



**HAL**  
open science

# Modélisation et commande d'un réseau électrique continu

Djawad Hamache

► **To cite this version:**

Djawad Hamache. Modélisation et commande d'un réseau électrique continu. Automatique / Robotique. Centrale Supélec, 2016. Français. NNT : . tel-01812733

**HAL Id: tel-01812733**

**<https://centralesupelec.hal.science/tel-01812733>**

Submitted on 11 Jun 2018

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

NNT : 2016SACLC027

THÈSE DE DOCTORAT  
DE  
L'UNIVERSITÉ PARIS-SACLAY  
PRÉPARÉE À  
CENTRALESUPÉLEC

ECOLE DOCTORALE N° 580

Sciences et Technologies de l'Information et de la Communication (STIC)

Spécialité de doctorat : AUTOMATIQUE

Par

**Djawad HAMACHE**

---

**Modélisation et commande d'un réseau électrique continu**

---

Thèse présentée et soutenue à Gif-sur-Yvette, le 1 Avril 2016 :

**Composition du Jury :**

M DIALLO Demba	Université Paris Sud	Président
M BECHERIF Mohamed	Université de Technologie de Belfort-Montbéliard	Rapporteur
M DJEMAI Mohamed	Université de Valenciennes et Hainaut-Cambrésis	Rapporteur
M PIERFEDERICI Serge	GREEN- ENSEM Université de Lorraine	Examineur
M Da SILVA Juvelino	Président de Bowen-Erte	Examineur
M GODOY Emmanuel	CentraleSupélec	Directeur de thèse
M FAYAZ Akram	CNAM Paris	Co-encadrant de thèse
M KARIMI Charif	CentraleSupélec	Co-encadrant de thèse





# Remerciements

Le travail présenté dans ce mémoire a été mené à CentraleSupélec/Laboratoire des Signaux et Système (L2S) en collaboration avec le laboratoire Génie électrique et électronique de Paris (GeePs).

Je tiens à remercier vivement mes encadrants Emmanuel GODOY, Akram FAYAZ et Charif KARIMI. Je leur exprime toute ma reconnaissance et ma gratitude pour leur soutien, la confiance qu'ils m'ont donnée, leurs conseils judicieux et leur suivi régulier qui ont permis l'accomplissement de ce travail.

Mes remerciement vont aussi à tous les membres du jury pour avoir accepté d'examiner mon travail et spécialement aux rapporteurs qui ont fourni de grands efforts pour lire mon rapport.

Je remercie Odette pour son soutien et encouragement depuis mon arrivé à Supélec.

Je remercie tous mes amis pour leur soutiens, encouragement et tous les bons moments qu'on a passé ensemble.

Je remercie tout le personnel du département Automatique, du département Énergie de CentraleSupélec et toutes les personnes qui ont contribué de près ou de loin à l'aboutissement de ce travail.

Finalement, mes derniers remerciements vont à ma grand-mère et mes parents qui m'ont toujours soutenu pendant toutes ces années d'études et sans qui les choses auraient été certainement différentes.

---

# Dédicaces

Je dédie ce modeste travail :

A ma grand-mère et mes chers parents, qui par leurs sacrifices, leur amour, leur patience et leurs encouragements m'ont permis de toujours persévérer, de viser haut et de donner le meilleur de moi-même

A Odette qui m'a beaucoup soutenu au long de mon parcours à Supélec

A mes soeurs et mes frères ainsi qu'à ma grande famille

A tous mes amis et spécialement à Sofiane, Djamel, Seif, Zaki, Miassa, Imad, Mircea, Salim, Fethi, Tahar, Adlene, Abdelkrim et Amir

A tous mes collègues à Nikola, Anh, Mohamad, Hugo, Guillaume, Marjorie et Tri

---



# Table des matières

<b>1</b>	<b>Méthodes d'étude de stabilité des réseaux électriques</b>	<b>7</b>
1.1	Présentation des réseaux électriques . . . . .	7
1.1.1	Introduction . . . . .	7
1.1.2	Topologie des réseaux électriques . . . . .	8
1.1.3	Problèmes de stabilités des réseaux électriques DC . . . . .	9
1.2	Méthode d'analyse de stabilité . . . . .	20
1.2.1	Méthodes d'analyse de stabilité linéaires « petit signal » . . . . .	20
1.2.2	Méthodes d'analyse de stabilité non linéaire « large signal » . . . . .	31
1.3	Outils de modélisation des réseaux électriques . . . . .	39
1.3.1	Introduction . . . . .	39
1.3.2	Bond graphs (BG) . . . . .	40
1.3.3	Graphe Informationnel Causal (GIC) . . . . .	47
1.3.4	Représentation énergétiques macroscopique (REM) . . . . .	49
1.3.5	Représentation d'état . . . . .	51
1.4	Conclusions partielles . . . . .	52
<b>2</b>	<b>Propriétés des réseaux électriques continus</b>	<b>55</b>
2.1	Gabarit du transitoire de la tension du bus DC . . . . .	56
2.2	Définition d'un réseau d'étude . . . . .	57
2.3	Modélisation du réseau . . . . .	57
2.4	Commande des charges du réseau . . . . .	62
2.4.1	Asservissement en puissance de l'ensemble (convertisseur DC/DC-supercapacité) . . . . .	62
2.4.2	Asservissement en puissance de l'ensemble (convertisseur DC/DC-charge résistive) . . . . .	64
2.5	Asservissement de vitesse de l'ensemble convertisseur DC/AC-MSAP . . . . .	65
2.6	Études de stabilité . . . . .	67
2.7	Méthode de stabilisation des réseaux électriques DC . . . . .	69
2.7.1	Méthode de stabilisation passives . . . . .	69

2.7.2	Méthodes de stabilisation par la commande . . . . .	70
2.8	Conclusion partielles . . . . .	73
<b>3</b>	<b>Stabilisation du réseau par approche backstepping</b>	<b>75</b>
3.1	Introduction et principes . . . . .	75
3.1.1	Présentation de l'approche backstepping . . . . .	76
3.2	Cas d'un réseau à une charge . . . . .	78
3.2.1	Modélisation . . . . .	78
3.2.2	Formulation sous forme cascade du modèle . . . . .	80
3.2.3	Réglage de la loi de commande . . . . .	81
3.2.4	Analyse des résultats . . . . .	87
3.3	Cas d'un réseau à deux charges . . . . .	90
3.3.1	Modélisation . . . . .	90
3.3.2	Formulation sous forme cascade du modèle . . . . .	91
3.4	Conclusions partielles . . . . .	93
<b>4</b>	<b>Stabilisation par passivité</b>	<b>95</b>
4.1	Introduction et principes . . . . .	95
4.2	Élément de commande par passivité . . . . .	95
4.2.1	Principe . . . . .	95
4.2.2	Exemple d'un système passif . . . . .	96
4.2.3	Définition et propriétés de passivité . . . . .	97
4.3	Synthèse de lois de commande par passivité . . . . .	100
4.4	Application au cas d'un réseau à une seule charge . . . . .	101
4.4.1	Modélisation et commande . . . . .	101
4.4.2	Analyse des résultats au cas d'un réseau à une seule charge . . . . .	105
4.5	Application au cas d'un réseau à deux charges . . . . .	106
4.5.1	Modélisation et mise sous forme hamiltonienne . . . . .	106
4.5.2	Analyse des résultats au cas d'un réseau à deux charges . . . . .	113
4.5.3	Conclusions partielles . . . . .	116
<b>5</b>	<b>Stabilisation par approche multimodèle</b>	<b>119</b>
5.1	Introduction . . . . .	119
5.2	Développement d'une structure multimodèle . . . . .	120
5.2.1	Par linéarisation . . . . .	120
5.2.2	Par identification . . . . .	122
5.2.3	Transformation par secteurs non linéaires . . . . .	123
5.3	Stabilisation par retour d'état . . . . .	125
5.3.1	Loi de commande PDC . . . . .	126

5.3.2	Loi de commande CDF (Compensation et Division par modèles Flous) . . . . .	127
5.3.3	Amélioration des performances de la commande (CDF)	127
5.4	Synthèse d'un multi-observateur . . . . .	129
5.4.1	Introduction . . . . .	129
5.4.2	Conception du multi-observateur . . . . .	129
5.5	Application à la stabilisation d'un réseau à une seule charge .	130
5.5.1	Mise sous forme multimodèle . . . . .	132
5.5.2	Validation du modèle en simulation . . . . .	133
5.5.3	Analyse des résultats de simulation pour le cas d'un réseau à une seule charge . . . . .	135
5.6	Application sur un réseau à deux charges . . . . .	141
5.6.1	Mise sous forme multimodèle . . . . .	143
5.6.2	Validation en simulation de la représentation multimodèle . . . . .	145
5.6.3	Analyse des résultats . . . . .	147
5.7	Conclusions partielles . . . . .	153
 <b>Conclusions et perspectives</b>		 <b>155</b>
 <b>A Modélisation des charges contenues dans le réseau</b>		 <b>171</b>
A.1	Modélisation de l'ensemble convertisseur DC/DC réversible-supercapacité . . . . .	171
A.2	Modélisation de l'ensemble convertisseur DC/DC-résistance . .	175
A.3	Modélisation de la machine synchrone à aimants permanents .	176
 <b>B Commande PDC (Parallel Distributed Compensation) avec multiobservateur</b>		 <b>179</b>
B.1	Loi de commande PDC . . . . .	179
B.2	Loi de commande CDF . . . . .	181
B.3	Synthèse d'un multi-observateur . . . . .	183
B.4	Commande par retour d'état avec un multi-observateur . . . .	185
B.5	Démonstration du stabilité du système en boucle fermée . . .	186
B.5.1	Preuve de stabilité du système en boucle fermée . . . .	186
B.5.2	Analyse qualitative . . . . .	188
 <b>C Placement de pôles avec contraintes sectorielles</b>		 <b>191</b>

*TABLE DES MATIÈRES*

---

# Table des figures

1.1	Stabilité d'un point d'équilibre . . . . .	12
1.2	Stabilité asymptotique . . . . .	12
1.3	Stabilité exponentielle . . . . .	13
1.4	Circuit électrique continu contenant une CPL . . . . .	14
1.5	Caractéristique Courant - Tension d'une CPL (cas $P_s > 0$ ) . . . . .	15
1.6	Caractéristique Courant - Tension d'une CPL (cas $P_s < 0$ ) . . . . .	17
1.7	Profils de puissance dans un réseau contenant une CPL dans les phases de consommation et de récupération . . . . .	18
1.8	Courbes de tension du bus DC pour un réseau contenant une CPL dans les phases de consommation et de récupération . . . . .	19
1.9	Schéma simplifié d'un réseau électrique continu . . . . .	21
1.10	Évolution des valeurs propres avec la variation de $P_s \in [-0, 5\text{kW}; 0, 5\text{kW}]$ par pas de 0, 1kW . . . . .	22
1.11	Schéma simplifié d'un réseau électrique continu . . . . .	24
1.12	Représentation d'un sous système sous forme d'un quadripôle [54] . . . . .	26
1.13	Système composé de deux quadripôles en cascade [54] . . . . .	26
1.14	Représentation du gabarit défini par des marges de gain et de phase choisis au préalable [54] . . . . .	29
1.15	Région interdite pour la MG de $Z_{out}$ [54] . . . . .	30
1.16	Région interdite pour la MP de $Z_{out}$ [54] . . . . .	30
1.17	Schéma simplifié d'un réseau électrique continu . . . . .	30
1.18	Tracé des modules des impédances $Z_{out}$ et $Z_{in}$ . . . . .	31
1.19	Schéma simplifié d'un réseau électrique continu . . . . .	34
1.20	Schéma simplifié d'un réseau électrique continu . . . . .	36
1.21	Variables de puissance . . . . .	41
1.22	Circuit électrique $RLC$ . . . . .	43
1.23	Étape (1) . . . . .	43
1.24	Étape (2) . . . . .	43
1.25	Étape (3) . . . . .	43
1.26	Étape (4) . . . . .	44

1.27	Étape (5)	44
1.28	Bond graph causal du circuit RLC	47
1.29	Relation rigide	48
1.30	Relation causale	48
1.31	Circuit électrique <i>RLC</i>	49
1.32	Graph informationnel causal du circuit <i>RLC</i>	49
1.33	Circuit électrique <i>RLC</i>	51
1.34	La <i>REM</i> du circuit <i>RLC</i>	51
1.35	Circuit électrique <i>RLC</i>	52
2.1	Gabarit du régime transitoire de tension pour un réseau de 120V DC après une variation de la puissance de la charge	56
2.2	Réseau électrique de bord pour un véhicule électrique	58
2.3	Schéma électrique détaillé pour un réseau de bord d'un véhicule électrique	59
2.4	Schéma simplifier d'un réseau électrique de bord à deux charges	60
2.5	Ensemble convertisseur DC/DC réversible-supercapacité	63
2.6	Boucle d'asservissement du courant d'entrée	64
2.7	Ensemble convertisseur DC/DC-charge résistive	64
2.8	Boucle d'asservissement du courant d'entrée	66
2.9	Ensemble convertisseur DC/AC-MSAP	66
2.10	Boucle de commande vectorielle de vitesse de la MSAP	67
2.11	Évolution des valeurs propres par rapport aux variations de $P_{s_1}$ avec $P_{s_2}$ constante	68
2.12	Évolution des valeurs propres par rapport aux variations de $P_{s_2}$ avec $P_{s_1}$ constante	69
2.13	Filtre avec une cellule RC parallèle	70
2.14	Filtre avec une cellule RL série	70
2.15	Filtre avec une cellule RL parallèle	71
2.16	Ajout d'une cellule RC Parallèle au filtre d'entrée	71
2.17	Implantation d'une commande stabilisante sur la charge [54]	72
2.18	CPL alimentée par un convertisseur DC/DC [54]	73
3.1	Schéma simplifié d'un réseau électrique continu à une seule charge	79
3.2	Lieu des pôles du modèle linéarisé en boucle ouverte	88
3.3	Résultats de simulation dans le cas d'un réseau à une seule CPL	89
3.4	Test de robustesse par rapport aux variations des paramètres du réseau	91
3.5	Schéma simplifié d'un réseau électrique continu à deux charges	92
3.6	schéma bloc	93

4.1	Circuit RLC . . . . .	96
4.2	Interconnexion des systèmes passifs . . . . .	99
4.3	Schéma simplifié d'un réseau électrique continu à une seule charge . . . . .	102
4.4	Schéma simplifié d'un réseau électrique continu à une seule charge avec un amortisseur virtuel . . . . .	105
4.5	Résultats de simulation dans le cas d'un réseau à une seule CPL	107
4.6	Réseau électrique continu contenant deux CPLs . . . . .	108
4.7	Convertisseur DC-DC entrelacé avec une charge commune . . . . .	109
4.8	Réseau électrique continu contenant deux CPLs avec les deux amortisseurs virtuels . . . . .	113
4.9	Résultats de simulation dans le cas d'un réseau à deux CPLs . . . . .	115
4.10	Test de robustesse par rapport aux variations des paramètres du réseau . . . . .	117
5.1	Les valeurs propres dans le plan complexe $S(-\alpha, -\beta, \theta)$ . . . . .	128
5.2	Schéma simplifié d'un réseau électrique continu contenant une seule CPL . . . . .	131
5.3	Puissances consommée par les charges . . . . .	134
5.4	Validation de la représentation multimodèle du réseau DC contenant une seule CPL . . . . .	134
5.5	Puissance consommée par la charge . . . . .	136
5.6	L'estimation des courants du réseau par un multi-observateur pour le cas d'un réseau à une seule CPL . . . . .	136
5.7	Résultats de simulation dans le cas d'un réseau à une seule CPL	138
5.8	Schéma détaillé d'un réseau électrique continu contenant une seule charge . . . . .	139
5.9	Puissance consommée par la charge . . . . .	139
5.10	Résultats de simulation dans le cas d'un réseau à une seule CPL avec le modèle à commutation . . . . .	140
5.11	Schéma simplifié d'un réseau électrique continu contenant deux charges . . . . .	142
5.12	Puissances consommée par les charges . . . . .	145
5.13	Validation de la représentation multimodèle pour un réseau DC à deux CPLs . . . . .	146
5.14	Résultats de simulation dans le cas d'un réseau à deux CPLs . . . . .	149
5.15	Test de robustesse par rapport aux variations des paramètres du réseau . . . . .	150
5.16	Schéma détaillé d'un réseau électrique continu contenant une seule charge . . . . .	151

*TABLE DES FIGURES*

---

5.17 Résultats de simulation dans le cas d'un réseau à une seule CPL avec le modèle à commutation . . . . .	152
A.1 Ensemble convertisseur DC/DC réversible-supercapacité . . .	171
A.2 Ensemble convertisseur DC/DC-charge résistive . . . . .	175
C.1 Secteur de placement de pôles . . . . .	192



# Liste des tableaux

1.1	Variables généralisés pour différents domaines physiques . . .	41
1.2	Éléments du langage bond graph . . . . .	42
1.3	Règles d'affectation de la causalité sur les éléments actifs et passifs . . . . .	45
1.4	Règles d'affectation de la causalité sur les éléments de jonction	46
1.5	Tableau explicitant les relations caractéristiques des processus	49
1.6	Les différents éléments utilisés dans la <i>REM</i> . . . . .	50
2.1	Paramètres du réseau contenant deux CPLs . . . . .	58
5.1	Tableau comparatif des performances des approches synthétisées	155
5.2	Tableau comparatif des trois approches synthétisées . . . . .	156
A.1	Paramètres de l'ensemble convertisseur DC/DC réversible- supercapacité . . . . .	175
A.2	Paramètres de l'ensemble convertisseur DC/DC-résistance . .	176
A.3	Paramètres de la machine synchrone à aimant permanent . . .	177



# Acronymes

CPL	Constant Power Load
DC	Direct Current
AC	Alternating Current
HVDC	High Voltage Direct Current
MGMP	Marge de Gain Marge de Phase
BG	Bond Graph
GIC	Graphe Informationnel Causal
MSAP	Moteur Synchrone à Aimants Permanents
ISP	Input Strict Passivity
OSP	Output Strict Passivity
DI	Damping Injection
LTI	Linear Time Invariant
LPV	Linear Parameter Varying
LMI	Linear Matrix Inequality
BMI	Bilinear Matrix Inequality
PDC	Parallel Distributed Compensation
PPDC	Proportional Parallel Distributed Compensation
CDF	Compensation et Division par modèles Flous
SISO	Single Input Single Output
MIMO	Miltple Input Miltple Output



# Introduction générale et contexte des travaux

Les progrès de l'électronique de puissance ainsi que le respect des contraintes environnementales et énergétiques ont conduit à une augmentation des besoins en énergie électrique et à une diversification des sources. Ainsi, dans les différents domaines d'application (domotique, aéronautique, marine, spatial, etc.), les réseaux électriques continus contiennent non seulement des charges de nature différentes, mais aussi des sources hétérogènes. Les interconnexions de ces différentes charges et sources, impliquant des échanges d'énergie entre éléments de natures différentes, peuvent conduire à des conséquences critiques sur la stabilité du réseau et la « qualité » de l'énergie.

