$2.05 \cdot 10^{-2} (4.55 \cdot 10^{-4})$	$1.15 \cdot 10^{-2} (1.63 \cdot 10^{-4})$
$v = 5/2$	$3.66 \cdot 10^{-3} (2.77 \cdot 10^{-5})$	$4.12 \cdot 10^{-3} (1.05 \cdot 10^{-4})$	$3.61 \cdot 10^{-3} (4.15 \cdot 10^{-5})$	$3.73 \cdot 10^{-3} (4.51 \cdot 10^{-5})$	$6.54 \cdot 10^{-2} (2.28 \cdot 10^{-2})$	$3.65 \cdot 10^{-3} (4.35 \cdot 10^{-5})$
$v = 7/2$	$2.83 \cdot 10^{-3} (2.67 \cdot 10^{-5})$	$3.19 \cdot 10^{-3} (5.15 \cdot 10^{-5})$	$2.95 \cdot 10^{-3} (3.77 \cdot 10^{-5})$	$3.01 \cdot 10^{-3} (4.16 \cdot 10^{-5})$	$5.78 \cdot 10^{-2} (9.26 \cdot 10^{-3})$	$3.13 \cdot 10^{-3} (5.21 \cdot 10^{-5})$
$v = 9/2$	$2.75 \cdot 10^{-3} (3.02 \cdot 10^{-5})$	$3.18 \cdot 10^{-3} (5.57 \cdot 10^{-5})$	$3.00 \cdot 10^{-3} (4.74 \cdot 10^{-5})$	$3.02 \cdot 10^{-3} (4.96 \cdot 10^{-5})$	$7.73 \cdot 10^{-2} (1.70 \cdot 10^{-2})$	$3.25 \cdot 10^{-3} (6.67 \cdot 10^{-5})$
$v = 13/2$	$2.80 \cdot 10^{-3} (3.47 \cdot 10^{-5})$	$3.22 \cdot 10^{-3} (5.61 \cdot 10^{-5})$	$3.08 \cdot 10^{-3} (5.36 \cdot 10^{-5})$	$3.14 \cdot 10^{-3} (6.01 \cdot 10^{-5})$	$1.12 \cdot 10^{-1} (2.88 \cdot 10^{-2})$	$3.47 \cdot 10^{-3} (8.53 \cdot 10^{-5})$
$v = 25/2$	$2.81 \cdot 10^{-3} (3.72 \cdot 10^{-5})$	$3.27 \cdot 10^{-3} (6.71 \cdot 10^{-5})$	$3.16 \cdot 10^{-3} (5.99 \cdot 10^{-5})$	$3.22 \cdot 10^{-3} (6.72 \cdot 10^{-5})$	$1.45 \cdot 10^{-1} (4.05 \cdot 10^{-2})$	$3.54 \cdot 10^{-3} (9.09 \cdot 10^{-5})$
$v = \infty$	$2.86 \cdot 10^{-3} (3.90 \cdot 10^{-5})$	$3.29 \cdot 10^{-3} (6.61 \cdot 10^{-5})$	$3.20 \cdot 10^{-3} (6.32 \cdot 10^{-5})$	$3.25 \cdot 10^{-3} (7.01 \cdot 10^{-5})$	$1.91 \cdot 10^{-1} (5.82 \cdot 10^{-2})$	$3.56 \cdot 10^{-3} (8.21 \cdot 10^{-5})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$2.82 \cdot 10^{-3} (2.78 \cdot 10^{-5})$	$3.30 \cdot 10^{-3} (6.94 \cdot 10^{-5})$	$3.11 \cdot 10^{-3} (5.89 \cdot 10^{-5})$	$3.14 \cdot 10^{-3} (6.32 \cdot 10^{-5})$	$2.00 \cdot 10^{-1} (3.44 \cdot 10^{-2})$	$3.54 \cdot 10^{-3} (9.37 \cdot 10^{-5})$

$R(\theta; S^{CRPS})$
NLL/SPE $2.88 \cdot 10^{-3} (3.56 \cdot 10^{-5})$

Averages of  $R(\theta; S_{0.95}^{CRPS})$ .

$R(\theta; S_{0.95}^{CRPS})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$1.04 \cdot 10^0 (8.07 \cdot 10^{-3})$	$9.76 \cdot 10^{-1} (2.31 \cdot 10^{-2})$	$9.36 \cdot 10^{-1} (2.15 \cdot 10^{-2})$	$1.06 \cdot 10^0 (2.62 \cdot 10^{-2})$	$3.49 \cdot 10^0 (1.89 \cdot 10^{-1})$	$9.10 \cdot 10^{-1} (2.05 \cdot 10^{-2})$
$v = 3/2$	$1.58 \cdot 10^{-1} (1.45 \cdot 10^{-3})$	$1.69 \cdot 10^{-1} (5.10 \cdot 10^{-3})$	$1.58 \cdot 10^{-1} (4.00 \cdot 10^{-3})$	$1.64 \cdot 10^{-1} (4.27 \cdot 10^{-3})$	$2.48 \cdot 10^{-1} (7.44 \cdot 10^{-3})$	$1.57 \cdot 10^{-1} (3.98 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$3.97 \cdot 10^{-2} (2.84 \cdot 10^{-4})$	$4.91 \cdot 10^{-2} (1.42 \cdot 10^{-3})$	$4.32 \cdot 10^{-2} (8.55 \cdot 10^{-4})$	$4.62 \cdot 10^{-2} (9.37 \cdot 10^{-4})$	$7.00 \cdot 10^{-1} (2.40 \cdot 10^{-1})$	$4.25 \cdot 10^{-2} (8.72 \cdot 10^{-4})$
$v = 7/2$	$2.78 \cdot 10^{-2} (2.72 \cdot 10^{-4})$	$3.57 \cdot 10^{-2} (8.60 \cdot 10^{-4})$	$3.31 \cdot 10^{-2} (7.49 \cdot 10^{-4})$	$3.56 \cdot 10^{-2} (8.87 \cdot 10^{-4})$	$5.27 \cdot 10^{-1} (9.27 \cdot 10^{-2})$	$3.42 \cdot 10^{-2} (8.58 \cdot 10^{-4})$
$v = 9/2$	$2.64 \cdot 10^{-2} (3.73 \cdot 10^{-4})$	$3.44 \cdot 10^{-2} (8.89 \cdot 10^{-4})$	$3.32 \cdot 10^{-2} (9.70 \cdot 10^{-4})$	$3.50 \cdot 10^{-2} (1.07 \cdot 10^{-3})$	$6.75 \cdot 10^{-1} (1.60 \cdot 10^{-1})$	$3.51 \cdot 10^{-2} (1.14 \cdot 10^{-3})$
$v = 13/2$	$2.72 \cdot 10^{-2} (5.02 \cdot 10^{-4})$	$3.42 \cdot 10^{-2} (9.01 \cdot 10^{-4})$	$3.40 \cdot 10^{-2} (1.17 \cdot 10^{-3})$	$3.68 \cdot 10^{-2} (1.31 \cdot 10^{-3})$	$9.74 \cdot 10^{-1} (2.61 \cdot 10^{-1})$	$3.75 \cdot 10^{-2} (1.44 \cdot 10^{-3})$
$v = 25/2$	$2.80 \cdot 10^{-2} (5.97 \cdot 10^{-4})$	$3.50 \cdot 10^{-2} (1.11 \cdot 10^{-3})$	$3.53 \cdot 10^{-2} (1.29 \cdot 10^{-3})$	$3.83 \cdot 10^{-2} (1.45 \cdot 10^{-3})$	$1.24 \cdot 10^0 (3.56 \cdot 10^{-1})$	$3.84 \cdot 10^{-2} (1.49 \cdot 10^{-3})$
$v = \infty$	$2.89 \cdot 10^{-2} (6.54 \cdot 10^{-4})$	$3.51 \cdot 10^{-2} (1.14 \cdot 10^{-3})$	$3.55 \cdot 10^{-2} (1.32 \cdot 10^{-3})$	$3.83 \cdot 10^{-2} (1.50 \cdot 10^{-3})$	$1.62 \cdot 10^0 (4.97 \cdot 10^{-1})$	$3.86 \cdot 10^{-2} (1.41 \cdot 10^{-3})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$2.77 \cdot 10^{-2} (3.24 \cdot 10^{-4})$	$3.74 \cdot 10^{-2} (1.31 \cdot 10^{-3})$	$3.60 \cdot 10^{-2} (1.27 \cdot 10^{-3})$	$3.89 \cdot 10^{-2} (1.40 \cdot 10^{-3})$	$2.33 \cdot 10^0 (5.36 \cdot 10^{-1})$	$3.94 \cdot 10^{-2} (1.54 \cdot 10^{-3})$

$R(\theta; S_{0.95}^{CRPS})$
NLL/SPE $2.90 \cdot 10^{-2} (5.60 \cdot 10^{-4})$

Averages of  $C_{0.95}(\theta)$ .

$C_{0.95}(\theta)$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$9.83 \cdot 10^{-1} (8.60 \cdot 10^{-4})$	$9.38 \cdot 10^{-1} (2.48 \cdot 10^{-3})$	$9.42 \cdot 10^{-1} (2.39 \cdot 10^{-3})$	$8.92 \cdot 10^{-1} (2.95 \cdot 10^{-3})$	$9.37 \cdot 10^{-1} (2.11 \cdot 10^{-3})$	$9.46 \cdot 10^{-1} (2.30 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$9.90 \cdot 10^{-1} (6.01 \cdot 10^{-4})$	$9.33 \cdot 10^{-1} (2.78 \cdot 10^{-3})$	$9.40 \cdot 10^{-1} (2.40 \cdot 10^{-3})$	$9.32 \cdot 10^{-1} (2.54 \cdot 10^{-3})$	$9.38 \cdot 10^{-1} (2.25 \cdot 10^{-3})$	$9.43 \cdot 10^{-1} (2.46 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$9.91 \cdot 10^{-1} (5.29 \cdot 10^{-4})$	$9.11 \cdot 10^{-1} (3.19 \cdot 10^{-3})$	$9.16 \cdot 10^{-1} (3.33 \cdot 10^{-3})$	$9.03 \cdot 10^{-1} (3.96 \cdot 10^{-3})$	$9.43 \cdot 10^{-1} (2.85 \cdot 10^{-3})$	$9.25 \cdot 10^{-1} (3.24 \cdot 10^{-3})$
$v = 7/2$	$9.72 \cdot 10^{-1} (1.54 \cdot 10^{-3})$	$8.98 \cdot 10^{-1} (5.09 \cdot 10^{-3})$	$8.92 \cdot 10^{-1} (5.51 \cdot 10^{-3})$	$8.74 \cdot 10^{-1} (6.49 \cdot 10^{-3})$	$9.49 \cdot 10^{-1} (4.58 \cdot 10^{-3})$	$9.03 \cdot 10^{-1} (5.24 \cdot 10^{-3})$
$v = 9/2$	$9.47 \cdot 10^{-1} (2.81 \cdot 10^{-3})$	$8.83 \cdot 10^{-1} (6.24 \cdot 10^{-3})$	$8.67 \cdot 10^{-1} (6.95 \cdot 10^{-3})$	$8.49 \cdot 10^{-1} (7.78 \cdot 10^{-3})$	$9.52 \cdot 10^{-1} (5.00 \cdot 10^{-3})$	$8.78 \cdot 10^{-1} (6.88 \cdot 10^{-3})$
$v = 13/2$	$9.17 \cdot 10^{-1} (3.98 \cdot 10^{-3})$	$8.71 \cdot 10^{-1} (6.77 \cdot 10^{-3})$	$8.52 \cdot 10^{-1} (7.82 \cdot 10^{-3})$	$8.27 \cdot 10^{-1} (8.51 \cdot 10^{-3})$	$9.51 \cdot 10^{-1} (4.70 \cdot 10^{-3})$	$8.58 \cdot 10^{-1} (7.64 \cdot 10^{-3})$
$v = 25/2$	$8.95 \cdot 10^{-1} (4.70 \cdot 10^{-3})$	$8.60 \cdot 10^{-1} (7.48 \cdot 10^{-3})$	$8.38 \cdot 10^{-1} (8.23 \cdot 10^{-3})$	$8.13 \cdot 10^{-1} (8.77 \cdot 10^{-3})$	$9.48 \cdot 10^{-1} (4.54 \cdot 10^{-3})$	$8.47 \cdot 10^{-1} (7.84 \cdot 10^{-3})$
$v = \infty$	$8.87 \cdot 10^{-1} (4.99 \cdot 10^{-3})$	$8.60 \cdot 10^{-1} (7.67 \cdot 10^{-3})$	$8.38 \cdot 10^{-1} (8.25 \cdot 10^{-3})$	$8.16 \cdot 10^{-1} (8.67 \cdot 10^{-3})$	$9.46 \cdot 10^{-1} (4.40 \cdot 10^{-3})$	$8.45 \cdot 10^{-1} (8.03 \cdot 10^{-3})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$9.61 \cdot 10^{-1} (2.76 \cdot 10^{-3})$	$8.57 \cdot 10^{-1} (7.56 \cdot 10^{-3})$	$8.37 \cdot 10^{-1} (8.31 \cdot 10^{-3})$	$8.15 \cdot 10^{-1} (8.89 \cdot 10^{-3})$	$9.39 \cdot 10^{-1} (2.14 \cdot 10^{-3})$	$8.44 \cdot 10^{-1} (8.03 \cdot 10^{-3})$

$C_{0.95}(\theta)$
NLL/SPE $9.28 \cdot 10^{-1} (5.45 \cdot 10^{-3})$

SM2.2.42.  $Re(s_{6\pi}), n = 300, d = 6$ .

Averages of  $R(\theta; S^{SPE})$ .

$R(\theta; S^{SPE})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$9.04 \cdot 10^{-3} (2.63 \cdot 10^{-4})$	$9.70 \cdot 10^{-3} (3.27 \cdot 10^{-4})$	$9.25 \cdot 10^{-3} (3.05 \cdot 10^{-4})$	$9.06 \cdot 10^{-3} (2.69 \cdot 10^{-4})$	$9.08 \cdot 10^{-1} (6.62 \cdot 10^{-1})$	$8.81 \cdot 10^{-3} (2.42 \cdot 10^{-4})$
$v = 3/2$	$3.41 \cdot 10^{-4} (9.40 \cdot 10^{-6})$	$3.82 \cdot 10^{-4} (1.82 \cdot 10^{-5})$	$3.26 \cdot 10^{-4} (9.05 \cdot 10^{-6})$	$3.39 \cdot 10^{-4} (9.32 \cdot 10^{-6})$	$1.09 \cdot 10^2 (1.09 \cdot 10^2)$	$3.32 \cdot 10^{-4} (9.08 \cdot 10^{-6})$
$v = 5/2$	$3.63 \cdot 10^{-5} (9.47 \cdot 10^{-7})$	$4.40 \cdot 10^{-5} (1.85 \cdot 10^{-6})$	$3.75 \cdot 10^{-5} (9.84 \cdot 10^{-7})$	$3.81 \cdot 10^{-5} (1.13 \cdot 10^{-6})$	$3.46 \cdot 10^{-2} (7.07 \cdot 10^{-3})$	$4.07 \cdot 10^{-5} (1.16 \cdot 10^{-6})$
$v = 7/2$	$2.00 \cdot 10^{-5} (4.53 \cdot 10^{-7})$	$2.27 \cdot 10^{-5} (7.24 \cdot 10^{-7})$	$2.41 \cdot 10^{-5} (6.11 \cdot 10^{-7})$	$2.13 \cdot 10^{-5} (5.40 \cdot 10^{-7})$	$1.16 \cdot 10^{-1} (5.77 \cdot 10^{-2})$	$2.94 \cdot 10^{-5} (1.16 \cdot 10^{-6})$
$v = 9/2$	$1.96 \cdot 10^{-5} (4.46 \cdot 10^{-7})$	$2.24 \cdot 10^{-5} (7.15 \cdot 10^{-7})$	$2.51 \cdot 10^{-5} (7.58 \cdot 10^{-7})$	$2.14 \cdot 10^{-5} (5.90 \cdot 10^{-7})$	$1.80 \cdot 10^{-1} (1.11 \cdot 10^{-1})$	$3.16 \cdot 10^{-5} (1.78 \cdot 10^{-6})$
$v = 13/2$	$2.37 \cdot 10^{-5} (6.08 \cdot 10^{-7})$	$2.87 \cdot 10^{-5} (1.02 \cdot 10^{-6})$	$3.11 \cdot 10^{-5} (1.20 \cdot 10^{-6})$	$2.71 \cdot 10^{-5} (8.29 \cdot 10^{-7})$	$1.71 \cdot 10^{-1} (8.78 \cdot 10^{-2})$	$3.96 \cdot 10^{-5} (1.89 \cdot 10^{-6})$
$v = 25/2$	$2.79 \cdot 10^{-5} (7.87 \cdot 10^{-7})$	$3.59 \cdot 10^{-5} (1.33 \cdot 10^{-6})$	$3.62 \cdot 10^{-5} (1.40 \cdot 10^{-6})$	$3.28 \cdot 10^{-5} (1.07 \cdot 10^{-6})$	$1.23 \cdot 10^{-1} (5.62 \cdot 10^{-2})$	$4.89 \cdot 10^{-5} (2.44 \cdot 10^{-6})$
$v = \infty$	$3.27 \cdot 10^{-5} (8.99 \cdot 10^{-7})$	$4.22 \cdot 10^{-5} (1.62 \cdot 10^{-6})$	$4.17 \cdot 10^{-5} (1.59 \cdot 10^{-6})$	$3.78 \cdot 10^{-5} (1.23 \cdot 10^{-6})$	$8.39 \cdot 10^{-2} (3.87 \cdot 10^{-2})$	$6.02 \cdot 10^{-5} (3.76 \cdot 10^{-6})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$2.00 \cdot 10^{-5} (4.54 \cdot 10^{-7})$	$2.27 \cdot 10^{-5} (7.24 \cdot 10^{-7})$	$2.47 \cdot 10^{-5} (6.92 \cdot 10^{-7})$	$2.11 \cdot 10^{-5} (5.55 \cdot 10^{-7})$	$1.64 \cdot 10^{-1} (2.46 \cdot 10^{-2})$	$3.39 \cdot 10^{-5} (1.35 \cdot 10^{-6})$

$R^*(S^{\text{SPE}})$	
$v = 1/2$	$8.16 \cdot 10^{-3} (2.18 \cdot 10^{-4})$
$v = 3/2$	$3.19 \cdot 10^{-4} (9.21 \cdot 10^{-6})$
$v = 5/2$	$3.05 \cdot 10^{-5} (7.16 \cdot 10^{-7})$
$v = 7/2$	$1.58 \cdot 10^{-5} (2.75 \cdot 10^{-7})$
$v = 9/2$	$1.60 \cdot 10^{-5} (3.09 \cdot 10^{-7})$
$v = 13/2$	$2.09 \cdot 10^{-5} (4.98 \cdot 10^{-7})$
$v = 25/2$	$2.60 \cdot 10^{-5} (6.92 \cdot 10^{-7})$
$v = \infty$	$3.10 \cdot 10^{-5} (8.10 \cdot 10^{-7})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$1.52 \cdot 10^{-5} (2.72 \cdot 10^{-7})$

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	
NLL/SPE	$2.03 \cdot 10^{-5} (5.65 \cdot 10^{-7})$
linear	$5.74 \cdot 10^{-2} (1.37 \cdot 10^{-4})$
1NN	$2.73 \cdot 10^{-1} (8.82 \cdot 10^{-4})$
2NN	$2.03 \cdot 10^{-1} (1.23 \cdot 10^{-3})$

Averages of  $R(\theta; S^{\text{CRPS}})$ .

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$4.41 \cdot 10^{-2} (1.88 \cdot 10^{-4})$	$3.50 \cdot 10^{-2} (4.26 \cdot 10^{-4})$	$3.40 \cdot 10^{-2} (3.91 \cdot 10^{-4})$	$3.14 \cdot 10^{-2} (3.83 \cdot 10^{-4})$	$2.54 \cdot 10^{-1} (3.36 \cdot 10^{-2})$	$3.36 \cdot 10^{-2} (3.09 \cdot 10^{-4})$
$v = 3/2$	$6.06 \cdot 10^{-3} (3.83 \cdot 10^{-5})$	$5.58 \cdot 10^{-3} (7.89 \cdot 10^{-5})$	$5.15 \cdot 10^{-3} (5.50 \cdot 10^{-5})$	$5.17 \cdot 10^{-3} (5.88 \cdot 10^{-5})$	$3.31 \cdot 10^{-1} (3.19 \cdot 10^{-1})$	$5.04 \cdot 10^{-3} (5.52 \cdot 10^{-5})$
$v = 5/2$	$1.72 \cdot 10^{-3} (8.34 \cdot 10^{-6})$	$1.79 \cdot 10^{-3} (2.67 \cdot 10^{-5})$	$1.61 \cdot 10^{-3} (1.23 \cdot 10^{-5})$	$1.63 \cdot 10^{-3} (1.35 \cdot 10^{-5})$	$3.43 \cdot 10^{-2} (3.27 \cdot 10^{-3})$	$1.65 \cdot 10^{-3} (1.33 \cdot 10^{-5})$
$v = 7/2$	$1.29 \cdot 10^{-3} (7.23 \cdot 10^{-6})$	$1.35 \cdot 10^{-3} (1.50 \cdot 10^{-5})$	$1.29 \cdot 10^{-3} (1.03 \cdot 10^{-5})$	$1.27 \cdot 10^{-3} (9.79 \cdot 10^{-6})$	$3.78 \cdot 10^{-2} (7.37 \cdot 10^{-3})$	$1.37 \cdot 10^{-3} (1.34 \cdot 10^{-5})$
$v = 9/2$	$1.29 \cdot 10^{-3} (1.06 \cdot 10^{-5})$	$1.35 \cdot 10^{-3} (1.61 \cdot 10^{-5})$	$1.32 \cdot 10^{-3} (1.29 \cdot 10^{-5})$	$1.28 \cdot 10^{-3} (1.18 \cdot 10^{-5})$	$4.17 \cdot 10^{-2} (9.43 \cdot 10^{-3})$	$1.43 \cdot 10^{-3} (1.91 \cdot 10^{-5})$
$v = 13/2$	$1.45 \cdot 10^{-3} (1.74 \cdot 10^{-5})$	$1.52 \cdot 10^{-3} (2.22 \cdot 10^{-5})$	$1.50 \cdot 10^{-3} (2.01 \cdot 10^{-5})$	$1.46 \cdot 10^{-3} (1.80 \cdot 10^{-5})$	$4.53 \cdot 10^{-2} (9.31 \cdot 10^{-3})$	$1.63 \cdot 10^{-3} (2.84 \cdot 10^{-5})$
$v = 25/2$	$1.61 \cdot 10^{-3} (2.31 \cdot 10^{-5})$	$1.73 \cdot 10^{-3} (2.88 \cdot 10^{-5})$	$1.69 \cdot 10^{-3} (2.60 \cdot 10^{-5})$	$1.65 \cdot 10^{-3} (2.38 \cdot 10^{-5})$	$4.04 \cdot 10^{-2} (8.15 \cdot 10^{-3})$	$1.88 \cdot 10^{-3} (3.74 \cdot 10^{-5})$
$v = \infty$	$1.76 \cdot 10^{-3} (2.59 \cdot 10^{-5})$	$1.91 \cdot 10^{-3} (3.36 \cdot 10^{-5})$	$1.86 \cdot 10^{-3} (2.94 \cdot 10^{-5})$	$1.82 \cdot 10^{-3} (2.70 \cdot 10^{-5})$	$3.40 \cdot 10^{-2} (6.94 \cdot 10^{-3})$	$2.14 \cdot 10^{-3} (5.28 \cdot 10^{-5})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$1.29 \cdot 10^{-3} (7.26 \cdot 10^{-6})$	$1.36 \cdot 10^{-3} (1.53 \cdot 10^{-5})$	$1.31 \cdot 10^{-3} (1.18 \cdot 10^{-5})$	$1.27 \cdot 10^{-3} (1.04 \cdot 10^{-5})$	$1.49 \cdot 10^{-1} (1.62 \cdot 10^{-2})$	$1.49 \cdot 10^{-3} (2.20 \cdot 10^{-5})$

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	
NLL/SPE	$1.30 \cdot 10^{-3} (1.10 \cdot 10^{-5})$

Averages of  $R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$ .

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$6.56 \cdot 10^{-1} (3.82 \cdot 10^{-3})$	$5.70 \cdot 10^{-1} (1.11 \cdot 10^{-2})$	$5.50 \cdot 10^{-1} (1.08 \cdot 10^{-2})$	$6.22 \cdot 10^{-1} (1.18 \cdot 10^{-2})$	$2.82 \cdot 10^0 (4.94 \cdot 10^{-1})$	$5.35 \cdot 10^{-1} (9.04 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$7.96 \cdot 10^{-2} (5.87 \cdot 10^{-4})$	$8.60 \cdot 10^{-2} (1.91 \cdot 10^{-3})$	$7.88 \cdot 10^{-2} (1.51 \cdot 10^{-3})$	$8.41 \cdot 10^{-2} (1.66 \cdot 10^{-3})$	$4.84 \cdot 10^0 (4.65 \cdot 10^0)$	$7.71 \cdot 10^{-2} (1.53 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$2.02 \cdot 10^{-2} (1.48 \cdot 10^{-4})$	$2.40 \cdot 10^{-2} (4.89 \cdot 10^{-4})$	$2.19 \cdot 10^{-2} (3.48 \cdot 10^{-4})$	$2.21 \cdot 10^{-2} (3.75 \cdot 10^{-4})$	$4.87 \cdot 10^{-1} (4.71 \cdot 10^{-2})$	$2.21 \cdot 10^{-2} (3.54 \cdot 10^{-4})$
$v = 7/2$	$1.43 \cdot 10^{-2} (1.09 \cdot 10^{-4})$	$1.61 \cdot 10^{-2} (2.27 \cdot 10^{-4})$	$1.61 \cdot 10^{-2} (2.36 \cdot 10^{-4})$	$1.59 \cdot 10^{-2} (2.27 \cdot 10^{-4})$	$4.65 \cdot 10^{-1} (9.16 \cdot 10^{-2})$	$1.69 \cdot 10^{-2} (2.66 \cdot 10^{-4})$
$v = 9/2$	$1.40 \cdot 10^{-2} (1.27 \cdot 10^{-4})$	$1.51 \cdot 10^{-2} (2.08 \cdot 10^{-4})$	$1.54 \cdot 10^{-2} (2.16 \cdot 10^{-4})$	$1.52 \cdot 10^{-2} (2.02 \cdot 10^{-4})$	$4.37 \cdot 10^{-1} (9.67 \cdot 10^{-2})$	$1.64 \cdot 10^{-2} (2.70 \cdot 10^{-4})$
$v = 13/2$	$1.52 \cdot 10^{-2} (1.89 \cdot 10^{-4})$	$1.59 \cdot 10^{-2} (2.41 \cdot 10^{-4})$	$1.61 \cdot 10^{-2} (2.63 \cdot 10^{-4})$	$1.61 \cdot 10^{-2} (2.48 \cdot 10^{-4})$	$4.18 \cdot 10^{-1} (8.20 \cdot 10^{-2})$	$1.75 \cdot 10^{-2} (3.46 \cdot 10^{-4})$
$v = 25/2$	$1.68 \cdot 10^{-2} (2.81 \cdot 10^{-4})$	$1.74 \cdot 10^{-2} (3.05 \cdot 10^{-4})$	$1.70 \cdot 10^{-2} (3.00 \cdot 10^{-4})$	$1.72 \cdot 10^{-2} (3.06 \cdot 10^{-4})$	$3.61 \cdot 10^{-1} (6.92 \cdot 10^{-2})$	$1.90 \cdot 10^{-2} (4.25 \cdot 10^{-4})$
$v = \infty$	$1.87 \cdot 10^{-2} (3.55 \cdot 10^{-4})$	$1.86 \cdot 10^{-2} (3.45 \cdot 10^{-4})$	$1.81 \cdot 10^{-2} (3.29 \cdot 10^{-4})$	$1.82 \cdot 10^{-2} (3.26 \cdot 10^{-4})$	$2.91 \cdot 10^{-1} (5.70 \cdot 10^{-2})$	$2.09 \cdot 10^{-2} (5.84 \cdot 10^{-4})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$1.43 \cdot 10^{-2} (1.09 \cdot 10^{-4})$	$1.58 \cdot 10^{-2} (2.33 \cdot 10^{-4})$	$1.56 \cdot 10^{-2} (2.33 \cdot 10^{-4})$	$1.56 \cdot 10^{-2} (2.24 \cdot 10^{-4})$	$1.57 \cdot 10^0 (1.53 \cdot 10^{-1})$	$1.71 \cdot 10^{-2} (2.84 \cdot 10^{-4})$

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	
NLL/SPE	$1.43 \cdot 10^{-2} (1.53 \cdot 10^{-4})$

Averages of  $C_{0.95}(\theta)$ .

$C_{0.95}(\theta)$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$9.88 \cdot 10^{-1} (5.26 \cdot 10^{-4})$	$9.50 \cdot 10^{-1} (1.42 \cdot 10^{-3})$	$9.54 \cdot 10^{-1} (1.45 \cdot 10^{-3})$	$8.87 \cdot 10^{-1} (1.52 \cdot 10^{-3})$	$9.42 \cdot 10^{-1} (1.41 \cdot 10^{-3})$	$9.55 \cdot 10^{-1} (1.35 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$9.92 \cdot 10^{-1} (3.58 \cdot 10^{-4})$	$9.36 \cdot 10^{-1} (1.50 \cdot 10^{-3})$	$9.40 \cdot 10^{-1} (1.43 \cdot 10^{-3})$	$9.29 \cdot 10^{-1} (1.56 \cdot 10^{-3})$	$9.43 \cdot 10^{-1} (1.33 \cdot 10^{-3})$	$9.48 \cdot 10^{-1} (1.51 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$9.89 \cdot 10^{-1} (3.32 \cdot 10^{-4})$	$9.31 \cdot 10^{-1} (1.94 \cdot 10^{-3})$	$9.34 \cdot 10^{-1} (1.83 \cdot 10^{-3})$	$9.34 \cdot 10^{-1} (1.91 \cdot 10^{-3})$	$9.43 \cdot 10^{-1} (1.46 \cdot 10^{-3})$	$9.39 \cdot 10^{-1} (1.80 \cdot 10^{-3})$
$v = 7/2$	$9.74 \cdot 10^{-1} (5.89 \cdot 10^{-4})$	$9.34 \cdot 10^{-1} (2.08 \cdot 10^{-3})$	$9.32 \cdot 10^{-1} (2.17 \cdot 10^{-3})$	$9.26 \cdot 10^{-1} (2.24 \cdot 10^{-3})$	$9.45 \cdot 10^{-1} (1.72 \cdot 10^{-3})$	$9.35 \cdot 10^{-1} (2.09 \cdot 10^{-3})$
$v = 9/2$	$9.58 \cdot 10^{-1} (1.08 \cdot 10^{-3})$	$9.34 \cdot 10^{-1} (2.23 \cdot 10^{-3})$	$9.30 \cdot 10^{-1} (2.37 \cdot 10^{-3})$	$9.18 \cdot 10^{-1} (2.87 \cdot 10^{-3})$	$9.47 \cdot 10^{-1} (2.02 \cdot 10^{-3})$	$9.30 \cdot 10^{-1} (2.38 \cdot 10^{-3})$
$v = 13/2$	$9.33 \cdot 10^{-1} (2.02 \cdot 10^{-3})$	$9.31 \cdot 10^{-1} (2.79 \cdot 10^{-3})$	$9.25 \cdot 10^{-1} (2.76 \cdot 10^{-3})$	$9.11 \cdot 10^{-1} (3.47 \cdot 10^{-3})$	$9.46 \cdot 10^{-1} (2.34 \cdot 10^{-3})$	$9.26 \cdot 10^{-1} (2.80 \cdot 10^{-3})$
$v = 25/2$	$9.02 \cdot 10^{-1} (2.99 \cdot 10^{-3})$	$9.28 \cdot 10^{-1} (3.19 \cdot 10^{-3})$	$9.23 \cdot 10^{-1} (3.18 \cdot 10^{-3})$	$9.09 \cdot 10^{-1} (3.93 \cdot 10^{-3})$	$9.44 \cdot 10^{-1} (2.54 \cdot 10^{-3})$	$9.20 \cdot 10^{-1} (3.49 \cdot 10^{-3})$
$v = \infty$	$8.79 \cdot 10^{-1} (3.46 \cdot 10^{-3})$	$9.28 \cdot 10^{-1} (3.25 \cdot 10^{-3})$	$9.23 \cdot 10^{-1} (3.32 \cdot 10^{-3})$	$9.13 \cdot 10^{-1} (3.77 \cdot 10^{-3})$	$9.47 \cdot 10^{-1} (2.60 \cdot 10^{-3})$	$9.17 \cdot 10^{-1} (3.67 \cdot 10^{-3})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$9.74 \cdot 10^{-1} (6.14 \cdot 10^{-4})$	$9.32 \cdot 10^{-1} (2.18 \cdot 10^{-3})$	$9.28 \cdot 10^{-1} (2.46 \cdot 10^{-3})$	$9.19 \cdot 10^{-1} (2.59 \cdot 10^{-3})$	$9.44 \cdot 10^{-1} (1.29 \cdot 10^{-3})$	$9.26 \cdot 10^{-1} (2.63 \cdot 10^{-3})$

$C_{0.95}(\theta)$	
NLL/SPE	$9.67 \cdot 10^{-1} (1.45 \cdot 10^{-3})$

SM2.2.43.  $\text{Re}(s_{10\pi})$ ,  $n = 60$ ,  $d = 6$ .

SUPPLEMENTARY MATERIALS: PARAMETER SELECTION IN GAUSSIAN PROCESS INTERPOLATION  
SM57

Averages of  $R(\theta; S^{\text{SPE}})$ .

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$5.77 \cdot 10^{-2}$ ( $1.64 \cdot 10^{-3}$ )	$6.38 \cdot 10^{-2}$ ( $4.10 \cdot 10^{-3}$ )	$5.92 \cdot 10^{-2}$ ( $5.02 \cdot 10^{-3}$ )	$4.91 \cdot 10^{-2}$ ( $2.38 \cdot 10^{-3}$ )	$6.18 \cdot 10^{-1}$ ( $6.28 \cdot 10^{-2}$ )	$5.00 \cdot 10^{-2}$ ( $3.86 \cdot 10^{-3}$ )
$v = 3/2$	$1.64 \cdot 10^{-2}$ ( $8.36 \cdot 10^{-4}$ )	$8.53 \cdot 10^{-2}$ ( $5.90 \cdot 10^{-2}$ )	$2.02 \cdot 10^{-2}$ ( $2.97 \cdot 10^{-3}$ )	$1.10 \cdot 10^{-1}$ ( $9.03 \cdot 10^{-2}$ )	$2.96 \cdot 10^{-2}$ ( $1.39 \cdot 10^{-3}$ )	$9.14 \cdot 10^{-1}$ ( $8.96 \cdot 10^{-1}$ )
$v = 5/2$	$1.22 \cdot 10^{-2}$ ( $9.16 \cdot 10^{-4}$ )	$2.48 \cdot 10^{-2}$ ( $4.92 \cdot 10^{-3}$ )	$1.58 \cdot 10^{-2}$ ( $2.05 \cdot 10^{-3}$ )	$1.59 \cdot 10^{-2}$ ( $2.13 \cdot 10^{-3}$ )	$4.68 \cdot 10^{-2}$ ( $2.35 \cdot 10^{-3}$ )	$1.87 \cdot 10^{-2}$ ( $3.42 \cdot 10^{-3}$ )
$v = 7/2$	$1.21 \cdot 10^{-2}$ ( $1.02 \cdot 10^{-3}$ )	$1.94 \cdot 10^{-2}$ ( $3.23 \cdot 10^{-3}$ )	$1.45 \cdot 10^{-2}$ ( $1.34 \cdot 10^{-3}$ )	$1.53 \cdot 10^{-2}$ ( $1.71 \cdot 10^{-3}$ )	$5.10 \cdot 10^{-2}$ ( $5.21 \cdot 10^{-3}$ )	$1.89 \cdot 10^{-2}$ ( $2.62 \cdot 10^{-3}$ )
$v = 9/2$	$1.20 \cdot 10^{-2}$ ( $9.35 \cdot 10^{-4}$ )	$1.79 \cdot 10^{-2}$ ( $2.10 \cdot 10^{-3}$ )	$1.49 \cdot 10^{-2}$ ( $1.20 \cdot 10^{-3}$ )	$1.51 \cdot 10^{-2}$ ( $1.39 \cdot 10^{-3}$ )	$5.29 \cdot 10^{-2}$ ( $7.03 \cdot 10^{-3}$ )	$1.97 \cdot 10^{-2}$ ( $2.32 \cdot 10^{-3}$ )
$v = 13/2$	$1.27 \cdot 10^{-2}$ ( $1.07 \cdot 10^{-3}$ )	$2.11 \cdot 10^{-2}$ ( $2.75 \cdot 10^{-3}$ )	$1.61 \cdot 10^{-2}$ ( $1.23 \cdot 10^{-3}$ )	$1.62 \cdot 10^{-2}$ ( $1.34 \cdot 10^{-3}$ )	$4.09 \cdot 10^{-2}$ ( $4.77 \cdot 10^{-3}$ )	$2.31 \cdot 10^{-2}$ ( $3.43 \cdot 10^{-3}$ )
$v = 25/2$	$1.35 \cdot 10^{-2}$ ( $1.22 \cdot 10^{-3}$ )	$1.78 \cdot 10^{-2}$ ( $1.50 \cdot 10^{-3}$ )	$1.59 \cdot 10^{-2}$ ( $1.03 \cdot 10^{-3}$ )	$1.63 \cdot 10^{-2}$ ( $1.18 \cdot 10^{-3}$ )	$3.56 \cdot 10^{-2}$ ( $3.82 \cdot 10^{-3}$ )	$3.25 \cdot 10^{-2}$ ( $1.00 \cdot 10^{-2}$ )
$v = \infty$	$1.32 \cdot 10^{-2}$ ( $1.19 \cdot 10^{-3}$ )	$2.38 \cdot 10^{-2}$ ( $4.22 \cdot 10^{-3}$ )	$1.61 \cdot 10^{-2}$ ( $1.01 \cdot 10^{-3}$ )	$1.59 \cdot 10^{-2}$ ( $1.09 \cdot 10^{-3}$ )	$3.36 \cdot 10^{-2}$ ( $3.65 \cdot 10^{-3}$ )	$2.62 \cdot 10^{-2}$ ( $8.24 \cdot 10^{-3}$ )
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$1.23 \cdot 10^{-2}$ ( $9.21 \cdot 10^{-4}$ )	$2.23 \cdot 10^{-2}$ ( $3.11 \cdot 10^{-3}$ )	$1.58 \cdot 10^{-2}$ ( $8.94 \cdot 10^{-4}$ )	$1.81 \cdot 10^{-2}$ ( $1.80 \cdot 10^{-3}$ )	$2.30 \cdot 10^1$ ( $2.28 \cdot 10^1$ )	$2.35 \cdot 10^{-2}$ ( $3.47 \cdot 10^{-3}$ )

$R^*(S^{\text{SPE}})$	
$v = 1/2$	$3.29 \cdot 10^{-2}$ ( $9.39 \cdot 10^{-4}$ )
$v = 3/2$	$9.59 \cdot 10^{-3}$ ( $2.74 \cdot 10^{-4}$ )
$v = 5/2$	$6.59 \cdot 10^{-3}$ ( $1.35 \cdot 10^{-4}$ )
$v = 7/2$	$6.23 \cdot 10^{-3}$ ( $1.16 \cdot 10^{-4}$ )
$v = 9/2$	$6.20 \cdot 10^{-3}$ ( $1.13 \cdot 10^{-4}$ )
$v = 13/2$	$6.24 \cdot 10^{-3}$ ( $1.14 \cdot 10^{-4}$ )
$v = 25/2$	$6.35 \cdot 10^{-3}$ ( $1.27 \cdot 10^{-4}$ )
$v = \infty$	$6.46 \cdot 10^{-3}$ ( $1.32 \cdot 10^{-4}$ )
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$5.99 \cdot 10^{-3}$ ( $1.11 \cdot 10^{-4}$ )

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	
NLL/SPE	$1.36 \cdot 10^{-2}$ ( $1.38 \cdot 10^{-3}$ )
linear	$9.23 \cdot 10^{-2}$ ( $1.09 \cdot 10^{-3}$ )
1NN	$5.04 \cdot 10^{-1}$ ( $3.07 \cdot 10^{-3}$ )
2NN	$3.96 \cdot 10^{-1}$ ( $4.17 \cdot 10^{-3}$ )

Averages of  $R(\theta; S^{\text{CRPS}})$ .

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$1.05 \cdot 10^{-1}$ ( $1.25 \cdot 10^{-3}$ )	$9.95 \cdot 10^{-2}$ ( $2.14 \cdot 10^{-3}$ )	$9.54 \cdot 10^{-2}$ ( $2.24 \cdot 10^{-3}$ )	$8.65 \cdot 10^{-2}$ ( $1.57 \cdot 10^{-3}$ )	$3.85 \cdot 10^{-1}$ ( $2.70 \cdot 10^{-2}$ )	$9.05 \cdot 10^{-2}$ ( $1.82 \cdot 10^{-3}$ )
$v = 3/2$	$4.37 \cdot 10^{-2}$ ( $9.79 \cdot 10^{-4}$ )	$5.69 \cdot 10^{-2}$ ( $4.84 \cdot 10^{-3}$ )	$4.46 \cdot 10^{-2}$ ( $1.61 \cdot 10^{-3}$ )	$5.07 \cdot 10^{-2}$ ( $6.13 \cdot 10^{-3}$ )	$7.06 \cdot 10^{-2}$ ( $1.54 \cdot 10^{-3}$ )	$5.25 \cdot 10^{-2}$ ( $9.21 \cdot 10^{-3}$ )
$v = 5/2$	$3.41 \cdot 10^{-2}$ ( $1.01 \cdot 10^{-3}$ )	$4.42 \cdot 10^{-2}$ ( $2.16 \cdot 10^{-3}$ )	$3.78 \cdot 10^{-2}$ ( $1.30 \cdot 10^{-3}$ )	$3.91 \cdot 10^{-2}$ ( $1.40 \cdot 10^{-3}$ )	$7.87 \cdot 10^{-2}$ ( $2.01 \cdot 10^{-3}$ )	$3.92 \cdot 10^{-2}$ ( $1.37 \cdot 10^{-3}$ )
$v = 7/2$	$3.36 \cdot 10^{-2}$ ( $1.09 \cdot 10^{-3}$ )	$4.14 \cdot 10^{-2}$ ( $1.55 \cdot 10^{-3}$ )	$3.70 \cdot 10^{-2}$ ( $1.03 \cdot 10^{-3}$ )	$3.92 \cdot 10^{-2}$ ( $1.34 \cdot 10^{-3}$ )	$8.03 \cdot 10^{-2}$ ( $3.34 \cdot 10^{-3}$ )	$4.03 \cdot 10^{-2}$ ( $1.44 \cdot 10^{-3}$ )
$v = 9/2$	$3.38 \cdot 10^{-2}$ ( $8.93 \cdot 10^{-4}$ )	$4.24 \cdot 10^{-2}$ ( $1.42 \cdot 10^{-3}$ )	$3.81 \cdot 10^{-2}$ ( $1.01 \cdot 10^{-3}$ )	$4.01 \cdot 10^{-2}$ ( $1.25 \cdot 10^{-3}$ )	$8.16 \cdot 10^{-2}$ ( $3.90 \cdot 10^{-3}$ )	$4.21 \cdot 10^{-2}$ ( $1.50 \cdot 10^{-3}$ )
$v = 13/2$	$3.50 \cdot 10^{-2}$ ( $9.44 \cdot 10^{-4}$ )	$4.49 \cdot 10^{-2}$ ( $1.83 \cdot 10^{-3}$ )	$3.98 \cdot 10^{-2}$ ( $1.01 \cdot 10^{-3}$ )	$4.30 \cdot 10^{-2}$ ( $1.36 \cdot 10^{-3}$ )	$7.39 \cdot 10^{-2}$ ( $3.15 \cdot 10^{-3}$ )	$4.46 \cdot 10^{-2}$ ( $1.75 \cdot 10^{-3}$ )
$v = 25/2$	$3.63 \cdot 10^{-2}$ ( $9.99 \cdot 10^{-4}$ )	$4.38 \cdot 10^{-2}$ ( $1.28 \cdot 10^{-3}$ )	$4.05 \cdot 10^{-2}$ ( $9.96 \cdot 10^{-4}$ )	$4.39 \cdot 10^{-2}$ ( $1.25 \cdot 10^{-3}$ )	$6.98 \cdot 10^{-2}$ ( $2.81 \cdot 10^{-3}$ )	$4.74 \cdot 10^{-2}$ ( $2.41 \cdot 10^{-3}$ )
$v = \infty$	$3.66 \cdot 10^{-2}$ ( $9.31 \cdot 10^{-4}$ )	$4.62 \cdot 10^{-2}$ ( $1.96 \cdot 10^{-3}$ )	$4.15 \cdot 10^{-2}$ ( $1.01 \cdot 10^{-3}$ )	$4.38 \cdot 10^{-2}$ ( $1.27 \cdot 10^{-3}$ )	$6.79 \cdot 10^{-2}$ ( $2.74 \cdot 10^{-3}$ )	$4.62 \cdot 10^{-2}$ ( $2.18 \cdot 10^{-3}$ )
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$3.45 \cdot 10^{-2}$ ( $9.29 \cdot 10^{-4}$ )	$4.64 \cdot 10^{-2}$ ( $1.92 \cdot 10^{-3}$ )	$4.14 \cdot 10^{-2}$ ( $9.53 \cdot 10^{-4}$ )	$4.54 \cdot 10^{-2}$ ( $1.49 \cdot 10^{-3}$ )	$3.84 \cdot 10^{-1}$ ( $2.04 \cdot 10^{-1}$ )	$4.70 \cdot 10^{-2}$ ( $1.79 \cdot 10^{-3}$ )

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	
NLL/SPE	$3.65 \cdot 10^{-2}$ ( $1.32 \cdot 10^{-3}$ )

Averages of  $R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$ .

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$1.37 \cdot 10^0$ ( $2.46 \cdot 10^{-2}$ )	$1.59 \cdot 10^0$ ( $5.54 \cdot 10^{-2}$ )	$1.52 \cdot 10^0$ ( $5.87 \cdot 10^{-2}$ )	$1.64 \cdot 10^0$ ( $5.02 \cdot 10^{-2}$ )	$4.27 \cdot 10^0$ ( $3.15 \cdot 10^{-1}$ )	$1.38 \cdot 10^0$ ( $4.63 \cdot 10^{-2}$ )
$v = 3/2$	$6.24 \cdot 10^{-1}$ ( $2.19 \cdot 10^{-2}$ )	$9.18 \cdot 10^{-1}$ ( $1.20 \cdot 10^{-1}$ )	$7.18 \cdot 10^{-1}$ ( $3.51 \cdot 10^{-2}$ )	$9.24 \cdot 10^{-1}$ ( $1.62 \cdot 10^{-1}$ )	$7.88 \cdot 10^{-1}$ ( $1.62 \cdot 10^{-2}$ )	$8.74 \cdot 10^{-1}$ ( $2.14 \cdot 10^{-1}$ )
$v = 5/2$	$5.20 \cdot 10^{-1}$ ( $2.34 \cdot 10^{-2}$ )	$6.65 \cdot 10^{-1}$ ( $3.57 \cdot 10^{-2}$ )	$6.10 \cdot 10^{-1}$ ( $2.85 \cdot 10^{-2}$ )	$7.10 \cdot 10^{-1}$ ( $3.39 \cdot 10^{-2}$ )	$7.71 \cdot 10^{-1}$ ( $1.76 \cdot 10^{-2}$ )	$5.75 \cdot 10^{-1}$ ( $2.16 \cdot 10^{-2}$ )
$v = 7/2$	$5.15 \cdot 10^{-1}$ ( $2.47 \cdot 10^{-2}$ )	$6.25 \cdot 10^{-1}$ ( $2.99 \cdot 10^{-2}$ )	$5.98 \cdot 10^{-1}$ ( $2.15 \cdot 10^{-2}$ )	$7.26 \cdot 10^{-1}$ ( $3.41 \cdot 10^{-2}$ )	$8.05 \cdot 10^{-1}$ ( $2.89 \cdot 10^{-2}$ )	$6.07 \cdot 10^{-1}$ ( $2.43 \cdot 10^{-2}$ )
$v = 9/2$	$5.17 \cdot 10^{-1}$ ( $1.76 \cdot 10^{-2}$ )	$6.39 \cdot 10^{-1}$ ( $2.59 \cdot 10^{-2}$ )	$6.34 \cdot 10^{-1}$ ( $2.30 \cdot 10^{-2}$ )	$7.57 \cdot 10^{-1}$ ( $3.38 \cdot 10^{-2}$ )	$8.36 \cdot 10^{-1}$ ( $3.53 \cdot 10^{-2}$ )	$6.57 \cdot 10^{-1}$ ( $2.94 \cdot 10^{-2}$ )
$v = 13/2$	$5.43 \cdot 10^{-1}$ ( $1.84 \cdot 10^{-2}$ )	$6.93 \cdot 10^{-1}$ ( $3.05 \cdot 10^{-2}$ )	$6.85 \cdot 10^{-1}$ ( $2.31 \cdot 10^{-2}$ )	$8.49 \cdot 10^{-1}$ ( $3.81 \cdot 10^{-2}$ )	$7.79 \cdot 10^{-1}$ ( $2.89 \cdot 10^{-2}$ )	$7.19 \cdot 10^{-1}$ ( $3.47 \cdot 10^{-2}$ )
$v = 25/2$	$5.73 \cdot 10^{-1}$ ( $1.90 \cdot 10^{-2}$ )	$6.93 \cdot 10^{-1}$ ( $2.44 \cdot 10^{-2}$ )	$7.15 \cdot 10^{-1}$ ( $2.38 \cdot 10^{-2}$ )	$8.87 \cdot 10^{-1}$ ( $3.37 \cdot 10^{-2}$ )	$7.46 \cdot 10^{-1}$ ( $2.56 \cdot 10^{-2}$ )	$7.85 \cdot 10^{-1}$ ( $4.64 \cdot 10^{-2}$ )
$v = \infty$	$5.86 \cdot 10^{-1}$ ( $1.69 \cdot 10^{-2}$ )	$7.46 \cdot 10^{-1}$ ( $3.46 \cdot 10^{-2}$ )	$7.47 \cdot 10^{-1}$ ( $2.47 \cdot 10^{-2}$ )	$8.93 \cdot 10^{-1}$ ( $3.46 \cdot 10^{-2}$ )	$7.30 \cdot 10^{-1}$ ( $2.46 \cdot 10^{-2}$ )	$7.78 \cdot 10^{-1}$ ( $4.25 \cdot 10^{-2}$ )
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$5.43 \cdot 10^{-1}$ ( $1.85 \cdot 10^{-2}$ )	$7.47 \cdot 10^{-1}$ ( $3.15 \cdot 10^{-2}$ )	$7.48 \cdot 10^{-1}$ ( $2.28 \cdot 10^{-2}$ )	$9.65 \cdot 10^{-1}$ ( $4.48 \cdot 10^{-2}$ )	$4.83 \cdot 10^0$ ( $2.90 \cdot 10^0$ )	$7.84 \cdot 10^{-1}$ ( $3.38 \cdot 10^{-2}$ )

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	
NLL/SPE	$5.78 \cdot 10^{-1}$ ( $2.26 \cdot 10^{-2}$ )

Averages of  $C_{0.95}(\theta)$ .

$C_{0.95}(\theta)$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$9.37 \cdot 10^{-1} (2.79 \cdot 10^{-3})$	$9.09 \cdot 10^{-1} (3.71 \cdot 10^{-3})$	$9.10 \cdot 10^{-1} (3.65 \cdot 10^{-3})$	$8.58 \cdot 10^{-1} (4.25 \cdot 10^{-3})$	$9.32 \cdot 10^{-1} (3.51 \cdot 10^{-3})$	$9.20 \cdot 10^{-1} (3.49 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$9.39 \cdot 10^{-1} (3.23 \cdot 10^{-3})$	$8.84 \cdot 10^{-1} (5.01 \cdot 10^{-3})$	$8.95 \cdot 10^{-1} (4.51 \cdot 10^{-3})$	$8.65 \cdot 10^{-1} (7.24 \cdot 10^{-3})$	$9.39 \cdot 10^{-1} (2.64 \cdot 10^{-3})$	$9.10 \cdot 10^{-1} (4.20 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$8.99 \cdot 10^{-1} (4.31 \cdot 10^{-3})$	$8.42 \cdot 10^{-1} (7.02 \cdot 10^{-3})$	$8.24 \cdot 10^{-1} (6.80 \cdot 10^{-3})$	$7.62 \cdot 10^{-1} (9.95 \cdot 10^{-3})$	$9.45 \cdot 10^{-1} (3.50 \cdot 10^{-3})$	$8.54 \cdot 10^{-1} (6.24 \cdot 10^{-3})$
$v = 7/2$	$8.61 \cdot 10^{-1} (5.49 \cdot 10^{-3})$	$8.16 \cdot 10^{-1} (8.76 \cdot 10^{-3})$	$7.80 \cdot 10^{-1} (8.49 \cdot 10^{-3})$	$7.07 \cdot 10^{-1} (1.12 \cdot 10^{-2})$	$9.26 \cdot 10^{-1} (5.53 \cdot 10^{-3})$	$8.12 \cdot 10^{-1} (7.83 \cdot 10^{-3})$
$v = 9/2$	$8.35 \cdot 10^{-1} (6.18 \cdot 10^{-3})$	$7.86 \cdot 10^{-1} (9.19 \cdot 10^{-3})$	$7.47 \cdot 10^{-1} (9.29 \cdot 10^{-3})$	$6.75 \cdot 10^{-1} (1.19 \cdot 10^{-2})$	$9.15 \cdot 10^{-1} (6.10 \cdot 10^{-3})$	$7.79 \cdot 10^{-1} (9.60 \cdot 10^{-3})$
$v = 13/2$	$8.04 \cdot 10^{-1} (7.03 \cdot 10^{-3})$	$7.54 \cdot 10^{-1} (9.87 \cdot 10^{-3})$	$7.11 \cdot 10^{-1} (1.01 \cdot 10^{-2})$	$6.23 \cdot 10^{-1} (1.17 \cdot 10^{-2})$	$9.11 \cdot 10^{-1} (6.35 \cdot 10^{-3})$	$7.47 \cdot 10^{-1} (1.07 \cdot 10^{-2})$
$v = 25/2$	$7.76 \cdot 10^{-1} (7.60 \cdot 10^{-3})$	$7.38 \cdot 10^{-1} (1.05 \cdot 10^{-2})$	$6.88 \cdot 10^{-1} (1.02 \cdot 10^{-2})$	$5.96 \cdot 10^{-1} (1.12 \cdot 10^{-2})$	$9.10 \cdot 10^{-1} (6.32 \cdot 10^{-3})$	$7.26 \cdot 10^{-1} (1.06 \cdot 10^{-2})$
$v = \infty$	$7.55 \cdot 10^{-1} (8.22 \cdot 10^{-3})$	$7.24 \cdot 10^{-1} (9.90 \cdot 10^{-3})$	$6.68 \cdot 10^{-1} (1.06 \cdot 10^{-2})$	$5.91 \cdot 10^{-1} (1.19 \cdot 10^{-2})$	$9.11 \cdot 10^{-1} (6.24 \cdot 10^{-3})$	$7.13 \cdot 10^{-1} (1.07 \cdot 10^{-2})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$8.15 \cdot 10^{-1} (8.44 \cdot 10^{-3})$	$7.25 \cdot 10^{-1} (9.58 \cdot 10^{-3})$	$6.68 \cdot 10^{-1} (1.02 \cdot 10^{-2})$	$5.77 \cdot 10^{-1} (1.28 \cdot 10^{-2})$	$9.38 \cdot 10^{-1} (3.00 \cdot 10^{-3})$	$7.09 \cdot 10^{-1} (1.07 \cdot 10^{-2})$

$C_{0.95}(\theta)$	
NLL/SPE	$7.96 \cdot 10^{-1} (9.85 \cdot 10^{-3})$

SM2.2.44.  $Re(s_{10\pi})$ ,  $n = 120$ ,  $d = 6$ .

Averages of  $R(\theta; S^{SPE})$ .

$R(\theta; S^{SPE})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$2.78 \cdot 10^{-2} (8.05 \cdot 10^{-4})$	$2.77 \cdot 10^{-2} (1.00 \cdot 10^{-3})$	$2.53 \cdot 10^{-2} (8.40 \cdot 10^{-4})$	$2.36 \cdot 10^{-2} (7.57 \cdot 10^{-4})$	$4.18 \cdot 10^{-1} (5.11 \cdot 10^{-2})$	$2.29 \cdot 10^{-2} (6.40 \cdot 10^{-4})$
$v = 3/2$	$8.68 \cdot 10^{-3} (2.99 \cdot 10^{-4})$	$1.23 \cdot 10^{-2} (1.19 \cdot 10^{-3})$	$9.76 \cdot 10^{-3} (1.36 \cdot 10^{-3})$	$8.70 \cdot 10^{-3} (7.21 \cdot 10^{-4})$	$1.26 \cdot 10^{-2} (3.44 \cdot 10^{-4})$	$8.25 \cdot 10^{-3} (3.95 \cdot 10^{-4})$
$v = 5/2$	$6.92 \cdot 10^{-3} (3.59 \cdot 10^{-4})$	$1.02 \cdot 10^{-2} (9.32 \cdot 10^{-4})$	$8.94 \cdot 10^{-3} (1.12 \cdot 10^{-3})$	$7.98 \cdot 10^{-3} (5.52 \cdot 10^{-4})$	$4.24 \cdot 10^{-2} (3.35 \cdot 10^{-3})$	$9.72 \cdot 10^{-3} (7.92 \cdot 10^{-4})$
$v = 7/2$	$6.52 \cdot 10^{-3} (4.14 \cdot 10^{-4})$	$9.02 \cdot 10^{-3} (6.64 \cdot 10^{-4})$	$8.17 \cdot 10^{-3} (8.01 \cdot 10^{-4})$	$7.32 \cdot 10^{-3} (4.06 \cdot 10^{-4})$	$1.17 \cdot 10^{-1} (2.80 \cdot 10^{-2})$	$1.41 \cdot 10^{-2} (4.84 \cdot 10^{-3})$
$v = 9/2$	$6.51 \cdot 10^{-3} (4.91 \cdot 10^{-4})$	$8.69 \cdot 10^{-3} (5.90 \cdot 10^{-4})$	$7.49 \cdot 10^{-3} (4.51 \cdot 10^{-4})$	$7.33 \cdot 10^{-3} (4.12 \cdot 10^{-4})$	$2.26 \cdot 10^{-1} (7.61 \cdot 10^{-2})$	$8.81 \cdot 10^{-3} (7.75 \cdot 10^{-4})$
$v = 13/2$	$6.60 \cdot 10^{-3} (5.43 \cdot 10^{-4})$	$8.13 \cdot 10^{-3} (4.80 \cdot 10^{-4})$	$7.71 \cdot 10^{-3} (6.33 \cdot 10^{-4})$	$7.48 \cdot 10^{-3} (4.60 \cdot 10^{-4})$	$4.75 \cdot 10^{-1} (2.16 \cdot 10^{-1})$	$9.03 \cdot 10^{-3} (7.70 \cdot 10^{-4})$
$v = 25/2$	$6.78 \cdot 10^{-3} (5.93 \cdot 10^{-4})$	$8.66 \cdot 10^{-3} (5.54 \cdot 10^{-4})$	$7.95 \cdot 10^{-3} (7.16 \cdot 10^{-4})$	$7.69 \cdot 10^{-3} (4.85 \cdot 10^{-4})$	$8.06 \cdot 10^{-1} (4.43 \cdot 10^{-1})$	$1.01 \cdot 10^{-2} (1.26 \cdot 10^{-3})$
$v = \infty$	$6.99 \cdot 10^{-3} (6.30 \cdot 10^{-4})$	$9.03 \cdot 10^{-3} (6.64 \cdot 10^{-4})$	$8.01 \cdot 10^{-3} (6.50 \cdot 10^{-4})$	$7.80 \cdot 10^{-3} (4.83 \cdot 10^{-4})$	$1.47 \cdot 10^0 (9.19 \cdot 10^{-1})$	$1.02 \cdot 10^{-2} (1.33 \cdot 10^{-3})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$6.63 \cdot 10^{-3} (5.37 \cdot 10^{-4})$	$8.88 \cdot 10^{-3} (7.85 \cdot 10^{-4})$	$7.93 \cdot 10^{-3} (7.71 \cdot 10^{-4})$	$7.62 \cdot 10^{-3} (5.19 \cdot 10^{-4})$	$2.50 \cdot 10^{-1} (4.40 \cdot 10^{-2})$	$9.74 \cdot 10^{-3} (1.31 \cdot 10^{-3})$

$R^*(S^{SPE})$	
$v = 1/2$	$1.90 \cdot 10^{-2} (5.17 \cdot 10^{-4})$
$v = 3/2$	$5.82 \cdot 10^{-3} (1.03 \cdot 10^{-4})$
$v = 5/2$	$4.38 \cdot 10^{-3} (6.36 \cdot 10^{-5})$
$v = 7/2$	$4.05 \cdot 10^{-3} (5.93 \cdot 10^{-5})$
$v = 9/2$	$3.96 \cdot 10^{-3} (5.92 \cdot 10^{-5})$
$v = 13/2$	$3.95 \cdot 10^{-3} (6.00 \cdot 10^{-5})$
$v = 25/2$	$4.01 \cdot 10^{-3} (6.22 \cdot 10^{-5})$
$v = \infty$	$4.10 \cdot 10^{-3} (6.49 \cdot 10^{-5})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$3.88 \cdot 10^{-3} (5.71 \cdot 10^{-5})$

$R(\theta; S^{CRPS})$	
NLL/SPE	$7.02 \cdot 10^{-3} (6.38 \cdot 10^{-4})$
linear	$8.39 \cdot 10^{-2} (4.36 \cdot 10^{-4})$
1NN	$4.03 \cdot 10^{-1} (1.76 \cdot 10^{-3})$
2NN	$3.07 \cdot 10^{-1} (2.26 \cdot 10^{-3})$

Averages of  $R(\theta; S^{CRPS})$ .

$R(\theta; S^{CRPS})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$6.99 \cdot 10^{-2} (6.50 \cdot 10^{-4})$	$6.35 \cdot 10^{-2} (9.34 \cdot 10^{-4})$	$6.04 \cdot 10^{-2} (7.30 \cdot 10^{-4})$	$5.53 \cdot 10^{-2} (7.28 \cdot 10^{-4})$	$2.91 \cdot 10^{-1} (2.20 \cdot 10^{-2})$	$5.82 \cdot 10^{-2} (5.85 \cdot 10^{-4})$
$v = 3/2$	$2.75 \cdot 10^{-2} (4.72 \cdot 10^{-4})$	$3.26 \cdot 10^{-2} (1.31 \cdot 10^{-3})$	$2.74 \cdot 10^{-2} (7.71 \cdot 10^{-4})$	$2.70 \cdot 10^{-2} (6.76 \cdot 10^{-4})$	$4.15 \cdot 10^{-2} (7.11 \cdot 10^{-4})$	$2.64 \cdot 10^{-2} (5.14 \cdot 10^{-4})$
$v = 5/2$	$2.08 \cdot 10^{-2} (4.45 \cdot 10^{-4})$	$2.71 \cdot 10^{-2} (1.13 \cdot 10^{-3})$	$2.25 \cdot 10^{-2} (8.02 \cdot 10^{-4})$	$2.28 \cdot 10^{-2} (6.15 \cdot 10^{-4})$	$6.28 \cdot 10^{-2} (2.27 \cdot 10^{-3})$	$2.35 \cdot 10^{-2} (7.28 \cdot 10^{-4})$
$v = 7/2$	$1.95 \cdot 10^{-2} (4.33 \cdot 10^{-4})$	$2.49 \cdot 10^{-2} (9.18 \cdot 10^{-4})$	$2.14 \cdot 10^{-2} (7.16 \cdot 10^{-4})$	$2.19 \cdot 10^{-2} (6.30 \cdot 10^{-4})$	$7.88 \cdot 10^{-2} (7.75 \cdot 10^{-3})$	$2.34 \cdot 10^{-2} (9.65 \cdot 10^{-4})$
$v = 9/2$	$1.93 \cdot 10^{-2} (4.51 \cdot 10^{-4})$	$2.46 \cdot 10^{-2} (9.47 \cdot 10^{-4})$	$2.12 \cdot 10^{-2} (5.88 \cdot 10^{-4})$	$2.21 \cdot 10^{-2} (6.35 \cdot 10^{-4})$	$9.67 \cdot 10^{-2} (1.29 \cdot 10^{-2})$	$2.29 \cdot 10^{-2} (6.75 \cdot 10^{-4})$
$v = 13/2$	$1.97 \cdot 10^{-2} (4.71 \cdot 10^{-4})$	$2.39 \cdot 10^{-2} (7.80 \cdot 10^{-4})$	$2.15 \cdot 10^{-2} (6.34 \cdot 10^{-4})$	$2.24 \cdot 10^{-2} (6.45 \cdot 10^{-4})$	$1.25 \cdot 10^{-1} (2.10 \cdot 10^{-2})$	$2.35 \cdot 10^{-2} (7.19 \cdot 10^{-4})$
$v = 25/2$	$2.02 \cdot 10^{-2} (4.91 \cdot 10^{-4})$	$2.45 \cdot 10^{-2} (8.18 \cdot 10^{-4})$	$2.20 \cdot 10^{-2} (6.08 \cdot 10^{-4})$	$2.31 \cdot 10^{-2} (6.39 \cdot 10^{-4})$	$1.50 \cdot 10^{-1} (2.87 \cdot 10^{-2})$	$2.45 \cdot 10^{-2} (8.10 \cdot 10^{-4})$
$v = \infty$	$2.08 \cdot 10^{-2} (5.14 \cdot 10^{-4})$	$2.52 \cdot 10^{-2} (9.05 \cdot 10^{-4})$	$2.26 \cdot 10^{-2} (5.91 \cdot 10^{-4})$	$2.37 \cdot 10^{-2} (6.38 \cdot 10^{-4})$	$1.85 \cdot 10^{-1} (4.02 \cdot 10^{-2})$	$2.52 \cdot 10^{-2} (8.78 \cdot 10^{-4})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$1.95 \cdot 10^{-2} (4.59 \cdot 10^{-4})$	$2.47 \cdot 10^{-2} (8.80 \cdot 10^{-4})$	$2.20 \cdot 10^{-2} (6.23 \cdot 10^{-4})$	$2.27 \cdot 10^{-2} (6.57 \cdot 10^{-4})$	$1.84 \cdot 10^{-1} (2.14 \cdot 10^{-2})$	$2.44 \cdot 10^{-2} (8.21 \cdot 10^{-4})$

$R(\theta; S^{CRPS})$	
NLL/SPE	$2.08 \cdot 10^{-2} (6.97 \cdot 10^{-4})$

Averages of  $R(\theta; S_{0.95}^S)$ .

**SUPPLEMENTARY MATERIALS: PARAMETER SELECTION IN GAUSSIAN PROCESS INTERPOLATION SM59**

$R(\theta; S_{0.95}^{IS})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$9.75 \cdot 10^{-1} (1.22 \cdot 10^{-2})$	$1.03 \cdot 10^0 (2.23 \cdot 10^{-2})$	$9.84 \cdot 10^{-1} (2.00 \cdot 10^{-2})$	$1.15 \cdot 10^0 (2.42 \cdot 10^{-2})$	$3.13 \cdot 10^0 (2.20 \cdot 10^{-1})$	$9.33 \cdot 10^{-1} (1.66 \cdot 10^{-2})$
$v = 3/2$	$4.32 \cdot 10^{-1} (9.94 \cdot 10^{-3})$	$5.29 \cdot 10^{-1} (2.36 \cdot 10^{-2})$	$4.61 \cdot 10^{-1} (1.60 \cdot 10^{-2})$	$4.98 \cdot 10^{-1} (1.58 \cdot 10^{-2})$	$5.49 \cdot 10^{-1} (7.86 \cdot 10^{-3})$	$4.40 \cdot 10^{-1} (1.00 \cdot 10^{-2})$
$v = 5/2$	$3.46 \cdot 10^{-1} (9.71 \cdot 10^{-3})$	$4.05 \cdot 10^{-1} (1.52 \cdot 10^{-2})$	$3.74 \cdot 10^{-1} (1.66 \cdot 10^{-2})$	$4.12 \cdot 10^{-1} (1.35 \cdot 10^{-2})$	$6.72 \cdot 10^{-1} (2.48 \cdot 10^{-2})$	$3.75 \cdot 10^{-1} (1.22 \cdot 10^{-2})$
$v = 7/2$	$3.25 \cdot 10^{-1} (9.68 \cdot 10^{-3})$	$3.63 \cdot 10^{-1} (1.34 \cdot 10^{-2})$	$3.43 \cdot 10^{-1} (1.37 \cdot 10^{-2})$	$3.90 \cdot 10^{-1} (1.47 \cdot 10^{-2})$	$7.55 \cdot 10^{-1} (6.98 \cdot 10^{-2})$	$3.60 \cdot 10^{-1} (1.52 \cdot 10^{-2})$
$v = 9/2$	$3.21 \cdot 10^{-1} (1.04 \cdot 10^{-2})$	$3.48 \cdot 10^{-1} (1.25 \cdot 10^{-2})$	$3.30 \cdot 10^{-1} (9.64 \cdot 10^{-3})$	$3.86 \cdot 10^{-1} (1.47 \cdot 10^{-2})$	$8.75 \cdot 10^{-1} (1.06 \cdot 10^{-1})$	$3.46 \cdot 10^{-1} (1.19 \cdot 10^{-2})$
$v = 13/2$	$3.22 \cdot 10^{-1} (1.09 \cdot 10^{-2})$	$3.34 \cdot 10^{-1} (1.08 \cdot 10^{-2})$	$3.31 \cdot 10^{-1} (1.09 \cdot 10^{-2})$	$3.88 \cdot 10^{-1} (1.55 \cdot 10^{-2})$	$1.10 \cdot 10^0 (1.66 \cdot 10^{-1})$	$3.48 \cdot 10^{-1} (1.16 \cdot 10^{-2})$
$v = 25/2$	$3.29 \cdot 10^{-1} (1.12 \cdot 10^{-2})$	$3.39 \cdot 10^{-1} (1.23 \cdot 10^{-2})$	$3.38 \cdot 10^{-1} (1.17 \cdot 10^{-2})$	$3.98 \cdot 10^{-1} (1.51 \cdot 10^{-2})$	$1.30 \cdot 10^0 (2.25 \cdot 10^{-1})$	$3.60 \cdot 10^{-1} (1.31 \cdot 10^{-2})$
$v = \infty$	$3.37 \cdot 10^{-1} (1.15 \cdot 10^{-2})$	$3.49 \cdot 10^{-1} (1.38 \cdot 10^{-2})$	$3.43 \cdot 10^{-1} (9.93 \cdot 10^{-3})$	$4.05 \cdot 10^{-1} (1.50 \cdot 10^{-2})$	$1.57 \cdot 10^0 (3.15 \cdot 10^{-1})$	$3.74 \cdot 10^{-1} (1.61 \cdot 10^{-2})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$3.26 \cdot 10^{-1} (1.06 \cdot 10^{-2})$	$3.56 \cdot 10^{-1} (1.33 \cdot 10^{-2})$	$3.42 \cdot 10^{-1} (1.18 \cdot 10^{-2})$	$4.08 \cdot 10^{-1} (1.59 \cdot 10^{-2})$	$1.99 \cdot 10^0 (2.14 \cdot 10^{-1})$	$3.60 \cdot 10^{-1} (1.41 \cdot 10^{-2})$

1314  
1315  
1316  
1317  
1318  
1319

$R(\theta; S_{0.95}^{IS})$	
NLL/SPE	$3.42 \cdot 10^{-1} (1.28 \cdot 10^{-2})$

Averages of  $C_{0.95}(\theta)$ .

$C_{0.95}(\theta)$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$9.63 \cdot 10^{-1} (1.54 \cdot 10^{-3})$	$9.33 \cdot 10^{-1} (2.51 \cdot 10^{-3})$	$9.35 \cdot 10^{-1} (2.31 \cdot 10^{-3})$	$8.64 \cdot 10^{-1} (2.78 \cdot 10^{-3})$	$9.39 \cdot 10^{-1} (2.20 \cdot 10^{-3})$	$9.41 \cdot 10^{-1} (2.29 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$9.54 \cdot 10^{-1} (1.71 \cdot 10^{-3})$	$9.19 \cdot 10^{-1} (3.10 \cdot 10^{-3})$	$9.25 \cdot 10^{-1} (2.55 \cdot 10^{-3})$	$8.95 \cdot 10^{-1} (2.94 \cdot 10^{-3})$	$9.44 \cdot 10^{-1} (1.96 \cdot 10^{-3})$	$9.34 \cdot 10^{-1} (2.46 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$9.23 \cdot 10^{-1} (2.63 \cdot 10^{-3})$	$9.07 \cdot 10^{-1} (3.61 \cdot 10^{-3})$	$9.06 \cdot 10^{-1} (3.11 \cdot 10^{-3})$	$8.61 \cdot 10^{-1} (5.83 \cdot 10^{-3})$	$9.52 \cdot 10^{-1} (2.02 \cdot 10^{-3})$	$9.16 \cdot 10^{-1} (3.30 \cdot 10^{-3})$
$v = 7/2$	$9.03 \cdot 10^{-1} (3.19 \cdot 10^{-3})$	$8.99 \cdot 10^{-1} (3.92 \cdot 10^{-3})$	$8.90 \cdot 10^{-1} (3.82 \cdot 10^{-3})$	$8.31 \cdot 10^{-1} (6.88 \cdot 10^{-3})$	$9.51 \cdot 10^{-1} (3.16 \cdot 10^{-3})$	$9.02 \cdot 10^{-1} (3.77 \cdot 10^{-3})$
$v = 9/2$	$8.87 \cdot 10^{-1} (3.64 \cdot 10^{-3})$	$8.95 \cdot 10^{-1} (4.28 \cdot 10^{-3})$	$8.76 \cdot 10^{-1} (4.31 \cdot 10^{-3})$	$8.13 \cdot 10^{-1} (7.33 \cdot 10^{-3})$	$9.47 \cdot 10^{-1} (3.91 \cdot 10^{-3})$	$8.91 \cdot 10^{-1} (4.36 \cdot 10^{-3})$
$v = 13/2$	$8.67 \cdot 10^{-1} (4.23 \cdot 10^{-3})$	$8.89 \cdot 10^{-1} (4.89 \cdot 10^{-3})$	$8.62 \cdot 10^{-1} (5.15 \cdot 10^{-3})$	$7.95 \cdot 10^{-1} (7.90 \cdot 10^{-3})$	$9.45 \cdot 10^{-1} (4.22 \cdot 10^{-3})$	$8.78 \cdot 10^{-1} (4.86 \cdot 10^{-3})$
$v = 25/2$	$8.45 \cdot 10^{-1} (4.72 \cdot 10^{-3})$	$8.77 \cdot 10^{-1} (5.45 \cdot 10^{-3})$	$8.46 \cdot 10^{-1} (5.71 \cdot 10^{-3})$	$7.72 \cdot 10^{-1} (8.17 \cdot 10^{-3})$	$9.43 \cdot 10^{-1} (4.28 \cdot 10^{-3})$	$8.59 \cdot 10^{-1} (5.78 \cdot 10^{-3})$
$v = \infty$	$8.28 \cdot 10^{-1} (5.04 \cdot 10^{-3})$	$8.66 \cdot 10^{-1} (6.17 \cdot 10^{-3})$	$8.36 \cdot 10^{-1} (5.94 \cdot 10^{-3})$	$7.60 \cdot 10^{-1} (8.31 \cdot 10^{-3})$	$9.42 \cdot 10^{-1} (4.23 \cdot 10^{-3})$	$8.48 \cdot 10^{-1} (6.41 \cdot 10^{-3})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$8.91 \cdot 10^{-1} (4.00 \cdot 10^{-3})$	$8.70 \cdot 10^{-1} (5.95 \cdot 10^{-3})$	$8.40 \cdot 10^{-1} (5.97 \cdot 10^{-3})$	$7.72 \cdot 10^{-1} (9.14 \cdot 10^{-3})$	$9.43 \cdot 10^{-1} (2.26 \cdot 10^{-3})$	$8.56 \cdot 10^{-1} (5.61 \cdot 10^{-3})$

1320  
1321  
1322  
1323

$C_{0.95}(\theta)$	
NLL/SPE	$8.65 \cdot 10^{-1} (6.14 \cdot 10^{-3})$

**SM2.2.45.**  $Re(s_{10\pi})$ ,  $n = 300$ ,  $d = 6$ .

Averages of  $R(\theta; S^{SPE})$ .