En raison de l'interconnexion d'éléments de nature et de caractéristiques différentes, le comportement du système global est régi, non seulement par les modes propres de chaque élément, mais aussi des modes de couplage. D'un point de vue théorique, un des premiers problèmes qui se pose est que la connexion de deux systèmes, linéaires ou non linéaires, individuellement stables peut conduire à un comportement globalement instable. Au-delà de cette propriété commune aux dynamiques interconnectées, des contraintes telles que l'optimisation de la production et de la consommation ainsi que l'exigence de récupération d'énergie (de plus en plus importante), etc., rendent le problème de stabilité critique.

Dans ce contexte, l'analyse approfondie de ce type de réseau, ainsi que la synthèse de lois de commandes adéquates, deviennent alors très importantes dans un objectif de maintien de la stabilité et de l'optimisation de l'ensemble du réseau. Pour des raisons telles que la facilité du stockage, la réduction du nombre de convertisseurs et l'optimisation des pertes, le réseau électrique continu est de plus en plus privilégié dans les applications mentionnées précédemment. Ce type de réseau fera donc plus spécifiquement l'objet des travaux de recherche de cette thèse. Ce mémoire est organisé en cinq chapitres.

Dans le premier chapitre après une brève introduction sur les réseaux électriques continus et leurs applications, les différents problèmes d'instabi-

lité dans un réseau électrique ainsi qu'un rappel de différents types d'instabilité seront présentés. Par la suite, une analyse sur l'impact déstabilisant du couplage entre une charge à puissance constante et son filtre d'entrée sera explicitée. Puis un état de l'art sur différents outils d'analyse de stabilité « petit signal », des systèmes linéaires, et « large signal », des systèmes non linéaires, sera détaillé. Un exemple d'application sur un réseau contenant une charge à puissance constante sera ensuite présenté afin d'illustrer l'analyse de stabilité par les outils cités auparavant. Un aperçu sur les méthodes de modélisation des réseaux électriques sera ensuite présenté. Enfin, différentes approches permettant d'améliorer la stabilité des réseaux DC seront présentées. Ces approches sont habituellement partagées en deux classes : la première classe consiste à prendre directement en compte les différents critères de stabilité dans le dimensionnement du système. Alors que la seconde consiste à mettre en place des lois de commande spécifiques qui vont intégrer des contraintes sur la stabilité du système. Ces commandes peuvent être appliquées soit localement sur les charges soit sur le bus continu si celui-ci est régulé.

Dans le deuxième chapitre une structure de base d'un réseau DC, souvent utilisé dans les véhicules électriques ou dans des applications domestiques, sera définie. Ce réseau contient en particulier plusieurs charges et un élément de stockage d'énergie qui servira aussi comme seul moyen de commande dans ces travaux. L'ensemble des études menées par la suite reposeront sur cette structure de base. Dans la suite de ce chapitre, un modèle du réseau étudié sera développé par l'un des outils exposés. Ce modèle sera ensuite utilisé pour l'étude de stabilité « petit-signal » du système par l'une des méthodes présentées au préalable. Cette analyse met ainsi en évidence l'impact des interactions entre les différentes charges et leur filtre d'entrée sur la stabilité du système.

Afin de pallier aux problèmes d'instabilité mentionnés dans les chapitres précédents, ces travaux de thèse ont comme objectif, dans un premier temps l'investigation des approches de commande pour la stabilisation d'un réseau électrique continu. Dans un second temps, l'expertise d'un réseau en vue de sa commande, c'est-à-dire modifier la structure d'un réseau afin de pouvoir le stabiliser et utiliser les éléments de stockage, existants dans le réseau, comme seuls et uniques moyen de commande.

Dans le troisième chapitre une méthode de stabilisation non linéaire fondée sur l'approche de backstepping est détaillée. Cette approche sera appliquée sur un réseau contenant une seule charge et un organe de stockage choisi comme moyen de commande.

Dans le quatrième chapitre une deuxième approche de stabilisation en utilisant la méthode d'injection d'amortissement est présentée. Cette mé-

thode sera appliquée sur un réseau à une seule charge puis à deux charges avec un seul élément de stockage utilisé comme moyen d'action dans les deux structures de réseau.

Dans le cinquième chapitre une autre approche de stabilisation fondée sur l'approche PDC (Parallel Distributed Compensation) en utilisant une représentation sous forme multimodèle du système est abordée. La structure de commande proposée est complétée par un observateur conçu afin d'estimer les courants du réseau supposés non mesurés. Cette méthode de stabilisation, combinée avec l'observateur, sera appliquée sur un réseau à une seule charge puis à deux charges avec un élément de stockage utilisé également comme unique moyen d'action dans les deux cas.

Enfin, une conclusion générale avec une analyse comparative des différentes méthodes de stabilisation synthétisées dans les chapitres précédents dressera un bilan des travaux effectués et donnera les principales perspectives de recherche.





# Chapitre 1

## Méthodes d'étude de stabilité des réseaux électriques

### 1.1 Présentation des réseaux électriques

#### 1.1.1 Introduction

Ce premier chapitre se compose de quatre parties. Dans la première partie, une introduction sur les phénomènes d'instabilité potentiels dans un réseau électrique ainsi qu'un bref rappel des définitions des différents types de stabilité seront présentées. Ensuite, une étude sur les conséquences du couplage entre une charge à puissance constante (notée CPL pour Constant Power Load) et son filtre d'entrée sera abordée. Une conséquence de ce couplage est le risque d'instabilité qu'on peut rencontrer dans les réseaux DC. Cette étude permet ainsi de mettre en évidence le problème de stabilité d'instabilité résultant de l'interactions entre les CPL et leurs filtres d'entrée.

Ces CPLs sont des charges non-linéaires, elles se comportent comme des résistances négatives vu de leur filtre d'entrée. Ce comportement est expliqué dans l'étude de stabilité.

Dans la seconde partie, nous présentons les outils mathématiques qui permettent l'analyse de stabilité des systèmes linéaires. Celles-ci permettent de conclure sur la stabilité locale autour d'un point de fonctionnement. Certaines de ces méthodes considèrent le système dans sa globalité contrairement à d'autres qui les considèrent comme des sous-systèmes en interaction.

Dans la troisième partie des outils permettant l'étude de la stabilité « grand-signal » des systèmes non-linéaires sont présentés. Contrairement aux méthodes linéaires, les méthodes non linéaires permettent l'analyse de la stabilité dans le cas dit de "grands signaux" et de déterminer un domaine de stabilité autour du point de fonctionnement dans certain cas (par exemple,

par la méthode de Lypunov), cela rend possible l'évaluation de la robustesse du système lorsque celui-ci est soumis à des perturbations.

Afin d'aborder l'étude de stabilité du système, le développement d'un modèle de ce dernier est nécessaire. Plusieurs outils de modélisation, de différents niveaux de complexité, vont être présentés dans la quatrième partie. Certains de ces outils ont comme point de départ une modélisation mathématique issue des lois physiques qui interprètent les différents phénomènes régissant le comportement du système. Ces équations mathématiques sont organisées d'une certaine manière, afin de considérer l'association des diverses composantes. D'autres outils font appel à une représentation graphique, ils sont fondés sur le principe de conservation d'énergie et permettent de considérer le transfert d'énergie dans le système en utilisant les variables physiques tels que l'effort et de flux. Ces outils graphiques mettent en avant le parallélisme entre différents domaines d'application (électricité, mécanique, thermodynamique, hydraulique, etc.).

## 1.1.2 Topologie des réseaux électriques

### Réseaux locaux de distribution d'électricité

Le progrès d'électronique de puissance et le développement des techniques et les moyens de commande à fait des réseaux électriques DC (réseaux HVDC) un excellent vecteur pour les services de transport et de distribution d'énergie électrique à partir de sources d'énergie renouvelables [57][29]. Ce type de sources fait généralement appel à d'importantes longueurs de câbles où, aussi bien d'un point de vu technologique qu'économique, les réseaux HVDC offrent de nombreux avantages tels que :

- la stabilité et le contrôle de l'intensité ou de la tension ;
- l'absence de puissance réactive qui peut introduire des instabilités sur les tensions ;
- l'élimination des perturbations en cascade, gain en masse et en coût par l'élimination de certains étages de conversion (étage de redressement par exemple).

Bien souvent, les sources dites renouvelables qui proposent un important gisement d'énergie ne sont pas situées à proximité des consommateurs. Nous pouvons évoquer les déserts pour le solaire, les courants marins pour les hydroliennes, ou encore les zones montagneuses pour les barrages hydro-électriques. Plusieurs projets d'utilisation des réseaux électriques DC sont déjà construits dans le monde, on peut citer les liaisons d'interconnexion DC-DC suivantes :

- liaison INELEF entre la France et l'Espagne (distance 65km, tension

- du bus  $\pm 320\text{kV}$ , puissance  $2000\text{MW}$ , année 2015);
- liaisons sous-marine et à câble (projet NorNed entre la Norvège et les pays bas (distance  $580\text{km}$ , tension du bus  $\pm 450\text{kV}$ , puissance  $700\text{MW}$ , année 2008));
- liaison entre deux réseaux alternatifs non-synchrones (l'interconnexion Sakuma-ShinShinano entre le nord et le sud du Japon entre des îles comportant des réseaux alternatifs à  $50\text{Hz}$  et d'autre à  $60\text{Hz}$  (tension du bus  $125\text{kV}$ , puissance  $300\text{MW}$ , année 1965);
- liaison qui relie la plateforme maritime éolienne BorWin Alpha (sources d'énergie renouvelables) en mer du nord au réseau électrique allemand. (projet BorWin 1 (distance  $200\text{km}$ , tension du bus  $150\text{kV}$ , puissance  $400\text{MW}$ , année 2009).

## Réseaux embarqués

Le développement de l'électronique de puissance, les contraintes environnementales, les exigences des clients ont poussé les spécialistes dans les réseaux électriques à remplacer les systèmes mécaniques et hydrauliques dans les applications embarquées par des systèmes électriques. Ceci conduit à une forte utilisation de réseaux électriques continus pour la distribution d'énergie électrique dans les réseaux embarqués. Dans ce contexte, de l'automobile au ferroviaire en passant par le maritime et l'aéronautique, les systèmes électriques subissent des profondes mutations. L'essor de l'électronique de puissance durant ces dernières années participe à ce changement. Fiabilité, modularité, gain de masse, souplesse de fonctionnement sont, parmi d'autres, les qualités qu'apportent ces nouveaux modes de conversion d'énergie et d'utilisation de ce type de réseaux. Qui ne peut constater l'évolution entre le premier train alimenté par caténaire et le nouveau AGV (Automotrice Grande Vitesse).

### 1.1.3 Problèmes de stabilités des réseaux électriques DC

#### Introduction

Pendant des années, des recherches diverses et complexes ont été effectuées pour comprendre les problèmes de stabilité des systèmes de puissance. Pour cela des nombreuses définitions de stabilité de ce type de système ont été proposées. La définition la plus récente, que nous adopterons, est celle proposée par le groupe de travail conjoint IEEE/CIGRE [47].

**Définition 1.1.** [IEEE/CIGRE][47] La stabilité d'un système de puissance est la capacité d'un système de puissance électrique, pour une condition de

fonctionnement initiale donnée, de retrouver le même état ou un autre état d'équilibre après avoir subi une perturbation physique, en conservant la plupart des variables de système dans leurs limites, de sorte que le système entier reste pratiquement intact.

Ainsi un système de puissance possédant un état d'équilibre est considéré comme stable, si suite à une perturbation, le système peut encore retrouver le point d'équilibre d'équilibre. Le système est également considéré comme stable s'il tend vers un autre point d'équilibre d'équilibre. C'est à dire que l'on n'impose pas au système d'être dans un état invariant au cours du temps pour qu'il soit stable. On est donc dans une définition très proche de celle de la robustesse. La stabilité d'un système électrique serait donc assimilable à « l'étude de la robustesse des points de fonctionnement du système » mais aussi à une « continuité de service » de celui-ci car il est précisé que revenir au point de fonctionnement n'est pas suffisant. [54].

Dans la littérature plusieurs type de stabilité associés aux problématiques des systèmes électriques ont été abordés. On peut les classer en trois grandes catégorie et correspondent à [48] :

- la stabilité de l'angle de rotor des machines synchrones ;
- la stabilité de la fréquence électrique des réseaux alternatifs ;
- la stabilité de tension AC ou DC.

La première catégorie réfère à la capacité d'un système interconnecté à retrouver le synchronisme après une perturbation. Cela dépend de l'équilibre entre le couple électromagnétique et le couple mécanique lié à la charge. Les risques d'oscillations de la fréquence sont causés par des forts déséquilibres entre les sources et les charges. En effet, la vitesse de rotation du rotor de la machine synchrone est directement proportionnelle à la fréquence électrique du stator. Si une telle machine est couplée sur un réseau électrique à fréquence fixe, alors sa vitesse de rotation est imposée par celui-ci. Si la charge mécanique varie brutalement ou si elle devient trop forte, le synchronisme entre la machine et le réseau peut être perdue [54].

La seconde catégorie concerne le maintien de la fréquence à une valeur nominale dans un système de puissance. Il est lié à l'équilibre global entre les puissances actives produites et consommées (y compris les pertes). Autrement dit, suite à certaines perturbations, l'équilibre global des puissances produites-consommées peut être mis en défaut entraînant en réaction une variation de fréquence. Si la puissance demandée est supérieure à la puissance produite, alors la fréquence du réseau va diminuer et inversement, si la puissance produite est supérieure à la puissance consommée, alors la fréquence va augmenter. La variation de la fréquence est donc un indicateur de la variation de l'échange de puissance sur le réseau [48].

La dernière catégorie est celle qu'on va étudier dans ce mémoire. Elle concerne la stabilité des tensions des bus du réseau. Ceci correspond à la capacité à maintenir la tension de bus constamment acceptable, dans des conditions normales de fonctionnement, après avoir subi une perturbation. Le système entre dans un état d'instabilité quand une perturbation, due à l'augmentation de la charge par exemple, provoque une diminution progressive de la tension [47]. Les instabilités de tension sont liées aux échanges de flux de puissance active et réactive.

Afin de compléter, et de bien comprendre la définition de stabilité des systèmes de puissance, il est aussi important de rappeler les définitions mathématiques de la stabilité. Celles-ci permettront de caractériser les différentes natures que peut prendre la stabilité d'un réseau.

### Stabilité au sens de Lyapunov

Considérons le système décrit par la représentation (1.1) non-autonome (dépendant du temps), non commandé, avec  $f$  définie et dérivable dans  $D \in \mathbb{R}^n$  et décrit par l'équation différentielle :

$$\dot{x} = f(t, x(t)) \quad x \in D \quad (1.1)$$

où :  $x$  est le vecteur d'état. Le système (1.1) est dit en équilibre autour d'un point  $x_e$  si, en absence d'influence externe, son état ne varie pas au cours du temps.

$$\forall t > 0, f(t, x_e) = 0 \quad (1.2)$$

Ainsi, nous nous intéressons aux comportements des trajectoires du système au voisinage de ses points d'équilibre. Nous présentons dans ce qui suit quelques définitions qui forment l'approche de la stabilité au sens de Lyapunov.