$R(\theta; S^{SPE})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$1.22 \cdot 10^{-2} (2.90 \cdot 10^{-4})$	$1.26 \cdot 10^{-2} (4.38 \cdot 10^{-4})$	$1.15 \cdot 10^{-2} (3.25 \cdot 10^{-4})$	$1.08 \cdot 10^{-2} (2.97 \cdot 10^{-4})$	$6.19 \cdot 10^0 (5.88 \cdot 10^0)$	$1.07 \cdot 10^{-2} (2.61 \cdot 10^{-4})$
$v = 3/2$	$4.88 \cdot 10^{-3} (2.03 \cdot 10^{-4})$	$5.38 \cdot 10^{-3} (2.25 \cdot 10^{-4})$	$4.98 \cdot 10^{-3} (2.24 \cdot 10^{-4})$	$4.40 \cdot 10^{-3} (1.14 \cdot 10^{-4})$	$7.68 \cdot 10^{-3} (1.02 \cdot 10^{-4})$	$4.87 \cdot 10^{-3} (2.85 \cdot 10^{-4})$
$v = 5/2$	$4.02 \cdot 10^{-3} (2.16 \cdot 10^{-4})$	$4.74 \cdot 10^{-3} (2.53 \cdot 10^{-4})$	$4.36 \cdot 10^{-3} (2.70 \cdot 10^{-4})$	$3.81 \cdot 10^{-3} (1.08 \cdot 10^{-4})$	$8.30 \cdot 10^{-2} (1.01 \cdot 10^{-2})$	$4.47 \cdot 10^{-3} (4.24 \cdot 10^{-4})$
$v = 7/2$	$3.44 \cdot 10^{-3} (1.63 \cdot 10^{-4})$	$4.15 \cdot 10^{-3} (2.02 \cdot 10^{-4})$	$3.69 \cdot 10^{-3} (2.06 \cdot 10^{-4})$	$3.35 \cdot 10^{-3} (9.30 \cdot 10^{-5})$	$3.72 \cdot 10^{-1} (1.05 \cdot 10^{-1})$	$3.73 \cdot 10^{-3} (1.37 \cdot 10^{-4})$
$v = 9/2$	$3.17 \cdot 10^{-3} (1.24 \cdot 10^{-4})$	$3.84 \cdot 10^{-3} (1.77 \cdot 10^{-4})$	$3.33 \cdot 10^{-3} (1.32 \cdot 10^{-4})$	$3.13 \cdot 10^{-3} (8.00 \cdot 10^{-5})$	$8.47 \cdot 10^{-1} (3.45 \cdot 10^{-1})$	$3.59 \cdot 10^{-3} (1.25 \cdot 10^{-4})$
$v = 13/2$	$3.04 \cdot 10^{-3} (1.02 \cdot 10^{-4})$	$3.69 \cdot 10^{-3} (1.75 \cdot 10^{-4})$	$3.18 \cdot 10^{-3} (1.09 \cdot 10^{-4})$	$3.07 \cdot 10^{-3} (8.24 \cdot 10^{-5})$	$1.95 \cdot 10^0 (1.10 \cdot 10^0)$	$3.71 \cdot 10^{-3} (1.45 \cdot 10^{-4})$
$v = 25/2$	$3.07 \cdot 10^{-3} (9.98 \cdot 10^{-5})$	$3.99 \cdot 10^{-3} (3.53 \cdot 10^{-4})$	$3.25 \cdot 10^{-3} (1.10 \cdot 10^{-4})$	$3.13 \cdot 10^{-3} (9.46 \cdot 10^{-5})$	$1.65 \cdot 10^0 (8.24 \cdot 10^{-1})$	$4.02 \cdot 10^{-3} (1.95 \cdot 10^{-4})$
$v = \infty$	$3.20 \cdot 10^{-3} (1.08 \cdot 10^{-4})$	$4.21 \cdot 10^{-3} (3.85 \cdot 10^{-4})$	$3.55 \cdot 10^{-3} (1.39 \cdot 10^{-4})$	$3.34 \cdot 10^{-3} (1.13 \cdot 10^{-4})$	$2.13 \cdot 10^0 (1.40 \cdot 10^0)$	$4.75 \cdot 10^{-3} (3.35 \cdot 10^{-4})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$3.25 \cdot 10^{-3} (1.24 \cdot 10^{-4})$	$3.98 \cdot 10^{-3} (2.24 \cdot 10^{-4})$	$3.34 \cdot 10^{-3} (1.20 \cdot 10^{-4})$	$3.15 \cdot 10^{-3} (8.04 \cdot 10^{-5})$	$1.34 \cdot 10^{-1} (2.76 \cdot 10^{-2})$	$4.03 \cdot 10^{-3} (1.79 \cdot 10^{-4})$

1327  
1328  
1329

$R^*(S^{SPE})$	
$v = 1/2$	$9.19 \cdot 10^{-3} (2.05 \cdot 10^{-4})$
$v = 3/2$	$3.42 \cdot 10^{-3} (4.92 \cdot 10^{-5})$
$v = 5/2$	$2.73 \cdot 10^{-3} (4.36 \cdot 10^{-5})$
$v = 7/2$	$2.46 \cdot 10^{-3} (4.37 \cdot 10^{-5})$
$v = 9/2$	$2.35 \cdot 10^{-3} (4.26 \cdot 10^{-5})$
$v = 13/2$	$2.32 \cdot 10^{-3} (4.00 \cdot 10^{-5})$
$v = 25/2$	$2.35 \cdot 10^{-3} (3.63 \cdot 10^{-5})$
$v = \infty$	$2.42 \cdot 10^{-3} (3.37 \cdot 10^{-5})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$2.28 \cdot 10^{-3} (3.90 \cdot 10^{-5})$

1330  
1331

$R(\theta; S^{CRPS})$	
NLL/SPE	$3.35 \cdot 10^{-3} (1.56 \cdot 10^{-4})$
linear	$7.94 \cdot 10^{-2} (1.46 \cdot 10^{-4})$
1NN	$3.05 \cdot 10^{-1} (9.04 \cdot 10^{-4})$
2NN	$2.27 \cdot 10^{-1} (1.24 \cdot 10^{-3})$

1332  
1333  
1334

Averages of  $R(\theta; S^{CRPS})$ .

$R(\theta; S^{CRPS})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$4.36 \cdot 10^{-2} (2.71 \cdot 10^{-4})$	$3.86 \cdot 10^{-2} (4.90 \cdot 10^{-4})$	$3.69 \cdot 10^{-2} (3.98 \cdot 10^{-4})$	$3.23 \cdot 10^{-2} (3.69 \cdot 10^{-4})$	$3.20 \cdot 10^{-1} (9.64 \cdot 10^{-2})$	$3.59 \cdot 10^{-2} (3.29 \cdot 10^{-4})$
$v = 3/2$	$1.67 \cdot 10^{-2} (2.85 \cdot 10^{-4})$	$1.88 \cdot 10^{-2} (5.15 \cdot 10^{-4})$	$1.65 \cdot 10^{-2} (3.65 \cdot 10^{-4})$	$1.56 \cdot 10^{-2} (2.49 \cdot 10^{-4})$	$2.78 \cdot 10^{-2} (3.08 \cdot 10^{-4})$	$1.61 \cdot 10^{-2} (3.39 \cdot 10^{-4})$
$v = 5/2$	$1.17 \cdot 10^{-2} (2.72 \cdot 10^{-4})$	$1.46 \cdot 10^{-2} (5.80 \cdot 10^{-4})$	$1.21 \cdot 10^{-2} (3.19 \cdot 10^{-4})$	$1.19 \cdot 10^{-2} (2.70 \cdot 10^{-4})$	$6.42 \cdot 10^{-2} (3.80 \cdot 10^{-3})$	$1.22 \cdot 10^{-2} (3.12 \cdot 10^{-4})$
$v = 7/2$	$1.01 \cdot 10^{-2} (2.32 \cdot 10^{-4})$	$1.27 \cdot 10^{-2} (5.01 \cdot 10^{-4})$	$1.05 \cdot 10^{-2} (2.64 \cdot 10^{-4})$	$1.04 \cdot 10^{-2} (2.39 \cdot 10^{-4})$	$8.56 \cdot 10^{-2} (1.21 \cdot 10^{-2})$	$1.09 \cdot 10^{-2} (2.57 \cdot 10^{-4})$
$v = 9/2$	$9.73 \cdot 10^{-3} (2.12 \cdot 10^{-4})$	$1.21 \cdot 10^{-2} (4.47 \cdot 10^{-4})$	$1.01 \cdot 10^{-2} (2.31 \cdot 10^{-4})$	$1.01 \cdot 10^{-2} (2.18 \cdot 10^{-4})$	$1.06 \cdot 10^{-1} (1.97 \cdot 10^{-2})$	$1.09 \cdot 10^{-2} (2.57 \cdot 10^{-4})$
$v = 13/2$	$9.88 \cdot 10^{-3} (2.03 \cdot 10^{-4})$	$1.21 \cdot 10^{-2} (4.35 \cdot 10^{-4})$	$1.03 \cdot 10^{-2} (2.20 \cdot 10^{-4})$	$1.03 \cdot 10^{-2} (2.16 \cdot 10^{-4})$	$1.35 \cdot 10^{-1} (3.18 \cdot 10^{-2})$	$1.15 \cdot 10^{-2} (2.82 \cdot 10^{-4})$
$v = 25/2$	$1.03 \cdot 10^{-2} (2.11 \cdot 10^{-4})$	$1.26 \cdot 10^{-2} (4.12 \cdot 10^{-4})$	$1.09 \cdot 10^{-2} (2.29 \cdot 10^{-4})$	$1.08 \cdot 10^{-2} (2.14 \cdot 10^{-4})$	$1.25 \cdot 10^{-1} (2.93 \cdot 10^{-2})$	$1.22 \cdot 10^{-2} (3.12 \cdot 10^{-4})$
$v = \infty$	$1.09 \cdot 10^{-2} (2.30 \cdot 10^{-4})$	$1.33 \cdot 10^{-2} (4.31 \cdot 10^{-4})$	$1.17 \cdot 10^{-2} (2.69 \cdot 10^{-4})$	$1.16 \cdot 10^{-2} (2.34 \cdot 10^{-4})$	$1.19 \cdot 10^{-1} (3.45 \cdot 10^{-2})$	$1.32 \cdot 10^{-2} (3.96 \cdot 10^{-4})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$9.83 \cdot 10^{-3} (2.09 \cdot 10^{-4})$	$1.24 \cdot 10^{-2} (4.83 \cdot 10^{-4})$	$1.06 \cdot 10^{-2} (2.48 \cdot 10^{-4})$	$1.02 \cdot 10^{-2} (2.22 \cdot 10^{-4})$	$1.30 \cdot 10^{-1} (1.48 \cdot 10^{-2})$	$1.22 \cdot 10^{-2} (3.15 \cdot 10^{-4})$

1337

1338

$R(\theta; S^{CRPS})$
NLL/SPE $1.07 \cdot 10^{-2} (5.15 \cdot 10^{-4})$

1339

Averages of  $R(\theta; S_{0.95}^{SIS})$ .

1340

1341

1342

1343

1344

1345

1346

Averages of  $C_{0.95}(\theta)$ .

$R(\theta; S_{0.95}^{SIS})$
NLL/SPE $1.88 \cdot 10^{-1} (8.13 \cdot 10^{-3})$

1347

1348

1349

1350

$C_{0.95}(\theta)$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$9.75 \cdot 10^{-1} (7.87 \cdot 10^{-4})$	$9.48 \cdot 10^{-1} (1.49 \cdot 10^{-3})$	$9.50 \cdot 10^{-1} (1.45 \cdot 10^{-3})$	$8.62 \cdot 10^{-1} (1.85 \cdot 10^{-3})$	$9.42 \cdot 10^{-1} (1.44 \cdot 10^{-3})$	$9.54 \cdot 10^{-1} (1.39 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$9.64 \cdot 10^{-1} (9.82 \cdot 10^{-4})$	$9.40 \cdot 10^{-1} (1.68 \cdot 10^{-3})$	$9.45 \cdot 10^{-1} (1.35 \cdot 10^{-3})$	$8.95 \cdot 10^{-1} (1.69 \cdot 10^{-3})$	$9.53 \cdot 10^{-1} (1.55 \cdot 10^{-3})$	$9.50 \cdot 10^{-1} (1.39 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$9.46 \cdot 10^{-1} (1.37 \cdot 10^{-3})$	$9.36 \cdot 10^{-1} (2.17 \cdot 10^{-3})$	$9.38 \cdot 10^{-1} (1.69 \cdot 10^{-3})$	$8.93 \cdot 10^{-1} (2.04 \cdot 10^{-3})$	$9.47 \cdot 10^{-1} (1.76 \cdot 10^{-3})$	$9.45 \cdot 10^{-1} (1.56 \cdot 10^{-3})$
$v = 7/2$	$9.37 \cdot 10^{-1} (1.59 \cdot 10^{-3})$	$9.36 \cdot 10^{-1} (2.25 \cdot 10^{-3})$	$9.37 \cdot 10^{-1} (1.88 \cdot 10^{-3})$	$8.83 \cdot 10^{-1} (2.98 \cdot 10^{-3})$	$9.51 \cdot 10^{-1} (1.87 \cdot 10^{-3})$	$9.42 \cdot 10^{-1} (1.69 \cdot 10^{-3})$
$v = 9/2$	$9.30 \cdot 10^{-1} (1.73 \cdot 10^{-3})$	$9.37 \cdot 10^{-1} (2.22 \cdot 10^{-3})$	$9.34 \cdot 10^{-1} (2.00 \cdot 10^{-3})$	$8.76 \cdot 10^{-1} (3.30 \cdot 10^{-3})$	$9.52 \cdot 10^{-1} (2.06 \cdot 10^{-3})$	$9.38 \cdot 10^{-1} (1.90 \cdot 10^{-3})$
$v = 13/2$	$9.19 \cdot 10^{-1} (1.92 \cdot 10^{-3})$	$9.35 \cdot 10^{-1} (2.33 \cdot 10^{-3})$	$9.30 \cdot 10^{-1} (2.29 \cdot 10^{-3})$	$8.71 \cdot 10^{-1} (3.37 \cdot 10^{-3})$	$9.50 \cdot 10^{-1} (2.25 \cdot 10^{-3})$	$9.34 \cdot 10^{-1} (2.08 \cdot 10^{-3})$
$v = 25/2$	$9.01 \cdot 10^{-1} (2.27 \cdot 10^{-3})$	$9.31 \cdot 10^{-1} (2.68 \cdot 10^{-3})$	$9.23 \cdot 10^{-1} (2.43 \cdot 10^{-3})$	$8.68 \cdot 10^{-1} (3.68 \cdot 10^{-3})$	$9.49 \cdot 10^{-1} (2.38 \cdot 10^{-3})$	$9.26 \cdot 10^{-1} (2.40 \cdot 10^{-3})$
$v = \infty$	$8.82 \cdot 10^{-1} (2.65 \cdot 10^{-3})$	$9.27 \cdot 10^{-1} (2.71 \cdot 10^{-3})$	$9.17 \cdot 10^{-1} (2.47 \cdot 10^{-3})$	$8.66 \cdot 10^{-1} (3.86 \cdot 10^{-3})$	$9.51 \cdot 10^{-1} (2.32 \cdot 10^{-3})$	$9.21 \cdot 10^{-1} (2.79 \cdot 10^{-3})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$9.31 \cdot 10^{-1} (1.78 \cdot 10^{-3})$	$9.31 \cdot 10^{-1} (2.50 \cdot 10^{-3})$	$9.24 \cdot 10^{-1} (2.50 \cdot 10^{-3})$	$8.71 \cdot 10^{-1} (3.31 \cdot 10^{-3})$	$9.46 \cdot 10^{-1} (1.59 \cdot 10^{-3})$	$9.24 \cdot 10^{-1} (2.65 \cdot 10^{-3})$

$C_{0.95}(\theta)$
NLL/SPE $9.21 \cdot 10^{-1} (3.19 \cdot 10^{-3})$

1351

SM2.2.46.  $Re(s_{14\pi})$ ,  $n = 60$ ,  $d = 6$ .

1352

Averages of  $R(\theta; S^{SPE})$ .

1353

1354

1355

1356

$R(\theta; S^{SPE})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$2.39 \cdot 10^{-1} (1.07 \cdot 10^{-2})$	$3.15 \cdot 10^{-1} (3.02 \cdot 10^{-2})$	$2.73 \cdot 10^{-1} (2.31 \cdot 10^{-2})$	$3.17 \cdot 10^{-1} (3.57 \cdot 10^{-2})$	$6.79 \cdot 10^{-1} (4.69 \cdot 10^{-2})$	$2.59 \cdot 10^{-1} (1.78 \cdot 10^{-2})$
$v = 3/2$	$1.23 \cdot 10^{-1} (1.16 \cdot 10^{-2})$	$2.72 \cdot 10^{-1} (4.60 \cdot 10^{-2})$	$2.05 \cdot 10^{-1} (3.40 \cdot 10^{-2})$	$2.19 \cdot 10^{-1} (4.83 \cdot 10^{-2})$	$2.16 \cdot 10^{-1} (6.20 \cdot 10^{-2})$	$1.39 \cdot 10^0 (1.16 \cdot 10^0)$
$v = 5/2$	$9.19 \cdot 10^{-2} (5.97 \cdot 10^{-3})$	$2.28 \cdot 10^{-1} (4.48 \cdot 10^{-2})$	$1.04 \cdot 10^{-1} (1.02 \cdot 10^{-2})$	$1.58 \cdot 10^{-1} (3.30 \cdot 10^{-2})$	$1.55 \cdot 10^{-1} (3.95 \cdot 10^{-3})$	$5.20 \cdot 10^{-1} (3.97 \cdot 10^{-1})$
$v = 7/2$	$9.62 \cdot 10^{-2} (5.59 \cdot 10^{-3})$	$1.83 \cdot 10^{-1} (3.71 \cdot 10^{-2})$	$9.50 \cdot 10^{-2} (7.16 \cdot 10^{-3})$	$1.18 \cdot 10^{-1} (1.83 \cdot 10^{-2})$	$1.62 \cdot 10^{-1} (6.46 \cdot 10^{-3})$	$1.33 \cdot 10^{-1} (1.02 \cdot 10^{-2})$
$v = 9/2$	$1.01 \cdot 10^{-1} (5.50 \cdot 10^{-3})$	$1.69 \cdot 10^{-1} (2.71 \cdot 10^{-2})$	$9.49 \cdot 10^{-2} (7.13 \cdot 10^{-3})$	$1.26 \cdot 10^{-1} (1.63 \cdot 10^{-2})$	$1.74 \cdot 10^{-1} (8.97 \cdot 10^{-3})$	$1.43 \cdot 10^{-1} (1.00 \cdot 10^{-2})$
$v = 13/2$	$1.09 \cdot 10^{-1} (6.07 \cdot 10^{-3})$	$1.77 \cdot 10^{-1} (3.25 \cdot 10^{-2})$	$9.98 \cdot 10^{-2} (7.48 \cdot 10^{-3})$	$1.12 \cdot 10^{-1} (1.12 \cdot 10^{-2})$	$1.73 \cdot 10^{-1} (6.58 \cdot 10^{-3})$	$1.56 \cdot 10^{-1} (1.14 \cdot 10^{-2})$
$v = 25/2$	$1.17 \cdot 10^{-1} (6.47 \cdot 10^{-3})$	$1.72 \cdot 10^{-1} (2.80 \cdot 10^{-2})$	$9.90 \cdot 10^{-2} (7.48 \cdot 10^{-3})$	$1.14 \cdot 10^{-1} (1.01 \cdot 10^{-2})$	$1.77 \cdot 10^{-1} (6.32 \cdot 10^{-3})$	$1.63 \cdot 10^{-1} (1.16 \cdot 10^{-2})$
$v = \infty$	$1.23 \cdot 10^{-1} (6.33 \cdot 10^{-3})$	$1.55 \cdot 10^{-1} (2.73 \cdot 10^{-2})$	$1.07 \cdot 10^{-1} (8.68 \cdot 10^{-3})$	$1.17 \cdot 10^{-1} (1.42 \cdot 10^{-2})$	$1.84 \cdot 10^{-1} (6.48 \cdot 10^{-3})$	$1.80 \cdot 10^{-1} (1.37 \cdot 10^{-2})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$9.67 \cdot 10^{-2} (6.78 \cdot 10^{-3})$	$2.08 \cdot 10^{-1} (4.40 \cdot 10^{-2})$	$1.05 \cdot 10^{-1} (8.58 \cdot 10^{-3})$	$1.35 \cdot 10^{-1} (2.76 \cdot 10^{-2})$	$4.52 \cdot 10^{-1} (5.01 \cdot 10^{-2})$	$5.71 \cdot 10^{-1} (3.96 \cdot 10^{-1})$



**SUPPLEMENTARY MATERIALS: PARAMETER SELECTION IN GAUSSIAN PROCESS INTERPOLATION SM61**

1357

$R^*(S^{\text{SPE}})$	
$v = 1/2$	$1.19 \cdot 10^{-1} (3.65 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$4.35 \cdot 10^{-2} (1.73 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$2.82 \cdot 10^{-2} (1.14 \cdot 10^{-3})$
$v = 7/2$	$2.45 \cdot 10^{-2} (8.43 \cdot 10^{-4})$
$v = 9/2$	$2.35 \cdot 10^{-2} (7.45 \cdot 10^{-4})$
$v = 13/2$	$2.24 \cdot 10^{-2} (6.43 \cdot 10^{-4})$
$v = 25/2$	$2.22 \cdot 10^{-2} (5.89 \cdot 10^{-4})$
$v = \infty$	$2.24 \cdot 10^{-2} (5.67 \cdot 10^{-4})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$2.15 \cdot 10^{-2} (5.93 \cdot 10^{-4})$

1358

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	
NLL/SPE	$1.13 \cdot 10^{-1} (7.94 \cdot 10^{-3})$
linear	$5.19 \cdot 10^{-1} (1.27 \cdot 10^{-2})$
1NN	$7.44 \cdot 10^{-1} (5.33 \cdot 10^{-3})$
2NN	$6.53 \cdot 10^{-1} (6.13 \cdot 10^{-3})$

1359

*Averages of  $R(\theta; S^{\text{CRPS}})$ .*

1360

1361

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$1.28 \cdot 10^{-1} (3.04 \cdot 10^{-3})$	$1.44 \cdot 10^{-1} (6.14 \cdot 10^{-3})$	$1.33 \cdot 10^{-1} (4.63 \cdot 10^{-3})$	$1.19 \cdot 10^{-1} (5.00 \cdot 10^{-3})$	$3.31 \cdot 10^{-1} (1.72 \cdot 10^{-2})$	$1.34 \cdot 10^{-1} (4.95 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$6.76 \cdot 10^{-2} (2.36 \cdot 10^{-3})$	$9.72 \cdot 10^{-2} (4.66 \cdot 10^{-3})$	$8.10 \cdot 10^{-2} (3.99 \cdot 10^{-3})$	$7.96 \cdot 10^{-2} (4.27 \cdot 10^{-3})$	$1.71 \cdot 10^{-1} (3.60 \cdot 10^{-3})$	$1.45 \cdot 10^{-1} (5.31 \cdot 10^{-2})$
$v = 5/2$	$5.34 \cdot 10^{-2} (1.57 \cdot 10^{-3})$	$8.29 \cdot 10^{-2} (4.57 \cdot 10^{-3})$	$6.12 \cdot 10^{-2} (2.28 \cdot 10^{-3})$	$6.90 \cdot 10^{-2} (3.79 \cdot 10^{-3})$	$1.51 \cdot 10^{-1} (2.69 \cdot 10^{-3})$	$7.27 \cdot 10^{-2} (9.36 \cdot 10^{-3})$
$v = 7/2$	$5.31 \cdot 10^{-2} (1.48 \cdot 10^{-3})$	$7.84 \cdot 10^{-2} (4.65 \cdot 10^{-3})$	$5.90 \cdot 10^{-2} (1.89 \cdot 10^{-3})$	$6.56 \cdot 10^{-2} (3.40 \cdot 10^{-3})$	$1.58 \cdot 10^{-1} (3.33 \cdot 10^{-3})$	$6.68 \cdot 10^{-2} (2.60 \cdot 10^{-3})$
$v = 9/2$	$5.42 \cdot 10^{-2} (1.44 \cdot 10^{-3})$	$7.58 \cdot 10^{-2} (3.82 \cdot 10^{-3})$	$5.95 \cdot 10^{-2} (1.86 \cdot 10^{-3})$	$6.76 \cdot 10^{-2} (3.07 \cdot 10^{-3})$	$1.64 \cdot 10^{-1} (3.98 \cdot 10^{-3})$	$6.97 \cdot 10^{-2} (2.62 \cdot 10^{-3})$
$v = 13/2$	$5.58 \cdot 10^{-2} (1.49 \cdot 10^{-3})$	$7.80 \cdot 10^{-2} (3.95 \cdot 10^{-3})$	$6.12 \cdot 10^{-2} (1.84 \cdot 10^{-3})$	$6.81 \cdot 10^{-2} (2.81 \cdot 10^{-3})$	$1.65 \cdot 10^{-1} (3.58 \cdot 10^{-3})$	$7.35 \cdot 10^{-2} (3.08 \cdot 10^{-3})$
$v = 25/2$	$5.82 \cdot 10^{-2} (1.56 \cdot 10^{-3})$	$8.02 \cdot 10^{-2} (4.02 \cdot 10^{-3})$	$6.18 \cdot 10^{-2} (1.75 \cdot 10^{-3})$	$7.10 \cdot 10^{-2} (2.95 \cdot 10^{-3})$	$1.67 \cdot 10^{-1} (3.55 \cdot 10^{-3})$	$7.45 \cdot 10^{-2} (2.69 \cdot 10^{-3})$
$v = \infty$	$6.03 \cdot 10^{-2} (1.51 \cdot 10^{-3})$	$8.13 \cdot 10^{-2} (4.14 \cdot 10^{-3})$	$6.57 \cdot 10^{-2} (2.15 \cdot 10^{-3})$	$7.15 \cdot 10^{-2} (2.83 \cdot 10^{-3})$	$1.71 \cdot 10^{-1} (3.60 \cdot 10^{-3})$	$7.82 \cdot 10^{-2} (3.04 \cdot 10^{-3})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$5.42 \cdot 10^{-2} (1.72 \cdot 10^{-3})$	$8.54 \cdot 10^{-2} (4.61 \cdot 10^{-3})$	$6.33 \cdot 10^{-2} (1.96 \cdot 10^{-3})$	$7.13 \cdot 10^{-2} (3.39 \cdot 10^{-3})$	$2.46 \cdot 10^{-1} (1.60 \cdot 10^{-2})$	$8.89 \cdot 10^{-2} (9.71 \cdot 10^{-3})$

1363

1364

1365

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	
NLL/SPE	$5.83 \cdot 10^{-2} (1.89 \cdot 10^{-3})$

1366

*Averages of  $R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$ .*

1367

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$2.63 \cdot 10^0 (7.54 \cdot 10^{-2})$	$3.24 \cdot 10^0 (1.70 \cdot 10^{-1})$	$3.01 \cdot 10^0 (1.39 \cdot 10^{-1})$	$3.67 \cdot 10^0 (1.78 \cdot 10^{-1})$	$5.04 \cdot 10^0 (2.24 \cdot 10^{-1})$	$2.86 \cdot 10^0 (1.15 \cdot 10^{-1})$
$v = 3/2$	$1.58 \cdot 10^0 (7.80 \cdot 10^{-2})$	$2.13 \cdot 10^0 (1.28 \cdot 10^{-1})$	$1.98 \cdot 10^0 (1.31 \cdot 10^{-1})$	$2.14 \cdot 10^0 (1.36 \cdot 10^{-1})$	$2.25 \cdot 10^0 (4.34 \cdot 10^{-2})$	$2.36 \cdot 10^0 (4.25 \cdot 10^{-1})$
$v = 5/2$	$1.21 \cdot 10^0 (4.84 \cdot 10^{-2})$	$1.67 \cdot 10^0 (1.17 \cdot 10^{-1})$	$1.36 \cdot 10^0 (6.45 \cdot 10^{-2})$	$1.71 \cdot 10^0 (1.18 \cdot 10^{-1})$	$1.79 \cdot 10^0 (2.81 \cdot 10^{-2})$	$1.56 \cdot 10^0 (2.59 \cdot 10^{-1})$
$v = 7/2$	$1.19 \cdot 10^0 (4.56 \cdot 10^{-2})$	$1.51 \cdot 10^0 (1.09 \cdot 10^{-1})$	$1.29 \cdot 10^0 (5.93 \cdot 10^{-2})$	$1.51 \cdot 10^0 (9.65 \cdot 10^{-2})$	$1.76 \cdot 10^0 (3.17 \cdot 10^{-2})$	$1.40 \cdot 10^0 (6.54 \cdot 10^{-2})$
$v = 9/2$	$1.21 \cdot 10^0 (4.39 \cdot 10^{-2})$	$1.41 \cdot 10^0 (8.39 \cdot 10^{-2})$	$1.28 \cdot 10^0 (5.88 \cdot 10^{-2})$	$1.54 \cdot 10^0 (8.95 \cdot 10^{-2})$	$1.82 \cdot 10^0 (3.86 \cdot 10^{-2})$	$1.45 \cdot 10^0 (6.77 \cdot 10^{-2})$
$v = 13/2$	$1.25 \cdot 10^0 (4.57 \cdot 10^{-2})$	$1.45 \cdot 10^0 (8.39 \cdot 10^{-2})$	$1.31 \cdot 10^0 (5.79 \cdot 10^{-2})$	$1.54 \cdot 10^0 (7.88 \cdot 10^{-2})$	$1.84 \cdot 10^0 (3.60 \cdot 10^{-2})$	$1.52 \cdot 10^0 (7.59 \cdot 10^{-2})$
$v = 25/2$	$1.30 \cdot 10^0 (4.86 \cdot 10^{-2})$	$1.50 \cdot 10^0 (8.85 \cdot 10^{-2})$	$1.31 \cdot 10^0 (5.63 \cdot 10^{-2})$	$1.60 \cdot 10^0 (8.12 \cdot 10^{-2})$	$1.87 \cdot 10^0 (3.61 \cdot 10^{-2})$	$1.56 \cdot 10^0 (7.09 \cdot 10^{-2})$
$v = \infty$	$1.35 \cdot 10^0 (4.90 \cdot 10^{-2})$	$1.48 \cdot 10^0 (7.86 \cdot 10^{-2})$	$1.41 \cdot 10^0 (6.44 \cdot 10^{-2})$	$1.61 \cdot 10^0 (8.21 \cdot 10^{-2})$	$1.92 \cdot 10^0 (3.70 \cdot 10^{-2})$	$1.65 \cdot 10^0 (8.18 \cdot 10^{-2})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$1.24 \cdot 10^0 (5.50 \cdot 10^{-2})$	$1.70 \cdot 10^0 (1.20 \cdot 10^{-1})$	$1.39 \cdot 10^0 (6.28 \cdot 10^{-2})$	$1.73 \cdot 10^0 (1.20 \cdot 10^{-1})$	$3.56 \cdot 10^0 (2.27 \cdot 10^{-1})$	$1.92 \cdot 10^0 (2.60 \cdot 10^{-1})$

1368

1369

1370

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	
NLL/SPE	$1.32 \cdot 10^0 (5.85 \cdot 10^{-2})$

1371

*Averages of  $C_{0.95}(\theta)$ .*

1372

$C_{0.95}(\theta)$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$9.35 \cdot 10^{-1} (3.22 \cdot 10^{-3})$	$9.16 \cdot 10^{-1} (3.80 \cdot 10^{-3})$	$9.12 \cdot 10^{-1} (3.64 \cdot 10^{-3})$	$8.15 \cdot 10^{-1} (4.98 \cdot 10^{-3})$	$9.33 \cdot 10^{-1} (3.56 \cdot 10^{-3})$	$9.17 \cdot 10^{-1} (3.40 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$9.05 \cdot 10^{-1} (3.99 \cdot 10^{-3})$	$8.78 \cdot 10^{-1} (4.80 \cdot 10^{-3})$	$8.70 \cdot 10^{-1} (4.92 \cdot 10^{-3})$	$8.12 \cdot 10^{-1} (6.76 \cdot 10^{-3})$	$9.48 \cdot 10^{-1} (3.20 \cdot 10^{-3})$	$8.97 \cdot 10^{-1} (4.55 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$8.91 \cdot 10^{-1} (3.99 \cdot 10^{-3})$	$8.64 \cdot 10^{-1} (6.39 \cdot 10^{-3})$	$8.49 \cdot 10^{-1} (6.87 \cdot 10^{-3})$	$7.78 \cdot 10^{-1} (1.03 \cdot 10^{-2})$	$9.38 \cdot 10^{-1} (4.07 \cdot 10^{-3})$	$8.85 \cdot 10^{-1} (5.81 \cdot 10^{-3})$
$v = 7/2$	$8.78 \cdot 10^{-1} (4.44 \cdot 10^{-3})$	$8.41 \cdot 10^{-1} (8.47 \cdot 10^{-3})$	$8.24 \cdot 10^{-1} (9.26 \cdot 10^{-3})$	$7.56 \cdot 10^{-1} (1.20 \cdot 10^{-2})$	$9.26 \cdot 10^{-1} (5.26 \cdot 10^{-3})$	$8.70 \cdot 10^{-1} (6.37 \cdot 10^{-3})$
$v = 9/2$	$8.66 \cdot 10^{-1} (5.05 \cdot 10^{-3})$	$8.26 \cdot 10^{-1} (8.92 \cdot 10^{-3})$	$8.03 \cdot 10^{-1} (1.05 \cdot 10^{-2})$	$7.29 \cdot 10^{-1} (1.46 \cdot 10^{-2})$	$9.19 \cdot 10^{-1} (5.69 \cdot 10^{-3})$	$8.55 \cdot 10^{-1} (7.75 \cdot 10^{-3})$
$v = 13/2$	$8.47 \cdot 10^{-1} (5.60 \cdot 10^{-3})$	$7.97 \cdot 10^{-1} (1.07 \cdot 10^{-2})$	$7.73 \cdot 10^{-1} (1.14 \cdot 10^{-2})$	$6.88 \cdot 10^{-1} (1.43 \cdot 10^{-2})$	$9.16 \cdot 10^{-1} (5.77 \cdot 10^{-3})$	$8.35 \cdot 10^{-1} (8.97 \cdot 10^{-3})$
$v = 25/2$	$8.29 \cdot 10^{-1} (6.25 \cdot 10^{-3})$	$7.78 \cdot 10^{-1} (1.14 \cdot 10^{-2})$	$7.51 \cdot 10^{-1} (1.18 \cdot 10^{-2})$	$6.63 \cdot 10^{-1} (1.50 \cdot 10^{-2})$	$9.16 \cdot 10^{-1} (5.77 \cdot 10^{-3})$	$8.20 \cdot 10^{-1} (1.02 \cdot 10^{-2})$
$v = \infty$	$8.11 \cdot 10^{-1} (6.95 \cdot 10^{-3})$	$7.64 \cdot 10^{-1} (1.14 \cdot 10^{-2})$	$7.28 \cdot 10^{-1} (1.18 \cdot 10^{-2})$	$6.48 \cdot 10^{-1} (1.49 \cdot 10^{-2})$	$9.15 \cdot 10^{-1} (5.82 \cdot 10^{-3})$	$8.20 \cdot 10^{-1} (1.06 \cdot 10^{-2})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$8.72 \cdot 10^{-1} (5.65 \cdot 10^{-3})$	$7.76 \cdot 10^{-1} (1.13 \cdot 10^{-2})$	$7.45 \cdot 10^{-1} (1.21 \cdot 10^{-2})$	$6.62 \cdot 10^{-1} (1.53 \cdot 10^{-2})$	$9.43 \cdot 10^{-1} (2.98 \cdot 10^{-3})$	$8.16 \cdot 10^{-1} (1.04 \cdot 10^{-2})$

1374

1375

1376

$C_{0.95}(\theta)$	
NLL/SPE	$8.39 \cdot 10^{-1} (7.32 \cdot 10^{-3})$

1377

**SM2.2.47.**  $\text{Re}(s_{14\pi})$ ,  $n = 120$ ,  $d = 6$ .

1378

*Averages of  $R(\theta; S^{\text{SPE}})$ .*



1379

$R(\theta; S^{\text{SPE}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$1.66 \cdot 10^{-1} (5.09 \cdot 10^{-3})$	$2.08 \cdot 10^{-1} (2.11 \cdot 10^{-2})$	$1.84 \cdot 10^{-1} (1.70 \cdot 10^{-2})$	$1.64 \cdot 10^{-1} (8.27 \cdot 10^{-3})$	$5.80 \cdot 10^{-1} (4.83 \cdot 10^{-2})$	$1.49 \cdot 10^{-1} (7.64 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$5.95 \cdot 10^{-2} (2.58 \cdot 10^{-3})$	$1.65 \cdot 10^{-1} (3.35 \cdot 10^{-2})$	$9.31 \cdot 10^{-2} (1.53 \cdot 10^{-2})$	$1.04 \cdot 10^{-1} (3.51 \cdot 10^{-2})$	$1.18 \cdot 10^{-1} (2.37 \cdot 10^{-2})$	$6.01 \cdot 10^{-2} (3.19 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$4.22 \cdot 10^{-2} (1.93 \cdot 10^{-3})$	$9.66 \cdot 10^{-2} (1.78 \cdot 10^{-2})$	$4.77 \cdot 10^{-2} (4.22 \cdot 10^{-3})$	$6.50 \cdot 10^{-2} (1.42 \cdot 10^{-2})$	$7.11 \cdot 10^{-2} (2.98 \cdot 10^{-3})$	$4.85 \cdot 10^{-2} (3.49 \cdot 10^{-3})$
$v = 7/2$	$4.62 \cdot 10^{-2} (2.27 \cdot 10^{-3})$	$7.68 \cdot 10^{-2} (1.20 \cdot 10^{-2})$	$4.87 \cdot 10^{-2} (7.95 \cdot 10^{-3})$	$4.64 \cdot 10^{-2} (5.11 \cdot 10^{-3})$	$7.90 \cdot 10^{-2} (1.64 \cdot 10^{-2})$	$5.28 \cdot 10^{-2} (3.61 \cdot 10^{-3})$
$v = 9/2$	$5.13 \cdot 10^{-2} (2.61 \cdot 10^{-3})$	$6.21 \cdot 10^{-2} (6.42 \cdot 10^{-3})$	$4.29 \cdot 10^{-2} (2.94 \cdot 10^{-3})$	$5.16 \cdot 10^{-2} (5.66 \cdot 10^{-3})$	$1.00 \cdot 10^{-1} (3.07 \cdot 10^{-2})$	$6.56 \cdot 10^{-2} (4.61 \cdot 10^{-3})$
$v = 13/2$	$5.80 \cdot 10^{-2} (2.99 \cdot 10^{-3})$	$5.87 \cdot 10^{-2} (6.51 \cdot 10^{-3})$	$4.98 \cdot 10^{-2} (3.33 \cdot 10^{-3})$	$4.90 \cdot 10^{-2} (4.02 \cdot 10^{-3})$	$1.29 \cdot 10^{-1} (4.64 \cdot 10^{-2})$	$7.06 \cdot 10^{-2} (4.91 \cdot 10^{-3})$
$v = 25/2$	$6.48 \cdot 10^{-2} (3.32 \cdot 10^{-3})$	$5.37 \cdot 10^{-2} (4.29 \cdot 10^{-3})$	$5.80 \cdot 10^{-2} (3.95 \cdot 10^{-3})$	$5.43 \cdot 10^{-2} (4.60 \cdot 10^{-3})$	$1.52 \cdot 10^{-1} (5.61 \cdot 10^{-2})$	$8.12 \cdot 10^{-2} (6.13 \cdot 10^{-3})$
$v = \infty$	$7.16 \cdot 10^{-2} (3.58 \cdot 10^{-3})$	$6.83 \cdot 10^{-2} (1.33 \cdot 10^{-2})$	$6.37 \cdot 10^{-2} (4.40 \cdot 10^{-3})$	$5.91 \cdot 10^{-2} (5.27 \cdot 10^{-3})$	$1.86 \cdot 10^{-1} (7.08 \cdot 10^{-2})$	$8.76 \cdot 10^{-2} (6.75 \cdot 10^{-3})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$4.29 \cdot 10^{-2} (2.04 \cdot 10^{-3})$	$9.30 \cdot 10^{-2} (1.78 \cdot 10^{-2})$	$4.62 \cdot 10^{-2} (3.58 \cdot 10^{-3})$	$5.04 \cdot 10^{-2} (5.48 \cdot 10^{-3})$	$2.49 \cdot 10^0 (2.49 \cdot 10^0)$	$7.18 \cdot 10^{-2} (6.08 \cdot 10^{-3})$

1382

$R^*(S^{\text{SPE}})$	
$v = 1/2$	$8.58 \cdot 10^{-2} (2.67 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$2.79 \cdot 10^{-2} (1.06 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$1.70 \cdot 10^{-2} (6.25 \cdot 10^{-4})$
$v = 7/2$	$1.48 \cdot 10^{-2} (5.07 \cdot 10^{-4})$
$v = 9/2$	$1.42 \cdot 10^{-2} (4.58 \cdot 10^{-4})$
$v = 13/2$	$1.42 \cdot 10^{-2} (4.17 \cdot 10^{-4})$
$v = 25/2$	$1.43 \cdot 10^{-2} (3.85 \cdot 10^{-4})$
$v = \infty$	$1.50 \cdot 10^{-2} (3.75 \cdot 10^{-4})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$1.34 \cdot 10^{-2} (4.21 \cdot 10^{-4})$

1383

1384

1385

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	
NLL/SPE	$4.97 \cdot 10^{-2} (2.59 \cdot 10^{-3})$
linear	$4.72 \cdot 10^{-1} (6.60 \cdot 10^{-3})$
1NN	$6.49 \cdot 10^{-1} (3.84 \cdot 10^{-3})$
2NN	$5.72 \cdot 10^{-1} (5.06 \cdot 10^{-3})$

1386

Averages of  $R(\theta; S^{\text{CRPS}})$ .

1387

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$9.76 \cdot 10^{-2} (1.96 \cdot 10^{-3})$	$1.04 \cdot 10^{-1} (4.06 \cdot 10^{-3})$	$9.61 \cdot 10^{-2} (3.35 \cdot 10^{-3})$	$7.17 \cdot 10^{-2} (1.95 \cdot 10^{-3})$	$2.89 \cdot 10^{-1} (1.81 \cdot 10^{-2})$	$9.09 \cdot 10^{-2} (2.42 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$4.08 \cdot 10^{-2} (9.44 \cdot 10^{-4})$	$6.12 \cdot 10^{-2} (3.91 \cdot 10^{-3})$	$4.79 \cdot 10^{-2} (2.11 \cdot 10^{-3})$	$4.52 \cdot 10^{-2} (2.88 \cdot 10^{-3})$	$1.12 \cdot 10^{-1} (1.54 \cdot 10^{-3})$	$4.17 \cdot 10^{-2} (1.05 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$3.03 \cdot 10^{-2} (5.86 \cdot 10^{-4})$	$4.49 \cdot 10^{-2} (2.38 \cdot 10^{-3})$	$3.34 \cdot 10^{-2} (8.71 \cdot 10^{-4})$	$3.52 \cdot 10^{-2} (1.68 \cdot 10^{-3})$	$8.58 \cdot 10^{-2} (1.57 \cdot 10^{-3})$	$3.30 \cdot 10^{-2} (8.87 \cdot 10^{-4})$
$v = 7/2$	$3.02 \cdot 10^{-2} (5.43 \cdot 10^{-4})$	$4.19 \cdot 10^{-2} (2.16 \cdot 10^{-3})$	$3.26 \cdot 10^{-2} (1.19 \cdot 10^{-3})$	$3.27 \cdot 10^{-2} (9.72 \cdot 10^{-4})$	$8.10 \cdot 10^{-2} (4.48 \cdot 10^{-3})$	$3.37 \cdot 10^{-2} (8.29 \cdot 10^{-4})$
$v = 9/2$	$3.15 \cdot 10^{-2} (5.87 \cdot 10^{-4})$	$4.07 \cdot 10^{-2} (1.73 \cdot 10^{-3})$	$3.26 \cdot 10^{-2} (7.87 \cdot 10^{-4})$	$3.44 \cdot 10^{-2} (1.10 \cdot 10^{-3})$	$8.70 \cdot 10^{-2} (6.34 \cdot 10^{-3})$	$3.63 \cdot 10^{-2} (9.19 \cdot 10^{-4})$
$v = 13/2$	$3.32 \cdot 10^{-2} (6.44 \cdot 10^{-4})$	$4.06 \cdot 10^{-2} (1.59 \cdot 10^{-3})$	$3.53 \cdot 10^{-2} (7.93 \cdot 10^{-4})$	$3.56 \cdot 10^{-2} (9.49 \cdot 10^{-4})$	$9.49 \cdot 10^{-2} (8.14 \cdot 10^{-3})$	$3.89 \cdot 10^{-2} (9.53 \cdot 10^{-4})$
$v = 25/2$	$3.50 \cdot 10^{-2} (6.91 \cdot 10^{-4})$	$4.13 \cdot 10^{-2} (1.35 \cdot 10^{-3})$	$3.80 \cdot 10^{-2} (8.75 \cdot 10^{-4})$	$3.79 \cdot 10^{-2} (1.01 \cdot 10^{-3})$	$1.01 \cdot 10^{-1} (9.26 \cdot 10^{-3})$	$4.28 \cdot 10^{-2} (1.34 \cdot 10^{-3})$
$v = \infty$	$3.71 \cdot 10^{-2} (7.11 \cdot 10^{-4})$	$4.52 \cdot 10^{-2} (2.48 \cdot 10^{-3})$	$4.05 \cdot 10^{-2} (1.06 \cdot 10^{-3})$	$4.00 \cdot 10^{-2} (1.14 \cdot 10^{-3})$	$1.08 \cdot 10^{-1} (1.08 \cdot 10^{-2})$	$4.57 \cdot 10^{-2} (1.42 \cdot 10^{-3})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$3.04 \cdot 10^{-2} (5.92 \cdot 10^{-4})$	$4.41 \cdot 10^{-2} (2.28 \cdot 10^{-3})$	$3.38 \cdot 10^{-2} (8.80 \cdot 10^{-4})$	$3.44 \cdot 10^{-2} (1.01 \cdot 10^{-3})$	$5.61 \cdot 10^1 (5.59 \cdot 10^1)$	$4.01 \cdot 10^{-2} (1.39 \cdot 10^{-3})$

1389

1390

1391

$R(\theta; S^{\text{CRPS}})$	
NLL/SPE	$3.24 \cdot 10^{-2} (7.16 \cdot 10^{-4})$

1392

Averages of  $R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$ .

1393

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$2.02 \cdot 10^0 (4.37 \cdot 10^{-2})$	$2.38 \cdot 10^0 (1.16 \cdot 10^{-1})$	$2.21 \cdot 10^0 (1.00 \cdot 10^{-1})$	$2.24 \cdot 10^0 (7.47 \cdot 10^{-2})$	$4.47 \cdot 10^0 (2.32 \cdot 10^{-1})$	$1.98 \cdot 10^0 (6.05 \cdot 10^{-2})$
$v = 3/2$	$9.27 \cdot 10^{-1} (3.05 \cdot 10^{-2})$	$1.42 \cdot 10^0 (1.10 \cdot 10^{-1})$	$1.16 \cdot 10^0 (6.87 \cdot 10^{-2})$	$1.26 \cdot 10^0 (9.34 \cdot 10^{-2})$	$1.60 \cdot 10^0 (2.26 \cdot 10^{-2})$	$9.46 \cdot 10^{-1} (2.93 \cdot 10^{-2})$
$v = 5/2$	$6.74 \cdot 10^{-1} (2.04 \cdot 10^{-2})$	$9.22 \cdot 10^{-1} (5.62 \cdot 10^{-2})$	$7.40 \cdot 10^{-1} (2.71 \cdot 10^{-2})$	$9.02 \cdot 10^{-1} (5.20 \cdot 10^{-2})$	$1.09 \cdot 10^0 (1.98 \cdot 10^{-2})$	$7.22 \cdot 10^{-1} (2.72 \cdot 10^{-2})$
$v = 7/2$	$6.66 \cdot 10^{-1} (1.97 \cdot 10^{-2})$	$7.65 \cdot 10^{-1} (3.67 \cdot 10^{-2})$	$6.74 \cdot 10^{-1} (2.95 \cdot 10^{-2})$	$7.80 \cdot 10^{-1} (3.35 \cdot 10^{-2})$	$9.33 \cdot 10^{-1} (3.56 \cdot 10^{-2})$	$7.06 \cdot 10^{-1} (2.53 \cdot 10^{-2})$
$v = 9/2$	$6.86 \cdot 10^{-1} (2.11 \cdot 10^{-2})$	$7.04 \cdot 10^{-1} (3.16 \cdot 10^{-2})$	$6.53 \cdot 10^{-1} (2.41 \cdot 10^{-2})$	$7.94 \cdot 10^{-1} (3.90 \cdot 10^{-2})$	$9.46 \cdot 10^{-1} (4.75 \cdot 10^{-2})$	$7.56 \cdot 10^{-1} (2.75 \cdot 10^{-2})$
$v = 13/2$	$7.17 \cdot 10^{-1} (2.27 \cdot 10^{-2})$	$6.60 \cdot 10^{-1} (2.86 \cdot 10^{-2})$	$6.91 \cdot 10^{-1} (2.54 \cdot 10^{-2})$	$7.64 \cdot 10^{-1} (3.55 \cdot 10^{-2})$	$9.99 \cdot 10^{-1} (6.16 \cdot 10^{-2})$	$7.85 \cdot 10^{-1} (2.99 \cdot 10^{-2})$
$v = 25/2$	$7.51 \cdot 10^{-1} (2.38 \cdot 10^{-2})$	$6.47 \cdot 10^{-1} (2.46 \cdot 10^{-2})$	$7.39 \cdot 10^{-1} (2.79 \cdot 10^{-2})$	$7.87 \cdot 10^{-1} (3.71 \cdot 10^{-2})$	$1.04 \cdot 10^0 (7.11 \cdot 10^{-2})$	$8.49 \cdot 10^{-1} (4.08 \cdot 10^{-2})$
$v = \infty$	$7.89 \cdot 10^{-1} (2.44 \cdot 10^{-2})$	$6.82 \cdot 10^{-1} (3.00 \cdot 10^{-2})$	$7.78 \cdot 10^{-1} (3.05 \cdot 10^{-2})$	$7.96 \cdot 10^{-1} (3.87 \cdot 10^{-2})$	$1.10 \cdot 10^0 (8.38 \cdot 10^{-2})$	$8.99 \cdot 10^{-1} (4.58 \cdot 10^{-2})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$6.79 \cdot 10^{-1} (2.07 \cdot 10^{-2})$	$8.53 \cdot 10^{-1} (5.69 \cdot 10^{-2})$	$6.95 \cdot 10^{-1} (2.58 \cdot 10^{-2})$	$8.49 \cdot 10^{-1} (3.47 \cdot 10^{-2})$	$6.22 \cdot 10^2 (6.19 \cdot 10^2)$	$8.20 \cdot 10^{-1} (4.18 \cdot 10^{-2})$

1395

1396

1397

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	
NLL/SPE	$7.13 \cdot 10^{-1} (2.27 \cdot 10^{-2})$

1398

Averages of  $C_{0.95}(\theta)$ .

1399

**SUPPLEMENTARY MATERIALS: PARAMETER SELECTION IN GAUSSIAN PROCESS INTERPOLATION  
SM63**

$C_{0.95}(\theta)$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$9.53 \cdot 10^{-1} (2.04 \cdot 10^{-3})$	$9.34 \cdot 10^{-1} (2.74 \cdot 10^{-3})$	$9.34 \cdot 10^{-1} (2.36 \cdot 10^{-3})$	$8.38 \cdot 10^{-1} (3.20 \cdot 10^{-3})$	$9.46 \cdot 10^{-1} (2.23 \cdot 10^{-3})$	$9.40 \cdot 10^{-1} (2.38 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$9.37 \cdot 10^{-1} (2.39 \cdot 10^{-3})$	$9.05 \cdot 10^{-1} (3.73 \cdot 10^{-3})$	$9.07 \cdot 10^{-1} (3.42 \cdot 10^{-3})$	$8.32 \cdot 10^{-1} (9.61 \cdot 10^{-3})$	$9.55 \cdot 10^{-1} (2.05 \cdot 10^{-3})$	$9.29 \cdot 10^{-1} (2.98 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$9.19 \cdot 10^{-1} (2.84 \cdot 10^{-3})$	$9.03 \cdot 10^{-1} (3.67 \cdot 10^{-3})$	$9.01 \cdot 10^{-1} (3.37 \cdot 10^{-3})$	$8.30 \cdot 10^{-1} (6.38 \cdot 10^{-3})$	$9.52 \cdot 10^{-1} (2.47 \cdot 10^{-3})$	$9.20 \cdot 10^{-1} (3.42 \cdot 10^{-3})$
$v = 7/2$	$9.08 \cdot 10^{-1} (3.16 \cdot 10^{-3})$	$9.04 \cdot 10^{-1} (3.79 \cdot 10^{-3})$	$8.97 \cdot 10^{-1} (3.84 \cdot 10^{-3})$	$8.22 \cdot 10^{-1} (8.08 \cdot 10^{-3})$	$9.46 \cdot 10^{-1} (3.52 \cdot 10^{-3})$	$9.15 \cdot 10^{-1} (3.88 \cdot 10^{-3})$
$v = 9/2$	$8.98 \cdot 10^{-1} (3.58 \cdot 10^{-3})$	$9.00 \cdot 10^{-1} (4.28 \cdot 10^{-3})$	$8.90 \cdot 10^{-1} (4.39 \cdot 10^{-3})$	$8.15 \cdot 10^{-1} (8.93 \cdot 10^{-3})$	$9.40 \cdot 10^{-1} (3.96 \cdot 10^{-3})$	$9.08 \cdot 10^{-1} (4.49 \cdot 10^{-3})$
$v = 13/2$	$8.84 \cdot 10^{-1} (3.95 \cdot 10^{-3})$	$8.95 \cdot 10^{-1} (4.89 \cdot 10^{-3})$	$8.76 \cdot 10^{-1} (4.92 \cdot 10^{-3})$	$8.06 \cdot 10^{-1} (9.08 \cdot 10^{-3})$	$9.37 \cdot 10^{-1} (4.21 \cdot 10^{-3})$	$8.98 \cdot 10^{-1} (5.18 \cdot 10^{-3})$
$v = 25/2$	$8.67 \cdot 10^{-1} (4.23 \cdot 10^{-3})$	$8.88 \cdot 10^{-1} (4.81 \cdot 10^{-3})$	$8.58 \cdot 10^{-1} (5.98 \cdot 10^{-3})$	$7.91 \cdot 10^{-1} (9.74 \cdot 10^{-3})$	$9.36 \cdot 10^{-1} (4.37 \cdot 10^{-3})$	$8.87 \cdot 10^{-1} (5.22 \cdot 10^{-3})$
$v = \infty$	$8.53 \cdot 10^{-1} (4.32 \cdot 10^{-3})$	$8.79 \cdot 10^{-1} (5.23 \cdot 10^{-3})$	$8.46 \cdot 10^{-1} (6.21 \cdot 10^{-3})$	$7.91 \cdot 10^{-1} (1.06 \cdot 10^{-2})$	$9.36 \cdot 10^{-1} (4.48 \cdot 10^{-3})$	$8.76 \cdot 10^{-1} (5.56 \cdot 10^{-3})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$9.15 \cdot 10^{-1} (3.21 \cdot 10^{-3})$	$8.90 \cdot 10^{-1} (4.40 \cdot 10^{-3})$	$8.75 \cdot 10^{-1} (5.42 \cdot 10^{-3})$	$8.09 \cdot 10^{-1} (7.74 \cdot 10^{-3})$	$9.51 \cdot 10^{-1} (2.23 \cdot 10^{-3})$	$8.90 \cdot 10^{-1} (5.28 \cdot 10^{-3})$

$C_{0.95}(\theta)$	
NLL/SPE	$8.99 \cdot 10^{-1} (4.44 \cdot 10^{-3})$

**SM2.2.48.**  $Re(s_{14\pi})$ ,  $n = 300$ ,  $d = 6$ .  
Averages of  $R(\theta; S^{SPE})$ .

$R(\theta; S^{SPE})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$9.38 \cdot 10^{-2} (2.73 \cdot 10^{-3})$	$1.11 \cdot 10^{-1} (9.22 \cdot 10^{-3})$	$8.96 \cdot 10^{-2} (4.41 \cdot 10^{-3})$	$9.55 \cdot 10^{-2} (3.99 \cdot 10^{-3})$	$3.09 \cdot 10^{-1} (2.83 \cdot 10^{-2})$	$7.50 \cdot 10^{-2} (2.48 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$2.44 \cdot 10^{-2} (1.24 \cdot 10^{-3})$	$5.73 \cdot 10^{-2} (1.23 \cdot 10^{-2})$	$3.48 \cdot 10^{-2} (5.59 \cdot 10^{-3})$	$2.62 \cdot 10^{-2} (1.57 \cdot 10^{-3})$	$5.42 \cdot 10^{-2} (1.36 \cdot 10^{-3})$	$2.28 \cdot 10^{-2} (1.12 \cdot 10^{-3})$
$v = 5/2$	$1.69 \cdot 10^{-2} (9.19 \cdot 10^{-4})$	$2.63 \cdot 10^{-2} (3.34 \cdot 10^{-3})$	$1.71 \cdot 10^{-2} (9.90 \cdot 10^{-4})$	$1.65 \cdot 10^{-2} (1.04 \cdot 10^{-3})$	$2.64 \cdot 10^{-2} (1.73 \cdot 10^{-3})$	$1.91 \cdot 10^{-2} (1.25 \cdot 10^{-3})$
$v = 7/2$	$1.80 \cdot 10^{-2} (1.04 \cdot 10^{-3})$	$1.88 \cdot 10^{-2} (2.10 \cdot 10^{-3})$	$1.52 \cdot 10^{-2} (7.88 \cdot 10^{-4})$	$1.44 \cdot 10^{-2} (9.47 \cdot 10^{-4})$	$1.90 \cdot 10^{-2} (1.61 \cdot 10^{-3})$	$2.69 \cdot 10^{-2} (2.23 \cdot 10^{-3})$
$v = 9/2$	$2.06 \cdot 10^{-2} (1.20 \cdot 10^{-3})$	$1.64 \cdot 10^{-2} (2.02 \cdot 10^{-3})$	$1.69 \cdot 10^{-2} (1.30 \cdot 10^{-3})$	$1.53 \cdot 10^{-2} (1.13 \cdot 10^{-3})$	$1.76 \cdot 10^{-2} (1.52 \cdot 10^{-3})$	$3.26 \cdot 10^{-2} (2.83 \cdot 10^{-3})$
$v = 13/2$	$2.59 \cdot 10^{-2} (1.47 \cdot 10^{-3})$	$1.72 \cdot 10^{-2} (2.23 \cdot 10^{-3})$	$2.02 \cdot 10^{-2} (1.63 \cdot 10^{-3})$	$1.68 \cdot 10^{-2} (1.40 \cdot 10^{-3})$	$1.83 \cdot 10^{-2} (1.53 \cdot 10^{-3})$	$4.07 \cdot 10^{-2} (3.45 \cdot 10^{-3})$
$v = 25/2$	$3.20 \cdot 10^{-2} (1.74 \cdot 10^{-3})$	$1.72 \cdot 10^{-2} (2.26 \cdot 10^{-3})$	$2.34 \cdot 10^{-2} (1.91 \cdot 10^{-3})$	$2.00 \cdot 10^{-2} (2.02 \cdot 10^{-3})$	$1.83 \cdot 10^{-2} (9.65 \cdot 10^{-4})$	$5.11 \cdot 10^{-2} (3.75 \cdot 10^{-3})$
$v = \infty$	$3.80 \cdot 10^{-2} (1.96 \cdot 10^{-3})$	$1.68 \cdot 10^{-2} (1.24 \cdot 10^{-3})$	$2.86 \cdot 10^{-2} (2.43 \cdot 10^{-3})$	$2.06 \cdot 10^{-2} (2.12 \cdot 10^{-3})$	$1.85 \cdot 10^{-2} (5.70 \cdot 10^{-4})$	$6.21 \cdot 10^{-2} (4.22 \cdot 10^{-3})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$1.74 \cdot 10^{-2} (9.52 \cdot 10^{-4})$	$1.85 \cdot 10^{-2} (2.22 \cdot 10^{-3})$	$1.62 \cdot 10^{-2} (1.23 \cdot 10^{-3})$	$1.56 \cdot 10^{-2} (1.09 \cdot 10^{-3})$	$2.23 \cdot 10^{-2} (2.23 \cdot 10^{-3})$	$3.23 \cdot 10^{-2} (2.51 \cdot 10^{-3})$

$R^*(S^{SPE})$	
$v = 1/2$	$4.82 \cdot 10^{-2} (1.36 \cdot 10^{-3})$
$v = 3/2$	$1.34 \cdot 10^{-2} (5.35 \cdot 10^{-4})$
$v = 5/2$	$8.61 \cdot 10^{-3} (3.15 \cdot 10^{-4})$
$v = 7/2$	$7.62 \cdot 10^{-3} (2.56 \cdot 10^{-4})$
$v = 9/2$	$7.37 \cdot 10^{-3} (2.28 \cdot 10^{-4})$
$v = 13/2$	$7.52 \cdot 10^{-3} (2.07 \cdot 10^{-4})$
$v = 25/2$	$7.69 \cdot 10^{-3} (1.88 \cdot 10^{-4})$
$v = \infty$	$8.11 \cdot 10^{-3} (1.78 \cdot 10^{-4})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$7.05 \cdot 10^{-3} (2.15 \cdot 10^{-4})$

$R(\theta; S^{CRPS})$	
NLL/SPE	$1.95 \cdot 10^{-2} (1.11 \cdot 10^{-3})$
linear	$4.43 \cdot 10^{-1} (2.03 \cdot 10^{-3})$
1NN	$5.39 \cdot 10^{-1} (2.85 \cdot 10^{-3})$
2NN	$4.67 \cdot 10^{-1} (3.86 \cdot 10^{-3})$

Averages of  $R(\theta; S^{CRPS})$ .

$R(\theta; S^{CRPS})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$v = 1/2$	$6.63 \cdot 10^{-2} (1.01 \cdot 10^{-3})$	$6.50 \cdot 10^{-2} (1.83 \cdot 10^{-3})$	$6.05 \cdot 10^{-2} (1.21 \cdot 10^{-3})$	$4.35 \cdot 10^{-2} (9.13 \cdot 10^{-4})$	$1.88 \cdot 10^{-1} (1.17 \cdot 10^{-2})$	$5.75 \cdot 10^{-2} (8.60 \cdot 10^{-4})$
$v = 3/2$	$2.23 \cdot 10^{-2} (2.98 \cdot 10^{-4})$	$3.01 \cdot 10^{-2} (1.29 \cdot 10^{-3})$	$2.44 \cdot 10^{-2} (6.55 \cdot 10^{-4})$	$2.13 \cdot 10^{-2} (4.08 \cdot 10^{-4})$	$6.53 \cdot 10^{-2} (5.32 \cdot 10^{-4})$	$2.19 \cdot 10^{-2} (2.99 \cdot 10^{-4})$
$v = 5/2$	$1.62 \cdot 10^{-2} (2.20 \cdot 10^{-4})$	$2.08 \cdot 10^{-2} (7.87 \cdot 10^{-4})$	$1.71 \cdot 10^{-2} (3.00 \cdot 10^{-4})$	$1.61 \cdot 10^{-2} (2.96 \cdot 10^{-4})$	$4.23 \cdot 10^{-2} (9.00 \cdot 10^{-4})$	$1.71 \cdot 10^{-2} (3.04 \cdot 10^{-4})$
$v = 7/2$	$1.61 \cdot 10^{-2} (2.18 \cdot 10^{-4})$	$1.89 \cdot 10^{-2} (6.58 \cdot 10^{-4})$	$1.63 \cdot 10^{-2} (2.16 \cdot 10^{-4})$	$1.55 \cdot 10^{-2} (2.42 \cdot 10^{-4})$	$3.42 \cdot 10^{-2} (7.81 \cdot 10^{-4})$	$1.86 \cdot 10^{-2} (4.33 \cdot 10^{-4})$
$v = 9/2$	$1.70 \cdot 10^{-2} (2.28 \cdot 10^{-4})$	$1.87 \cdot 10^{-2} (6.55 \cdot 10^{-4})$	$1.71 \cdot 10^{-2} (2.87 \cdot 10^{-4})$	$1.63 \cdot 10^{-2} (2.52 \cdot 10^{-4})$	$3.26 \cdot 10^{-2} (7.76 \cdot 10^{-4})$	$2.02 \cdot 10^{-2} (5.13 \cdot 10^{-4})$
$v = 13/2$	$1.89 \cdot 10^{-2} (2.55 \cdot 10^{-4})$	$2.00 \cdot 10^{-2} (7.16 \cdot 10^{-4})$	$1.87 \cdot 10^{-2} (3.15 \cdot 10^{-4})$	$1.78 \cdot 10^{-2} (2.73 \cdot 10^{-4})$	$3.41 \cdot 10^{-2} (8.41 \cdot 10^{-4})$	$2.27 \cdot 10^{-2} (5.98 \cdot 10^{-4})$
$v = 25/2$	$2.09 \cdot 10^{-2} (2.86 \cdot 10^{-4})$	$2.15 \cdot 10^{-2} (7.51 \cdot 10^{-4})$	$2.04 \cdot 10^{-2} (3.32 \cdot 10^{-4})$	$1.97 \cdot 10^{-2} (3.47 \cdot 10^{-4})$	$3.53 \cdot 10^{-2} (7.27 \cdot 10^{-4})$	$2.51 \cdot 10^{-2} (5.76 \cdot 10^{-4})$
$v = \infty$	$2.30 \cdot 10^{-2} (3.11 \cdot 10^{-4})$	$2.27 \cdot 10^{-2} (5.97 \cdot 10^{-4})$	$2.23 \cdot 10^{-2} (3.80 \cdot 10^{-4})$	$2.12 \cdot 10^{-2} (3.56 \cdot 10^{-4})$	$3.64 \cdot 10^{-2} (6.54 \cdot 10^{-4})$	$2.79 \cdot 10^{-2} (6.27 \cdot 10^{-4})$
$v \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$1.62 \cdot 10^{-2} (2.17 \cdot 10^{-4})$	$1.98 \cdot 10^{-2} (7.30 \cdot 10^{-4})$	$1.68 \cdot 10^{-2} (2.85 \cdot 10^{-4})$	$1.59 \cdot 10^{-2} (2.83 \cdot 10^{-4})$	$2.15 \cdot 10^0 (1.97 \cdot 10^0)$	$2.03 \cdot 10^{-2} (4.36 \cdot 10^{-4})$

$R(\theta; S^{CRPS})$	
NLL/SPE	$1.70 \cdot 10^{-2} (2.80 \cdot 10^{-4})$

Averages of  $R(\theta; S_{0.95}^S)$ .

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$\nu = 1/2$	$1.34 \cdot 10^0 (2.11 \cdot 10^{-2})$	$1.44 \cdot 10^0 (5.34 \cdot 10^{-2})$	$1.32 \cdot 10^0 (3.26 \cdot 10^{-2})$	$1.39 \cdot 10^0 (3.38 \cdot 10^{-2})$	$3.00 \cdot 10^0 (1.46 \cdot 10^{-1})$	$1.21 \cdot 10^0 (2.01 \cdot 10^{-2})$
$\nu = 3/2$	$4.83 \cdot 10^{-1} (1.21 \cdot 10^{-2})$	$6.82 \cdot 10^{-1} (3.33 \cdot 10^{-2})$	$5.64 \cdot 10^{-1} (1.94 \cdot 10^{-2})$	$6.09 \cdot 10^{-1} (1.52 \cdot 10^{-2})$	$1.01 \cdot 10^0 (1.54 \cdot 10^{-2})$	$4.86 \cdot 10^{-1} (1.20 \cdot 10^{-2})$
$\nu = 5/2$	$3.53 \cdot 10^{-1} (9.13 \cdot 10^{-3})$	$4.31 \cdot 10^{-1} (1.71 \cdot 10^{-2})$	$3.72 \cdot 10^{-1} (9.39 \cdot 10^{-3})$	$4.21 \cdot 10^{-1} (1.08 \cdot 10^{-2})$	$6.04 \cdot 10^{-1} (1.47 \cdot 10^{-2})$	$3.78 \cdot 10^{-1} (1.09 \cdot 10^{-2})$
$\nu = 7/2$	$3.46 \cdot 10^{-1} (9.23 \cdot 10^{-3})$	$3.51 \cdot 10^{-1} (1.27 \cdot 10^{-2})$	$3.33 \cdot 10^{-1} (8.33 \cdot 10^{-3})$	$3.69 \cdot 10^{-1} (1.05 \cdot 10^{-2})$	$4.60 \cdot 10^{-1} (1.03 \cdot 10^{-2})$	$4.08 \cdot 10^{-1} (1.52 \cdot 10^{-2})$
$\nu = 9/2$	$3.59 \cdot 10^{-1} (9.70 \cdot 10^{-3})$	$3.20 \cdot 10^{-1} (1.14 \cdot 10^{-2})$	$3.34 \cdot 10^{-1} (1.00 \cdot 10^{-2})$	$3.59 \cdot 10^{-1} (1.12 \cdot 10^{-2})$	$4.13 \cdot 10^{-1} (8.51 \cdot 10^{-3})$	$4.35 \cdot 10^{-1} (1.82 \cdot 10^{-2})$
$\nu = 13/2$	$3.92 \cdot 10^{-1} (1.06 \cdot 10^{-2})$	$3.15 \cdot 10^{-1} (1.10 \cdot 10^{-2})$	$3.46 \cdot 10^{-1} (1.12 \cdot 10^{-2})$	$3.55 \cdot 10^{-1} (1.18 \cdot 10^{-2})$	$4.06 \cdot 10^{-1} (7.76 \cdot 10^{-3})$	$4.70 \cdot 10^{-1} (2.09 \cdot 10^{-2})$
$\nu = 25/2$	$4.27 \cdot 10^{-1} (1.13 \cdot 10^{-2})$	$3.12 \cdot 10^{-1} (1.01 \cdot 10^{-2})$	$3.59 \cdot 10^{-1} (1.10 \cdot 10^{-2})$	$3.64 \cdot 10^{-1} (1.42 \cdot 10^{-2})$	$4.14 \cdot 10^{-1} (6.02 \cdot 10^{-3})$	$5.03 \cdot 10^{-1} (1.87 \cdot 10^{-2})$
$\nu = \infty$	$4.61 \cdot 10^{-1} (1.18 \cdot 10^{-2})$	$3.15 \cdot 10^{-1} (7.64 \cdot 10^{-3})$	$3.82 \cdot 10^{-1} (1.21 \cdot 10^{-2})$	$3.64 \cdot 10^{-1} (1.36 \cdot 10^{-2})$	$4.26 \cdot 10^{-1} (4.83 \cdot 10^{-3})$	$5.48 \cdot 10^{-1} (2.01 \cdot 10^{-2})$
$\nu \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$3.52 \cdot 10^{-1} (9.00 \cdot 10^{-3})$	$3.64 \cdot 10^{-1} (1.60 \cdot 10^{-2})$	$3.36 \cdot 10^{-1} (9.62 \cdot 10^{-3})$	$3.94 \cdot 10^{-1} (1.11 \cdot 10^{-2})$	$3.03 \cdot 10^1 (2.75 \cdot 10^1)$	$4.30 \cdot 10^{-1} (1.55 \cdot 10^{-2})$

$R(\theta; S_{0.95}^{\text{IS}})$	
NLL/SPE	$3.65 \cdot 10^{-1} (9.21 \cdot 10^{-3})$

Averages of  $C_{0.95}(\theta)$ .

$C_{0.95}(\theta)$	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	KA	GCV
$\nu = 1/2$	$9.74 \cdot 10^{-1} (9.92 \cdot 10^{-4})$	$9.62 \cdot 10^{-1} (1.42 \cdot 10^{-3})$	$9.62 \cdot 10^{-1} (1.28 \cdot 10^{-3})$	$8.51 \cdot 10^{-1} (1.93 \cdot 10^{-3})$	$9.56 \cdot 10^{-1} (1.82 \cdot 10^{-3})$	$9.67 \cdot 10^{-1} (1.25 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 3/2$	$9.63 \cdot 10^{-1} (1.05 \cdot 10^{-3})$	$9.45 \cdot 10^{-1} (1.89 \cdot 10^{-3})$	$9.48 \cdot 10^{-1} (1.63 \cdot 10^{-3})$	$8.77 \cdot 10^{-1} (2.39 \cdot 10^{-3})$	$9.62 \cdot 10^{-1} (1.52 \cdot 10^{-3})$	$9.58 \cdot 10^{-1} (1.38 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 5/2$	$9.50 \cdot 10^{-1} (1.35 \cdot 10^{-3})$	$9.40 \cdot 10^{-1} (1.80 \cdot 10^{-3})$	$9.42 \cdot 10^{-1} (1.60 \cdot 10^{-3})$	$8.79 \cdot 10^{-1} (3.23 \cdot 10^{-3})$	$9.57 \cdot 10^{-1} (1.53 \cdot 10^{-3})$	$9.49 \cdot 10^{-1} (1.67 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 7/2$	$9.36 \cdot 10^{-1} (1.61 \cdot 10^{-3})$	$9.39 \cdot 10^{-1} (1.74 \cdot 10^{-3})$	$9.37 \cdot 10^{-1} (1.80 \cdot 10^{-3})$	$8.73 \cdot 10^{-1} (3.76 \cdot 10^{-3})$	$9.55 \cdot 10^{-1} (1.59 \cdot 10^{-3})$	$9.46 \cdot 10^{-1} (1.88 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 9/2$	$9.27 \cdot 10^{-1} (1.81 \cdot 10^{-3})$	$9.41 \cdot 10^{-1} (1.72 \cdot 10^{-3})$	$9.34 \cdot 10^{-1} (1.92 \cdot 10^{-3})$	$8.73 \cdot 10^{-1} (3.73 \cdot 10^{-3})$	$9.51 \cdot 10^{-1} (1.81 \cdot 10^{-3})$	$9.42 \cdot 10^{-1} (2.13 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 13/2$	$9.15 \cdot 10^{-1} (2.09 \cdot 10^{-3})$	$9.40 \cdot 10^{-1} (1.84 \cdot 10^{-3})$	$9.30 \cdot 10^{-1} (1.90 \cdot 10^{-3})$	$8.76 \cdot 10^{-1} (3.99 \cdot 10^{-3})$	$9.47 \cdot 10^{-1} (2.08 \cdot 10^{-3})$	$9.37 \cdot 10^{-1} (2.06 \cdot 10^{-3})$
$\nu = 25/2$	$8.95 \cdot 10^{-1} (2.47 \cdot 10^{-3})$	$9.36 \cdot 10^{-1} (2.23 \cdot 10^{-3})$	$9.24 \cdot 10^{-1} (2.10 \cdot 10^{-3})$	$8.76 \cdot 10^{-1} (4.44 \cdot 10^{-3})$	$9.45 \cdot 10^{-1} (2.28 \cdot 10^{-3})$	$9.33 \cdot 10^{-1} (2.18 \cdot 10^{-3})$
$\nu = \infty$	$8.74 \cdot 10^{-1} (2.75 \cdot 10^{-3})$	$9.34 \cdot 10^{-1} (2.39 \cdot 10^{-3})$	$9.18 \cdot 10^{-1} (2.34 \cdot 10^{-3})$	$8.76 \cdot 10^{-1} (4.60 \cdot 10^{-3})$	$9.43 \cdot 10^{-1} (2.41 \cdot 10^{-3})$	$9.30 \cdot 10^{-1} (2.49 \cdot 10^{-3})$
$\nu \in \{1/2, \dots, \infty\}$	$9.43 \cdot 10^{-1} (1.76 \cdot 10^{-3})$	$9.35 \cdot 10^{-1} (1.98 \cdot 10^{-3})$	$9.34 \cdot 10^{-1} (1.88 \cdot 10^{-3})$	$8.72 \cdot 10^{-1} (3.47 \cdot 10^{-3})$	$9.59 \cdot 10^{-1} (1.71 \cdot 10^{-3})$	$9.38 \cdot 10^{-1} (2.39 \cdot 10^{-3})$

$C_{0.95}(\theta)$	
NLL/SPE	$9.37 \cdot 10^{-1} (2.52 \cdot 10^{-3})$

1431 **SM3. Additional analysis of the results.**

1432 **SM3.1. Some comments about the results.** Detailed results are provided in Section [SM2.2](#).  
1433 Here we briefly outline the few problems where the choice of the selection criterion has a more no-  
1434 ticeable impact.