#### Stabilité du point d'équilibre

**Définition 1.2.** Un point d'équilibre  $x_e$  est dit stable si, pour tout  $\varepsilon > 0$ , il existe une valeur  $\delta = \delta(\varepsilon(t_0)) > 0$  tel que :

$$\|x(t_0) - x_e\| < \delta \Rightarrow \|x(t) - x_e\| < \varepsilon \quad \forall t \geq 0 \quad (1.3)$$

où  $t_0$  est l'instant initial.

Dans le cas contraire,  $x_e$  est dit instable. Ainsi, la stabilité au sens de Lyapunov signifie que la trajectoire  $x(t)$ , avec une condition initiale  $x(t_0)$  doit rester proche du point d'équilibre  $x_e$  (c-à-d.  $\|x(t_0) - x_e\| < \delta$ ), pour tout  $t \geq t_0$ . Pour cela, les solutions  $x(t)$  doivent rester à l'intérieur de la région délimitée par  $\|x(t) - x_e\| < \varepsilon$ , c-à-d rester dans un « tube » de rayon  $\varepsilon$  de la trajectoire  $x(t) = x_e$  (Fig. 1.2) [47][44].

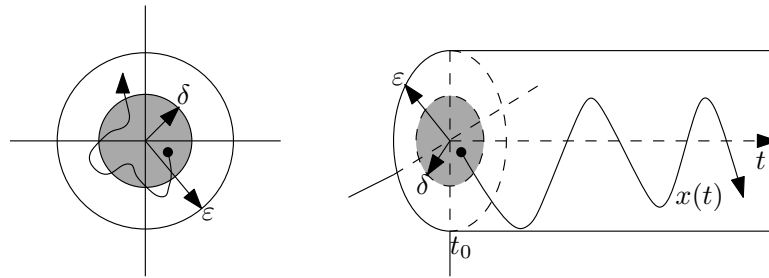


FIGURE 1.1 – Stabilité d'un point d'équilibre

### Stabilité asymptotique

**Définition 1.3.** Un point d'équilibre  $x_e$  est dit asymptotiquement stable s'il est stable et en plus si :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|x(t_0) - x_e\| = 0 \quad (1.4)$$

La stabilité asymptotique signifie que non seulement le point d'équilibre est stable, mais qu'on est capable de déterminer un domaine proche du point d'équilibre tel que n'importe quelle trajectoire, issue d'un état initial  $x(t_0)$  appartenant à ce domaine, converge vers le point d'équilibre  $x_e$  (Fig. 1.2)[47].

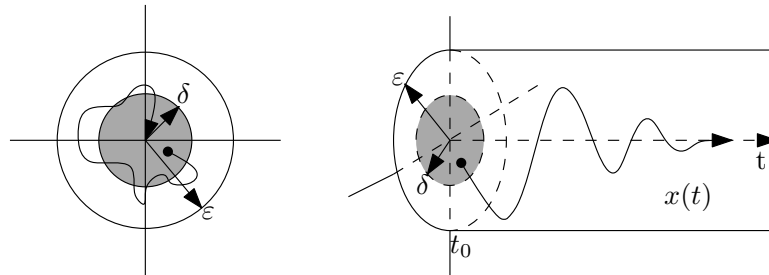


FIGURE 1.2 – Stabilité asymptotique

Un ensemble d'état initiaux  $x(t_0)$  à partir desquels les trajectoires  $x(t)$  convergent vers un point d'équilibre asymptotiquement stable est appelé le domaine d'attraction  $D$ . La stabilité asymptotique est la propriété généralement recherchée en pratique. Il faut cependant remarquer que la définition ci-dessus ne donne pas d'information sur la vitesse à laquelle la trajectoire  $x(t)$  converge vers l'équilibre. C'est pourquoi, on introduit la notion de stabilité exponentielle qui permet de caractériser cette vitesse de convergence.

### Stabilité exponentielle

**Définition 1.4.** Un point d'équilibre est exponentiellement stable s'il l'est asymptotiquement et s'il existe des constantes  $\alpha > 0$ ,  $\lambda > 0$  et  $\delta$  telles que :

$$\|x(t_0) - x_e\| < \delta \Rightarrow \|x(t) - x_e\| < \alpha \|x(t_0) - x_e\| e^{-\lambda t} \quad \forall t \geq 0 \quad (1.5)$$

Cette stabilité signifie que pour une condition initiale  $x(t_0)$ , la trajectoire d'état  $x(t)$  converge vers un point d'équilibre  $x_e$  d'une façon exponentielle avec une vitesse de convergence  $\lambda$  comme illustré par la figure (Fig. 1.3) [44][47].

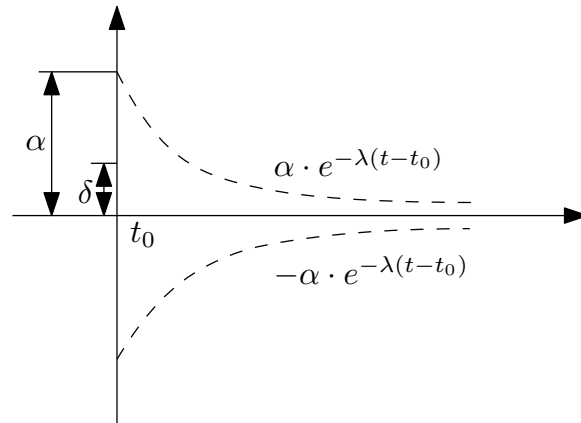


FIGURE 1.3 – Stabilité exponentielle

Après un rappel des différentes définitions mathématiques de stabilité, la suite de cette sous-section présente quelques problématiques de stabilité des réseaux électriques DC.

### Charges à puissance constante (CPL)

Les nouvelles charges électriques ont, non seulement l'inconvénient d'être non linéaires, mais de plus, elles possèdent dans certaines classes d'application la propriété d'être à « puissance constante (CPL) ». Par exemple, dans le cas d'un moteur d'attraction d'un véhicule électrique, l'appui sur la pédale d'accélérateur est interprété généralement comme une demande de puissance. Le système de commande du moteur impose ainsi une consommation de puissance constante (au moins pour l'échelle de temps des dispositifs de conversion d'énergie et des dynamiques du réseau). L'interaction de ce type de charge autour d'un bus DC peut conduire à l'instabilité de celui-ci [23][54][62]. Le phénomène d'instabilité est alors considéré comme la conséquence de la connexion d'une CPL sur un bus DC. L'asservissement de la

charge est indépendant de l'état électrique du réseau (notamment du bus DC). Une représentation d'une charge à puissance constante est donnée d'un point de vue macroscopique par le schéma de la figure (Fig. 1.4).

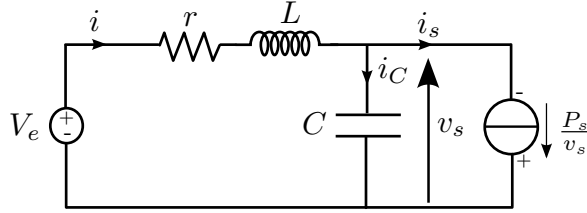


FIGURE 1.4 – Circuit électrique continu contenant une CPL

Appliquons les lois de Kirchhoff sur le circuit (Fig. 1.4), on obtient les équations dynamiques du système

$$\begin{cases} L \frac{di}{dt} = V_e - v_s - ri \\ C \frac{dv_s}{dt} = i - \frac{P_s}{v_s} \end{cases} \quad (1.6)$$

Le courant absorbé par la CPL sur le bus DC étant égal à  $i_{cpl} = i_s = \frac{P_s}{v_s}$ , on remarque dans les équations (1.6) que la présence d'une charge à puissance constante dans le réseau entraîne l'apparition d'une non linéarité de type  $\frac{P_s}{v_s}$ . Afin d'observer le comportement de la CPL, la figure (1.5) représente la caractéristique courant/tension aux bornes de la charge. Comme le montre cette figure, si la tension d'alimentation augmente (respectivement diminue), le courant consommé diminue (respectivement augmente) pour assurer le fonctionnement à puissance constante.

L'approximation au premier ordre de la courbe tracée sur la figure (1.5) autour d'un point de fonctionnement  $(I_{s_0}, V_{s_0})$ , donne une pente décroissante, qui traduit le comportement d'une résistance négative. Celle-ci est de la forme donnée par (1.7) où l'on voit apparaître un terme homogène à une résistance négative notée  $R_{cpl}$  et une composante continue [54].

$$i_{cpl} = -\frac{P_s}{V_{s_0}^2} v_s(t) + 2 \frac{P_s}{V_{s_0}} \quad (1.7)$$



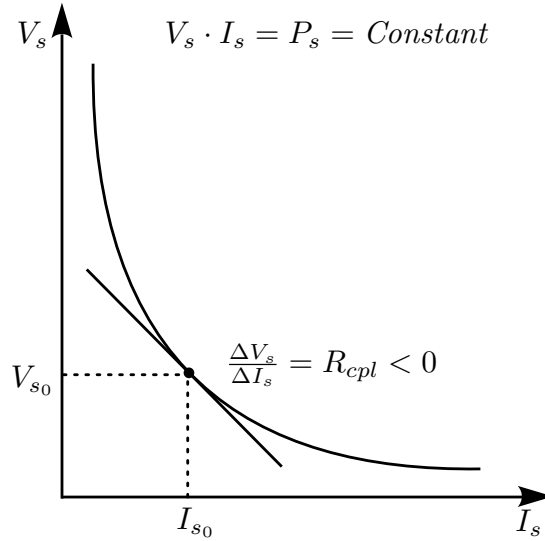


FIGURE 1.5 – Caractéristique Courant - Tension d'une CPL (cas  $P_s > 0$ )

Par identification avec la loi d'Ohm  $I = \frac{V}{R}$ , on obtient

$$R_{cpl} = -\frac{V_{s0}^2}{P_s} \quad (1.8)$$

Afin d'interpréter mathématiquement l'effet de la CPL sur le réseau, on considère uniquement les variations du système autour du point de fonctionnement  $(I_{s0}, V_{s0})^T$ .

À partir de la résolution du système d'équation (1.6), on obtient le point de fonctionnement  $(I_{s0}, V_{s0})^T$  suivant

$$\begin{cases} I_{s0,1} = \frac{2P_s}{V_e \pm \sqrt{V_e^2 - 4rP_s}} \\ V_{s0,2} = \frac{V_e \pm \sqrt{V_e^2 - 4rP_s}}{2} \end{cases} \quad (1.9)$$

Dans le réseau considéré (Fig. 1.4), la tension ne peut être que positive. Il est donc impératif que la condition suivante soit vérifiée :

$$P_s < \frac{V_e^2}{4r} \quad (1.10)$$

Ainsi, en considérant (1.9) et (1.10) le point d'équilibre du système (1.6) est

$$\begin{pmatrix} I_{s_0} \\ V_{s_0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2P_s}{V_e + \sqrt{V_e^2 - 4rP_s}} \\ \frac{V_e + \sqrt{V_e^2 - 4rP_s}}{2} \end{pmatrix} \quad (1.11)$$

D'une façon logique, on note que le point d'équilibre  $(I_{s_0}, V_{s_0})$  dépend de la puissance consommée par la charge. Le système linéaire obtenu autour du point d'équilibre  $(I_{s_0}, V_{s_0})$  est donné par l'équation suivante :

$$\begin{pmatrix} \dot{\tilde{i}} \\ \dot{\tilde{v}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{r}{L} & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & \frac{P_s}{CV_{s_0}^2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{i} \\ \tilde{v} \end{pmatrix} \quad (1.12)$$

avec  $\frac{P_s}{CV_{s_0}^2} = -\frac{1}{R_{cpl}}$ .

Du modèle linéaire (1.12) et de l'équation (1.8), on peut exprimer le polynôme caractéristique P du système selon la notation suivante :

$$P(\lambda) = \lambda^2 + \left( \frac{r}{L} - \frac{P_s}{CV_{s_0}^2} \right) \lambda + \frac{1}{LC} \left( 1 - r \frac{P_s}{V_{s_0}^2} \right) \quad (1.13)$$

Ce polynôme caractéristique, permet de déterminer les conditions (1.14) à respecter afin que le système soit stable.

$$\begin{cases} \left( \frac{r}{L} - \frac{P_s}{CV_{s_0}^2} \right) > 0 \\ \left( 1 - r \frac{P_s}{V_{s_0}^2} \right) > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P_s < \frac{rC}{L} V_{s_0}^2 \\ P_s < \frac{V_{s_0}^2}{r} \end{cases} \quad (1.14)$$

On remarque que la condition  $\frac{V_{s_0}^2}{r}$  est moins contraignante que la condition d'existence du point d'équilibre pour le système donnée dans (1.10), c'est à dire  $\frac{V_e^2}{4r} < \frac{V_{s_0}^2}{r}$ . Finalement, on déduit la condition sur la valeur de puissance assurant la stabilité locale du système (1.6) autour du point d'équilibre  $(I_{s_0}, V_{s_0})$

$$P_s \leq \frac{rC}{L} V_{s_0}^2 \quad (1.15)$$

Cette relation, permet de déduire la puissance maximale  $P_{s_{max}} = \frac{rC}{L} V_{s_0}^2$  que la charge peut consommer afin d'assurer la stabilité du système.

De la condition sur la stabilité locale du système (1.6), donnée dans (1.15), on vérifie également que cette relation dépend des paramètres du filtre d'entrée ( $r, L, C$ ), mais ainsi de la tension d'entrée d'une façon indirecte et de la puissance consommée par la charge.

On peut constater que, la marge de stabilité sera d'autant plus importante que la capacité du filtre d'entrée sera élevée, et inversement pour l'inductance du filtre. Cependant l'augmentation de la capacité du filtre à comme inconvénient d'accroître la masse, le volume, le coût. etc.

De plus, ces observations montrent que la résistance négative  $R_{cpl} = -\frac{V_{s0}^2}{P_s}$  sert à exciter le système car elle **génère** des variations de courant inversement aux variations de tension. Donc, plus la puissance consommée est importante et plus sa conductivité augmente, jusqu'à ce qu'elle compense l'amortissement global du système qui devient alors instable [54][62]. A l'inverse du cas où la charge consomme de l'énergie ( $P_s > 0$ ), on note que dans la phase de récupération ( $P_s < 0$ ), c'est-à-dire quand la charge renvoie de l'énergie au réseau (phase de freinage du moteur par exemple), l'expression de la résistance  $R_{cpl}$  introduite par l'interaction entre le filtre d'entrée et la CPL (1.8) est positive. Ce qui permet de conclure que dans ce cas que la charge permet d'amortir le filtre d'entrée. La figure (1.6) illustre le comportement d'une résistance positive.

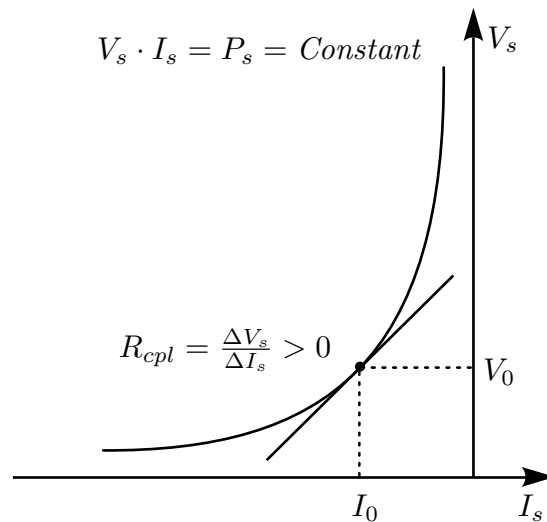


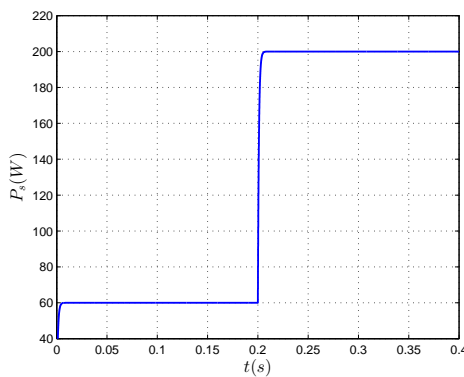
FIGURE 1.6 – Caractéristique Courant - Tension d'une CPL (cas  $P_s < 0$ )

**Application numérique :**

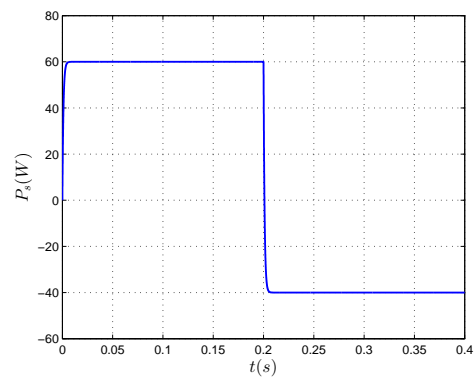
$$\begin{cases} V_e = 120\text{V} \\ L = 500\mu\text{H} \\ C = 200\mu\text{F} \\ r = 0,02\Omega \end{cases} \quad (1.16)$$

$$P_{s_{max}} = 115,4\text{W} \quad (1.17)$$

Les figures (1.8a, 1.8c) montrent que la tension  $v_s$  du bus DC du réseau (Fig. 1.4) pour le profil puissance (Fig. 1.7a), a un comportement dynamique oscillant et divergent ce qui confirme l'impact déstabilisant pour ( $P_s > P_{s_{max}}$ ). En revanche, on voit dans les figures (1.8b, 1.8d) un comportement dynamique stable pour la tension  $v$  pour un profil de puissance donné par (Fig. 1.7b) où ( $P_s < P_{s_{max}}$ ). Dans ce cas la CPL a un impact stabilisant dans le réseau.



(a) Puissance consommée par la CPL dans le cas  $P_s > 0$



(b) Puissance consommée par la CPL dans le cas  $P_s < 0$

FIGURE 1.7 – Profils de puissance dans un réseau contenant une CPL dans les phases de consommation et de récupération

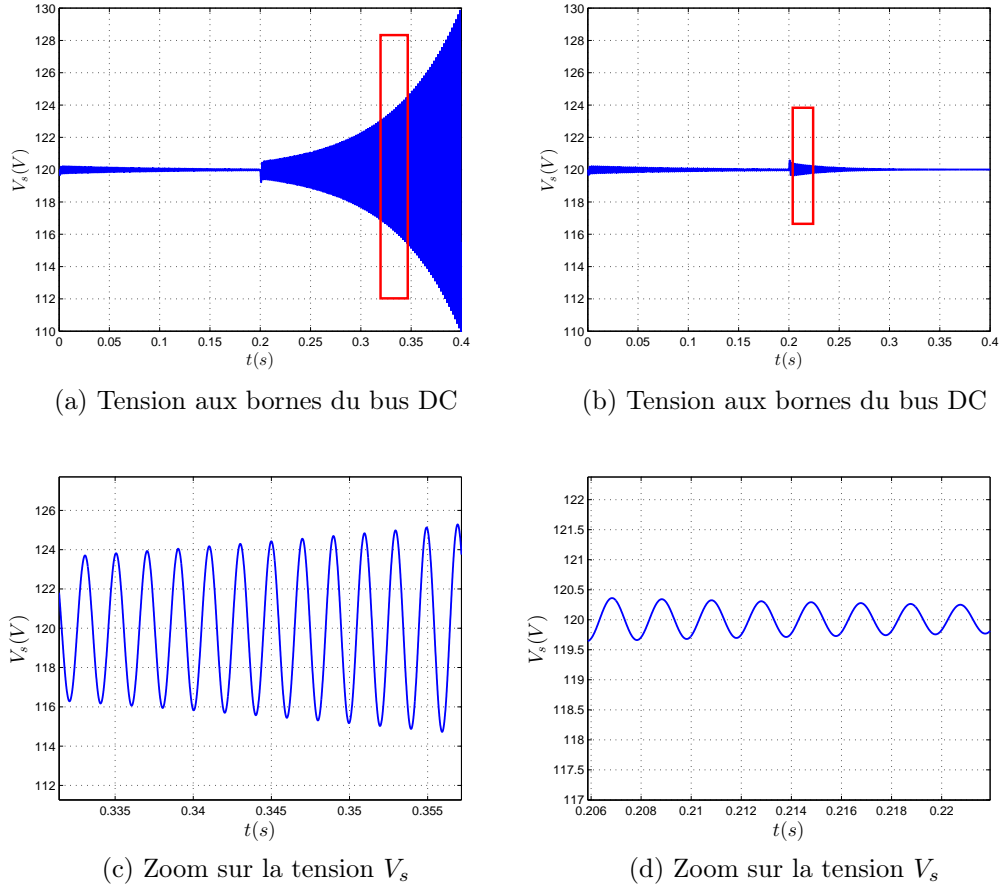


FIGURE 1.8 – Courbes de tension du bus DC pour un réseau contenant une CPL dans les phases de consommation et de récupération

### Couplage des charges connectées au même bus

Lorsque nous connectons plusieurs charges sur le même bus, elles peuvent physiquement échanger de l'énergie les unes avec les autres, ce qui favorise l'apparition de nouvelles dynamiques. Le comportement du système global est alors régi par les modes propres de chaque charge, auxquels viennent s'ajouter des modes de couplage. Dans ces conditions, une dynamique provenant du couplage de deux charges individuellement stables peut présenter un comportement divergent.

La conception des réseaux électriques DC leur octroie de nombreux avantages par rapport à la mise en parallèle de nombreuses charges, essentiellement grâce à la nature du courant de bus. Mais aussi, la présence d'un grand nombre de charges peut engendrer des instabilités liées à des interactions filtre

d'entrée/charge ou charge/charge. Les études doivent donc être nécessairement conduites au niveau des réseaux, afin de conclure sur les performances de l'ensemble du système. Par ailleurs, lorsque le nombre de charges augmente, les puissances mises en jeu ainsi que les longueurs de câbles utilisés au niveau des réseaux ont de fortes probabilités d'augmenter également, ce qui peut conduire à la limitation du transfert de puissance par l'augmentation de l'impédance des câbles, entraînant un risque supplémentaire d'instabilité.

## 1.2 Méthode d'analyse de stabilité

### 1.2.1 Méthodes d'analyse de stabilité linéaires « petit signal »

#### Introduction

Cette section présente un ensemble de méthodes et d'outils permettant d'aborder l'étude de la stabilité des systèmes linéaires. Les modèles de ces derniers peuvent être obtenus directement par modélisation, identification ou encore à partir d'une linéarisation d'un système non linéaire. Les outils présentés se fondent souvent sur l'étude de valeurs propres du système, mais elles s'appuient sur des méthodologies distinctes qui nécessitent des approches de modélisation et d'interprétation différentes.

#### Analyse de stabilité de systèmes linéaires par les méthodes temporelles

En général, l'étude de la stabilité d'un système linéaire, quelque soit sa nature physique (électrique, mécanique, hydraulique ...), revient à l'étude des ses valeurs propres.

**Theoreme 1.1.** Soit le système décrit par l'équation suivante :

$$\dot{x} = Ax, \quad x \in \mathbb{R}^n \quad (1.18)$$

$A$  possède des valeurs propres  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ .

Alors les propriétés suivantes sont vraies :

- L'origine du système est exponentiellement stable (E.S.) si seulement si toutes les valeurs propres de  $A$  ont des parties réelles strictement négatives  $Re(\lambda_i) < 0$ , pour tout  $i = 1 \dots n$ .
- L'origine du système est instable s'il existe au moins une valeur propre  $\lambda_i$  telle que  $Re(\lambda_i) > 0$ .
- L'origine du système est Laypunov stable (L.S.) si seulement toute les valeurs propres vérifient  $Re(\lambda_i) \leq 0$ , pour tout  $i = 1 \dots n$

**Exemple** Reprenons le réseau présenté dans la sous sous-section 1.1.3 (Fig. 1.4), constitué d'une source continue supposée parfaite qui alimente une charge à puissance constante avec un filtre d'entrée  $LC$ .

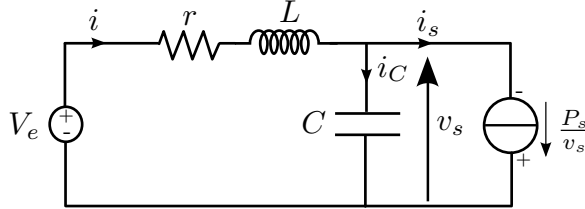


FIGURE 1.9 – Schéma simplifié d'un réseau électrique continu

Le modèle dynamiques du réseau (Fig. 1.9) est rappelé ci-dessous avec  $x^T = (x_1, x_2)^T = (i, v_s)^T$  choisi comme vecteur d'état.

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -\frac{r}{L}x_1 - \frac{x_2}{L} + \frac{V_e}{L} \\ \dot{x}_2 = \frac{x_1}{C} - \frac{P_s}{Cx_2} \end{cases} \quad (1.19)$$

On remarque que le modèle d'état obtenu (1.19) est décrit par une expression non linéaire en  $x_2$ . Il est donc nécessaire de linéariser ces équations autour d'un point de fonctionnement  $x_0 = (I_0, V_{s0})^T$  donnée par (1.11)

$$\begin{cases} x_{10} = \frac{2P_s}{V_e + \sqrt{V_e^2 - 4rP_s}} \\ x_{20} = \frac{V_e + \sqrt{V_e^2 - 4rP_s}}{2} \end{cases} \quad (1.20)$$

Le système linéaire obtenu du modèle (1.19) autour du point d'équilibre  $x_0$  est donné par l'équation suivante :

$$\begin{pmatrix} \dot{\tilde{x}}_1 \\ \dot{\tilde{x}}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{r}{L} & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & \frac{P_s}{Cx_{20}^2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{x}_1 \\ \tilde{x}_2 \end{pmatrix} \quad (1.21)$$

où  $\tilde{x} = x - x_0$  représente la variation du vecteur d'état autour du point d'équilibre  $x_0$ .

**Application numérique :**

$$\begin{cases} V_e = 120\text{V} \\ L = 500\mu\text{H} \\ C = 200\mu\text{F} \\ r = 0,02\Omega \end{cases} \quad (1.22)$$

La figure (1.10) représente l'évolution des valeurs propres du système linéaire (1.21) en fonction de la puissance de la charge. On vérifie que le système linéaire est stable pour des valeurs de puissance  $P_s \leq 0,1\text{kW}$  c'est-à-dire dans la phase de récupération où à faible consommation (moins de  $0,1\text{kW}$ ). Il est instable pour les valeurs de  $P_s \geq 0,1\text{kW}$ .

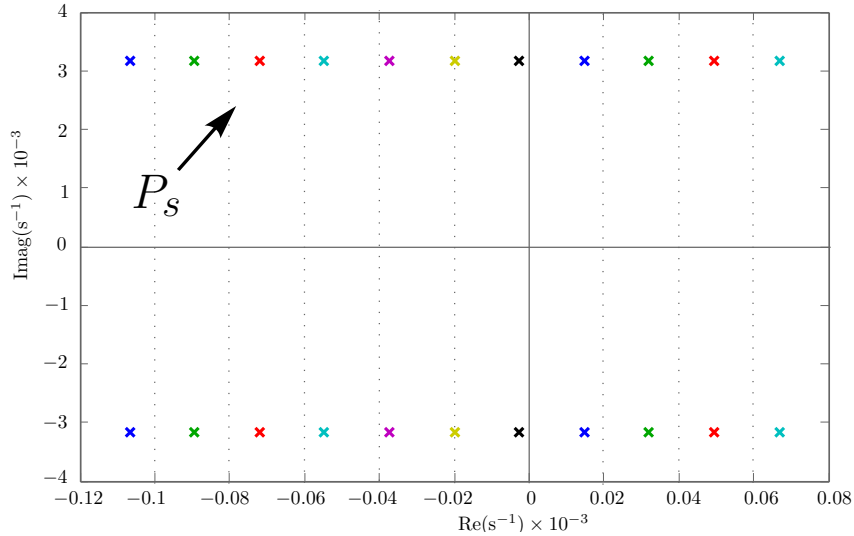


FIGURE 1.10 – Évolution des valeurs propres avec la variation de  $P_s \in [-0,5\text{kW}; 0,5\text{kW}]$  par pas de  $0,1\text{kW}$

On dispose ainsi d'une première méthode pour étudier la stabilité d'un système linéaire. Celle-ci est très simple à mettre en place dès lors que l'on dispose d'une représentation d'état linéaire du système. On pourra alors vérifier la propriété en résolvant analytiquement les équations si l'ordre du système le permet. Néanmoins dans la majeure partie des cas correspondant aux réseaux électriques comportant plusieurs CPLs, une solution analytique ne sera pas facilement accessible. Pour ce cas là, une solution numérique permettra de conclure sur la stabilité du système.

### Analyse de stabilité par les méthodes algébriques (Routh-Hurwitz)

Une autre méthode d'analyse de stabilité appliquée aux systèmes linéaires est fondée sur l'étude du polynôme caractéristique du système en utilisant le critère de Routh-Hurwitz. Soit le système SISO défini par une fonction de transfert  $F(s)$  sous la forme polynomiale suivante :

$$F(s) = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + b_0}, n > m \quad (1.23)$$



On note  $A(s)$  le dénominateur de cette fonction, appelé encore polynôme caractéristique du système

$$D(s) = a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0 \quad (1.24)$$

A partir des coefficients du polynôme caractéristique  $A(s)$  (1.23), on construit le tableau de Routh comme suit :

$$\begin{array}{cccccc} \left| \begin{array}{ccccc} a_n & a_{n-2} & a_{n-4} & \dots & a_0 \\ a_{n-1} & a_{n-3} & a_{n-5} & \dots & a_0 \\ c_1 & c_2 & c_3 & \dots & 0 \\ d_1 & d_2 & \dots & 0 & 0 \end{array} \right. & & & & (1.25) \end{array}$$

avec :

$$\begin{cases} c_i = \frac{a_{n-1} a_{n-2i} - a_n a_{n-2i-1}}{a_{n-1}} \\ d_i = \frac{c_1 a_{n-2i-1} - a_{n-1} b_{i+1}}{c_1} \end{cases} \quad (1.26)$$

Le critère de Routh s'énonce de la façon suivante [1].

**Critère 1.** (Critère de Routh) : Le nombre de pôles à partie réelle positive est donné par le nombre de changements de signe des termes de la première colonne du tableau (1.25). Dans le cas où le tableau possède un élément nul dans la première colonne, alors :

- Si la ligne correspondante contient un ou plusieurs éléments non nuls,  $D(s)$  possède au moins une racine à partie réelle strictement positive.
- Si tous les éléments de la ligne sont nuls alors :
  - soit  $D(s)$  a au moins une paire de racines imaginaires pures (système oscillant) ;
  - soit  $D(s)$  possède une paire de racines réelles de signe opposé ;
  - soit  $D(s)$  possède quatre racines complexes conjuguées deux à deux et de parties réelles de signe opposé deux à deux.

Notons que cette méthode est très largement appliquée à l'analyse de stabilité et à la conception des systèmes électriques. Elle a généralement l'avantage de conduire à des critères de stabilité sous forme d'inégalités simples et facilement programmable [35].

**Exemple** Reprenons l'exemple de la figure (1.11) donnée dans la sous-section 1.2.1. Nous allons chercher les valeurs de  $P_s$  telles que le système soit stable autour de son point d'équilibre dépendant de  $P_s$ .

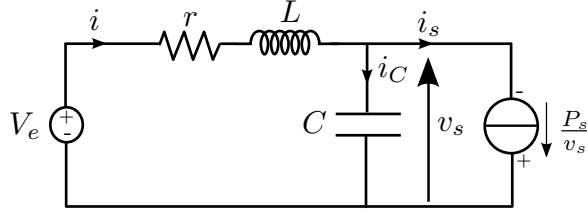


FIGURE 1.11 – Schéma simplifié d'un réseau électrique continu

Le modèle linéaire du système donnée dans (1.19) dans la sous section 1.3.2 est rappelé ci-dessous

$$\begin{pmatrix} \dot{\tilde{x}}_1 \\ \dot{\tilde{x}}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{r}{L} & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & \frac{P_s}{Cx_{20}^2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{x}_1 \\ \tilde{x}_2 \end{pmatrix} \quad (1.27)$$

On obtient facilement le polynôme caractéristique du système

$$A(s) = s^2 + \left( \frac{r}{L} - \frac{P_s}{Cx_{20}^2} \right) s + \left( \frac{1}{LC} - \frac{r}{L} \frac{P_s}{Cx_{20}^2} \right) \quad (1.28)$$

On construit le tableau de Routh à partir des coefficients du polynôme caractéristique  $A(s)$  (1.28) du système

$$\left| \begin{array}{cc} a_2 = 1 & a_0 = \left( \frac{1}{LC} - \frac{r}{L} \frac{P_s}{Cx_{20}^2} \right) \\ a_1 = \left( \frac{r}{L} - \frac{P_s}{Cx_{20}^2} \right) & 0 \\ c_1 = \left( \frac{1}{LC} - \frac{r}{L} \frac{P_s}{Cx_{20}^2} \right) & \end{array} \right| \quad (1.29)$$

Suivant le critère de Routh, le système linéarisé (1.27) est stable si, et seulement si :

$$\begin{cases} a_1 = \left( \frac{r}{L} - \frac{P_s}{Cx_{20}^2} \right) > 0 \Leftrightarrow P_s < \frac{Cr x_{20}^2}{L} \\ c_1 = \left( \frac{1}{LC} - \frac{r}{L} \frac{P_s}{Cx_{20}^2} \right) > 0 \Leftrightarrow P_s < \frac{x_{20}^2}{r} \end{cases} \quad (1.30)$$

A partir des deux conditions données dans (1.30), on déduit la condition sur la valeur maximale  $P_s$  qui assure la stabilité en « petit signal » du système non linéaire (1.19) (c.f. sous section précédente) :

$$P_s < \min \left( \frac{Cr x_{20}^2}{L}, \frac{x_{20}^2}{r} \right) \quad (1.31)$$

**Application numérique :**

$$\begin{cases} V_e = 120\text{V} \\ L = 500\mu\text{H} \\ C = 200\mu\text{F} \\ r = 0,02\Omega \end{cases} \quad (1.32)$$

$$P_{smax} = 115,4\text{W} \quad (1.33)$$

Finalement, on retrouve la même condition sur la puissance ( $P_s$ ) (1.15) afin que le système reste stable.