1435 Observe the Rosenbrock collection with  $d = 2$  and  $n = 20$  where LOO-SPE, LOO-CRPS and  
1436 LOO-NLPD strongly outperform ML for more suitable values of  $\nu$ . This is caused by ML screening  
1437 out one variable by choosing a very large range parameter along this dimension on some repetitions.

1438 We count other situations where ML exhibits flaws like the Rosenbrock collection with  $d = 5$  and  
1439  $n = 100$ , where CV methods slightly outperform ML. There is also the Goldstein-Price function with  
1440  $n = 20$  where GCV slightly outperforms other methods.

1441 On the other hand, ML appears to be part of the top performers for all GKLS problems, for the  
1442 Mystery function with  $n = 100$ ,  $n = 40$  and  $n = 20$  and for the Rosenbrock collection with  $d = 5$   
1443 and  $n = 50$ . Note that for the last two cases, ML appears to give better results especially for weaker  
1444 models, which is a property often associated with CV.

1445 **SM3.2. ANOVA analysis.** In Section SM3.2.1 and Section SM3.2.2, we provide more details  
1446 about the influence of  $\nu$  using analysis of the variance, as in the article. We consider the three metrics  
1447 SPE, CRPS and IS.

1448 Observe that the large variations are also mainly explained by  $\nu$  for CRPS and IS. Observe also  
1449 that the fluctuations are typically larger on very smooth problems than on GKLS problems. This is  
1450 consistent with the results of [SM13], [SM7]—see [SM12, Section 6] for a discussion—and [SM14],  
1451 that suggest that underestimating the regularity of an underlying function has much more dramatic  
1452 consequences than overestimating it. As a consequence the more regular the function is the more  
1453 critical is the choice of  $\nu$ .

1454 **SM3.2.1. Raw ANOVA tables.** We provide here the first-order Sobol' indexes  $S_{\text{criterion}}$ ,  $S_{\nu}$ ,  
1455 and  $S_{\text{rep}}$  along with the total variances for all problems.

1456 *ANOVA tables for the low-pass filter example.*

Table SM1: Sobol indices for experiments, SPE,  $n \in \{10d, 20d, 50d\}$

Problem	$d$	$n$	$S_{\text{criterion}}$	$S_v$	$S_{\text{rep}}$	total variance
$\text{Re}(s_{2\pi})$	6	60	0.002	0.933	0.024	0.987
$\text{Re}(s_{6\pi})$	6	60	0.011	0.906	0.022	0.558
$\text{Re}(s_{10\pi})$	6	60	0.017	0.363	0.286	0.098
$\text{Re}(s_{14\pi})$	6	60	0.022	0.153	0.34	0.119
Problem	$d$	$n$	$S_{\text{criterion}}$	$S_v$	$S_{\text{rep}}$	total variance
$\text{Re}(s_{2\pi})$	6	120	0.002	0.948	0.021	0.913
$\text{Re}(s_{6\pi})$	6	120	0.002	0.97	0.01	0.765
$\text{Re}(s_{10\pi})$	6	120	0.015	0.459	0.27	0.067
$\text{Re}(s_{14\pi})$	6	120	0.01	0.278	0.293	0.114
Problem	$d$	$n$	$S_{\text{criterion}}$	$S_v$	$S_{\text{rep}}$	total variance
$\text{Re}(s_{2\pi})$	6	300	0.013	0.937	0.017	0.732
$\text{Re}(s_{6\pi})$	6	300	0.002	0.972	0.01	0.733
$\text{Re}(s_{10\pi})$	6	300	0.014	0.615	0.194	0.048
$\text{Re}(s_{14\pi})$	6	300	0.047	0.393	0.242	0.133

Table SM2: Sobol indices for experiments, CRPS,  $n \in \{10d, 20d, 50d\}$ 

Problem	$d$	$n$	$S_{\text{criterion}}$	$S_v$	$S_{\text{rep}}$	total variance
$\text{Re}(s_{2\pi})$	6	60	0.001	0.949	0.017	0.28
$\text{Re}(s_{6\pi})$	6	60	0.008	0.914	0.019	0.146
$\text{Re}(s_{10\pi})$	6	60	0.019	0.525	0.212	0.031
$\text{Re}(s_{14\pi})$	6	60	0.042	0.284	0.297	0.035
Problem	$d$	$n$	$S_{\text{criterion}}$	$S_v$	$S_{\text{rep}}$	total variance
$\text{Re}(s_{2\pi})$	6	120	0.001	0.97	0.01	0.27
$\text{Re}(s_{6\pi})$	6	120	0.001	0.975	0.008	0.203
$\text{Re}(s_{10\pi})$	6	120	0.014	0.655	0.196	0.033
$\text{Re}(s_{14\pi})$	6	120	0.026	0.54	0.169	0.033
Problem	$d$	$n$	$S_{\text{criterion}}$	$S_v$	$S_{\text{rep}}$	total variance
$\text{Re}(s_{2\pi})$	6	300	0.003	0.968	0.008	0.222
$\text{Re}(s_{6\pi})$	6	300	0.001	0.984	0.004	0.216
$\text{Re}(s_{10\pi})$	6	300	0.014	0.773	0.141	0.04
$\text{Re}(s_{14\pi})$	6	300	0.024	0.759	0.072	0.035



Table SM3: Sobol indices for experiments, IS95%,  $n \in \{10d, 20d, 50d\}$

Problem	$d$	$n$	$S_{\text{criterion}}$	$S_v$	$S_{\text{rep}}$	total variance
$\text{Re}(s_{2\pi})$	6	60	0.001	0.887	0.036	0.297
$\text{Re}(s_{6\pi})$	6	60	0.029	0.819	0.04	0.182
$\text{Re}(s_{10\pi})$	6	60	0.048	0.38	0.229	0.04
$\text{Re}(s_{14\pi})$	6	60	0.016	0.263	0.319	0.053
Problem	$d$	$n$	$S_{\text{criterion}}$	$S_v$	$S_{\text{rep}}$	total variance
$\text{Re}(s_{2\pi})$	6	120	0.0	0.939	0.024	0.301
$\text{Re}(s_{6\pi})$	6	120	0.003	0.953	0.015	0.261
$\text{Re}(s_{10\pi})$	6	120	0.015	0.628	0.201	0.038
$\text{Re}(s_{14\pi})$	6	120	0.005	0.495	0.211	0.051
Problem	$d$	$n$	$S_{\text{criterion}}$	$S_v$	$S_{\text{rep}}$	total variance
$\text{Re}(s_{2\pi})$	6	300	0.003	0.958	0.011	0.252
$\text{Re}(s_{6\pi})$	6	300	0.0	0.981	0.006	0.279
$\text{Re}(s_{10\pi})$	6	300	0.007	0.783	0.131	0.044
$\text{Re}(s_{14\pi})$	6	300	0.011	0.667	0.141	0.051

1457 *ANOVA tables for GKLS and other test functions.*

Table SM4: Sobol indices for experiments, SPE,  $n \in \{10d, 20d, 50d\}$

Problem	$d$	$n$	$S_{\text{criterion}}$	$S_v$	$S_{\text{rep}}$	total variance	Problem	$d$	$n$	$S_{\text{criterion}}$	$S_v$	$S_{\text{rep}}$	total variance
Borehole	8	80	0.005	0.877	0.063	0.362	GKLS $C^0$	2	20	0.127	0.1	0.351	0.136
Rosenbrock	2	20	0.084	0.711	0.089	0.839	GKLS $C^0$	5	50	0.046	0.128	0.627	0.131
Rosenbrock	5	50	0.027	0.132	0.283	0.031	GKLS $C^1$	2	20	0.111	0.118	0.374	0.124
Goldstein-Price	2	20	0.001	0.03	0.469	0.108	GKLS $C^1$	5	50	0.012	0.069	0.74	0.167
Mystery	2	20	0.127	0.165	0.169	0.121	GKLS $C^2$	2	20	0.114	0.12	0.366	0.117
Goldstein-Price (1D)	1	10	0.017	0.901	0.035	2.89	GKLS $C^2$	5	50	0.007	0.04	0.787	0.187
Problem	$d$	$n$	$S_{\text{criterion}}$	$S_v$	$S_{\text{rep}}$	total variance	Problem	$d$	$n$	$S_{\text{criterion}}$	$S_v$	$S_{\text{rep}}$	total variance
Borehole	8	160	0.001	0.949	0.026	0.528	GKLS $C^0$	2	40	0.151	0.065	0.268	0.157
Rosenbrock	2	40	0.0	0.777	0.148	1.207	GKLS $C^0$	5	100	0.059	0.124	0.658	0.101
Rosenbrock	5	100	0.086	0.212	0.35	0.036	GKLS $C^1$	2	40	0.144	0.091	0.299	0.161
Goldstein-Price	2	40	0.008	0.299	0.335	0.179	GKLS $C^1$	5	100	0.016	0.068	0.792	0.144
Mystery	2	40	0.193	0.073	0.145	0.184	GKLS $C^2$	2	40	0.151	0.092	0.303	0.163
Goldstein-Price (1D)	1	20	0.004	0.929	0.043	3.448	GKLS $C^2$	5	100	0.009	0.046	0.832	0.171
Problem	$d$	$n$	$S_{\text{criterion}}$	$S_v$	$S_{\text{rep}}$	total variance	Problem	$d$	$n$	$S_{\text{criterion}}$	$S_v$	$S_{\text{rep}}$	total variance
Borehole	8	400	0.0	0.968	0.021	0.732	GKLS $C^0$	2	100	0.078	0.069	0.448	0.074
Rosenbrock	2	100	0.003	0.858	0.083	1.281	GKLS $C^0$	5	250	0.072	0.188	0.545	0.063
Rosenbrock	5	250	0.003	0.981	0.007	0.539	GKLS $C^1$	2	100	0.056	0.053	0.57	0.115
Goldstein-Price	2	100	0.004	0.642	0.273	0.454	GKLS $C^1$	5	250	0.036	0.163	0.668	0.096
Mystery	2	100	0.034	0.221	0.361	0.128	GKLS $C^2$	2	100	0.055	0.037	0.605	0.104
Goldstein-Price (1D)	1	50	0.0	0.933	0.036	4.084	GKLS $C^2$	5	250	0.029	0.127	0.729	0.113

Table SM5: Sobol indices for experiments, CRPS,  $n \in \{10d, 20d, 50d\}$ 

Problem	$d$	$n$	$S_{\text{criterion}}$	$S_v$	$S_{\text{rep}}$	total variance	Problem	$d$	$n$	$S_{\text{criterion}}$	$S_v$	$S_{\text{rep}}$	total variance
Borehole	8	80	0.003	0.89	0.042	0.088	GKLS $C^0$	2	20	0.117	0.113	0.39	0.034
Rosenbrock	2	20	0.072	0.739	0.083	0.233	GKLS $C^0$	5	50	0.038	0.134	0.647	0.048
Rosenbrock	5	50	0.056	0.194	0.259	0.011	GKLS $C^1$	2	20	0.096	0.132	0.438	0.037
Goldstein-Price	2	20	0.003	0.04	0.402	0.023	GKLS $C^1$	5	50	0.008	0.062	0.752	0.079
Mystery	2	20	0.117	0.167	0.213	0.029	GKLS $C^2$	2	20	0.094	0.135	0.447	0.037
Goldstein-Price (1D)	1	10	0.017	0.944	0.01	0.871	GKLS $C^2$	5	50	0.004	0.036	0.791	0.102
Problem	$d$	$n$	$S_{\text{criterion}}$	$S_v$	$S_{\text{rep}}$	total variance	Problem	$d$	$n$	$S_{\text{criterion}}$	$S_v$	$S_{\text{rep}}$	total variance
Borehole	8	160	0.001	0.966	0.01	0.129	GKLS $C^0$	2	40	0.146	0.068	0.288	0.029
Rosenbrock	2	40	0.001	0.885	0.064	0.343	GKLS $C^0$	5	100	0.035	0.112	0.733	0.041
Rosenbrock	5	100	0.054	0.234	0.293	0.009	GKLS $C^1$	2	40	0.139	0.1	0.332	0.031
Goldstein-Price	2	40	0.009	0.491	0.192	0.042	GKLS $C^1$	5	100	0.007	0.052	0.829	0.074
Mystery	2	40	0.162	0.041	0.192	0.027	GKLS $C^2$	2	40	0.148	0.103	0.335	0.033
Goldstein-Price (1D)	1	20	0.009	0.972	0.009	1.152	GKLS $C^2$	5	100	0.003	0.031	0.855	0.102
Problem	$d$	$n$	$S_{\text{criterion}}$	$S_v$	$S_{\text{rep}}$	total variance	Problem	$d$	$n$	$S_{\text{criterion}}$	$S_v$	$S_{\text{rep}}$	total variance
Borehole	8	400	0.003	0.98	0.006	0.18	GKLS $C^0$	2	100	0.061	0.114	0.509	0.014
Rosenbrock	2	100	0.003	0.932	0.03	0.434	GKLS $C^0$	5	250	0.05	0.189	0.63	0.022
Rosenbrock	5	250	0.003	0.985	0.006	0.153	GKLS $C^1$	2	100	0.045	0.118	0.62	0.022
Goldstein-Price	2	100	0.003	0.86	0.093	0.129	GKLS $C^1$	5	250	0.024	0.155	0.719	0.036
Mystery	2	100	0.001	0.777	0.11	0.044	GKLS $C^2$	2	100	0.052	0.077	0.634	0.019
Goldstein-Price (1D)	1	50	0.021	0.964	0.005	1.522	GKLS $C^2$	5	250	0.019	0.118	0.773	0.047

Table SM6: Sobol indices for experiments, IS95%,  $n \in \{10d, 20d, 50d\}$

Problem	$d$	$n$	$S_{\text{criterion}}$	$S_v$	$S_{\text{rep}}$	total variance	Problem	$d$	$n$	$S_{\text{criterion}}$	$S_v$	$S_{\text{rep}}$	total variance
Borehole	8	80	0.012	0.793	0.088	0.12	GKLS $C^0$	2	20	0.094	0.152	0.388	0.084
Rosenbrock	2	20	0.088	0.648	0.142	0.266	GKLS $C^0$	5	50	0.102	0.25	0.403	0.063
Rosenbrock	5	50	0.094	0.307	0.17	0.04	GKLS $C^1$	2	20	0.092	0.197	0.322	0.07
Goldstein-Price	2	20	0.015	0.014	0.439	0.057	GKLS $C^1$	5	50	0.05	0.19	0.537	0.077
Mystery	2	20	0.087	0.27	0.243	0.098	GKLS $C^2$	2	20	0.093	0.209	0.305	0.064
Goldstein-Price (1D)	1	10	0.029	0.913	0.011	0.852	GKLS $C^2$	5	50	0.032	0.131	0.631	0.084
Problem	$d$	$n$	$S_{\text{criterion}}$	$S_v$	$S_{\text{rep}}$	total variance	Problem	$d$	$n$	$S_{\text{criterion}}$	$S_v$	$S_{\text{rep}}$	total variance
Borehole	8	160	0.001	0.942	0.025	0.171	GKLS $C^0$	2	40	0.093	0.061	0.395	0.06
Rosenbrock	2	40	0.0	0.785	0.14	0.441	GKLS $C^0$	5	100	0.066	0.14	0.584	0.031
Rosenbrock	5	100	0.049	0.13	0.436	0.027	GKLS $C^1$	2	40	0.092	0.082	0.384	0.054
Goldstein-Price	2	40	0.023	0.306	0.25	0.085	GKLS $C^1$	5	100	0.019	0.089	0.748	0.049
Mystery	2	40	0.12	0.09	0.263	0.068	GKLS $C^2$	2	40	0.102	0.086	0.368	0.052
Goldstein-Price (1D)	1	20	0.007	0.961	0.01	1.364	GKLS $C^2$	5	100	0.011	0.057	0.81	0.065
Problem	$d$	$n$	$S_{\text{criterion}}$	$S_v$	$S_{\text{rep}}$	total variance	Problem	$d$	$n$	$S_{\text{criterion}}$	$S_v$	$S_{\text{rep}}$	total variance
Borehole	8	400	0.001	0.973	0.015	0.233	GKLS $C^0$	2	100	0.047	0.069	0.567	0.02
Rosenbrock	2	100	0.002	0.906	0.046	0.491	GKLS $C^0$	5	250	0.07	0.098	0.605	0.016
Rosenbrock	5	250	0.005	0.972	0.008	0.198	GKLS $C^1$	2	100	0.036	0.128	0.586	0.034
Goldstein-Price	2	100	0.005	0.762	0.165	0.202	GKLS $C^1$	5	250	0.028	0.101	0.719	0.026
Mystery	2	100	0.045	0.308	0.325	0.047	GKLS $C^2$	2	100	0.044	0.08	0.611	0.031
Goldstein-Price (1D)	1	50	0.008	0.967	0.007	1.556	GKLS $C^2$	5	250	0.019	0.083	0.782	0.033

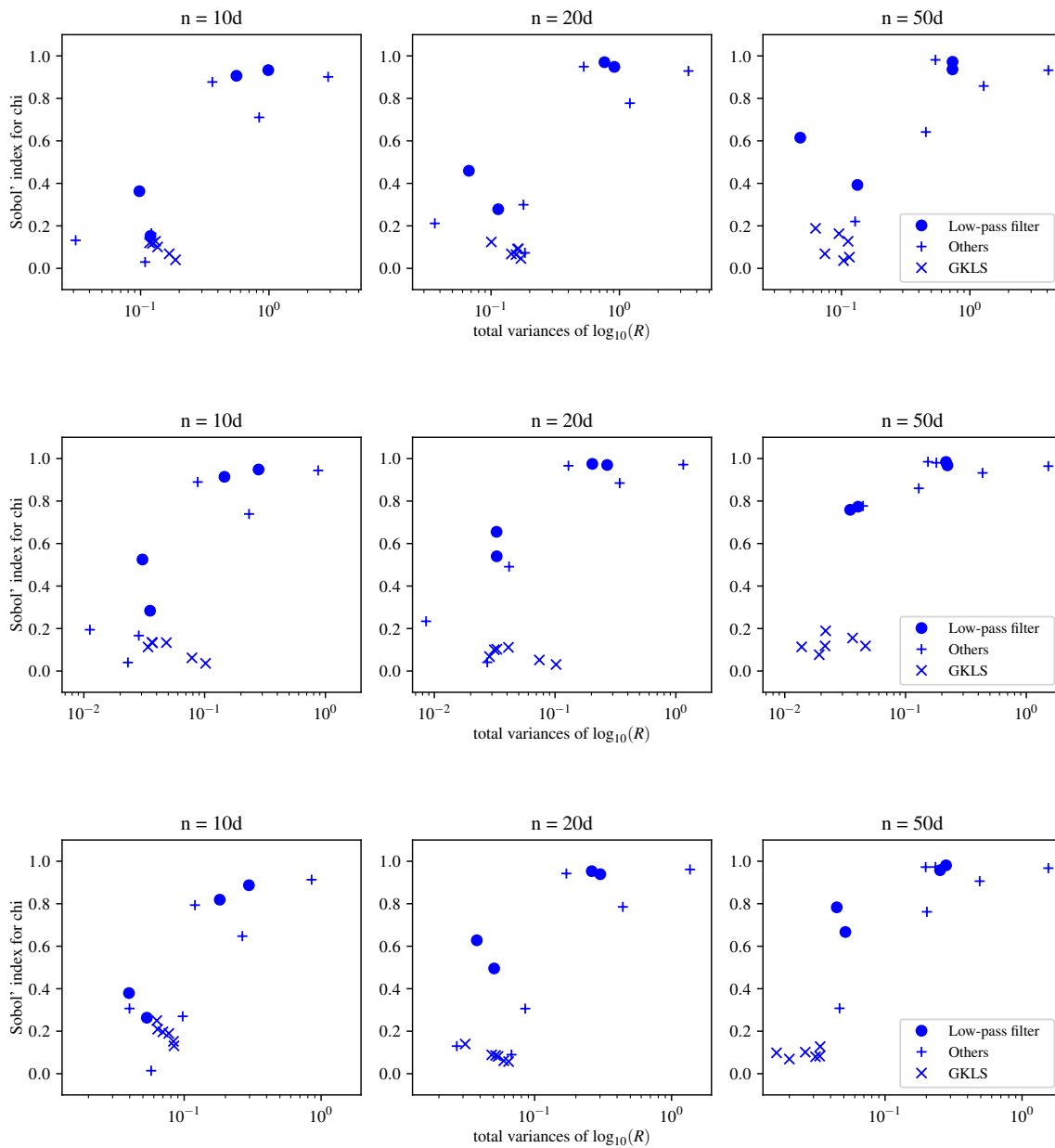


Figure SM2: One-factor ANOVA for  $\chi$  and three scores: SPE, CRPS, and IS.

1458

**SM3.2.2. Graphical summaries of the ANOVA tables.** We provide here the same plots as

1459 in the article, but also for  $S^{\text{SPE}}$ ,  $S^{\text{CRPS}}$  and  $S_{0.95}^{\text{IS}}$ .

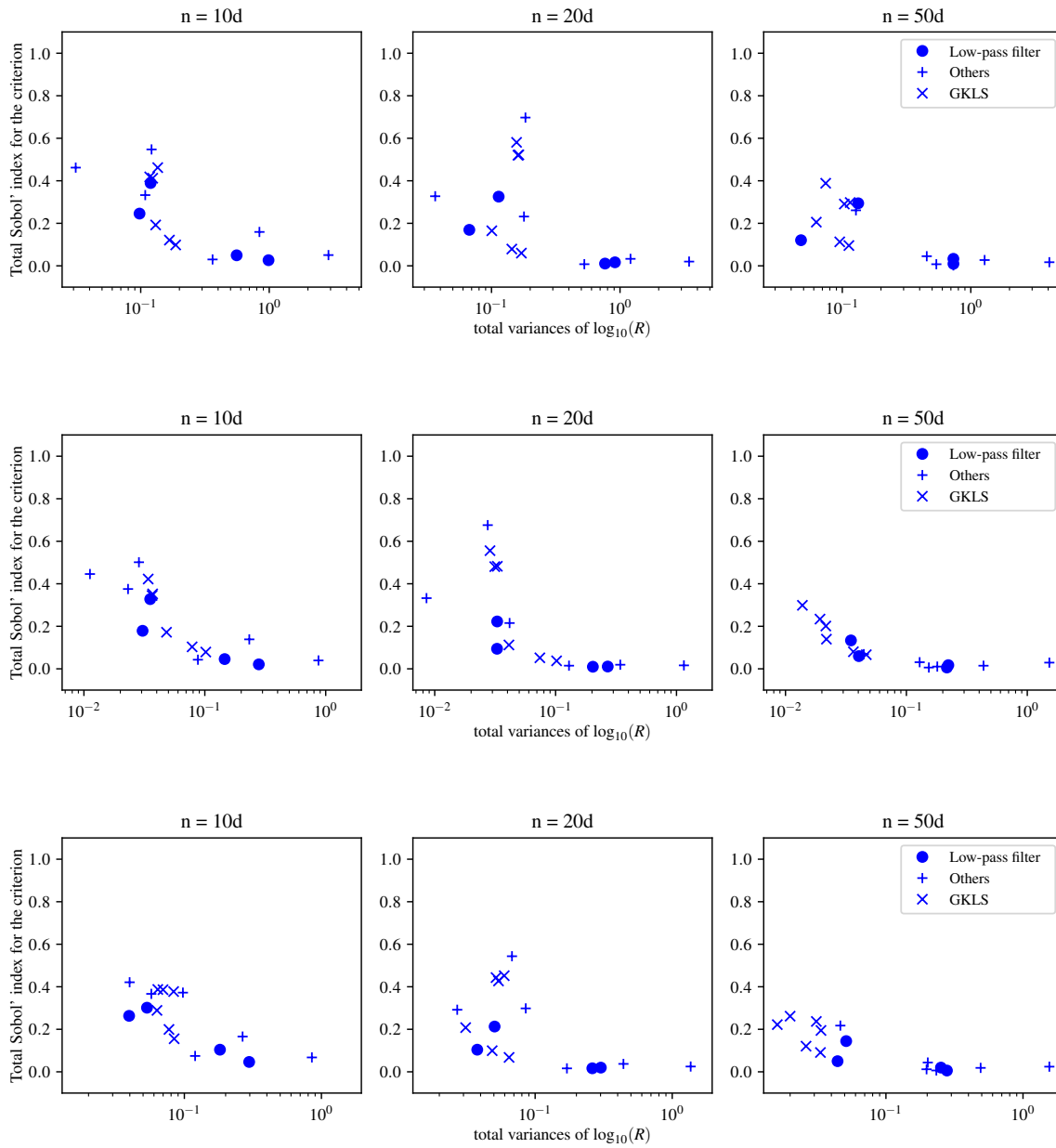


Figure SM3: One-factor ANOVA for the criterion and three scores: SPE, CRPS, and IS.



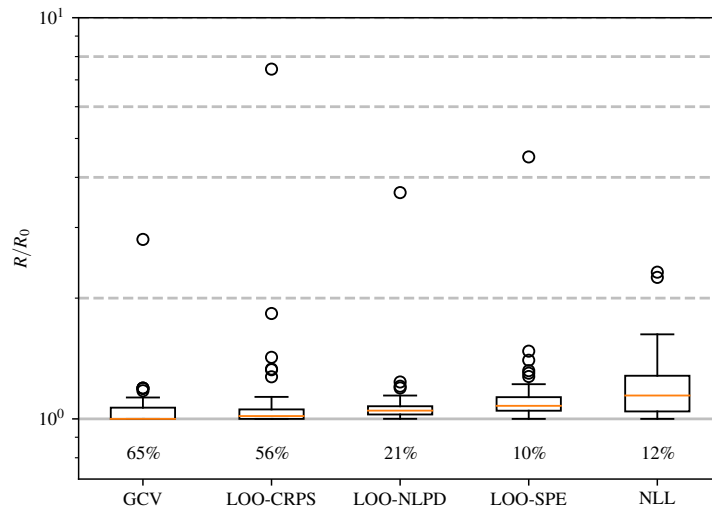
1460 **SM3.3. Additional criteria comparison.** We provide here more criteria comparison. We also  
1461 add percentages which show the fraction of problems where a given criterion average score is statis-  
1462 tically indistinguishable from the best selection criterion under study. Dotted lines indicates a ratio 2,  
1463 4, 6, 8 and 10.

1464 We observe that the NLL criterion appears to dominate the other criteria when  $\nu$  is automatically  
1465 selected.

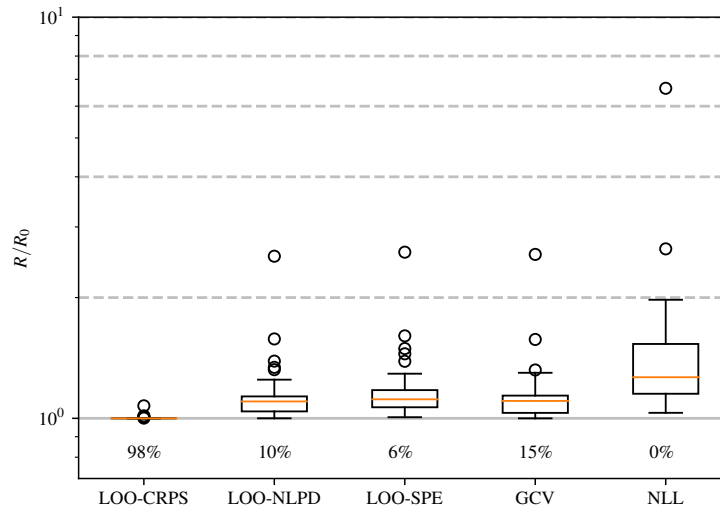
1466 The situation is a bit different when  $\nu$  is enforced to a “weak” (as measured by  $R^*$ ) value. When  
1467  $\nu$  is underestimated, then the LOO criteria and GCV appear to dominate NLL. More precisely the  
1468 LOO-CRPS criterion appears to be the most efficient in terms of CRPS and GCV seems to be the most  
1469 efficient according to IS and SPE in this situation. Note also that the NLL selection criterion appears  
1470 to dominate the others when  $\nu$  is overestimated.

1471 Observe that, overall, the LOO-SPE criterion is surprisingly not more efficient that the other cri-  
1472 teria according to SPE.

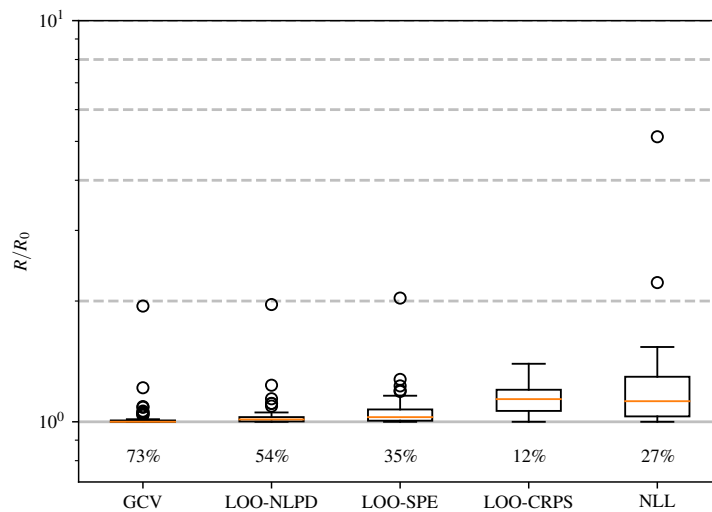
1473 **SM3.3.1. Varying regularity.** Here we present comparison for  $\nu = 1/2, 3/2, 5/2, \hat{\nu}$ , on all test  
1474 instances and for all design sizes.



(a)  $S^{\text{SPE}}$



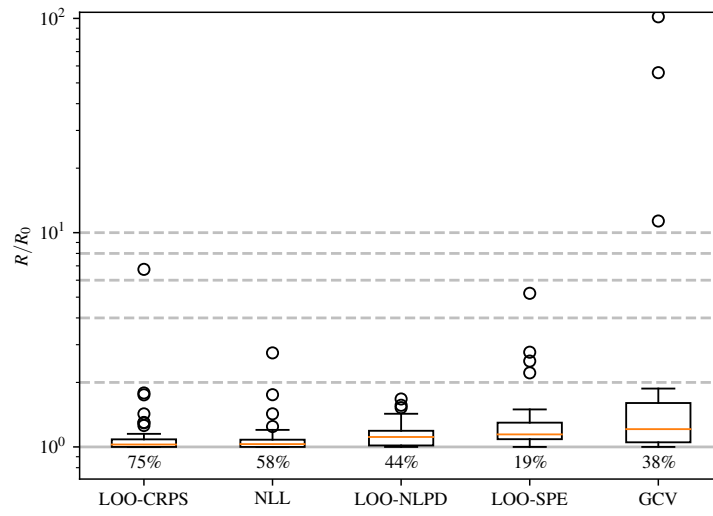
(b)  $S^{\text{CRPS}}$



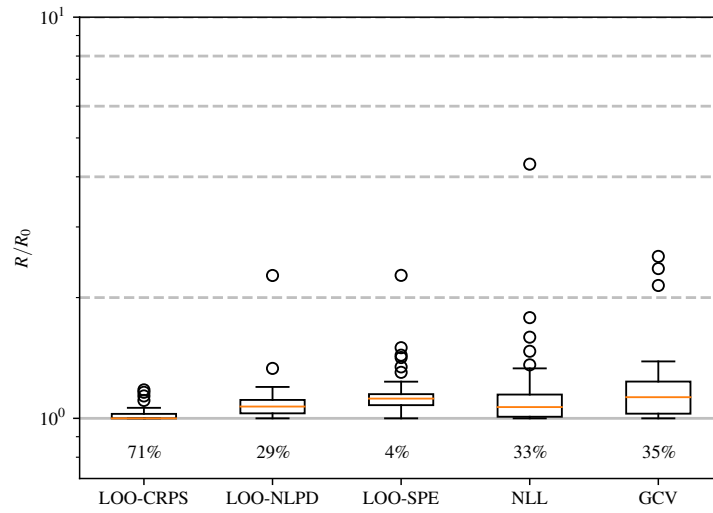
(c)  $S_{0.95}^{\text{IS}}$

*This manuscript is for review purposes only.*

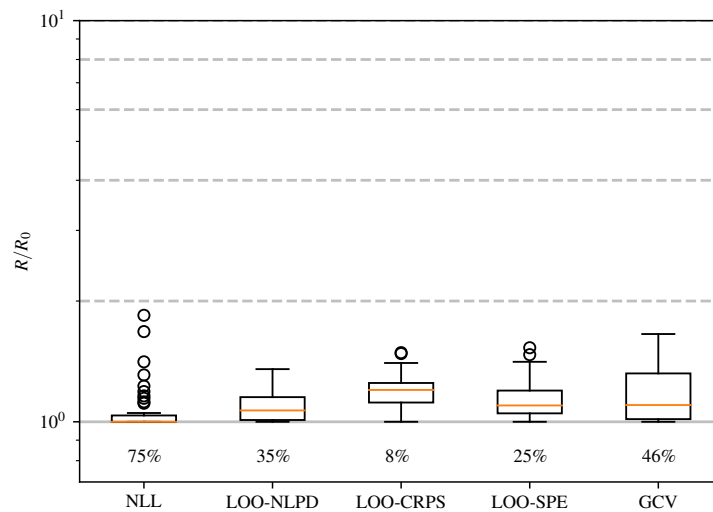
Figure SM4:  $\nu = 1/2$



(a)  $S^{\text{SPE}}$



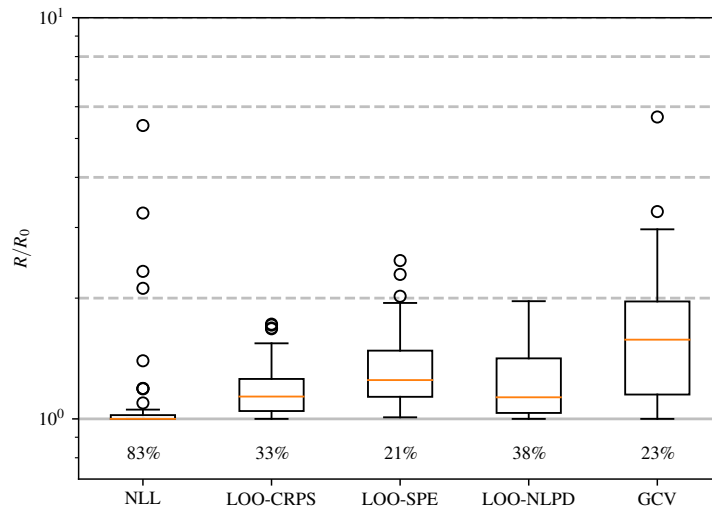
(b)  $S^{\text{CRPS}}$



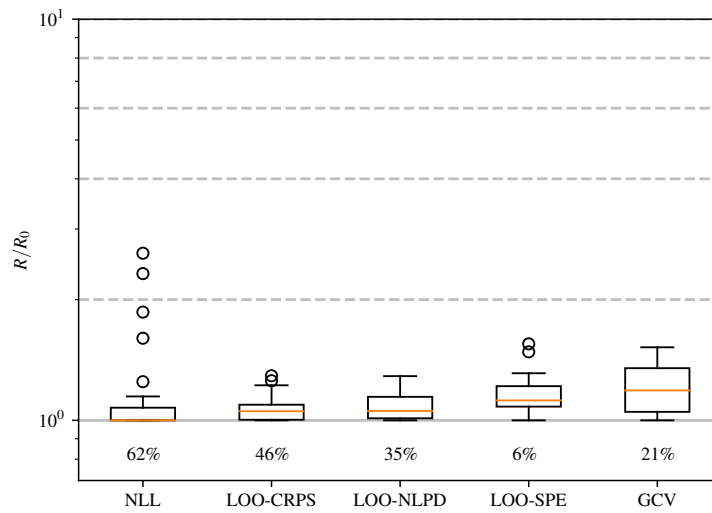
(c)  $S_{0,95}^{\text{IS}}$

*This manuscript is for review purposes only.*

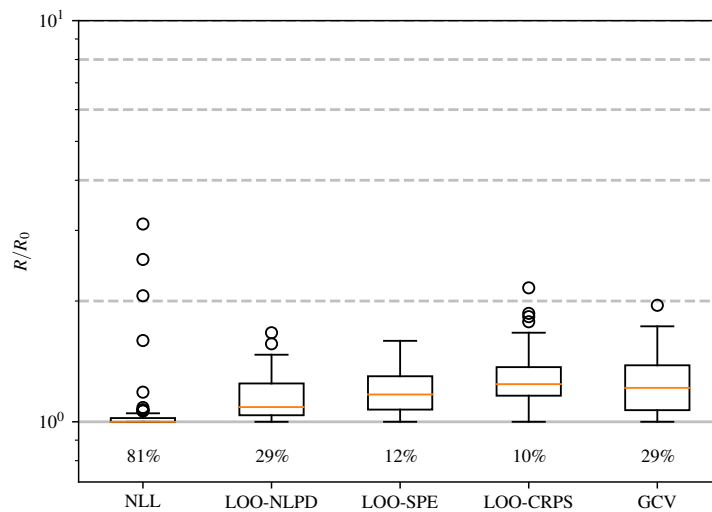
Figure SM5:  $\nu = 3/2$



(a)  $S^{\text{SPE}}$



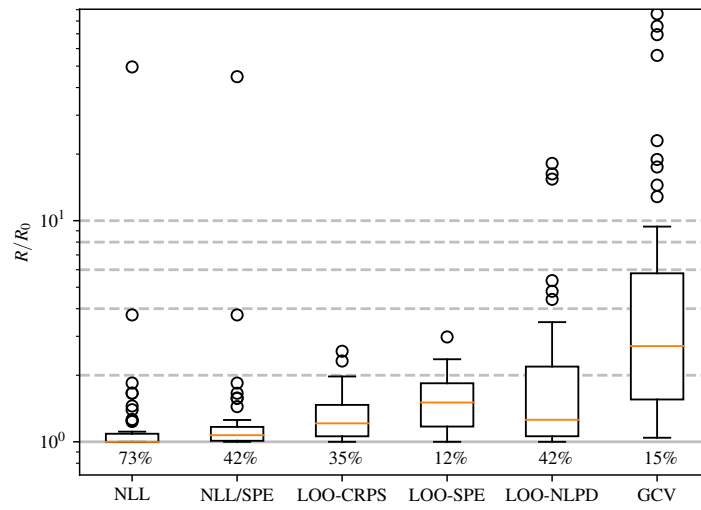
(b)  $S^{\text{CRPS}}$



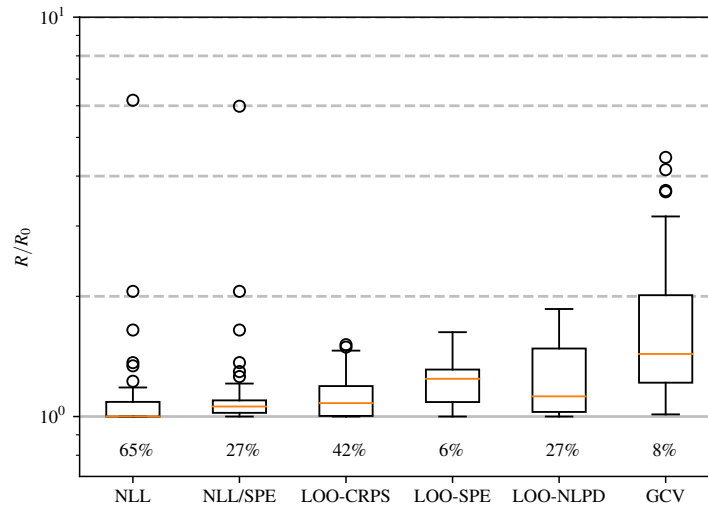
(c)  $S_{0.95}^{\text{IS}}$

*This manuscript is for review purposes only.*

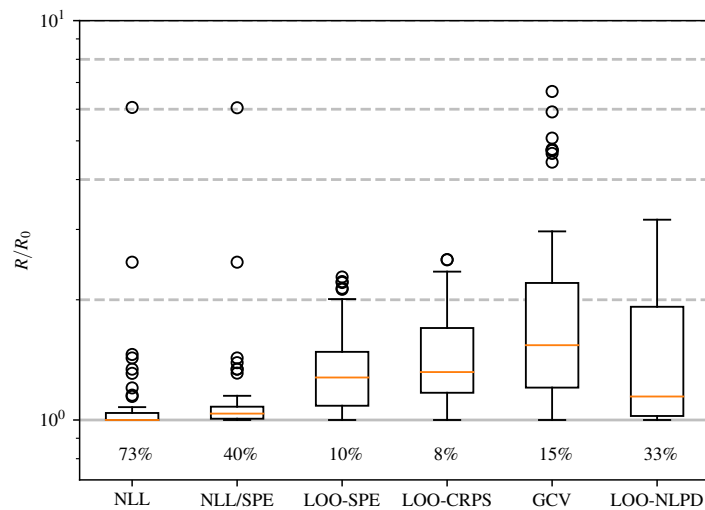
Figure SM6:  $\nu = 5/2$



(a)  $S^{SPE}$



(b)  $S^{CRPS}$

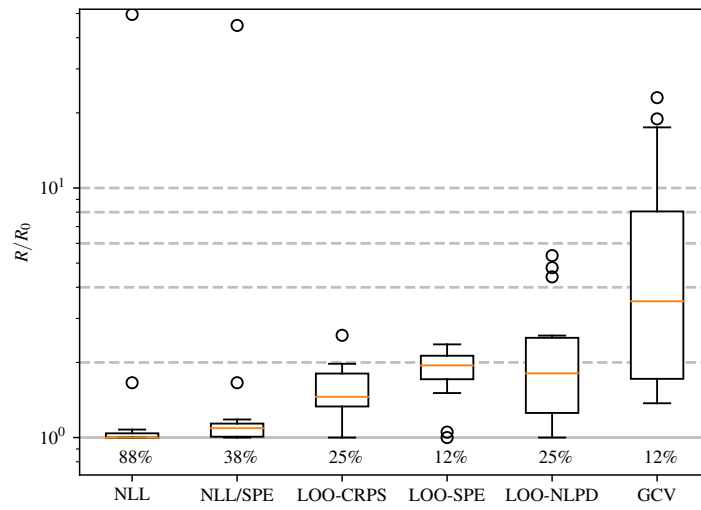


(c)  $S_{0.95}^{IS}$

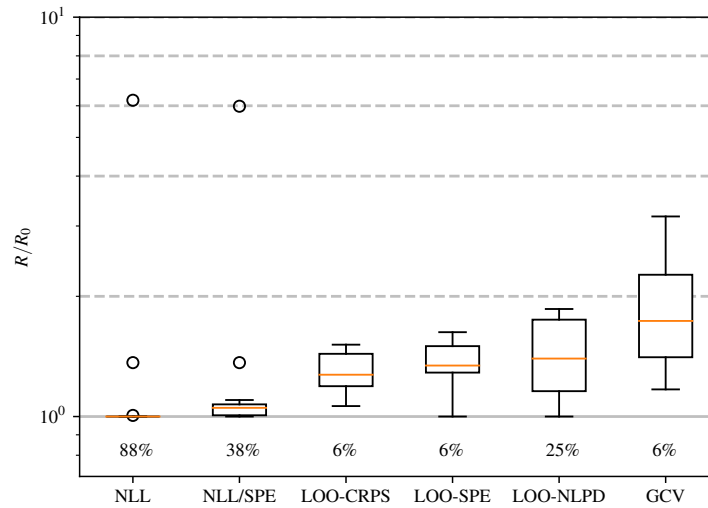
*This manuscript is for review purposes only.*