Cette méthode permet d'obtenir facilement des critères de stabilité sous forme d'inégalité. Ainsi, son utilisation pour la conception des systèmes électriques, par exemple dans [30] [20] où l'auteur a utilisé la méthode pour déterminer des domaines de stabilité dans le plan des paramètres d'un réseau électrique avionique.

### Analyse de stabilité par les méthodes fréquentielle (Spectroscopie d'impédance)

Parmi les outils d'analyse de stabilité très largement utilisés par les ingénieurs, on trouve la méthode de spectroscopie d'impédance car fondée sur des critères graphiques. Elle permet l'étude de stabilité des systèmes linéaires. Le principe de son utilisation est de considérer un système électrique comme la mise en cascade de deux sous-systèmes et d'étudier leur interaction.

Pour cela, on considère chaque sous-système comme un quadripôle (Fig. 1.12) caractérisé par ses fonctions de transfert en tension (1.34) et en courant (1.35), ainsi que ses impédances d'entrée/sortie (1.36) et (1.37) [54].

$$F_{v_k}(s) = \frac{\tilde{v}_{out_k}(s)}{\tilde{v}_{in_k}(s)} \Big|_{\tilde{i}_{out_k}(s)=0} \quad (1.34)$$

$$F_{i_k}(s) = \frac{\tilde{i}_{out_k}(s)}{\tilde{i}_{in_k}(s)} \Big|_{\tilde{v}_{in_k}(s)=0} \quad (1.35)$$

$$Z_{in_k}(s) = \frac{\tilde{v}_{int_k}(s)}{\tilde{i}_{in_k}(s)} \Big|_{\tilde{i}_{out_k}(s)=0} \quad (1.36)$$

$$Z_{out_k}(s) = \frac{\tilde{v}_{out_k}(s)}{-\tilde{i}_{in_k}(s)} \Big|_{\tilde{v}_{in_k}(s)=0} \quad (1.37)$$

A partir de ces définitions, les deux quadripôles nommés 1 et 2 (Fig. 1.13) se caractérisent par les relations (1.38) et (1.39).

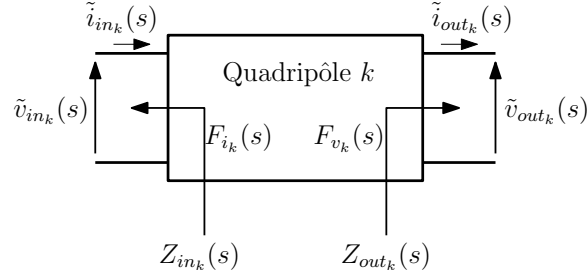


FIGURE 1.12 – Représentation d'un sous système sous forme d'un quadripôle [54]

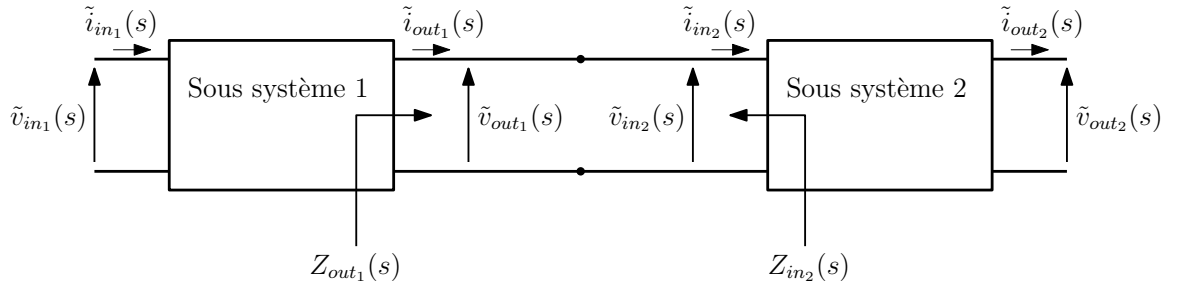


FIGURE 1.13 – Système composé de deux quadripôles en cascade [54]

$$\begin{pmatrix} \tilde{v}_{out_1}(s) \\ \tilde{i}_{in_1}(s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_{v_1}(s) & Z_{out_1}(s) \\ \frac{1}{Z_{in_1}}(s) & -F_{i_1}(s) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{v}_{in_1}(s) & -\tilde{i}_{out_1}(s) \end{pmatrix} \quad (1.38)$$

$$\begin{pmatrix} \tilde{v}_{out_2}(s) \\ \tilde{i}_{in_2}(s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_{v_2}(s) & Z_{out_2}(s) \\ \frac{1}{Z_{in_2}}(s) & -F_{i_2}(s) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{v}_{in_2}(s) & -\tilde{i}_{out_2}(s) \end{pmatrix} \quad (1.39)$$

La mise en cascade des deux quadripôles se traduit alors mathématiquement par la relation (1.40).

$$\begin{cases} \tilde{v}_{out_1} = \tilde{v}_{in_2} \\ \tilde{i}_{out_1} = \tilde{i}_{in_2} \end{cases} \quad (1.40)$$

À partir de (1.38),(1.39) et (1.40), on obtient l'expression de la fonction de transfert en tension  $F(s)$  (1.41) suite à la mise en cascade des deux sous-systèmes.

$$F(s) = \frac{\tilde{v}_{out_2}}{\tilde{v}_{out_1}} = \frac{F_{v_1}(s)F_{v_2}(s)}{1 + \frac{Z_{out_1}(s)}{Z_{in_2}(s)}} \quad (1.41)$$

La stabilité du système peut donc être étudiée via l'analyse des pôles de (1.41). Or en général les sous-systèmes sont conçus pour qu'ils soient **individuellement stables**, ainsi les fonctions  $F_{v_1}(s)$  et  $F_{v_2}(s)$  ne possèdent

pas de pôles instables. Ceci signifie que l'étude de stabilité du système se réduit à l'étude des pôles de la de la nouvelle fonction transfert  $G(s)$  défini par (1.42) :

$$G(s) = \frac{1}{1 + \frac{Z_{out1}(s)}{Z_{in2}(s)}} \quad (1.42)$$

La fonction de transfert  $G(s)$  peut représenter la fonction de transfert en boucle fermée de la fonction de transfert suivante :

$$G_{bo}(s) = \frac{Z_{out1}(s)}{Z_{in2}(s)} \quad (1.43)$$

Afin d'étudier les pôles de  $G(s)$ , il existe plusieurs méthodes. Parmi ces méthodes on rappelle le critère de Nyquist, largement utilisé.

**Critère 2.** (Critère de Nyquist) : Un système dont la fonction de transfert en boucle ouverte  $G_{bo}(s)$  est stable en boucle fermée, si et seulement si, le tracé de la fonction de transfert en boucle ouverte,  $G_{bo}(j\omega)$ , dans le plan complexe quand  $\omega$  évolue entre  $-\infty$  et  $+\infty$  encercle le point  $(-1, 0)$  (dans le sens trigonométrique) un nombre de fois égal au nombre de pôles instables de  $G_{bo}(j\omega)$ .

Ce critère est le plus souvent utilisé dans le cas simplifié où la fonction de transfert en boucle ouverte constitue un système stable. On parle alors de critère du revers.

**Critère 3.** (Critère du Revers) : Si la fonction de transfert en boucle ouverte  $G_{bo}$  est un système stable, il suffit de vérifier que lorsque l'on parcourt le lieu de la boucle ouverte de  $G_{bo}$  quand  $\omega$  décrit  $[0; \infty[$ , le tracé de  $G_{bo}(j\omega)$  laisse le point  $(-1, 0)$  sur sa gauche pour garantir la stabilité du système bouclé. Si, en plus, le tracé de  $G_{bo}(j\omega)$  ne coupe pas le cercle de centre 0 et de rayon 1 (ce qui revient à dire que le système a une marge de phase infinie), le critère se résume à :  $\forall \omega |G_{bo}(j\omega)| < 1$ .

Nous remarquons que seule l'étude du gain de la fonction de transfert en boucle ouverte est alors nécessaire. Ceci est l'idée de base du critère de Middlebrook [58].

**Critère 4.** (Critère de Middlebrook) : Une condition suffisante de stabilité du système complet est :

$$\forall \omega \quad |G_{bo}(j\omega)| = \left| \frac{Z_{out1}(j\omega)}{Z_{in2}(j\omega)} \right| < 1 \quad (1.44)$$

Ce critère est classiquement utilisé pour l'étude des interactions entre le filtre d'entrée et la charge [37]. Le critère de Middlebrook permet de réduire l'étude de stabilité aux seules amplitudes des impédances, ce qui en fait un **critère de conception** très facilement exploitable. Dans le plan complexe, il revient à placer le transfert  $G_{bo}(s)$  dans le cercle de centre 0 et de rayon 1, et donc à imposer une marge de phase infinie au rapport d'impédance. L'inconvénient principal de ce critère est son conservatisme, puisqu'il ne fournit qu'une condition suffisante de stabilité et aussi il ne permet pas de prendre en compte les incertitudes de modélisation et les variations paramétriques du système. Afin de prendre en compte l'étude de la robustesse et de réduire le conservatisme du critère, plusieurs autres approches, issues de ce critère, ont été proposées dans [74] et [26][27]. Parmi les plus importantes des ces approches, on peut citer la méthode de la marge de gain et la marge de phase (MGMP) qui permet d'introduire des marges de gain et de phase dans l'étude de stabilité **dans la phase de conception**.

**Approche de marge de gain et de marge de phase (MGMP)** La méthode MGMP [74] permet de répondre aux critères de stabilité au sens de Nyquist (placement de la trajectoire par rapport au point de coordonnées  $(-1, 0)$  dans le plan complexe). Ce procédé permet de spécifier arbitrairement à la fois la marge de gain et la marge de phase, **ce qui permet au concepteur de spécifier le niveau de conservatisme dans une conception donnée** [68]. On va considérer que si le module de  $\frac{Z_{out1}(s)}{Z_{in2}(s)}$  est trop élevé, mais que l'on est dans une direction assez éloignée du point critique, alors ceci est acceptable. Cela se traduit par la relation (1.45) [54], [74].

$$\left\{ \left| \frac{Z_{out1}(s)}{Z_{in2}(s)} \right| < \frac{1}{MG} \right\} \cup \{ \varphi_{Z_{out1}(s)/Z_{in2}(s)} \} > MP \quad (1.45)$$

où  $MG$  et  $MP$  sont les niveaux des marges de gain et de phase souhaités. On définit ainsi un gabarit acceptable pour assurer la stabilité du système (Fig. 1.14). Ce gabarit dépend des marges de robustesse souhaité. Il est clair des marges élevées conduira à un gabarit de faible dimension et à un surdimensionnement du système va être surdimensionné d'un point de vue de la stabilité.

Étant donné que ces critères se fondent sur l'étude fréquentielle des impédances des sous-systèmes, les critères graphiques sont aussi utilisables avec les tracés de fréquentiels de Bode [54], [74]. L'utilisation de ceux-ci donnent une interprétation intéressante du critère MGMP.

Si nous supposons que l'impédance de sortie du sous-système 1 (filtre d'en-

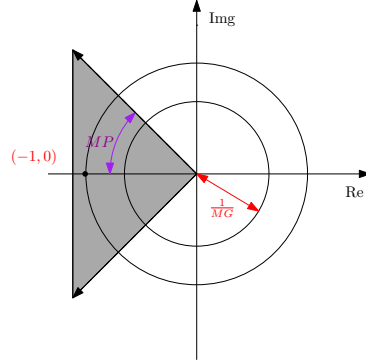


FIGURE 1.14 – Représentation du gabarit défini par des marges de gain et de phase choisis au préalable [54]

trée) est connu, la région interdite définie précédemment peut être transformée en deux conditions sur l'impédance d'entrée du sous système 2 (charge).

A partir de (1.45), on obtient les conditions à respecter sur la marge de gain et de phase comme suit :

$$\left\{ \begin{array}{l} \left| \frac{Z_{out_1}(s)}{Z_{in_2}(s)} \right| < \frac{1}{MG} \\ \varphi_{Z_{out_1}(s)/Z_{in_2}(s)} > MP \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} |Z_{in_2}(s)|_{db} > |Z_{out_1}(s)|_{db} + MG \\ 180^\circ - MP < \angle Z_{out_1}(s) - \angle Z_{in_2}(s) < 180^\circ + PM \end{array} \right. \quad (1.46)$$

À partir de (1.46), on peut définir la limite du gain de l'impédance d'entrée du sous-système 2 (charge) pour une impédance de sortie donnée au sous-système 1 (filtre d'entrée).

$$|Z_{in_2}(s)|_{db}^{limite} = |Z_{out_1}(s)|_{db} + MG \quad (1.47)$$

Pour que le système soit stable, il faut que pour toute fréquence, au moins l'un des deux tracés de  $Z_{in_2}$  (1.15,1.16) (gain et phase) soit à l'extérieur d'une région interdite. Si c'est le cas alors la stabilité du système est assurée avec les marges de sécurités souhaitées.

**Exemple** Reprenons l'exemple que nous avons considéré jusqu'à présent, à savoir l'étude de stabilité d'un réseau contenant une charge à puissance constante (Fig. 1.17). Nous allons appliquer le critère de Middlebrook à ce réseau pour étudier sa stabilité en fonction de la puissance ( $P_s$ ) de la CPL.

Pour l'étude de la stabilité du réseau de la figure ci dessous (1.17), on va considérer l'impédance de sortie de la source (sous système 1) et l'impédance d'entrée de la CPL (sous système 2) comme suit :

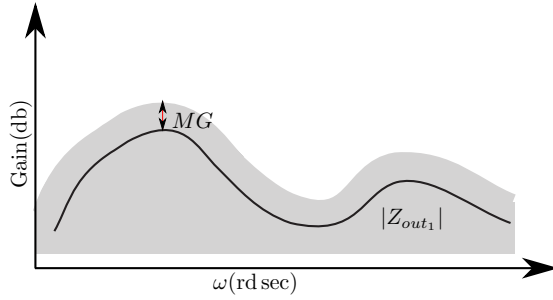


FIGURE 1.15 – Région interdite pour la MG de  $Z_{out}$  [54]

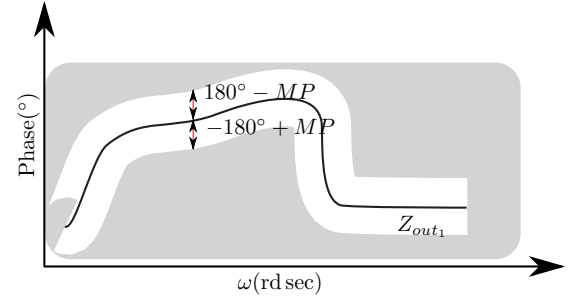


FIGURE 1.16 – Région interdite pour la MP de  $Z_{out}$  [54]

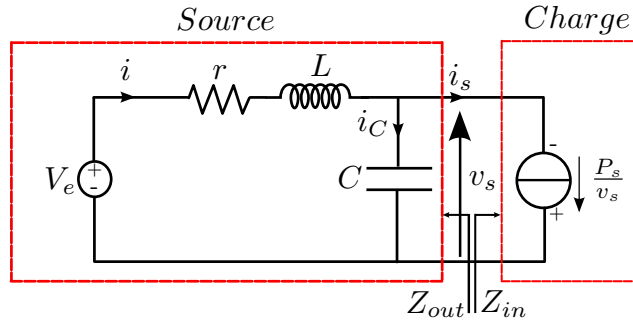


FIGURE 1.17 – Schéma simplifié d'un réseau électrique continu

Le sous système 1 est constitué de la source de tension parfaite et du filtre ( $rLC$ ). Son impédance de sortie est la suivante

$$Z_{out}(s) = -\frac{V_{s0}}{P_s} \quad (1.48)$$

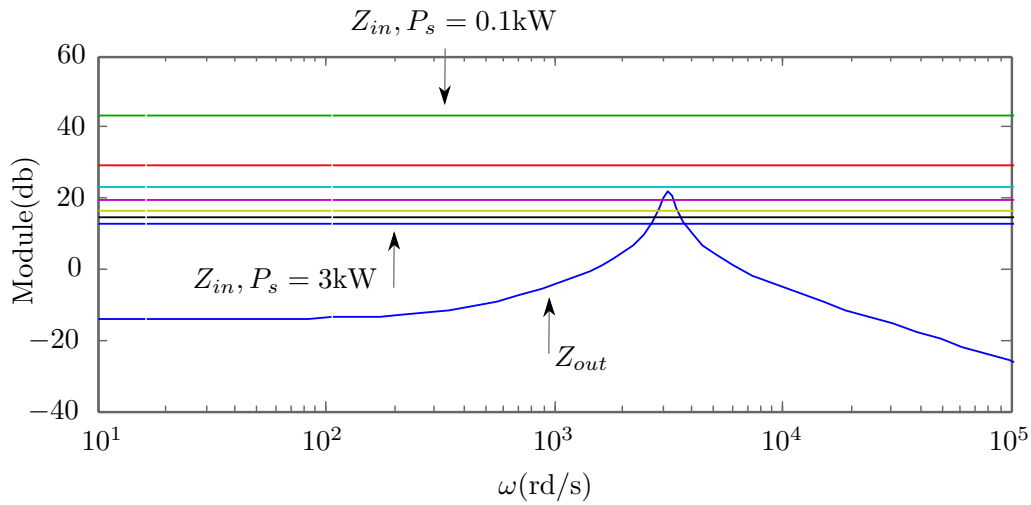
Le sous système 2 est constitué de la CPL, son impédance d'entrée est donnée par

$$Z_{in}(s) = -\frac{r + Ls}{LCs^2 + rCs + 1} \quad (1.49)$$

**Application numérique :**

$$\begin{cases} V_e = 120V \\ L = 500\mu H \\ C = 200\mu F \\ r = 0,02\Omega \end{cases} \quad (1.50)$$




 FIGURE 1.18 – Tracé des modules des impédances  $Z_{out}$  et  $Z_{in}$ 

La figure (1.18) montre une comparaison entre les modules des impédances de sortie  $Z_{out}$  de la source et d'entrée  $Z_{in}$  de la charge pour des variations de puissance de 0,5kW. D'après la condition (1.44), donné par le critère de Middlebrook, le système n'est stable que pour la valeur de puissance ( $P_s < 0,1kW$ ) c'est-à-dire un rapport  $\left| \frac{Z_{out_1}(s)}{Z_{in_2}(s)} \right| < 1$ .

## 1.2.2 Méthodes d'analyse de stabilité non linéaire « large signal »

### Introduction

La sous-section 1.2.1 a présenté un ensemble de méthodes et d'outils permettant d'étudier la stabilité des systèmes linéaires. Bien évidemment, ces méthodes peuvent s'appliquer aussi aux systèmes non-linéaires que l'on linéarise autour de leur point de fonctionnement. Dans ce cas, on parle de stabilité locale ou « petit-signal ». Le modèle et son étude ne sont valables que pour des petites variations autour du point de fonctionnement. Les conclusions obtenues sont alors limitées à un domaine de fonctionnement restreint, dont la taille exacte est inconnue. En outre, certains phénomènes sont difficilement linéarisables (saturations, seuils, jeux, etc.), et seule une approche purement non-linéaire permet d'aboutir à des conclusions globales sur l'étude « grand signal » de la stabilité. Les approches rappelées dans cette section se fondent sur les travaux de Lyapunov et de Brayton & Moser qui ont proposé une

théorie permettant l'étude de la stabilité des systèmes non-linéaires, fondées sur la recherche et l'existence de fonctions caractéristiques dites de Lyapunov pour l'approche de Lyapunov et une fonction nommée le potentiel mixte homogène à une puissance contenant toutes les caractéristiques des éléments passifs du circuit pour l'approche de Brayton & Moser.

### Méthodes de Brayton & Moser

Au début des années 60, dans le journal *Quarterly of Applied Mathematics*, R.K. Brayton et J.K. Moser (B&M)[15][14][16] ont démontré trois théorèmes concernant la stabilité de circuits électriques non linéaires comprenant des résistances, inductances et capacités (réseaux *RLC*). Dans ces réseaux, le système d'équations différentielles peut être écrit sous la forme suivante [14] [38]

$$\begin{cases} L(i) \frac{di}{dt} = \frac{\partial U(i, v)}{\partial i} \\ C(v) \frac{dv}{dt} = -\frac{\partial U(i, v)}{\partial v} \end{cases} \quad (1.51)$$

$$U(i, v) = -A(i) + B(v) + N(i, v) \quad (1.52)$$

où la fonction  $A(i)$  représente le courant potentiel liée aux résistances ( $R$ ) et aux sources de tension, la fonction  $B(v)$  représente la tension potentiel liée aux admittances ( $G$ ) et aux sources de courant et la fonction  $N(i, v)$  est déterminée à partir de l'interconnexion des inductances et des capacités comme suit :

$$N(i, v) = \sum_{j=1}^l \sum_{k=1}^c \gamma_{jk} i_j v_k \quad (1.53)$$

où  $\gamma_{jk}$  représente l'interconnexion entre  $i_j$  et  $v_k$ .

Dans la littérature, la fonction  $U(i, v)$  est appelée « mixed potential fonction » (ou potentiel mixte) et a une unité de puissance. Elle contient toutes les informations nécessaires sur la structure topologique et les caractéristiques des éléments résistifs contenus dans le circuit.

On définit une fonction  $U^*(i, v)$  exprimée par la relation (1.54)

$$U^*(i, v) = \lambda U(i, v) + \frac{1}{2} \langle U_i, L^{-1} U_i \rangle + \frac{1}{2} \langle U_v, C^{-1} U_v \rangle \quad (1.54)$$

avec

$$\begin{aligned} U_i &= \frac{\partial U_i}{\partial i} & U_v &= \frac{\partial U_v}{\partial v} \\ A_{ii} &= \frac{\partial^2 A_i}{\partial^2 i} & B_{vv} &= \frac{\partial^2 B_v}{\partial^2 v} \end{aligned} \quad (1.55)$$

et

$$\lambda = \frac{\mu_1 - \mu_2}{2} \quad (1.56)$$

où  $\mu_1$  et  $\mu_2$  sont les plus petites valeurs propres des matrices symétriques  $L^{-\frac{1}{2}}A_{ii}L^{-\frac{1}{2}}$  et  $C^{-\frac{1}{2}}A_{vv}C^{-\frac{1}{2}}$  pour tout  $i$  et  $v$  respectivement.

**Theoreme 1.2.** (Théorème 5 de Brayton & Moser)[15][14][16]

Sous condition de  $L$  et  $C$  constants, symétriques et strictement positives,

$$\mu(L^{-\frac{1}{2}}A_{ii}L^{-\frac{1}{2}}) + \mu(C^{-\frac{1}{2}}B_{vv}C^{-\frac{1}{2}}) \geq 0 \quad (1.57)$$

Pour tout  $(i, v)$  et si

$$U^*(i, v) \mapsto \infty \quad \text{quand} \quad |i| + |v| \mapsto \infty \quad (1.58)$$

alors toutes les solutions du système (1.51) convergent vers des solutions d'équilibre quand  $t \mapsto \infty$ .

Ce théorème, s'il est vérifié, assure que  $U^*(i, v)$  est strictement décroissante sauf en son point d'équilibre. On retrouve donc une similitude entre le théorème 5 de B&M et la théorie des fonctions de Lyapunov.

Dans [14] les auteurs B&M proposent une démarche systématique pour construire le potentiel mixte, ce qui constitue un avantage certain par rapport à la méthode directe de Lyapunov.

**Exemple** On considère le système de la figure (Fig.1.11) donné dans la sous-section 1.2.1. Nous allons chercher les valeurs de la puissance  $P_s$  telles que le système soit stable autour de son point d'équilibre dépendant de  $P_s$  à partir de la méthode proposée par B&M dans [15] pour obtenir la fonction de potentiel mixte du système. Un cas quasi-similaire a été traité en [31] [54] pour chercher la valeur de  $v_s$ .

De la figure (Fig. 1.19), le courant potentiel de la source est donné par

$$\int_0^i V_e di = V_e i \quad (1.59)$$

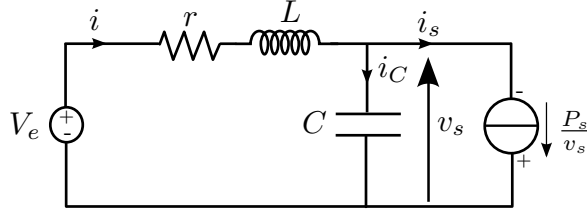


FIGURE 1.19 – Schéma simplifié d'un réseau électrique continu

Le courant potentiel dans la résistance est donné par :

$$\int_0^i -r i di = -\frac{1}{2} r i^2 \quad (1.60)$$

Et dans la charge

$$\int_0^{v_s} \frac{P_s}{v_s} - v_s d\frac{P_s}{v_s} = -v_s \frac{P_s}{v_s} + \int_0^{v_s} \frac{P_s}{v_s} dv_s \quad (1.61)$$

Ensuite, on détermine le produit courant-tension dans la capacité :

$$-v_s i_c = -v_s \left( i - \frac{P_s}{v_s} \right) \quad (1.62)$$

Finalement, le potentiel mixte pour le réseau DC (Fig. 1.19) est la somme de celui correspondant à chaque élément. Soit

$$U(i, v) = -r i^2 + \int_0^{v_s} \frac{P_s}{v_s} dv_s + i(V_e - v_s) \quad (1.63)$$

A partir de la forme générale donnée dans (1.52), on peut déduire :

$$\begin{cases} A(i) = \frac{1}{2} r i^2 \\ B(v) = \int_0^{v_s} \frac{P_s}{v_s} dv_s \\ N(i, v) = i(V_e - v_s); \quad \gamma = -1 \end{cases} \quad (1.64)$$

Appliquons la relation (1.57) du théorème 5 de B&M, on obtient

$$\mu \left( L^{-\frac{1}{2}} A_{ii} L^{-\frac{1}{2}} \right) + \mu \left( C^{-\frac{1}{2}} B_{vv} C^{-\frac{1}{2}} \right) > 0 \Leftrightarrow \frac{r}{L} - \frac{P_s}{C v_s^2} > 0 \quad (1.65)$$

De l'équation (1.65), on peut obtenir une condition sur  $P_s$  tel que le système soit stable

$$P_s < \frac{rCv_s^2}{L} \quad (1.66)$$

La plus grande valeur de  $P_s$  possible, en accord avec la relation (1.66), est donnée :

$$P_{s_{max}} = \frac{rCv_s^2}{L} \quad (1.67)$$

On remarque qu'on retrouve la même condition de stabilité donnée précédemment dans (1.15).

**Application numérique :**

$$\begin{cases} V_e = 120\text{V} \\ L = 500\mu\text{H} \\ C = 200\mu\text{F} \\ r = 0,02\Omega \end{cases} \quad (1.68)$$

$$P_{s_{max}} = 115,4\text{W} \quad (1.69)$$

À partir de la condition (1.67), on peut exprimer  $U^*$  en fonction de  $\mu_1 = \frac{r}{L}$  et  $\mu_2 = -\frac{P_{s_{max}}}{Cv_s}$  :

$$U^*(i, v) = \frac{1}{2} \left( \frac{r}{L} + \frac{P_{s_{max}}}{Cv_s} \right) U(i, v) + \frac{1}{2L} (V_e - v_s - ri)^2 + \frac{1}{2C} \left( \frac{P_s}{v_s} - i \right)^2 \quad (1.70)$$

Avec ce théorème on a montré que la dérivée temporelle de  $U^*$  est négative tant que la puissance  $P_s$  reste inférieure à  $P_{s_{max}}$  et donc, une convergence de celle-ci ainsi que du système vers son point d'équilibre.

## Méthodes Lyapunov

On considère le système non linéaire donné par (1.71)

$$\dot{x} = f(x) \quad (1.71)$$

Pour étudier la stabilité du système (1.71), on peut appliquer le théorème de Lyapunov, qui s'applique aussi aux systèmes linéaires. Il est fondé sur le fait que si l'énergie totale d'un système décroît avec le temps, alors ce système converge vers un point d'équilibre stable.

Il consiste donc à trouver une fonction représentative du système qui admet une dérivée temporelle négative. Le point d'équilibre  $x = x_0$  est stable au sens de Lyapunov, s'il existe une fonction continument dérivable  $V(\cdot)$ , qu'on nomme fonction de Lyapunov, qui vérifie le théorème suivant :

**Theoreme 1.3.** On considère le système dynamique (1.71), où  $x_0$  est un point d'équilibre. Si dans un domaine  $D \subset \mathbb{R}^n$  contenant le point  $x_0$  il existe une fonction  $V : D \rightarrow \mathbb{R}$  réelle et continument différentiable telle que :

- (i)  $V(x_0) = 0$  et  $V(x) > 0, \forall x \in D - \{0\}$
- (ii)  $\dot{V}(x) \leq 0, \forall x \in D - \{0\}$

alors,  $x_0$  est un point d'équilibre stable  $x = 0$ . Si  $\dot{V}(x) < 0$ , alors  $x_0$  est asymptotiquement stable.

La fonction  $V(\cdot)$  est appelée fonction de Lyapunov, ou fonction d'énergie du système. Cette méthode d'analyse de stabilité prend de l'intérêt dans les réseaux à base d'éléments (ou dispositifs) d'électronique de puissance depuis quelques années [53][12]. La principale difficulté de la méthode consiste à trouver une fonction de Lyapunov adéquate.

**Exemple** Rappelons l'exemple d'un réseau DC contenant une CPL traité dans la sous sous-section 1.2.2 et représenté dans la figure (1.20)

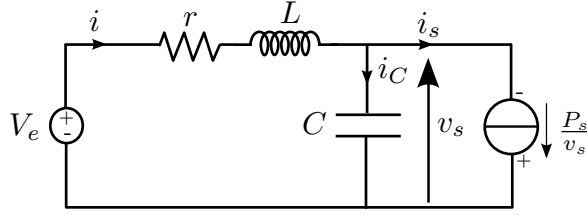


FIGURE 1.20 – Schéma simplifié d'un réseau électrique continu

Le modèle centré autour du point de fonctionnement  $x_0 = (x_{10}, x_{20})$  (1.20) du modèle du réseau (1.19) est donné ci-dessous

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}}_1 = -\frac{r}{L}\tilde{x}_1 - \frac{1}{L}\tilde{x}_2 \\ \dot{\tilde{x}}_2 = \frac{1}{C}\tilde{x}_1 + \frac{P_s}{Cx_{20}(x_{20} + \tilde{x}_2)}\tilde{x}_2 \end{cases} \quad (1.72)$$

Choisissons la fonction de Lyapunov suivante :

$$V(\tilde{x}) = \frac{1}{2}L\tilde{x}_1^2 + \frac{1}{2}C\tilde{x}_2^2 + \alpha\tilde{x}_1\tilde{x}_2 \quad (1.73)$$

La dérivée de la fonction  $V(\tilde{x})$  par rapport au temps est :

$$\dot{V}(\tilde{x}) = L\tilde{x}_1\dot{\tilde{x}}_1 + C\tilde{x}_2\dot{\tilde{x}}_2 + \alpha\dot{\tilde{x}}_1\tilde{x}_2 + \alpha\tilde{x}_1\dot{\tilde{x}}_2 \quad (1.74)$$

En remplaçant l'équation (1.72) dans (1.74) on obtient :

$$\begin{aligned}
 \dot{V}(\tilde{x}) &= L\tilde{x}_1 \left( -\frac{r}{L}\tilde{x}_1 - \frac{1}{L}\tilde{x}_2 \right) + C\tilde{x}_2 \left( \frac{1}{C}\tilde{x}_1 + \frac{P_s}{Cx_{20}(x_{20} + \tilde{x}_2)}\tilde{x}_2 \right) \\
 &+ \alpha\tilde{x}_2 \left( -\frac{r}{L}\tilde{x}_1 - \frac{1}{L}\tilde{x}_2 \right) + \alpha\tilde{x}_1 \left( \frac{1}{C}\tilde{x}_1 + \frac{P_s}{Cx_{20}(x_{20} + \tilde{x}_2)}\tilde{x}_2 \right) \\
 &= -r\tilde{x}_1^2 - \tilde{x}_1\tilde{x}_2 + \tilde{x}_1\tilde{x}_2 + \frac{P_s}{x_{20}(x_{20} + \tilde{x}_2)}\tilde{x}_2^2 - \frac{\alpha r}{L}\tilde{x}_1\tilde{x}_2 - \frac{\alpha}{L}\tilde{x}_2^2 \\
 &+ \frac{\alpha}{C}\tilde{x}_1^2 + \frac{\alpha P_s}{Cx_{20}(x_{20} + \tilde{x}_2)}\tilde{x}_1\tilde{x}_2
 \end{aligned} \tag{1.75}$$

En prenant la relation suivante :

$$ab \leq \frac{1}{2\varepsilon}a^2 + \frac{\varepsilon}{2}b^2 \tag{1.76}$$

avec  $\varepsilon > 0$ , on peut écrire

En utilisant l'identité remarquable (1.76), on aura

$$-\frac{\alpha r}{L}\tilde{x}_1\tilde{x}_2 \leq \frac{\alpha r}{L} \left( \frac{\tilde{x}_1^2}{2\varepsilon_1} + \frac{\varepsilon_1\tilde{x}_2^2}{2} \right) \tag{1.77}$$

$$\frac{\alpha P_s}{Cx_{20}(x_{20} + \tilde{x}_2)}\tilde{x}_1\tilde{x}_2 \leq \frac{\alpha}{C} \left( \frac{\tilde{x}_1^2}{2\varepsilon_2} + \left( \frac{P_s}{x_{20}(x_{20} + \tilde{x}_2)} \right)^2 \frac{\varepsilon_2\tilde{x}_2^2}{2} \right) \tag{1.78}$$

avec  $\varepsilon_1 > 0$  et  $\varepsilon_2 > 0$ .