Figure SM7:  $v = \hat{v}$

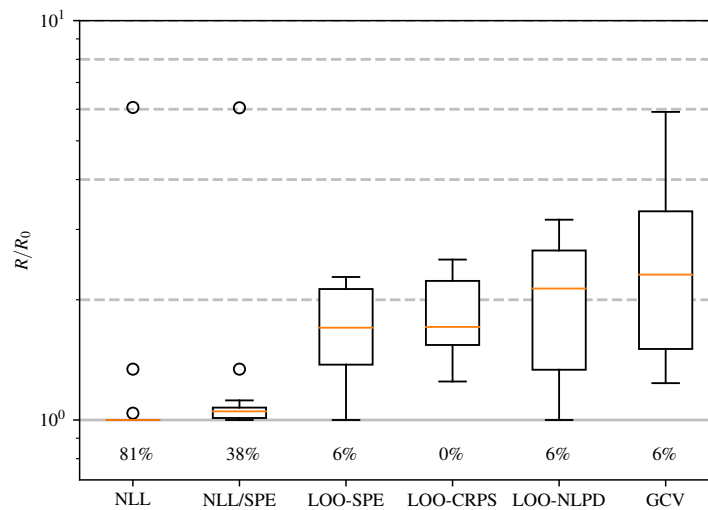
1475 **SM3.3.2. Varying the design size.** Here we present comparisons for  $n = 10d, 20d, 50d$  on all  
1476 problems and for  $\nu = \hat{\nu}$ .



(a)  $S^{SPE}$



(b)  $S^{CRPS}$

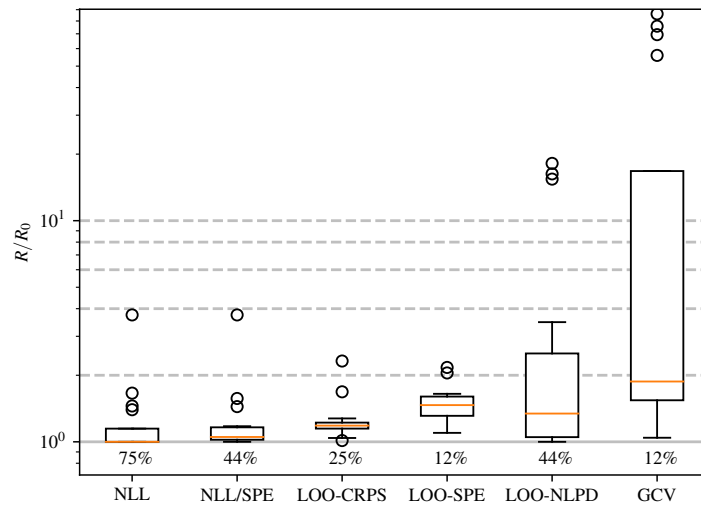


(c)  $S_{0.95}^{IS}$

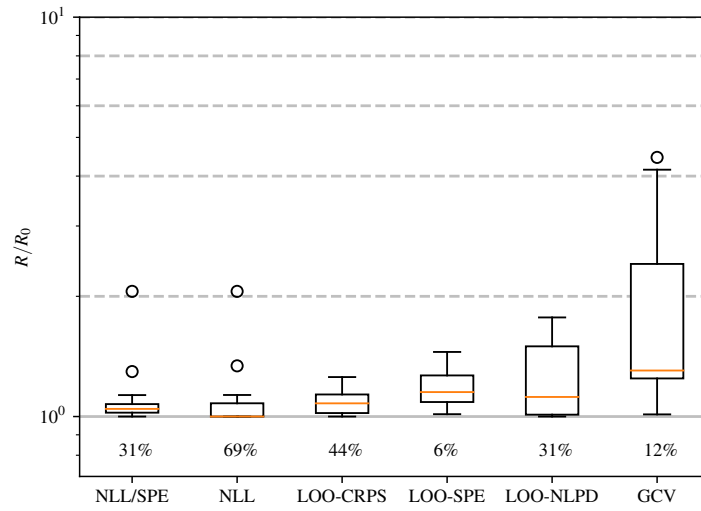
*This manuscript is for review purposes only.*

Figure SM8:  $n = 10d$

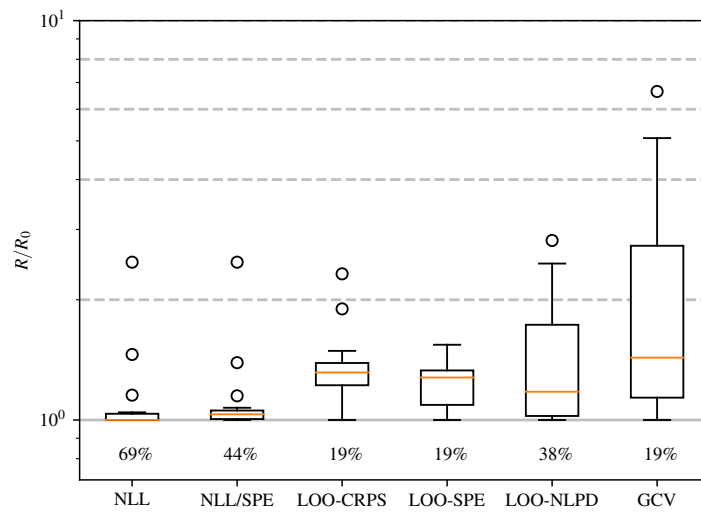




(a)  $S^{\text{SPE}}$



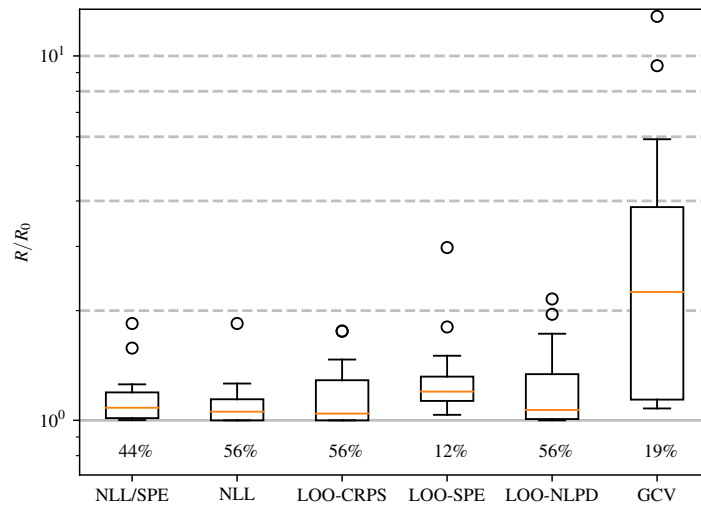
(b)  $S^{\text{CRPS}}$



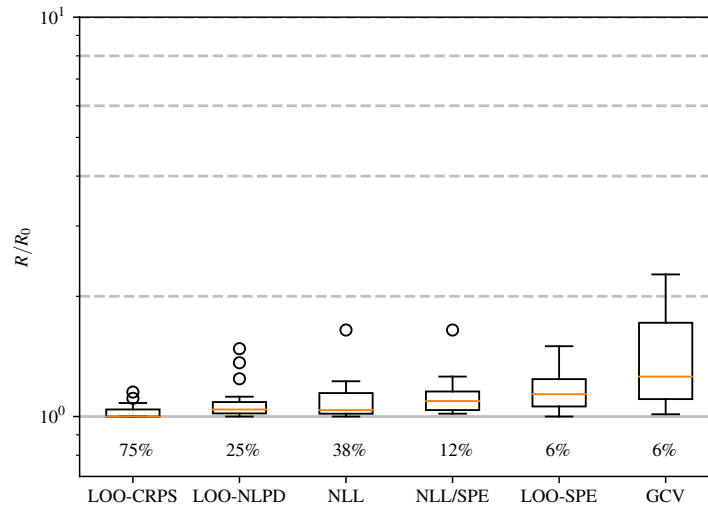
(c)  $S^{\text{IS}}_{0.95}$

*This manuscript is for review purposes only.*

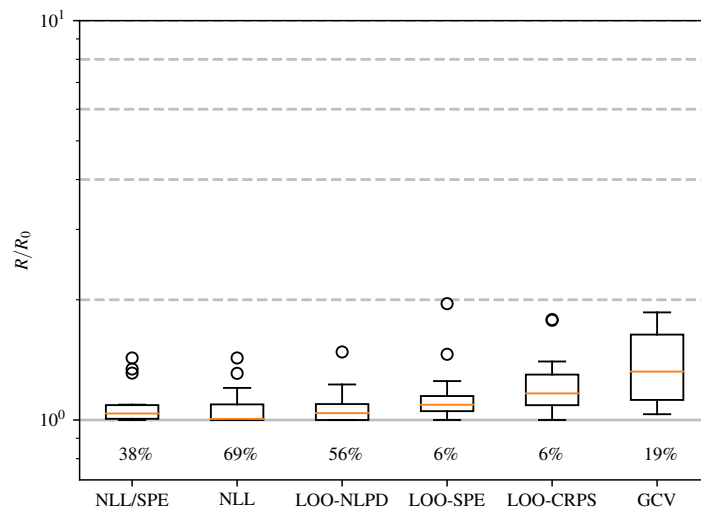
Figure SM9:  $n = 20d$



(a)  $S^{SPE}$



(b)  $S^{CRPS}$

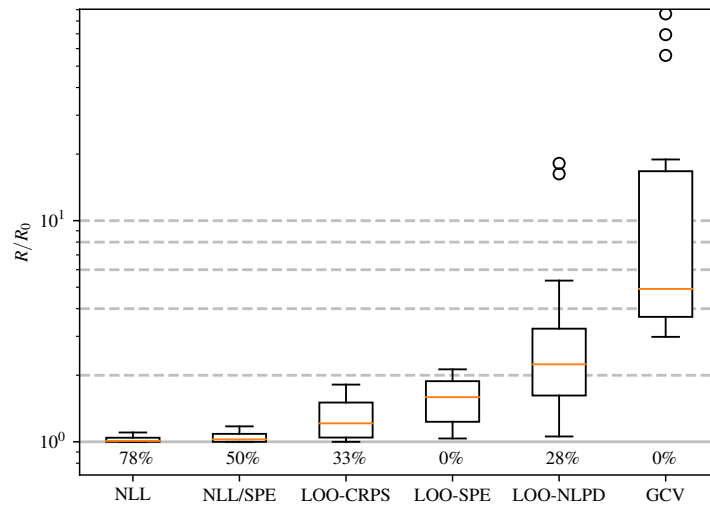


(c)  $S_{0,95}^{IS}$

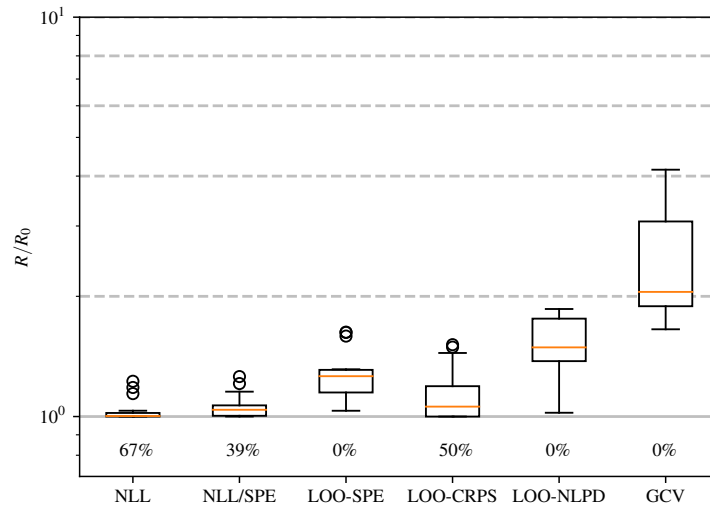
*This manuscript is for review purposes only.*

Figure SM10:  $n = 50d$

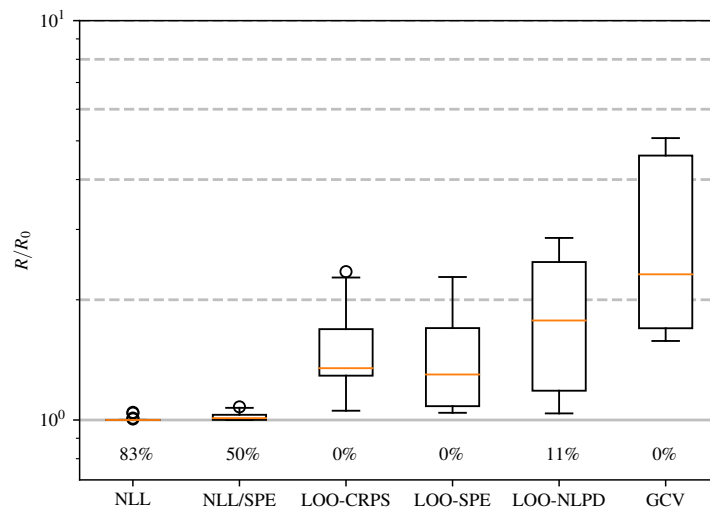
1477 **SM3.3.3. Varying the type of problem.** Here we present comparisons on specific sets of  
1478 problems for all design sizes and for  $\nu = \hat{\nu}$ .