En remplaçant ces expressions dans (1.75)  $\dot{V}(\tilde{x})$  on obtient :

$$\begin{aligned}
 \dot{V}(\tilde{x}) &\leq -r\tilde{x}_1^2 + \frac{P_s}{x_{20}(x_{20} + \tilde{x}_2)}\tilde{x}_2^2 + \frac{\alpha r}{2L\varepsilon_1}\tilde{x}_1^2 + \frac{\alpha r\varepsilon_1}{2L}\tilde{x}_2^2 \\
 &- \frac{\alpha}{L}\tilde{x}_2^2 + \frac{\alpha}{C}\tilde{x}_1^2 + \frac{\alpha}{2C\varepsilon_2}\tilde{x}_1^2 + \frac{\alpha\varepsilon_2}{2C} \left( \frac{P_s}{x_{20}(x_{20} + \tilde{x}_2)} \right)^2 \tilde{x}_2^2
 \end{aligned} \tag{1.79}$$

Soit en rassemblant le différents termes :

$$\begin{aligned}
 \dot{V}(\tilde{x}) &\leq - \left( r - \frac{\alpha r}{2L\varepsilon_1} - \frac{\alpha}{C} - \frac{\alpha}{2C\varepsilon_2} \right) \tilde{x}_1^2 \\
 &- \left( \frac{\alpha}{L} - \frac{\alpha r\varepsilon_1}{2L} - \frac{P_s}{x_{20}(x_{20} + \tilde{x}_2)} - \frac{\alpha\varepsilon_2}{2C} \left( \frac{P_s}{x_{20}(x_{20} + \tilde{x}_2)} \right)^2 \right) \tilde{x}_2^2
 \end{aligned} \tag{1.80}$$

La dérivée de  $\dot{V}(\tilde{x})$  est définie négative  $\forall x_1$  et  $x_2$  si seulement si :

$$\begin{cases} \left( r - \frac{\alpha r}{2L\varepsilon_1} - \frac{\alpha}{C} - \frac{\alpha}{2C\varepsilon_2} \right) > 0 \rightarrow (I) \\ \left( \frac{\alpha}{L} - \frac{\alpha r\varepsilon_1}{2L} - \frac{P_s}{x_{20}(x_{20} + \tilde{x}_2)} - \frac{\alpha\varepsilon_2}{2C} \left( \frac{P_s}{x_{20}(x_{20} + \tilde{x}_2)} \right)^2 \right) > 0 \rightarrow (II) \end{cases} \quad (1.81)$$

On peut choisir  $\alpha$  en fonction  $\varepsilon_1$  et  $\varepsilon_2$  telle que la première inégalité soit vérifiée :

$$\alpha(\varepsilon_1, \varepsilon_2) = \frac{r}{2 \left( \frac{r}{2L\varepsilon_1} + \frac{1}{C} \left( 1 + \frac{1}{2\varepsilon_2} \right) \right)} \quad (1.82)$$

Pour la deuxième inégalité, on pose

$$\gamma = \frac{P_s}{x_{20}(x_{20} + \tilde{x}_2)} \quad (1.83)$$

on obtient l'expression suivante :

$$\left( \frac{\alpha}{L} - \frac{\alpha r\varepsilon_1}{2L} - \gamma - \frac{\alpha\varepsilon_2}{2C}\gamma^2 \right) > 0 \quad (1.84)$$

Le signe de l'inégalité (1.81.I) est donnée par les solutions de l'équation suivante :

$$\left( \frac{\alpha}{L} - \frac{\alpha r\varepsilon_1}{2L} - \gamma - \frac{\alpha\varepsilon_2}{2C}\gamma^2 \right) = 0 \quad (1.85)$$

Ces solutions sont fonction de  $\alpha$ ,  $\varepsilon_1$  et  $\varepsilon_2$

$$\begin{cases} \gamma_1 = \frac{-1 - \sqrt{\Delta}}{\frac{\alpha\varepsilon_2}{C}} \\ \gamma_2 = \frac{-1 + \sqrt{\Delta}}{\frac{\alpha\varepsilon_2}{C}} \end{cases} \quad (1.86)$$

où

$$\Delta = 1 + \frac{2\alpha^2}{LC}\varepsilon_2 \left( 1 - \frac{r\varepsilon_1}{2} \right) \quad (1.87)$$

L'inégalité (1.84) est vérifiée ainsi pour la condition suivante :

$$\gamma_1 \leq \gamma \leq \gamma_2 \quad (1.88)$$

- Cas où  $P_s < 0$  (phase de récupération). Le système est stable, il suffit qu'on remplace  $\alpha$  par 0 dans les inégalités (I) et (II) donnée dans (1.81), on obtient  $\dot{V}(x)$  définie négative.



- Cas où  $P_s > 0$  (phase de consommation)  
 Dans ce cas, on va s'intéresser à la deuxième partie de l'inégalité donnée dans (??).

$$\gamma \leq \gamma_2 \quad (1.89)$$

Remplaçons l'expression de  $\gamma$  donnée dans (1.83), on obtient la condition sur l'inégalité (II) donnée dans (1.81) suivante :

$$P_s \leq \gamma_2 x_{20} (x_{20} + \tilde{x}_2) \quad (1.90)$$

Choisissons les paramètres  $\varepsilon_1 = \frac{rC}{L}$  et  $\varepsilon_2 = 1$ , on obtient alors les expressions suivantes :

$$\begin{cases} \alpha = \frac{rC}{4} \\ \Delta = 1 + \frac{2}{LC} \left(\frac{rC}{4}\right)^2 \left(1 - \frac{r^2C}{2L}\right) \end{cases} \quad (1.91)$$

**Application numérique :**

$$\begin{cases} V_e = 120\text{V} \\ L = 500\mu\text{H} \\ C = 200\mu\text{F} \\ r = 0,02\Omega \end{cases} \quad (1.92)$$

De la relation (1.90), pour  $\tilde{x}_2 = 0$ , la puissance maximale que la charge peut consommer tout en conservant le réseau stable est :

$$P_{s_{max}} = 36,5\text{W} \quad (1.93)$$

## 1.3 Outils de modélisation des réseaux électriques

### 1.3.1 Introduction

La modélisation et l'analyse des modèles d'un système permettent d'étudier ses propriétés et de prévoir leurs comportements. L'écart entre les comportements attendu du système et de son modèle dépendra bien entendu de la fidélité au système du modèle choisi. Plusieurs outils de modélisation de niveaux de complexité différents, et suivant les objectifs de l'analyse et de la commande, peuvent être mise en œuvre. Deux approches peuvent être citées :

- Les approches classiques qui partent d’une modélisation mathématique issue des lois de la physique qui interprètent les différents phénomènes physiques régissant le système. Ces équations mathématiques sont organisées d’une certaine manière (représentation d’état, fonction de transfert, etc.) afin de représenter l’association des diverses composantes. Il est clair que les modèles continus linéaires et stationnaires sont les plus simples à représenter par des équations ;
- Les approches graphiques fondées sur le principe de conservation d’énergie et utilisant les variables physiques généralisées telles que l’effort et le flux ont été développées dans les dernières décennies afin de surmonter les difficultés rencontrées par les approches classiques telles que la complexité ou la nature hétérogène de quelques systèmes. Parmi ces méthodes, on peut trouver les Bond Graphs (BG), le Graphe Informationnel Causal (GIC) [41], [42], la Représentation Énergétique Macroscopique (REM) [11]. Ces méthodes mettent en avant le parallélisme entre différents domaines d’application (électricité, mécanique, thermodynamique, hydraulique, etc.).

De ces différents outils de modélisation, nous allons présenter les deux approches classiques, et graphiques, qui sont les plus utilisées dans la modélisation des réseaux électriques : le formalisme d’état, le graphe informationnel causal (GIC), la représentation énergétique macroscopique (REM) et les bond graphs (BG). Ces outils de modélisations seront illustrés par des exemples simples et génériques de systèmes électriques.

### 1.3.2 Bond graphs (BG)

Un bond graph, également appelé graph à liens ou graphe de liaisons, est une représentation graphique d’un système dynamique physique (mécanique, électrique, hydraulique, pneumatique, ...).

La modélisation à base de bond-graph repose sur le concept de variables généralisées d’effort et de flux qui permettent la représentation des bilans et des échanges d’énergie entre les différents éléments d’un système. Dans cette approche, un échange d’énergie entre deux éléments est représenté par un lien en forme de demi-flèche indiquant le sens du transfert. Ces demi-flèches s’appellent des « bonds » chacune est étiquetée par une variable d’effort ( $e$ ) et une variable de flux ( $f$ ). Le produit de ces deux variables correspond à la puissance  $P$  « portée » par le bond :  $P = e(t) \times f(t)$ . Cette puissance est comptée positivement dans le sens de la demi-flèche. La figure (1.21) présente les conventions de notations des variables d’effort et de flux sur les bonds [13][21].

L’intérêt de cette modélisation est que le choix de ( $e$ ) et de ( $f$ ) dépend

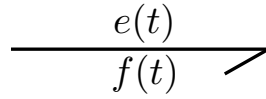


FIGURE 1.21 – Variables de puissance

uniquement du domaine physique du système à représenter. Tous les éléments utilisés dans le modèle correspondent à des généralisations du concept de résistance, de capacité, de source d'effort, etc. Ainsi, dans le domaine électrique l'effort correspond à la tension et le flux correspond au courant, dans le domaine hydraulique l'effort correspond à la pression, le flux au débit, dans le domaine mécanique l'effort correspond à la force, le flux à la vitesse, etc. Il existe deux autres variables généralisées : le moment et le déplacement. Le moment correspond à l'intégrale de l'effort :  $p = \int e(t)dt$  et le déplacement correspond à l'intégrale de flux :  $q = \int f(t)dt$ .

Le tableau (1.1) synthétise ces correspondances pour les domaines les plus courants de la physique [21].

domaine	effort $e$	flux $f$	moment $p$	déplacement $q$
mecanique translation rotation	force $F$ couple $\tau$	vitesse $v$ vit ang $\omega$	moment $p$ moment ang $h$	élongation $x$ angle $\theta$
électrique	tension $u$	courant $i$	flux magn $\phi$	charge $q$
hydraulique	pression $p$	débit vol $\dot{V}$	moment de pression	volume $V$
magnétique	force magnéto-mot	dérivée flux magnétique		flux magnétique
chimique	potentiel chimique	flux molaire		masse molaire
thermique	température	flux d'entropie		entropie

TABLE 1.1 – Variables généralisés pour différents domaines physiques

### Éléments du langage bond graph

Les bond graphs sont construits à partir de deux types d'éléments. Le premier type permet de représenter les éléments délivrant ou consommant de l'énergie. Dans le modèle ce sont des éléments de type résistif, notés  $R$ , de type capacitifs, notés  $C$ , de type inertiel, notés  $I$ , des sources, notées  $S_e$

ou  $S_f$  (suivant qu'elles sont des sources d'effort ou de flux) et des éléments de transformation de l'énergie, notés  $TF$  et  $GY$  [13]. Ces différents éléments sont présentés dans le tableau (1.2) [22].

Élément du bond graph	Représentation
Source d'effort	$S_e$ —————>
Source de flux	$S_f$ —————>
Résistif	$\frac{e}{f}$ —————> $R$
Capacitif	$\frac{e}{f}$ —————> $C$
Inductif	$\frac{e}{f}$ —————> $I$
Gyrateur	$\frac{e_1}{f_1}$ —————> $GY$ —————> $\frac{e_2}{f_2}$
Transformateur	$\frac{e_1}{f_1}$ —————> $TF$ —————> $\frac{e_2}{f_2}$

TABLE 1.2 – Éléments du langage bond graph

### Procédure de construction des modèles électriques

- fixer un sens de circulation pour le courant. Il sera pris comme sens de transfert de puissance ;
- rechercher tous les nœuds de potentiels différents. Placer une jonction 0 par nœud ;
- placer une jonction « 1 » entre deux jonctions « 0 » et y attacher les éléments soumis à la différence de potentiels correspondants ;
- relier les jonctions par des liens, en respectant le sens de transfert de la puissance ;
- choisir un nœud de référence (ou plusieurs suivant les cas) et supprimer la (ou les) jonction(s) « 0 » qui y est (sont) associée(s), ainsi que tous les liens qui y sont attachés. Simplifier si possible.

**Exemple** Pour montrer chaque étape de la procédure pour les systèmes électriques, on présente l'exemple basique d'un circuit RLC (1.22) [22].

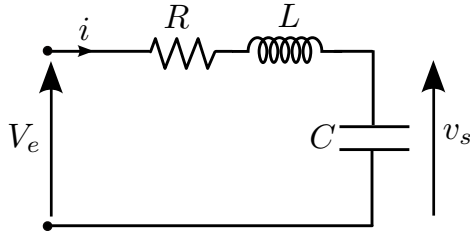


FIGURE 1.22 – Circuit électrique  $RLC$

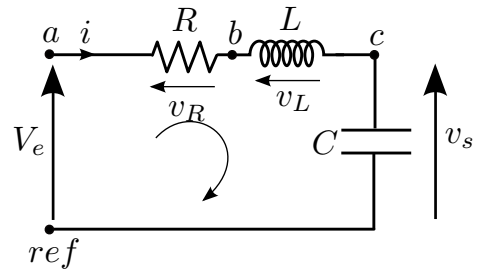


FIGURE 1.23 – Étape (1)

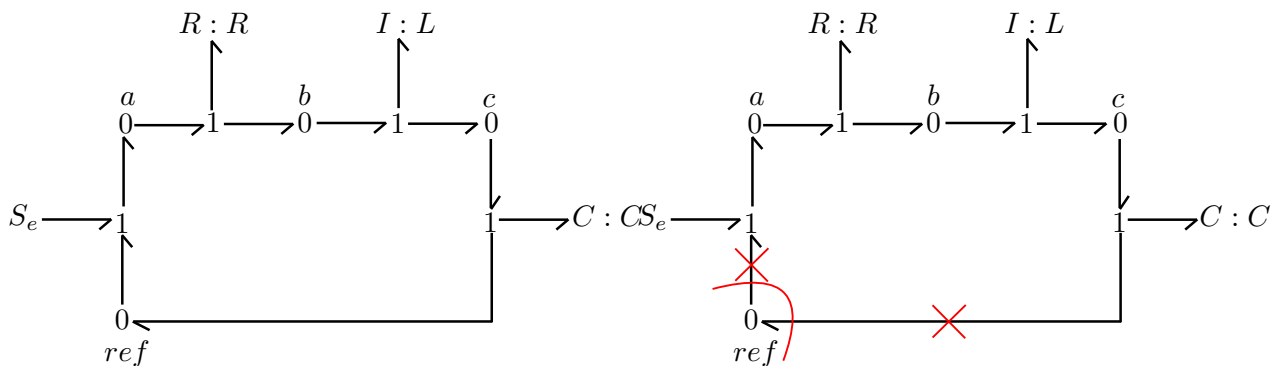


FIGURE 1.24 – Étape (2)

FIGURE 1.25 – Étape (3)

## Représentation de causalité

La causalité dans les bond graphs est fondée sur l'impossibilité d'imposer ou de contrôler à la fois l'effort et le flux. Elle est complètement indépendante du sens de transfert de la puissance. Cette causalité est représentée par un trait vertical à une des extrémités d'une demi-flèche. Ce trait permet de montrer la direction vers laquelle est imposé l'effort.

L'attribution de la causalité dans un bond-graph n'est pas arbitraire, elle repose sur des règles d'assignation de la causalité aux éléments et de la propagation de ces causalités dans le bond graph [13].