(a)  $S^{SPE}$



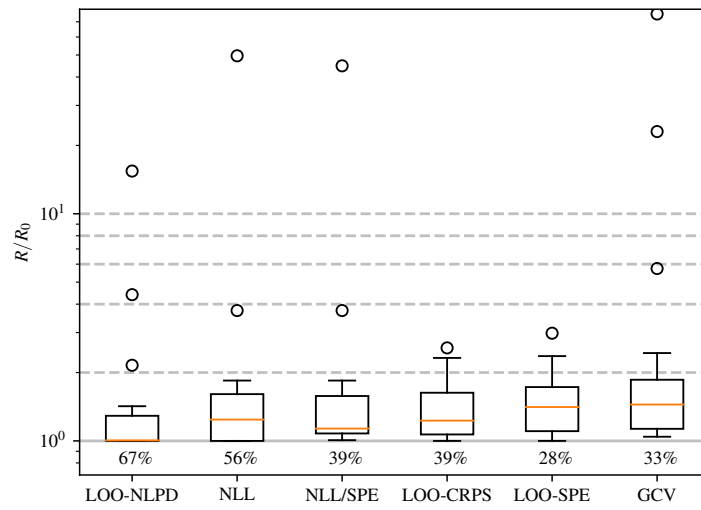
(b)  $S^{CRPS}$



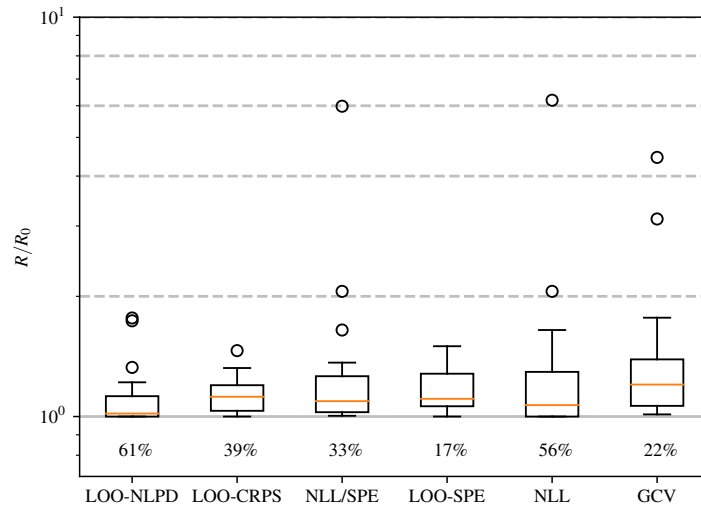
(c)  $S_{0.95}^{IS}$

*This manuscript is for review purposes only.*

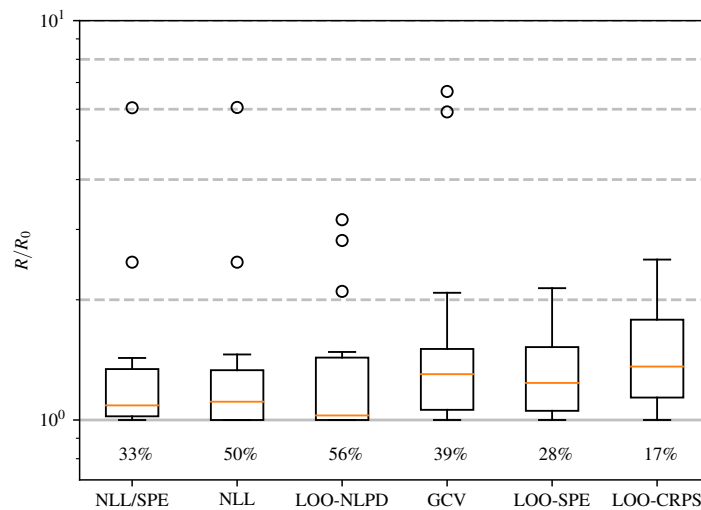
Figure SM11: GKLS



(a)  $S^{\text{SPE}}$



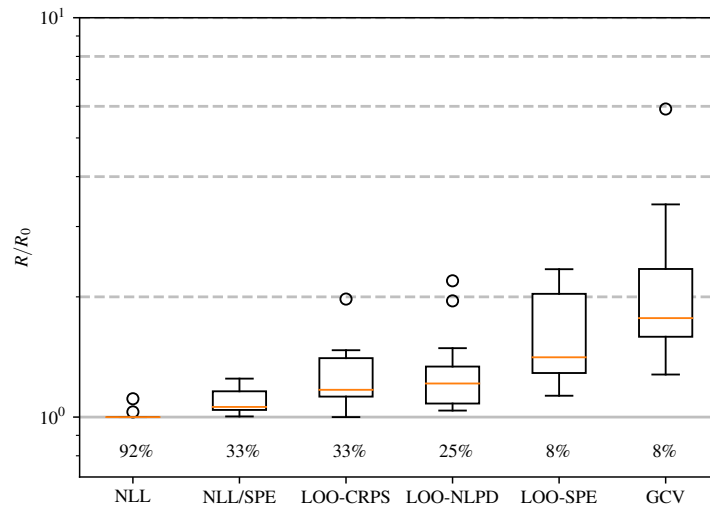
(b)  $S^{\text{CRPS}}$



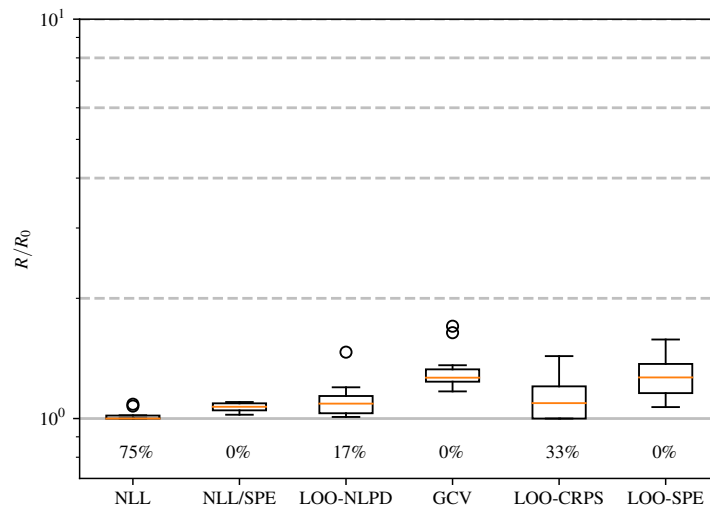
(c)  $S_{0.95}^{\text{IS}}$

*This manuscript is for review purposes only.*

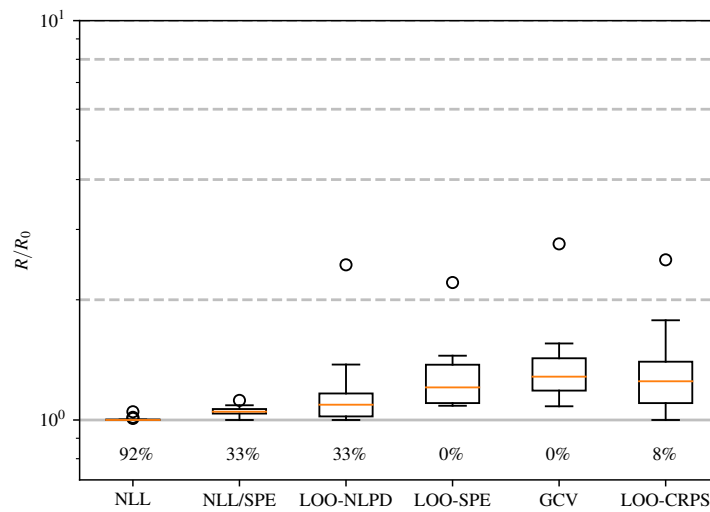
Figure SM12: Other test functions



(a)  $S^{SPE}$



(b)  $S^{CRPS}$



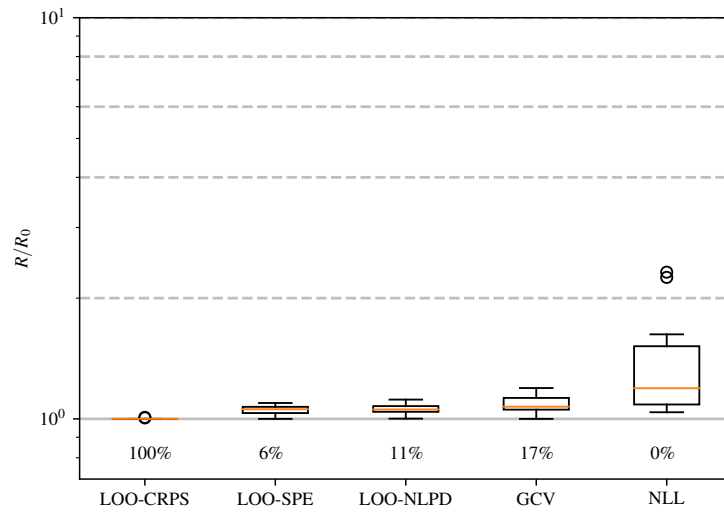
(c)  $S_{0.95}^{IS}$

*This manuscript is for review purposes only.*

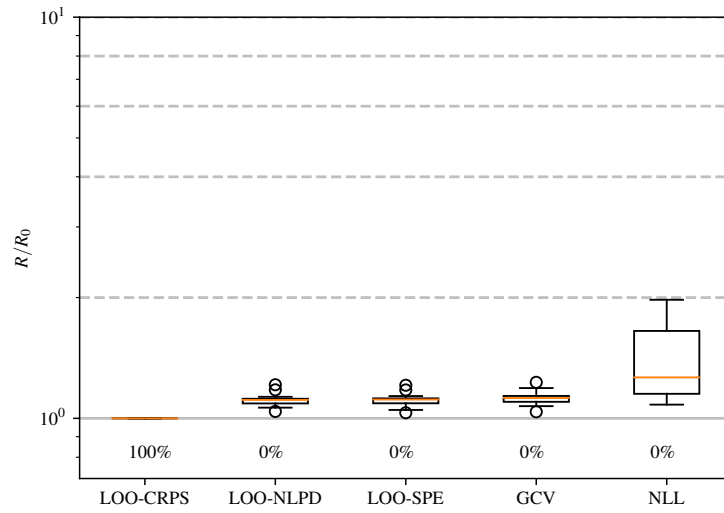
Figure SM13: lowpass filter

**SM3.3.4. Varying both the type of problem and the regularity.**

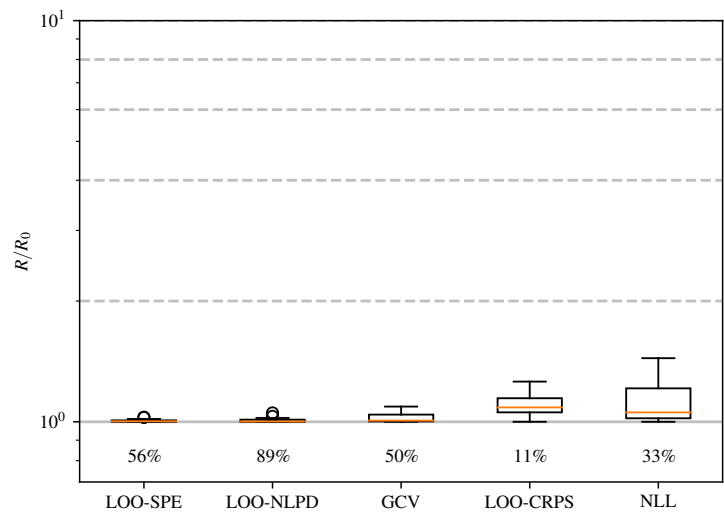




(a)  $S^{\text{SPE}}$



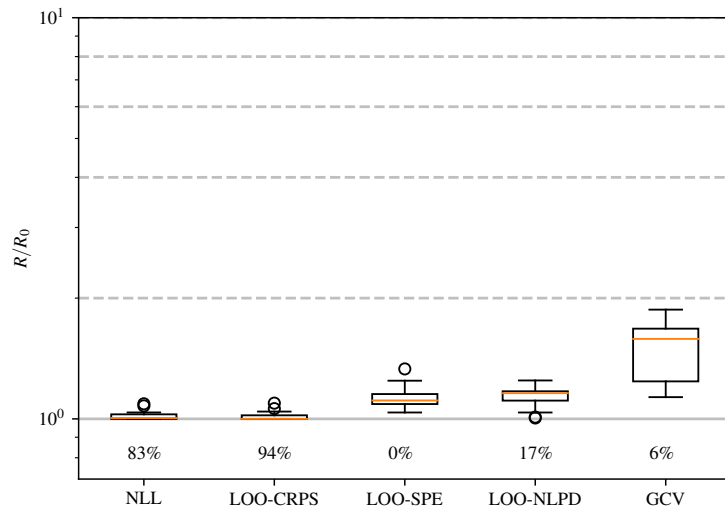
(b)  $S^{\text{CRPS}}$



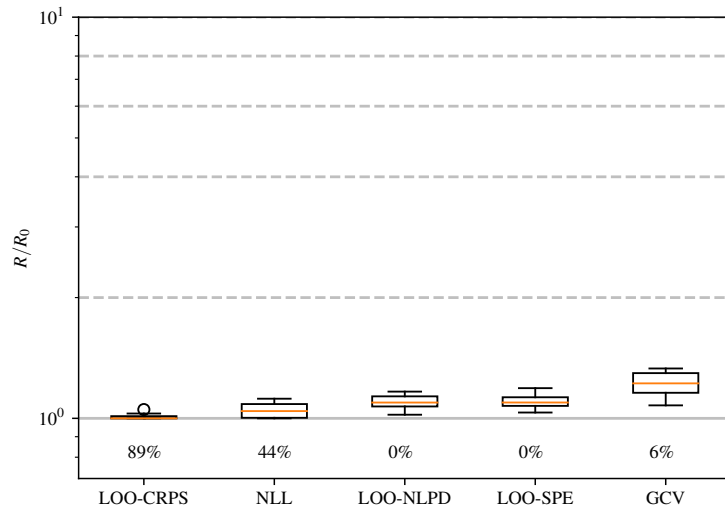
(c)  $S_{0.95}^{\text{IS}}$

*This manuscript is for review purposes only.*

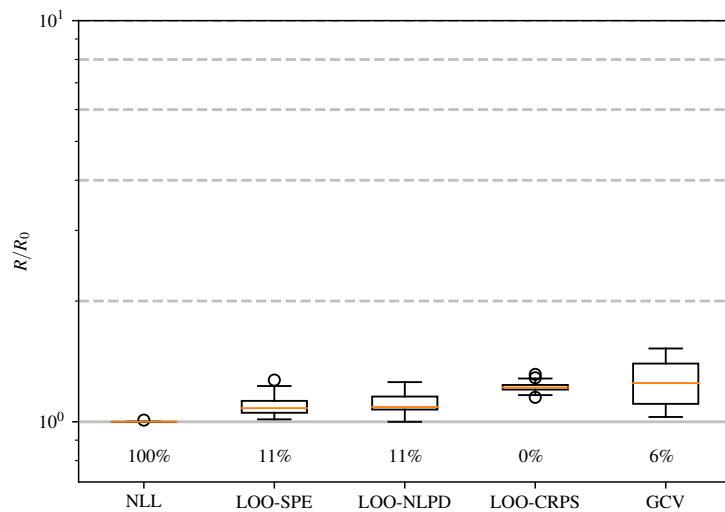
Figure SM14: GKLS,  $\nu = 1/2$



(a)  $S^{\text{SPE}}$



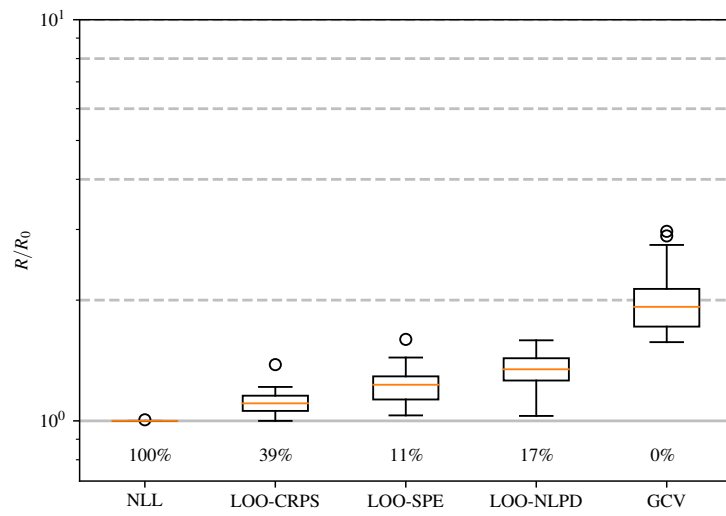
(b)  $S^{\text{CRPS}}$



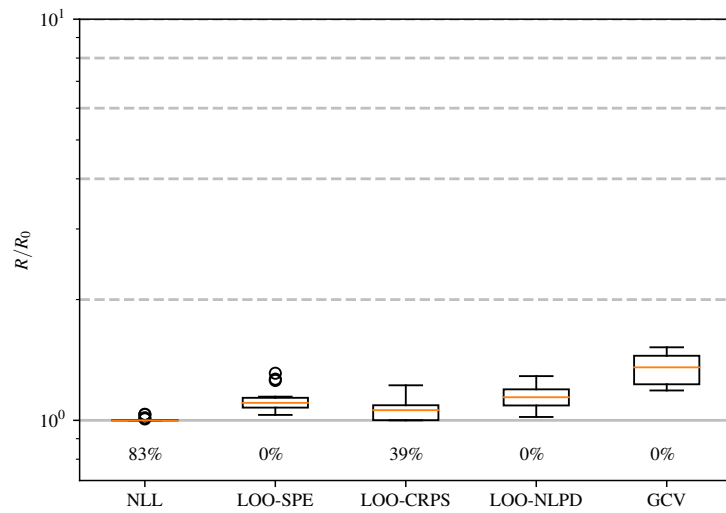
(c)  $S_{0.95}^{\text{IS}}$

*This manuscript is for review purposes only.*

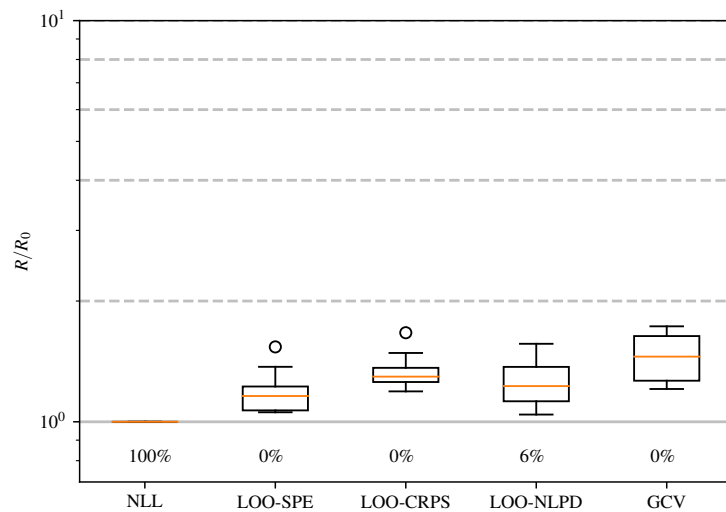
Figure SM15: GKLS,  $\nu = 3/2$



(a)  $S^{\text{SPE}}$



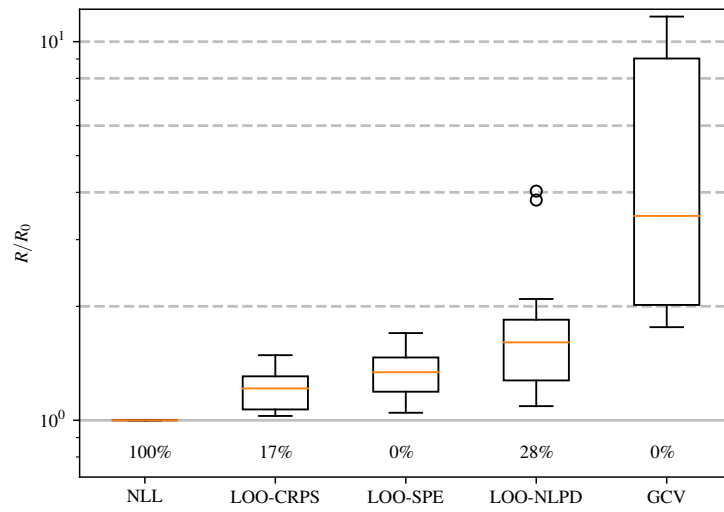
(b)  $S^{\text{CRPS}}$



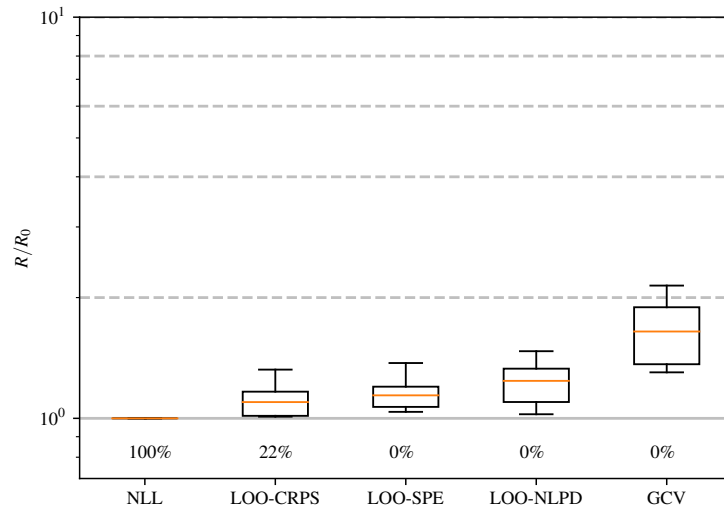
(c)  $S^{\text{IS}}_{0.95}$

*This manuscript is for review purposes only.*

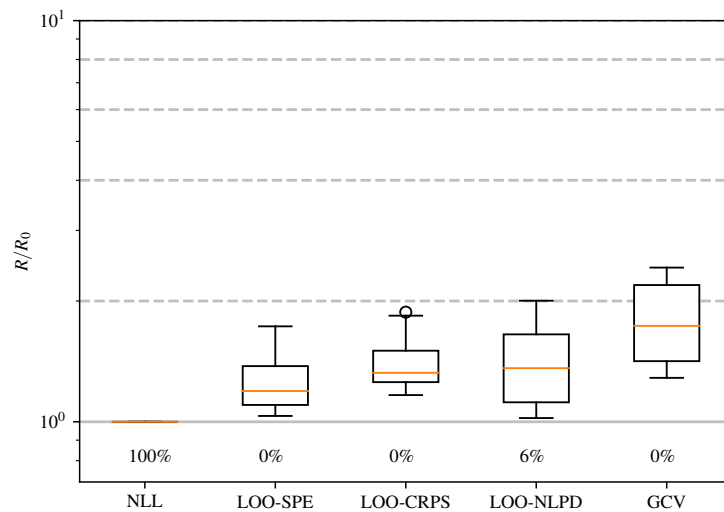
Figure SM16: GKLS,  $\nu = 5/2$



(a)  $S^{\text{SPE}}$



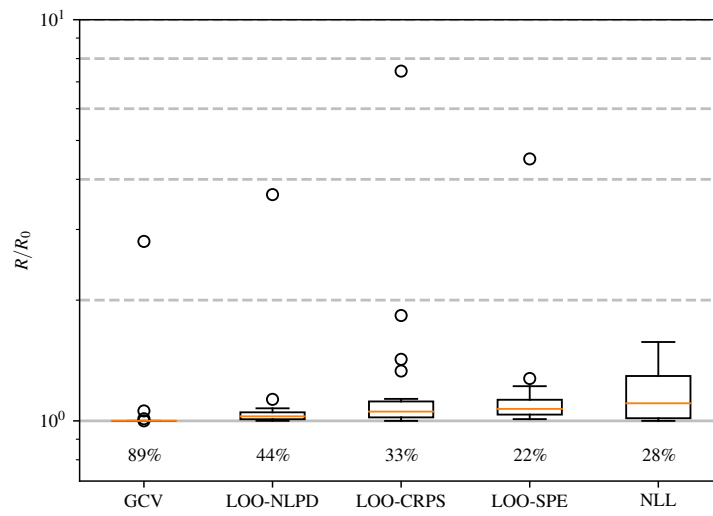
(b)  $S^{\text{CRPS}}$



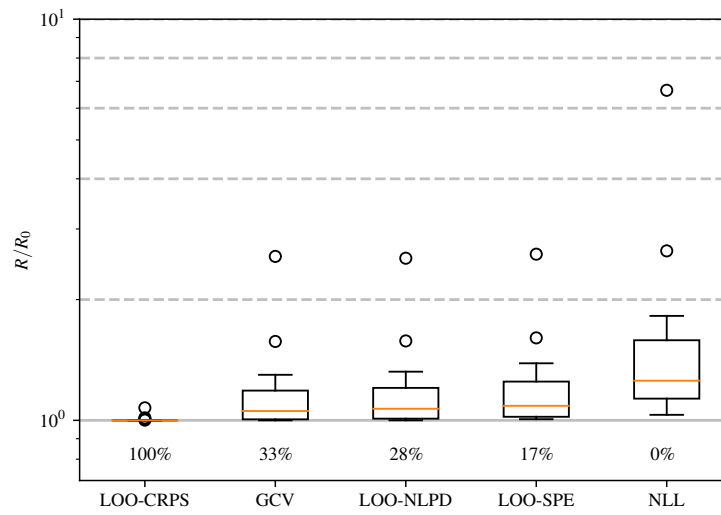
(c)  $S_{0.95}^{\text{IS}}$

*This manuscript is for review purposes only.*

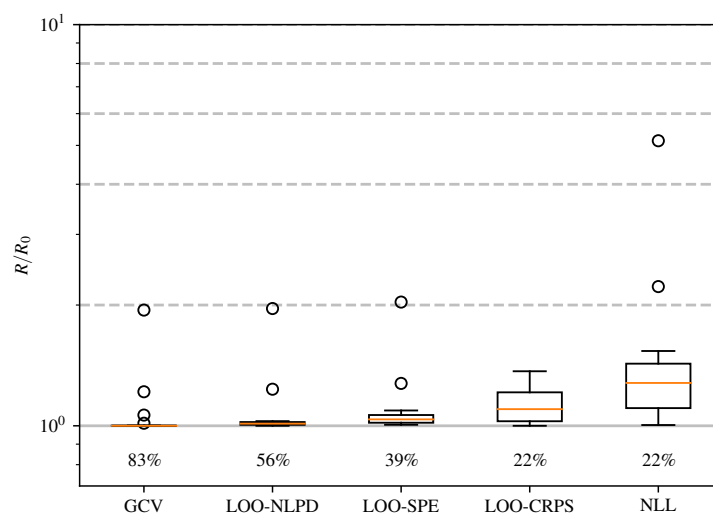
Figure SM17: GKLS,  $\nu = 9/2$



(a)  $S^{SPE}$



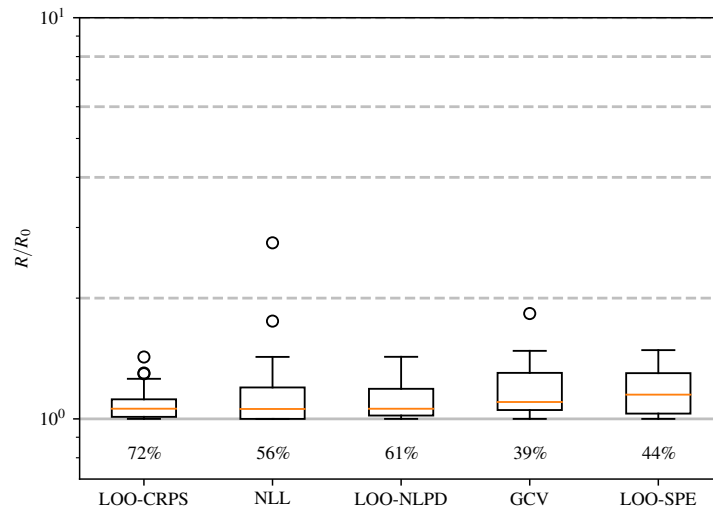
(b)  $S^{CRPS}$



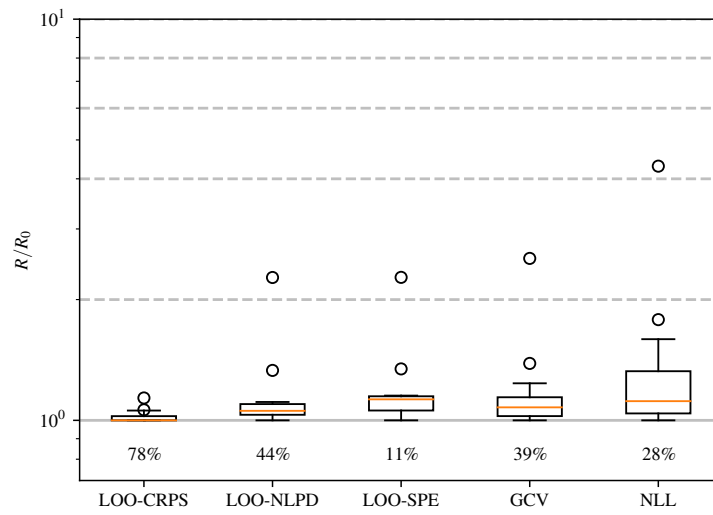
(c)  $S_{0,95}^{IS}$

*This manuscript is for review purposes only.*

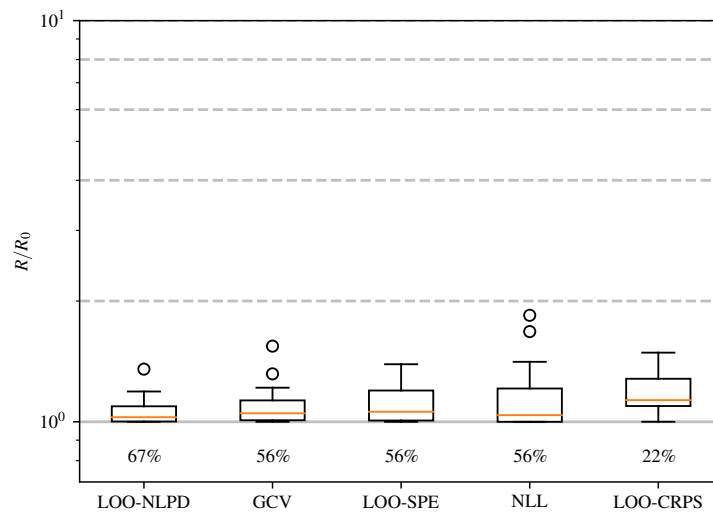
Figure SM18: Other test functions,  $\nu = 1/2$



(a)  $S^{\text{SPE}}$



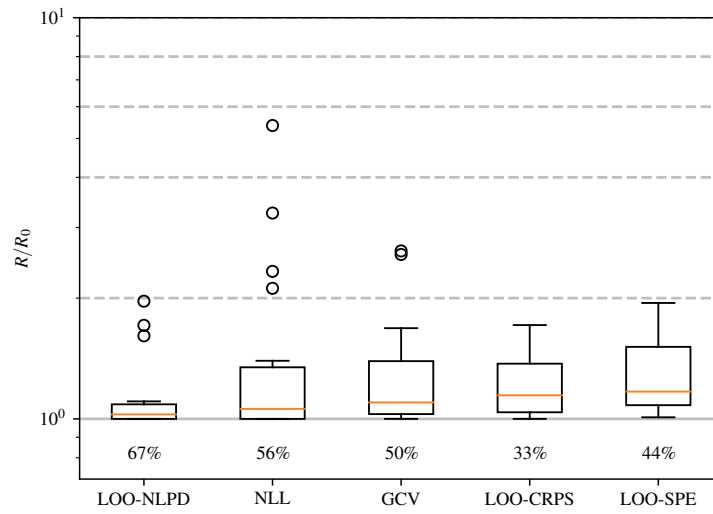
(b)  $S^{\text{CRPS}}$



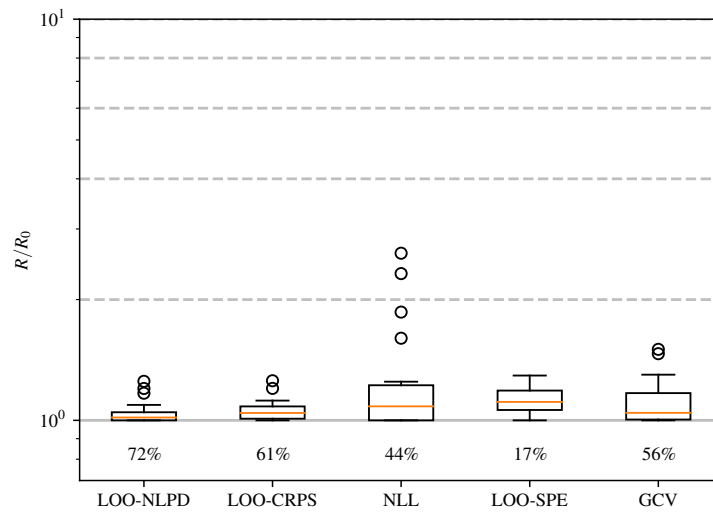
(c)  $S_{0,95}^{\text{IS}}$

*This manuscript is for review purposes only.*

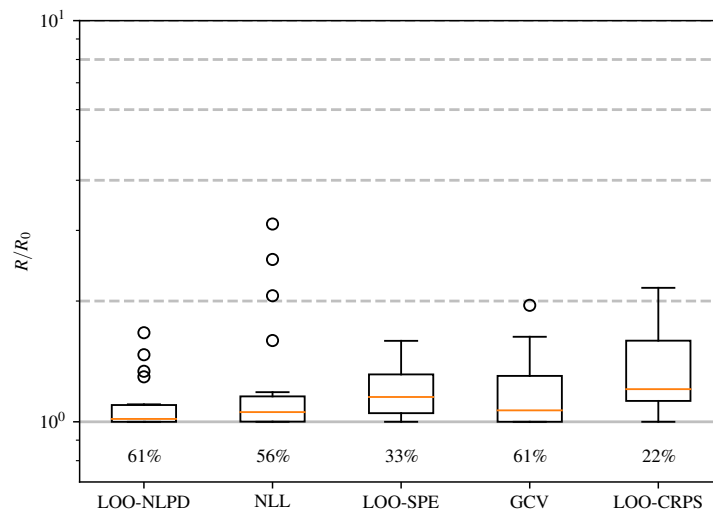
Figure SM19: Other test functions,  $\nu = 3/2$



(a)  $S^{\text{SPE}}$



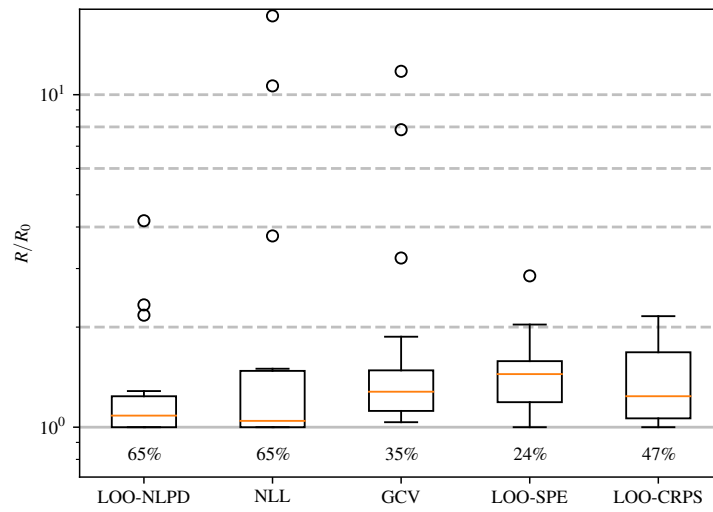
(b)  $S^{\text{CRPS}}$



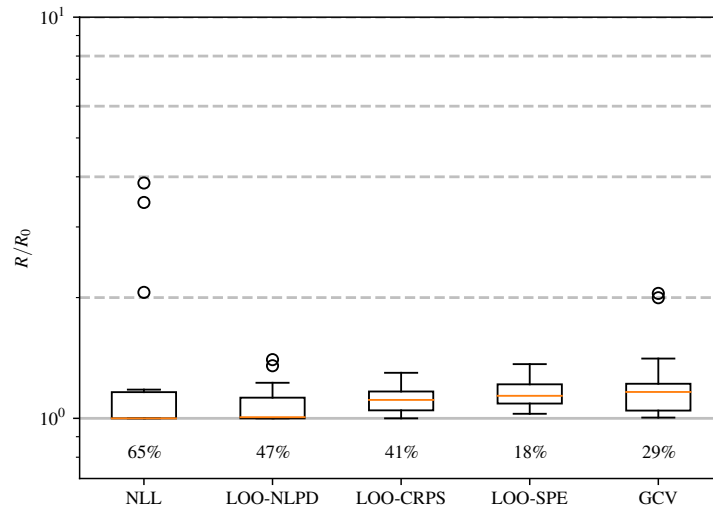
(c)  $S_{0,95}^{\text{IS}}$

*This manuscript is for review purposes only.*

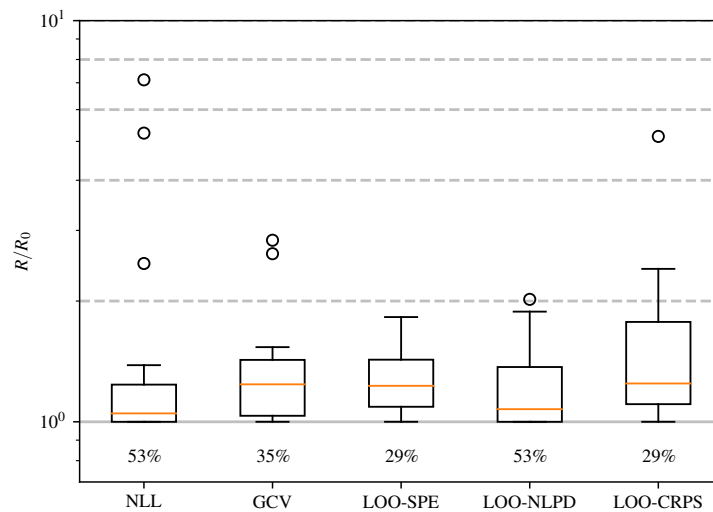
Figure SM20: Other test functions,  $\nu = 5/2$



(a)  $S^{\text{SPE}}$



(b)  $S^{\text{CRPS}}$

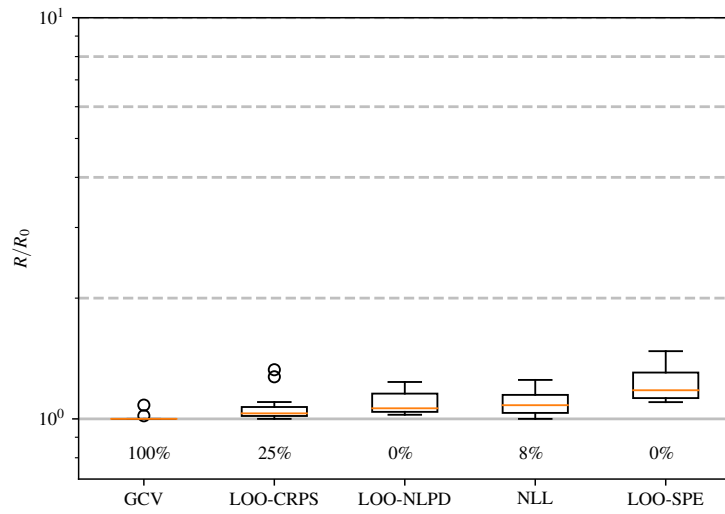


(c)  $S_{0.95}^{\text{IS}}$

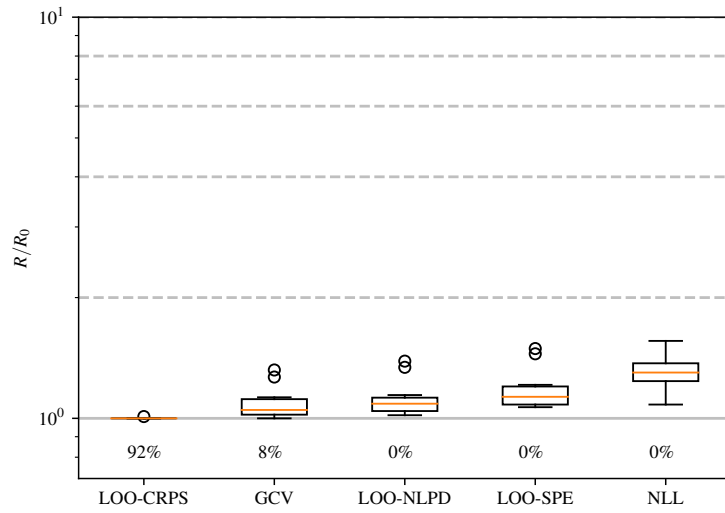
*This manuscript is for review purposes only.*

Figure SM21: Other test functions,  $\nu = 9/2$

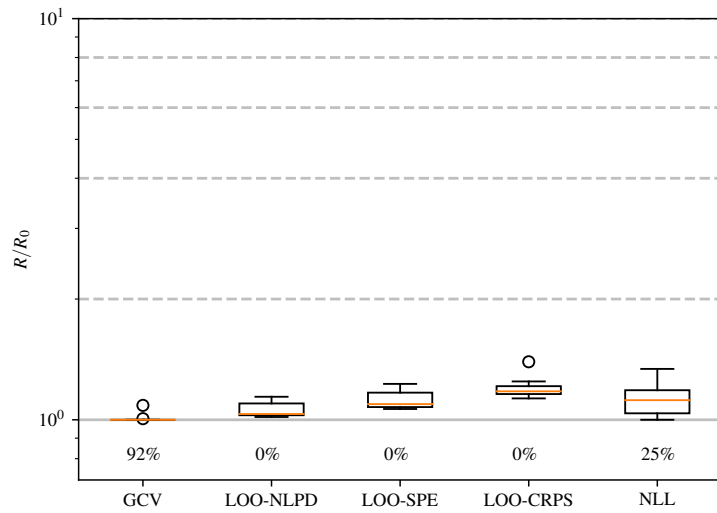




(a)  $S^{\text{SPE}}$



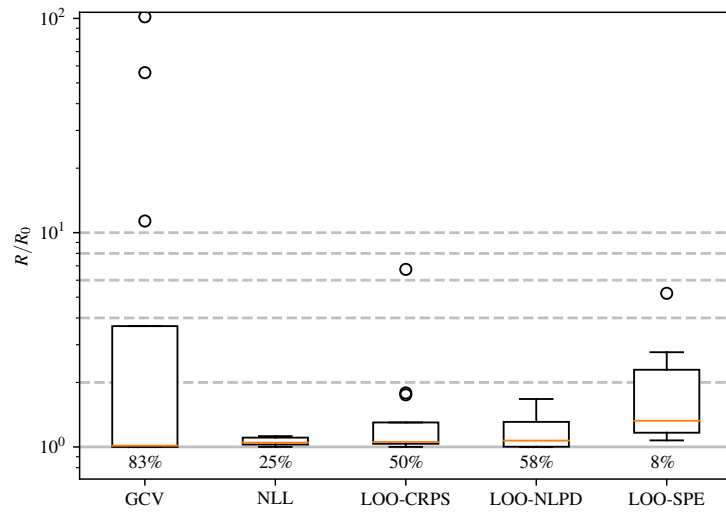
(b)  $S^{\text{CRPS}}$



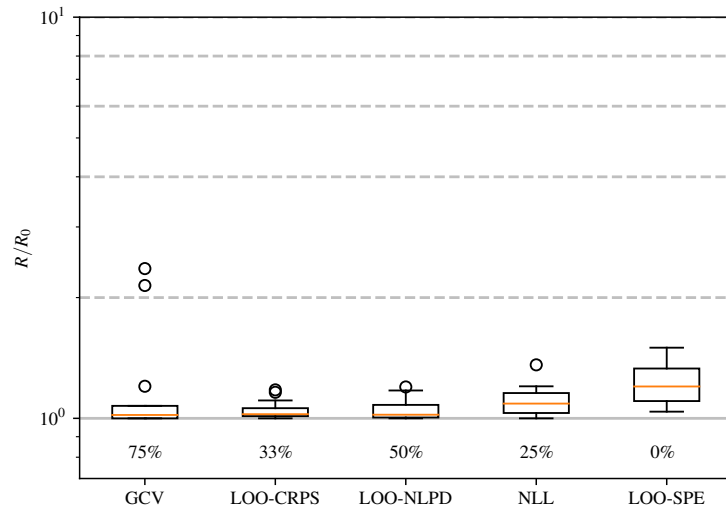
(c)  $S_{0,95}^{\text{IS}}$

*This manuscript is for review purposes only.*

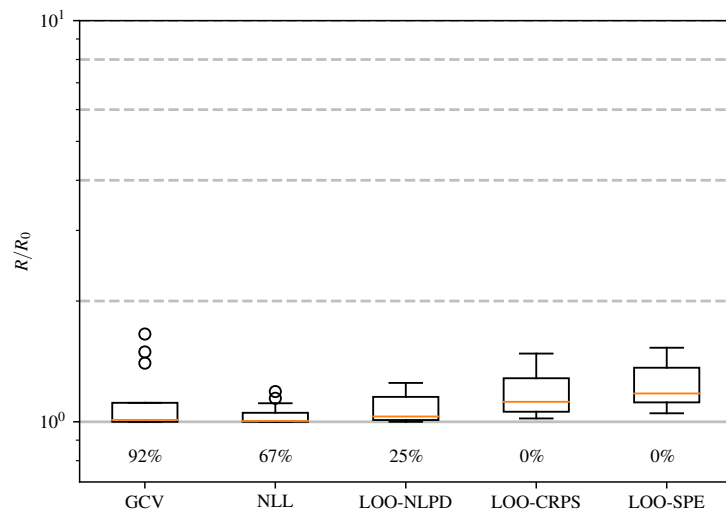
Figure SM22: lowpass filter,  $\nu = 1/2$



(a)  $S^{\text{SPE}}$



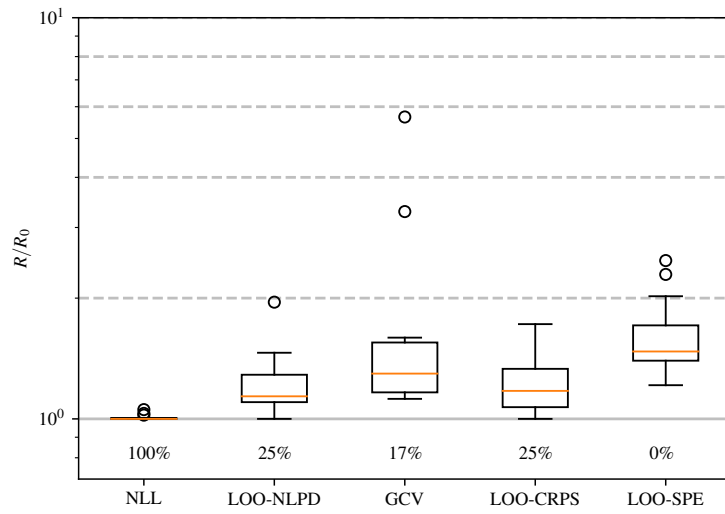
(b)  $S^{\text{CRPS}}$



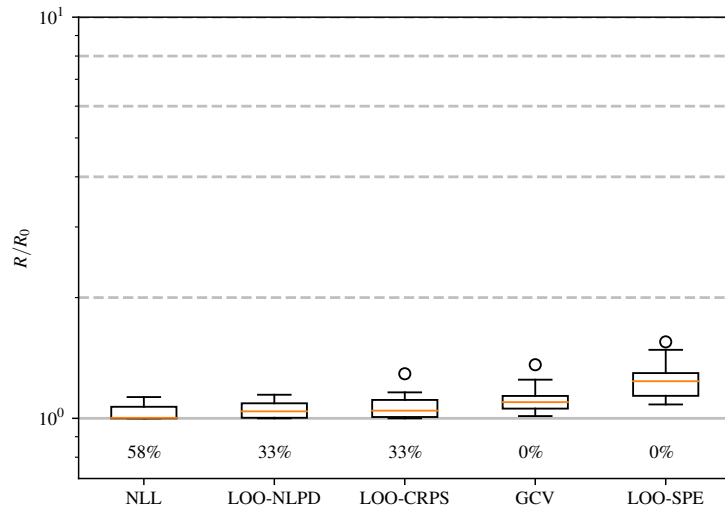
(c)  $S_{0,95}^{\text{IS}}$

*This manuscript is for review purposes only.*

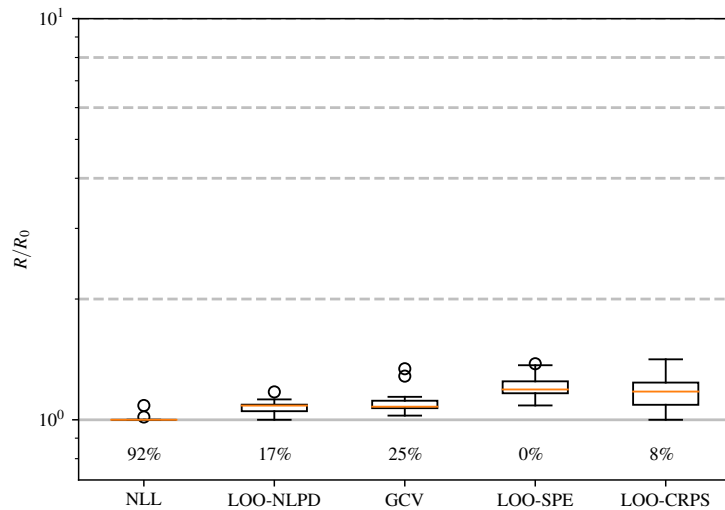
Figure SM23: lowpass filter,  $\nu = 3/2$



(a)  $S^{\text{SPE}}$



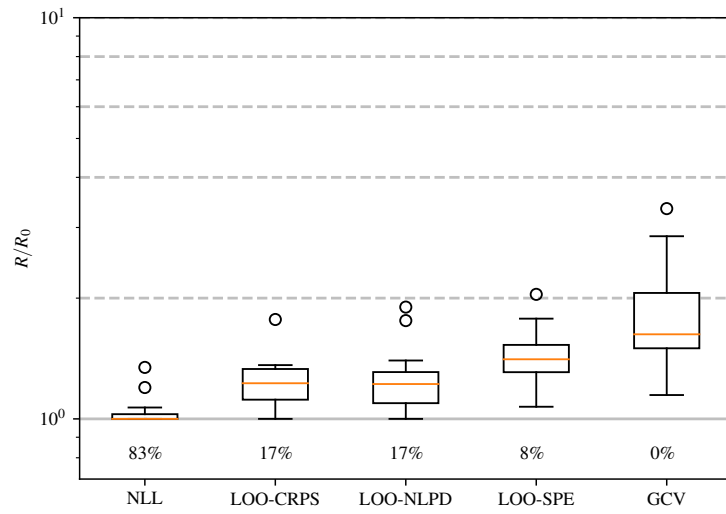
(b)  $S^{\text{CRPS}}$



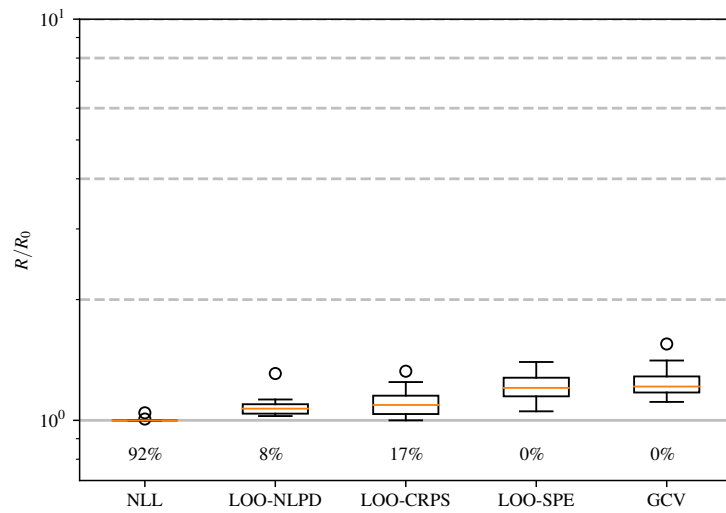
(c)  $S_{0,95}^{\text{IS}}$

*This manuscript is for review purposes only.*

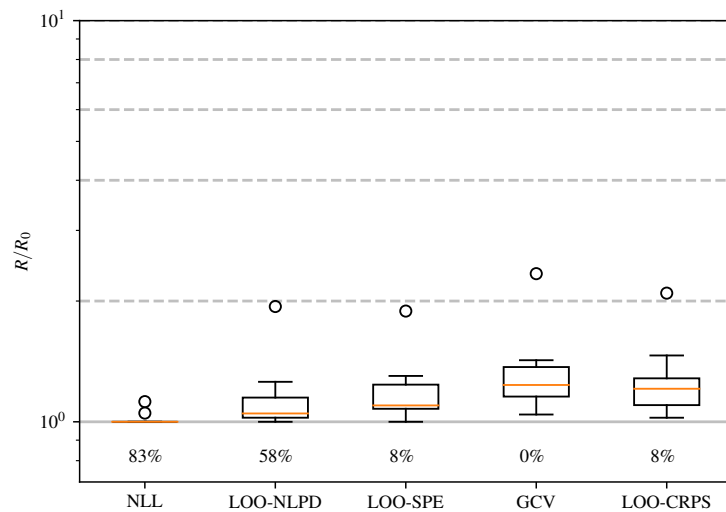
Figure SM24: lowpass filter,  $\nu = 5/2$



(a)  $S^{\text{SPE}}$



(b)  $S^{\text{CRPS}}$



(c)  $S_{0.95}^{\text{IS}}$

*This manuscript is for review purposes only.*

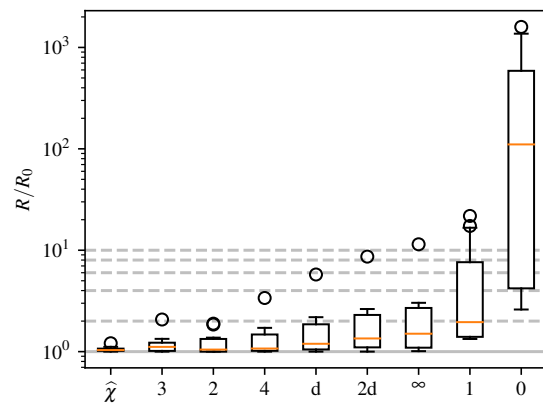
Figure SM25: lowpass filter,  $\nu = 9/2$

1480 **SM3.4. Additional model comparison.** Here we present the same kind of analysis as in the  
1481 article regarding the regularity parameter. Note here that we use the notation  $\chi = \nu - 1/2$ . A summary  
1482 is given in Section [SM3.4.6](#).

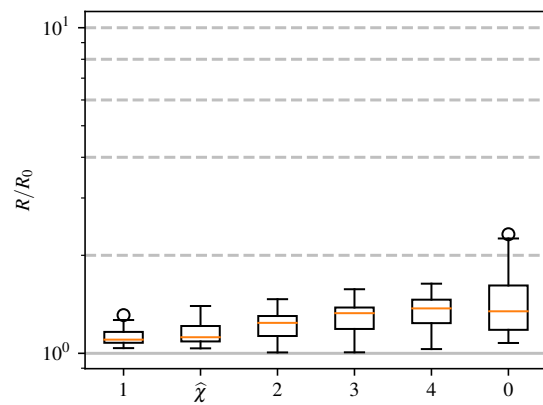
1483 Observe that automatically selecting the model with NLL appears to be very efficient as it leads  
1484 to a very small loss compared to the situation where the “best”  $\nu$  is known in advance.

1485 The other criteria appear to be efficient to select  $\nu$  on smooth problems but not on GKLS problems,  
1486 especially GCV which seems to be the least efficient to select  $\nu$ . Note that automatically selecting  $\nu$   
1487 with the LOO criteria or even GCV still exhibits practical benefits as the regularity parameter has a  
1488 much larger impact on smooth problems.

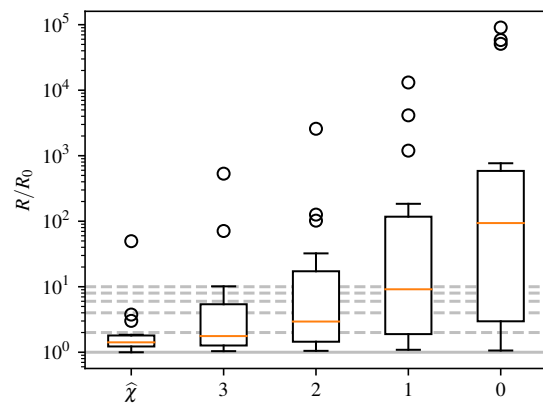




(a) Low-pass filter

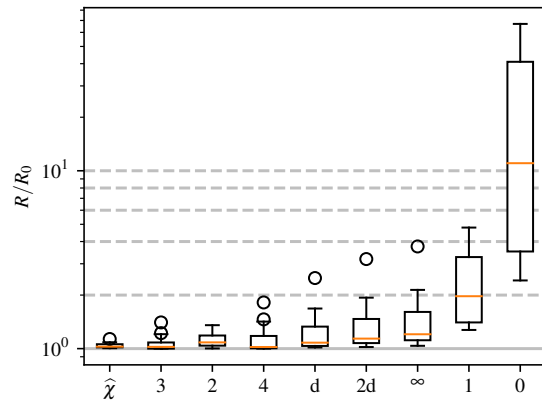


(b) GKLS

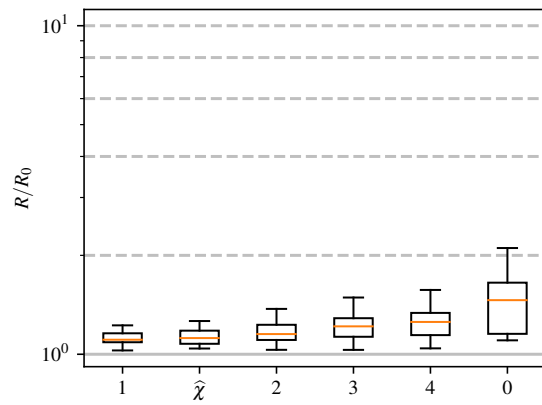


(c) Other functions

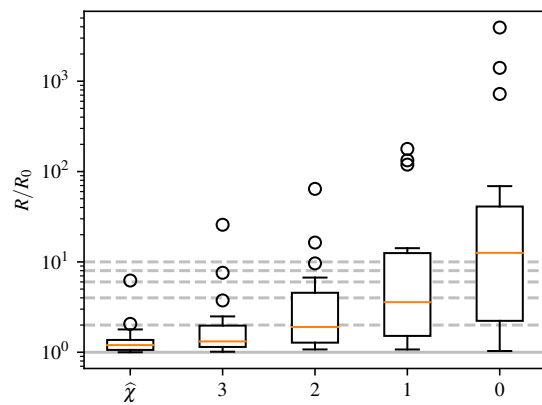
Figure SM26: Accuracy according to  $S^{\text{SPE}}$  for criterion NLL



(a) Low-pass filter



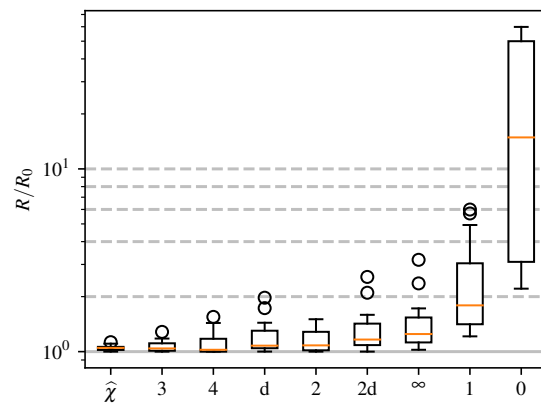
(b) GKLS



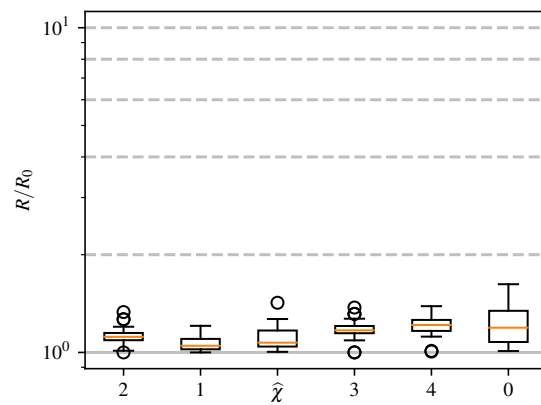
(c) Other functions

Figure SM27: Accuracy according to  $S^{\text{CRPS}}$  for criterion NLL

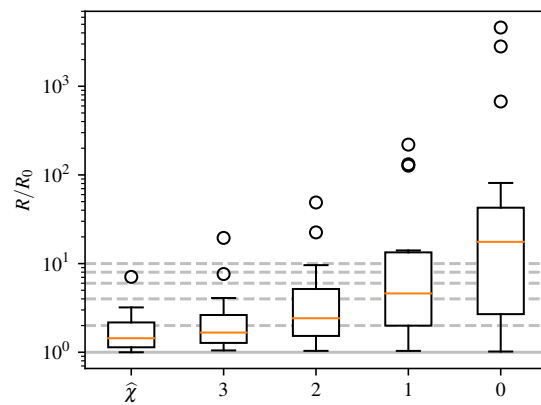




(a) Low-pass filter



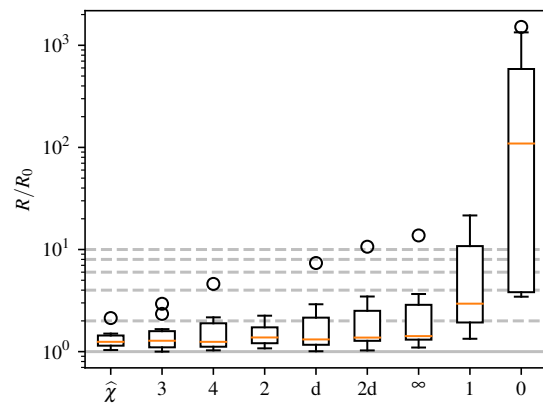
(b) GKLS



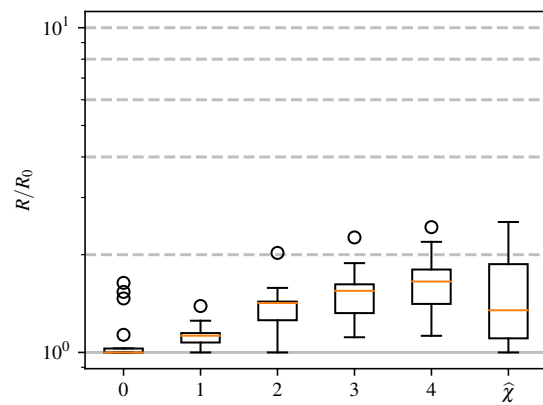
(c) Other functions

Figure SM28: Accuracy according to  $S_{0.95}^{\text{IS}}$  for criterion NLL

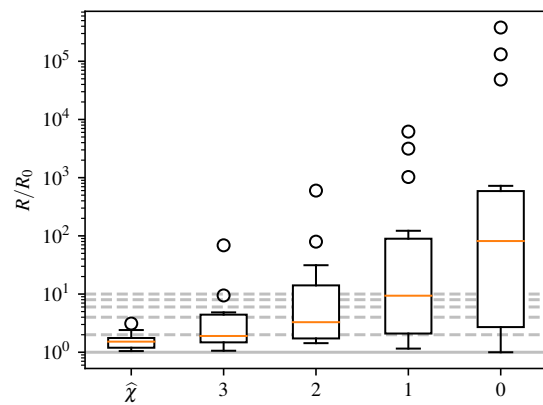




(a) Low-pass filter

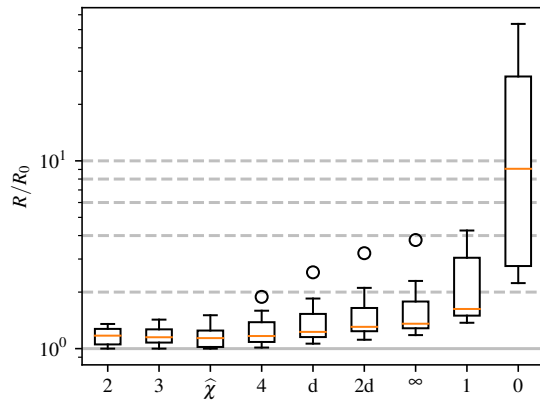


(b) GKLS

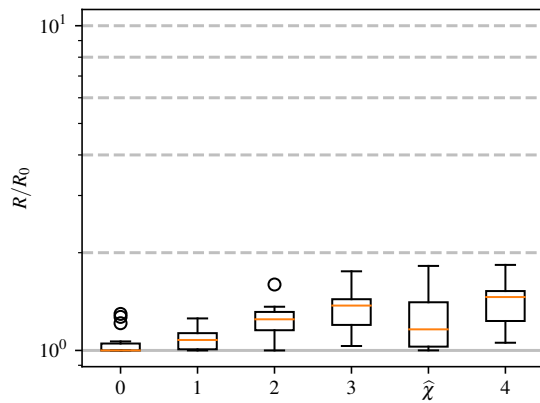


(c) Other functions

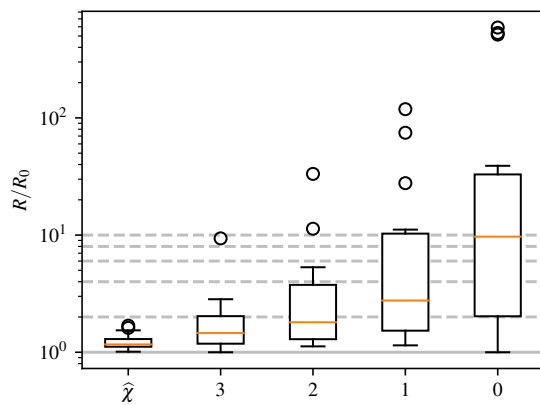
Figure SM29: Accuracy according to  $S^{\text{SPE}}$  for criterion LOO-CRPS



(a) Low-pass filter

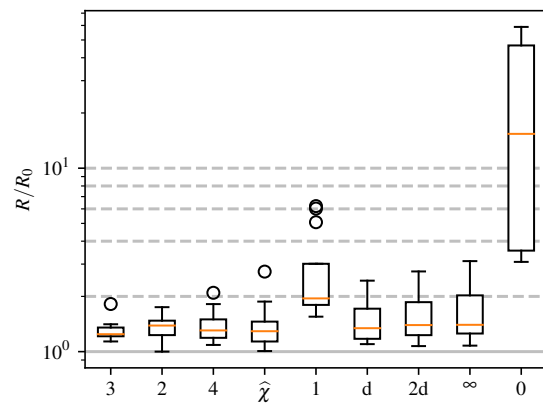


(b) GKLS

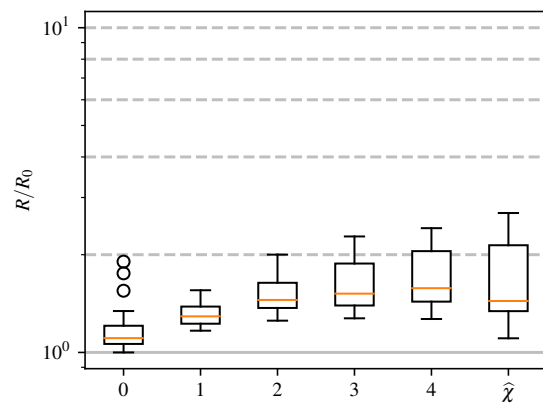


(c) Other functions

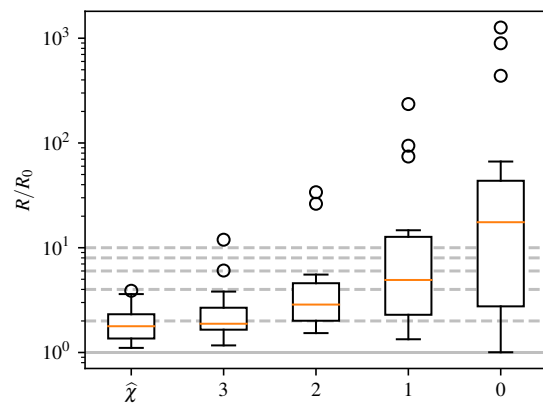
Figure SM30: Accuracy according to  $S^{\text{CRPS}}$  for criterion LOO-CRPS



(a) Low-pass filter



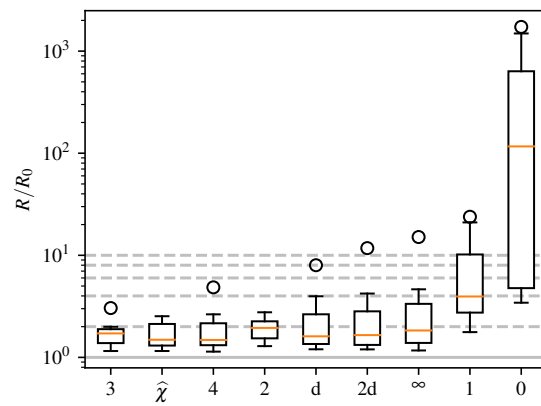
(b) GKLS



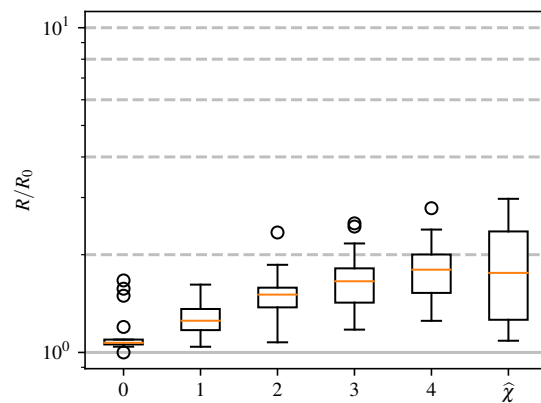
(c) Other functions

Figure SM31: Accuracy according to  $S_{0.95}^{\text{cls}}$  for criterion LOO-CRPS

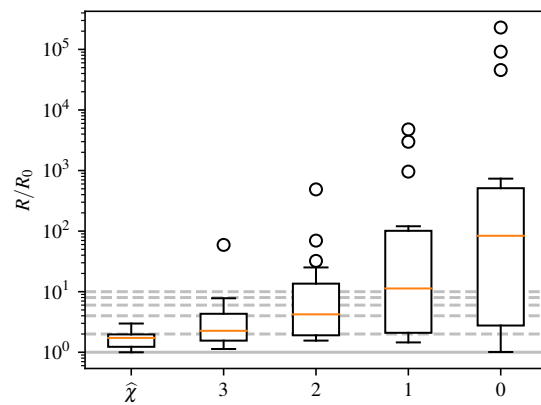




(a) Low-pass filter

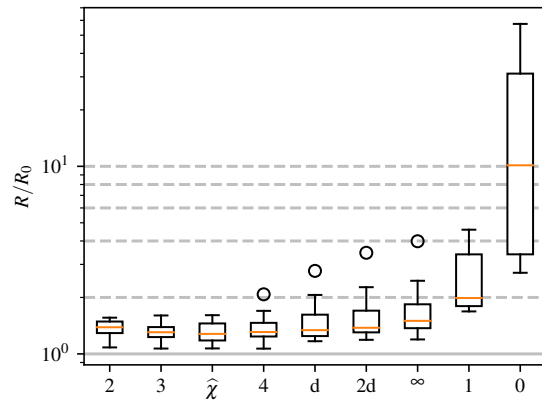


(b) GKLS

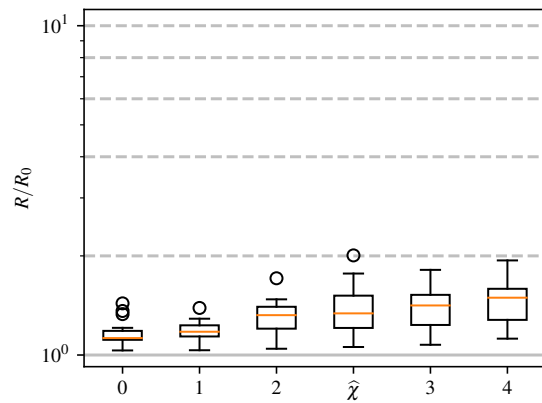


(c) Other functions

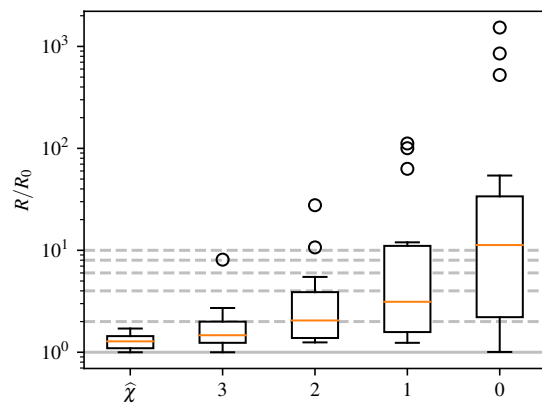
Figure SM32: Accuracy according to  $S^{\text{SPE}}$  for criterion LOO-SPE



(a) Low-pass filter



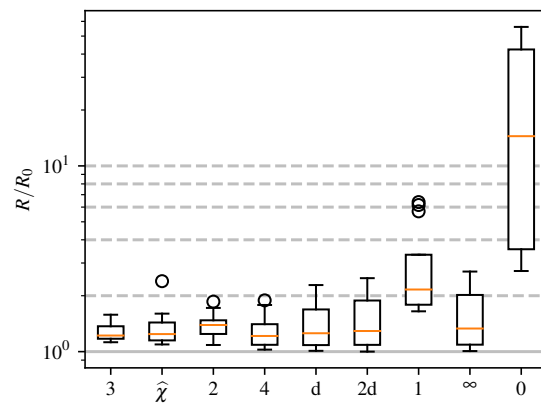
(b) GKLS



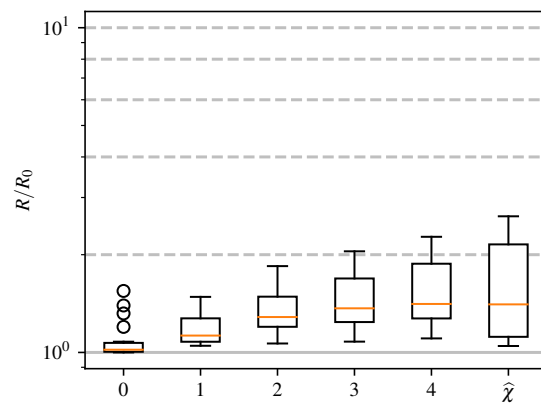
(c) Other functions

Figure SM33: Accuracy according to  $S^{\text{CRPS}}$  for criterion LOO-SPE

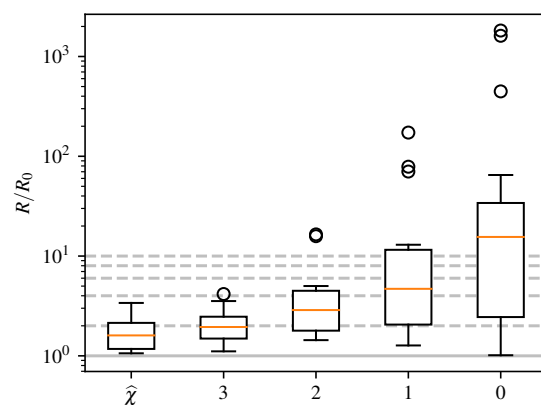




(a) Low-pass filter



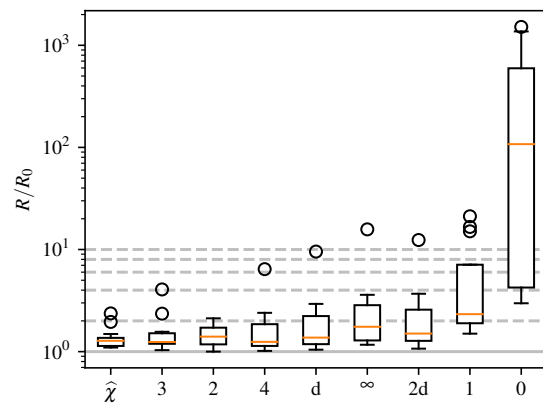
(b) GKLS



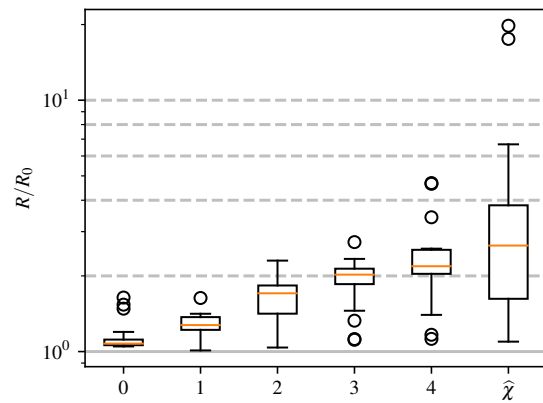
(c) Other functions

Figure SM34: Accuracy according to  $S_{0.95}^{IS}$  for criterion LOO-SPE

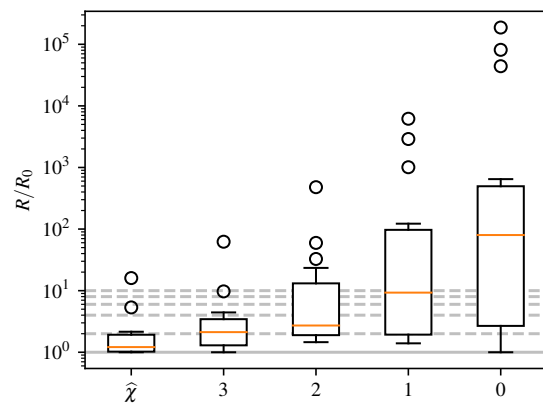




(a) Low-pass filter

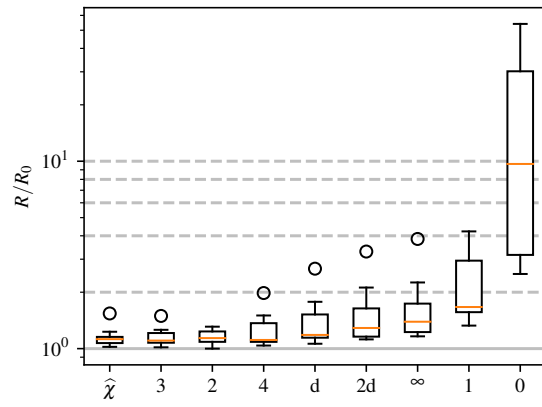


(b) GKLS

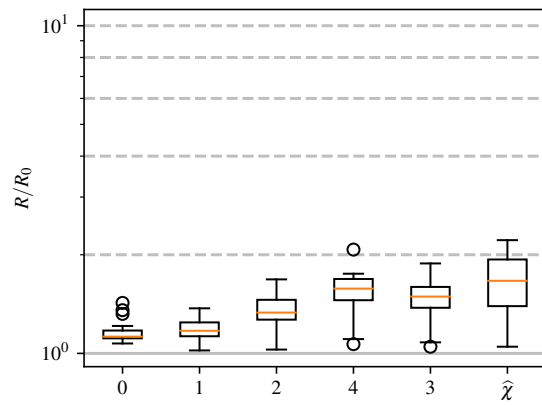


(c) Other functions

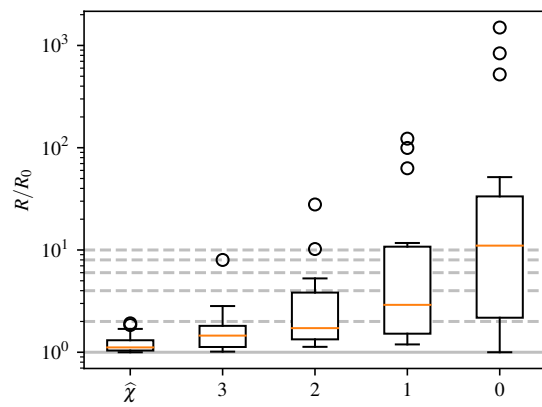
Figure SM35: Accuracy according to  $S^{\text{SPE}}$  for criterion LOO-NLPD



(a) Low-pass filter

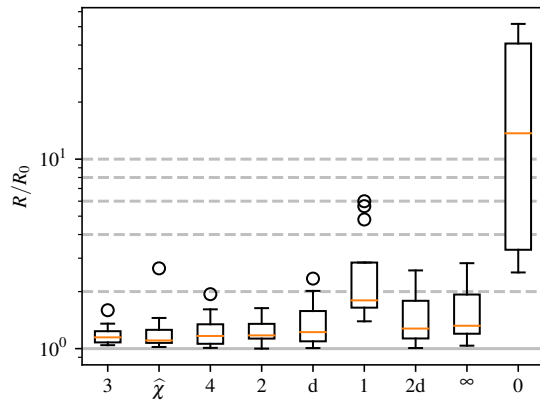


(b) GKLS

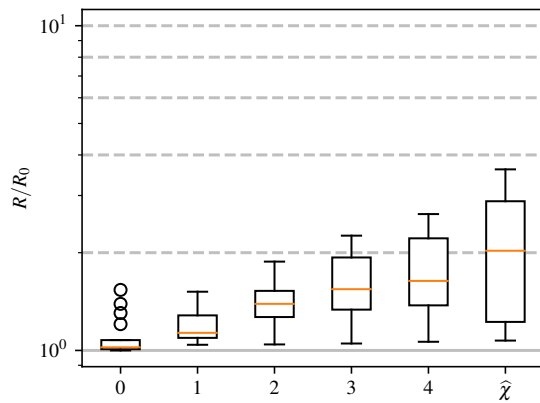


(c) Other functions

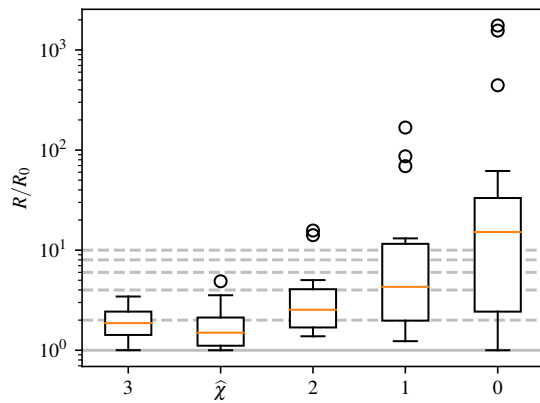
Figure SM36: Accuracy according to  $S^{\text{CRPS}}$  for criterion LOO-NLPD



(a) Low-pass filter



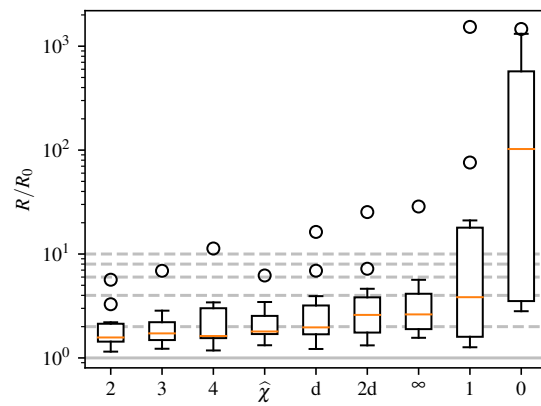
(b) GKLS



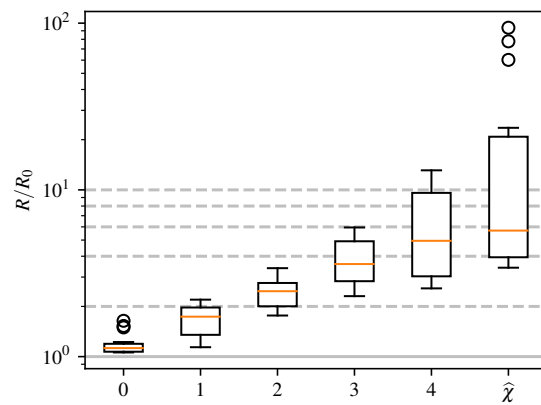
(c) Other functions

Figure SM37: Accuracy according to  $S_{0.95}^{IS}$  for criterion LOO-NLPD

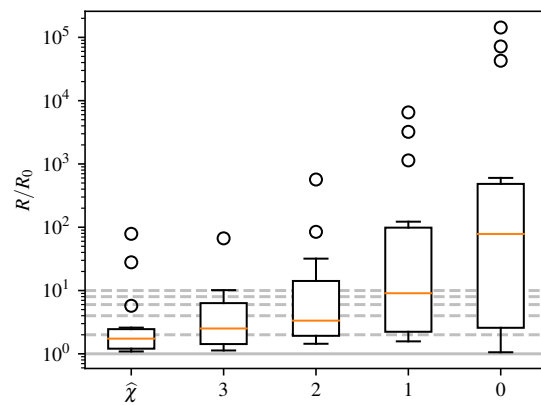




(a) Low-pass filter

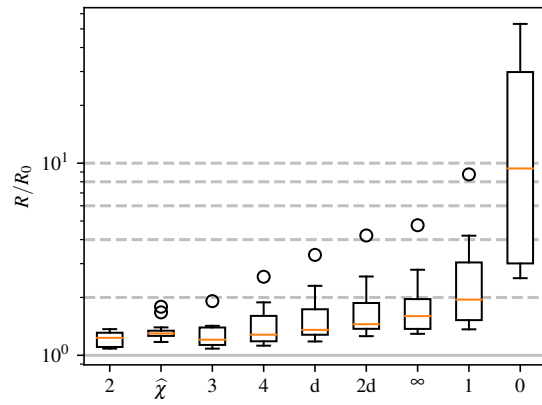


(b) GKLS

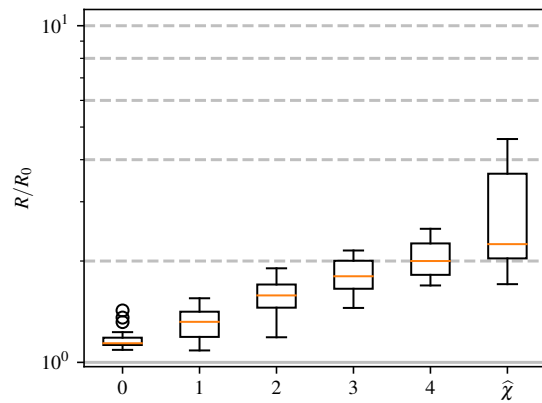


(c) Other functions

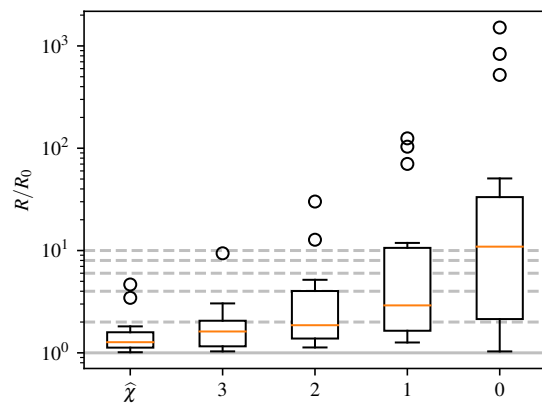
Figure SM38: Accuracy according to  $S^{\text{SPE}}$  for criterion GCV



(a) Low-pass filter



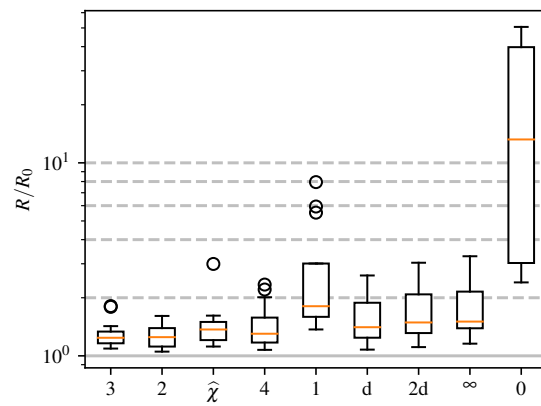
(b) GKLS



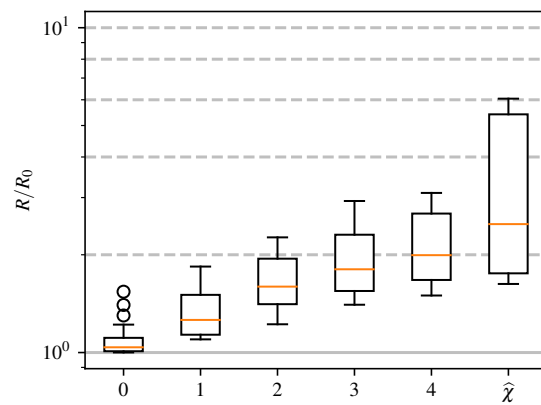
(c) Other functions

Figure SM39: Accuracy according to  $S^{\text{CRPS}}$  for criterion GCV

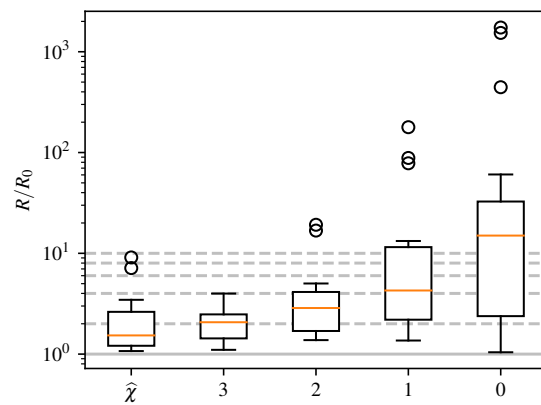




(a) Low-pass filter



(b) GKLS



(c) Other functions

Figure SM40: Accuracy according to  $S_{0.95}^{\text{IS}}$  for criterion GCV

1494 **SM3.4.6. Summary.** We provide here a last comparison between models on Table SM7, Ta-  
1495 ble SM8 and Table SM9 by taking all problems as a perimeter. These results clearly confirm that:  
1496 1. Undersmoothing has (much) more dramatic consequences than oversmoothing. This is true  
1497 for all selection criteria.  
1498 2. Good results are achieved in quite a robust manner (since we are looking at the 95%-quantile)  
1499 by selecting the value of  $\nu$  automatically, jointly with the other hyper-parameters. This is  
1500 true for all selection criteria, with GCV as a notable exception. It is particularly true for NLL  
1501 (for other criteria, we have seen that the performance drops a little on the non-smooth GKLS  
1502 problems).

Table SM7: 95% quantiles for  $R/R_0$  with SPE where  $R_0$  is the best model for a given criteria and a given problem.

	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	GCV
$\nu = 1/2$	$1.62 \cdot 10^4$	$2.03 \cdot 10^4$	$2.92 \cdot 10^4$	$2.77 \cdot 10^4$	$1.64 \cdot 10^4$
$\nu = 3/2$	$4.51 \cdot 10^2$	$5.93 \cdot 10^2$	$6.92 \cdot 10^2$	$5.04 \cdot 10^2$	$9.10 \cdot 10^2$
$\nu = 5/2$	$1.78 \cdot 10^1$	$2.80 \cdot 10^1$	$2.43 \cdot 10^1$	$2.58 \cdot 10^1$	$1.22 \cdot 10^1$
$\nu = 7/2$	$3.33 \cdot 10^0$	$4.09 \cdot 10^0$	$4.02 \cdot 10^0$	$4.53 \cdot 10^0$	$5.95 \cdot 10^0$
$\nu = \hat{\nu}$	$1.12 \cdot 10^0$	$2.41 \cdot 10^0$	$1.08 \cdot 10^1$	$2.19 \cdot 10^0$	$6.02 \cdot 10^1$

Table SM8: 95% quantiles for  $R/R_0$  with CRPS where  $R_0$  is the best model for a given criteria and a given problem.

	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	GCV
$\nu = 1/2$	$3.67 \cdot 10^2$	$2.82 \cdot 10^2$	$3.57 \cdot 10^2$	$3.10 \cdot 10^2$	$2.52 \cdot 10^2$
$\nu = 3/2$	$4.58 \cdot 10^1$	$4.51 \cdot 10^1$	$4.34 \cdot 10^1$	$2.08 \cdot 10^1$	$4.38 \cdot 10^1$
$\nu = 5/2$	$3.98 \cdot 10^0$	$5.02 \cdot 10^0$	$4.54 \cdot 10^0$	$4.46 \cdot 10^0$	$3.58 \cdot 10^0$
$\nu = 7/2$	$1.73 \cdot 10^0$	$1.97 \cdot 10^0$	$1.98 \cdot 10^0$	$2.02 \cdot 10^0$	$1.90 \cdot 10^0$
$\nu = \hat{\nu}$	$1.07 \cdot 10^0$	$1.52 \cdot 10^0$	$1.95 \cdot 10^0$	$1.62 \cdot 10^0$	$3.53 \cdot 10^0$

Table SM9: 95% quantiles for  $R/R_0$  with IS where  $R_0$  is the best model for a given criteria and a given problem.

	NLL	LOO-SPE	LOO-NLPD	LOO-CRPS	GCV
$\nu = 1/2$	$2.10 \cdot 10^2$	$2.84 \cdot 10^2$	$3.10 \cdot 10^2$	$1.45 \cdot 10^2$	$2.46 \cdot 10^2$
$\nu = 3/2$	$4.06 \cdot 10^1$	$4.42 \cdot 10^1$	$4.91 \cdot 10^1$	$3.10 \cdot 10^1$	$4.65 \cdot 10^1$
$\nu = 5/2$	$4.36 \cdot 10^0$	$4.84 \cdot 10^0$	$4.67 \cdot 10^0$	$4.70 \cdot 10^0$	$4.14 \cdot 10^0$
$\nu = 7/2$	$1.63 \cdot 10^0$	$2.19 \cdot 10^0$	$2.32 \cdot 10^0$	$2.50 \cdot 10^0$	$2.86 \cdot 10^0$
$\nu = \hat{\nu}$	$1.25 \cdot 10^0$	$2.56 \cdot 10^0$	$3.30 \cdot 10^0$	$2.57 \cdot 10^0$	$5.72 \cdot 10^0$

1503

## REFERENCES

- 1504 [1] I. ANDRIANAKIS AND P. G. CHALLENGOR, *The effect of the nugget on gaussian process emulators of computer*  
1505 *models*, Computational Statistics and Data Analysis, 56 (2012), pp. 4215 – 4228.
- 1506 [2] F. BACHOC, *Cross validation and maximum likelihood estimation of hyper-parameters of Gaussian processes with*  
1507 *model misspecification*, Computational Statistics and Data Analysis, (2013).
- 1508 [3] S. BASAK, S. J. PETIT, J. BECT, AND E. VAZQUEZ, *Numerical issues in maximum likelihood parameter estimation*  
1509 *for gaussian process regression*, 2021.
- 1510 [4] L. C. W. DIXON AND G. P. SZEGÖ, *The global optimisation problem: An introduction*, in Towards Global Optimisation 2, L. C. W. Dixon and G. P. Szegö, eds., North Holland, Amsterdam, 1978, pp. 1–15.
- 1511 [5] GPY, *GPpy: A Gaussian process framework in Python, version 1.9.9*. Available from [http://github.com/SheffieldML/](http://github.com/SheffieldML/GPy)  
1512 [GPy](http://github.com/SheffieldML/GPy), 2019.
- 1513 [6] J. D. MARTIN AND T. W. SIMPSON, *Use of kriging models to approximate deterministic computer models*, AIAA  
1514 *Journal*, (2005).
- 1515 [7] F. J. NARCOWICH, J. D. WARD, AND H. WENDLAND, *Sobolev error estimates and a bernstein inequality for*  
1516 *scattered data interpolation via radial basis functions*, Constructive Approximation, 24 (2006), pp. 175–186.
- 1517 [8] C. Y. PENG AND C. F. J. WU, *On the choice of nugget in kriging modeling for deterministic computer experiments*,  
1518 *Journal of Computational and Graphical Statistics*, 23 (2014), pp. 151–168.
- 1519 [9] S. J. PETIT, J. BECT, S. DA VEIGA, P. FELIOT, AND E. VAZQUEZ, *Towards new cross-validation-based estimators*  
1520 *for Gaussian process regression: efficient adjoint computation of gradients*, in 52èmes Journées de Statistique de  
1521 *la SFdS (JdS 2020)*, 2020.
- 1522 [10] P. RANJAN, R. HAYNES, AND R. KARSTEN, *A computationally stable approach to gaussian process interpolation*  
1523 *of deterministic computer simulation data*, Technometrics, 53 (2011), pp. 366–378.
- 1524 [11] C. E. RASMUSSEN AND C. K. I. WILLIAMS, *Gaussian Processes for Machine Learning*, Adaptive Computation and  
1525 *Machine Learning*, MIT Press, Cambridge, MA, USA, 2006.
- 1526 [12] M. SCHEURER, R. SCHABACK, AND M. SCHLATHER, *Interpolation of spatial data – a stochastic or a deterministic*  
1527 *problem?*, European Journal of Applied Mathematics, 24 (2013), p. 601–629.
- 1528 [13] M. STEIN, *Interpolation of Spatial Data: Some Theory for Kriging*, Springer Series in Statistics, Springer New York,  
1529 1999.
- 1530 [14] R. TUO AND W. WANG, *Kriging prediction with isotropic matern correlations: Robustness and experimental designs*,  
1531 *Journal of Machine Learning Research*, 21 (2020), pp. 1–38.
- 1532