La causalité suit des règles pour les éléments et les jonctions :

- Causalité obligatoire pour les sources ;
- Causalité obligatoire pour les éléments  $R$  avec des lois non inversibles (les éléments  $R$  non linaires) ;
- Les éléments de stockage ont une causalité préférentielle que l'on appelle causalité intégrale. Une capacité préfère produire un effort (intégrale du flux,  $e = \frac{1}{C} \int f(t)dt$ ) alors qu'une inductance préfère produire un flux (intégrale de l'effort,  $f = \frac{1}{L} \int e(t)dt$ ) ;

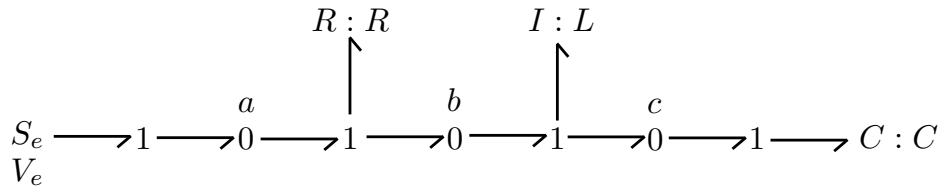


FIGURE 1.26 – Étape (4)

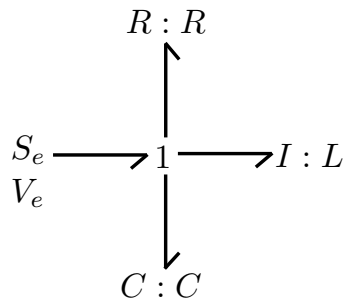


FIGURE 1.27 – Étape (5)

- Restrictions de causalité pour les jonctions :
  - \* Jonction « 0 » : un seul trait causal près du « 0 », ce qui veut dire qu'un seul lien (donc élément) impose son effort aux autres liens (donc éléments attachés à la jonction « 0 »).
  - \* Jonction « 1 » : un seul trait causal loin du « 1 », ce qui veut dire qu'un seul lien (donc élément) impose son flux aux autres liens (donc éléments attachés à la jonction « 1 »).
- Causalité arbitraire pour les éléments R linéaires pour respecter les restrictions de causalité aux jonctions.

Les tableaux(1.3) et (1.4) [21] présente les règles d'affectation de la causalité.

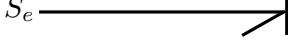
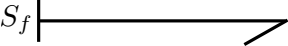
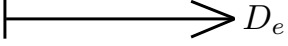
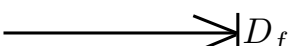
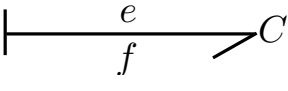
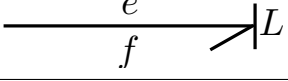
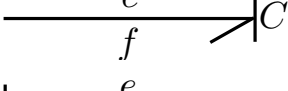
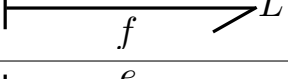
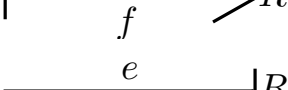
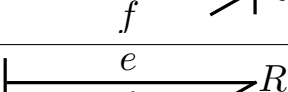
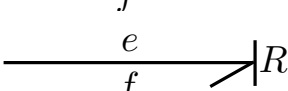
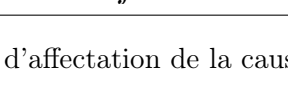
Causalité	Élément	Lois caractéristique	Cas linéaire
Obligatoire	$S_e$ 	$e$ imposé par $S_e$	
	$S_f$ 	$f$ imposé par $S_f$	
À titre indicatif		$e$ mesuré par $D_e$	
		$f$ mesuré par $D_f$	
Intégral		$e_C = \psi_c \int (f_C dt)$	$e_C = \frac{q_C}{C}$
		$f_I = \psi_I \int (e_I dt)$	$f_I = \frac{p_I}{I}$
Dérivée		$f_C = \frac{d}{dt}(\psi_C^{-1}(e_C))$	$q_C = C e_C$
		$e_I = \frac{d}{dt}(\psi_I^{-1}(f_I))$	$p_I = I f_I$
Arbitraire			$e_R = R f_R$
			$f_R = \frac{e_R}{R}$
Non arbitraire		$e_R = \psi_R(f_R)$	
		$f_R = \psi_R^{-1}(e_R)$	

TABLE 1.3 – Règles d'affectation de la causalité sur les éléments actifs et passifs

Élément	Règle	Lois
	1 seul lien avec trait causal près de 0	$e_2 = e_1 - e_3$
	1 seul lien sans trait causal près de 0	$f_2 = f_1 - f_3$
	affectation symétrique de causalité	$\begin{cases} e_1 = m e_2 \\ f_2 = m f_1 \end{cases}, \begin{cases} e_2 = \frac{1}{m} e_1 \\ f_1 = \frac{1}{m} f_2 \end{cases}$
	affectation antisymétrique de la causalité	$\begin{cases} e_1 = r f_2 \\ e_2 = r f_1 \end{cases}, \begin{cases} f_1 = \frac{1}{r} e_2 \\ f_2 = \frac{1}{r} e_1 \end{cases}$

TABLE 1.4 – Règles d’affectation de la causalité sur les éléments de jonction

La procédure ci-dessous (connue dans la littérature anglophone sous la terminologie SCAP, *Sequential Causality Assignment Procedure*) détaille les différentes étapes d’affectation de causalité :

- affecter la causalité obligatoire aux sources et aux éléments  $R$  non linéaires et répercuter sur l’environnement ;
- affecter une causalité intégrale préférentielle aux éléments  $I$  et  $C$  et répercuter sur l’environnement ;
- compléter les causalités sur les éléments  $R$  linéaires en respectant les



- restrictions de causalité aux jonctions ;
- en cas de conflit à une jonction, rechercher l'élément  $I$  ou  $C$  cause de conflit et lui affecter une causalité dérivée ;
- affecter une causalité aux détecteurs.

En accord avec la procédure et les règles d'affectation de la causalité, le bond graph acausal de la figure (1.27), devient un bond graph causal (Fig. 1.28).

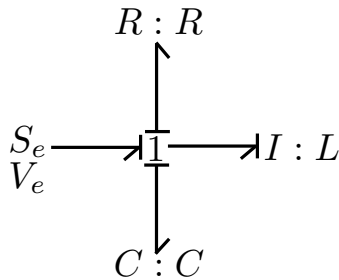


FIGURE 1.28 – Bond graph causal du circuit RLC

On remarque dans cet exemple que la priorité de causalité intégrale pour les éléments  $L$  et  $C$  est respectée.

### 1.3.3 Graphe Informationnel Causal (GIC)

Le graphe informationnel causal organise les variables énergétiques d'un assemblage d'objets dont on possède la connaissance fonctionnelle [41]. Les entrées et les sorties de chaque objet sont définies selon leur propre causalité d'une part, selon le contexte de leur association d'autre part. Cet outil graphique permet ainsi de s'affranchir des relations entre les variables afin d'avoir une vision d'ensemble plus synthétique, ce qui justifie le terme « informationnel ».

La construction d'un graphe informationnel causal modélisant un système est fondée sur le strict respect du principe de causalité des systèmes physiques. Une relation entrée sortie caractérise un objet physique, représenté par un processus (objet virtuel dont le graphisme est une bulle).

Il existe deux types de processeurs ou relations (Fig. 1.29, 1.30).

- processeur causal : la sortie est nécessairement une fonction de l'état énergétique. La relation est alors orientée par la causalité temporelle. La représentation choisie possède une simple flèche caractérisant la nature non réversible de la relation dont la causalité est interne, indépendante de l'interconnexion entre les objets du système [11].

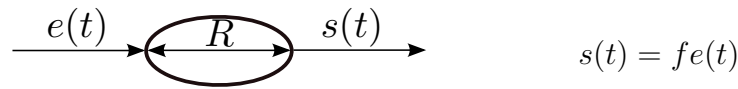


FIGURE 1.29 – Relation rigide

- processeur rigide : la sortie est une fonction instantanée de l’entrée, il n’y pas de cause et d’effet à priori. La représentation choisie pour le processus possède une double flèche caractérisant la nature réversible (au sens causal) de la relation dont la causalité est externe, imposée par celles des objets qui lui sont connectés [41].



FIGURE 1.30 – Relation causale

### Règles d’association et de décomposition à respecter

- un objet physique issu d’un ensemble peut être isolé et représenté par un processus qui lui est propre ;
- la décomposition d’un processus doit respecter la causalité naturelle ;
- les sorties des processus ne peuvent être reliées entre elles.

### Procédure de construction du modèle par le GIC

- localiser les sources et les objets accumulateurs en désignant leurs grandeurs influentes et les grandeurs influencées ;
- localiser de même manière les éléments dissipateurs ;
- localiser les objets neutres et déterminer leurs grandeurs influentes à partir des grandeurs de sortie des sources et des accumulateurs ;
- établir le graph : réaliser l’interconnexion des entrées aux sorties en introduisant des opérateurs neutres si nécessaire ;
- expliciter les relations.

**Exemple** Reprenons le même circuit électrique (RLC) modélisé dans la sous sous-section 1.3.2, le GIC du circuit RLC est donné dans la figure (1.32).

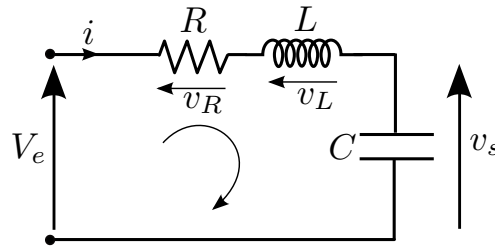


FIGURE 1.31 – Circuit électrique  $RLC$

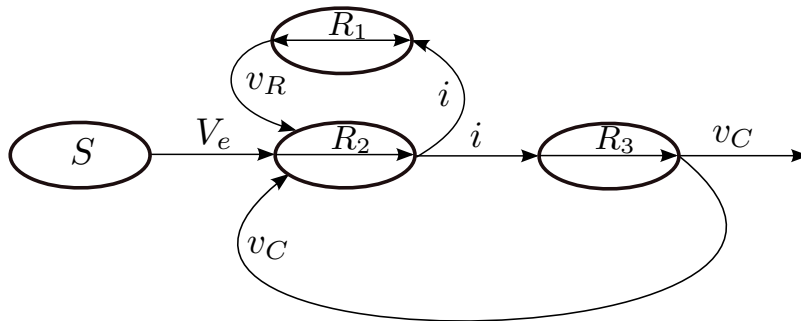


FIGURE 1.32 – Graph informationnel causal du circuit  $RLC$

Repère	Relation
$R_1$	$v_R = Ri$
$R_2$	$\frac{di}{dt} = \frac{1}{L}(V_e - v_R - v_C)$
$R_3$	$\frac{dv_C}{dt} = \frac{1}{C}i$

TABLE 1.5 – Tableau explicitant les relations caractéristiques des processus

### 1.3.4 Représentation énergétique macroscopique (REM)

La représentation énergétique macroscopique a été développée pour décrire les systèmes composés de plusieurs convertisseurs et/ou machines électriques. Elle correspond à une forme étendue du GIC pour les systèmes structurellement plus complexes. Elle met en exergue l'interaction entre les diverses composantes et les couplages énergétiques. Par une mise en évidence des grandeurs d'action et de réaction entre chaque processeur, elle permet la présentation indirecte de la puissance induite échangée [11][66].

Dans la modélisation avec la REM on a trois éléments principaux : les

sources d'énergie, les éléments de conversion et les éléments d'accumulation. Ces éléments de modélisation sont représentés dans la tableau ci-dessous (1.6).

Sources			
Conversion			
	Electrique	Mécanique	Electromécanique
Accumulation			

TABLE 1.6 – Les différents éléments utilisés dans la *REM*

**Exemple** En représentant le même exemple de circuit *RLC* utilisé précédemment (Fig. 1.33), la représentation *REM* du circuit *RLC* est donnée par la figure (1.34) [11].

Dans la *REM* les éléments de dissipation d'énergie sont associés directement aux accumulateurs (rectangle avec barre). Ces derniers restent les éléments centraux imposant la causalité globale du système.

Dans une application à des systèmes complexes, les formes et les couleurs des divers pictogrammes sont définies avec précision (sources « ovale vert », accumulation « rectangle orange avec une barre », conversion « carré, cercle et triangle » pour électrique, électromécanique et mécanique respectivement tous oranges). En effet, une vue d'ensemble doit permettre de localiser rapidement les éléments clés du système.

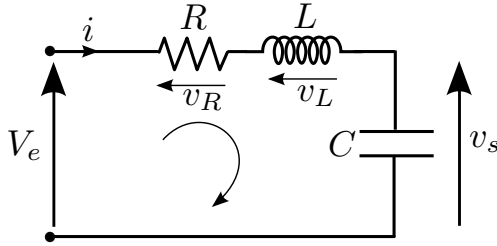


FIGURE 1.33 – Circuit électrique *RLC*

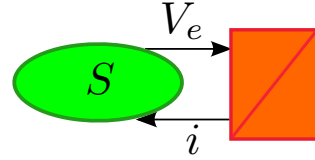


FIGURE 1.34 – La *REM* du circuit *RLC*

Les méthodes graphique (BG, GIC et REM) présentées dans cette partie ont été aussi utilisées pour la synthèse des lois de commande en se fondant sur le principe d'inversion de causalité. Dans [34] l'auteur a utilisé la modélisation par le GIC afin de synthétiser des lois commandes pour les machines électriques, dans [66] l'auteur a utilisé les BG pour la commande d'un réseau électrique multi-sources et dans [72] la REM a été utilisé pour la commande du système de traction d'un véhicule électrique Val 206.

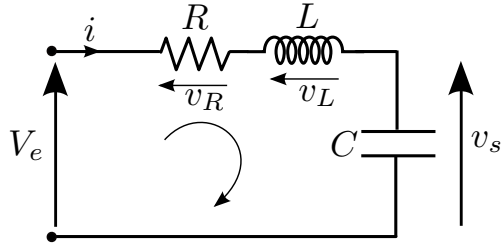
### 1.3.5 Représentation d'état

La représentation d'état est une vision élargie de la théorie des systèmes reposant sur le concept d'énergie. En effet, l'évolution du comportement d'un système, à partir d'un instant donné, dépend non seulement des sollicitations extérieures mais également de son état énergétique à cet instant. Cet état initial constitue, pour le système, une « mémoire » représentée par des variables qui sont alors des éléments d'énergie potentielle ou cinétique, tels que la tension aux bornes d'un condensateur ou le courant dans une inductance. Ce type de modélisation fait appel à une forme générale différentielle du premier ordre, couramment nommée formalisme d'état. Des extensions à des systèmes discrets ou non linéaires ont été réalisées [11]. Ce formalisme utilise des représentations matricielles afin de condenser la présentation.

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x, u) \\ y = h(x, u) \end{cases} \quad (1.94)$$

Les variables d'état ne sont en fait que des variables intermédiaires qui font le lien entre les variables d'entrée et de sortie. Leurs évolutions conditionnent ainsi l'évolution des sorties en fonction des sollicitations des entrées.

Prenons le même exemple que précédemment, les lois de Kirchhoff donnent les équations électriques suivantes :

FIGURE 1.35 – Circuit électrique  $RLC$ 

$$V_e = v_R + v_L + v_s \quad (1.95)$$

avec

$$\begin{cases} v_R = Ri \\ v_L = L \frac{di}{dt} \\ v_s = \frac{1}{C} \int i dt \end{cases} \quad (1.96)$$

Remplaçons les expressions des tensions (1.96) dans (1.95) on obtient l'équation différentielle suivante

$$\frac{d^2 v_s}{dt^2} = -\frac{R}{L} \frac{dv_s}{dt} - \frac{1}{LC} v_s + \frac{1}{LC} V_e \quad (1.97)$$

On choisit comme vecteur d'état  $(x_1, x_2)^T = \left( v_C, \frac{dv_C}{dt} \right)^T$  et  $u = V_e$  comme grandeur de commande. On obtient le système d'équations d'état suivant :

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{1}{LC} & -\frac{R}{L} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} u \quad (1.98)$$

## 1.4 Conclusions partielles

Après un aperçu sur les applications des réseaux électriques continus, la première partie de ce chapitre a présenté les problématiques liées à la stabilité et leurs causes. Parmi les facteurs qui conduisent à la dégradation de la stabilité du système, les charges à puissance constante, font partie des éléments importants, leur forte présence dans les réseaux électriques est dû aux progrès de l'électronique de puissance. Ceci est accentué. L'interaction

des charges à puissance constante avec les filtres d'entrée qui lui sont associés conduit à l'instabilité du système et se traduit par l'existence d'une puissance maximale que le réseau peut fournir avant de devenir instable. Cette valeur de puissance maximale ne dépend pas que des capacités de la source du réseau mais aussi de sa structure.

La deuxième et troisième parties de ce chapitre ont présenté les différentes méthodes qui peuvent être utilisées pour l'analyse de la stabilité d'un système, linéaire ou non. Dans un premier temps, des outils linéaires sont illustrés avec des exemples sur un réseau contenant une CPL. Ces méthodes permettent de déduire des conclusions sur la stabilité locale d'un système. Elles sont classées en trois types : les méthodes temporelles qui sont fondées sur l'étude des valeurs propres du système. Elles permettent de donner une analyse de stabilité en fonction de ses paramètres. Les méthodes algébriques qui font apparaître un critère de stabilité sous forme d'inégalités en fonction des paramètres du système. Enfin des méthodes fréquentielles qui permettent une analyse pratique de stabilité. Cette dernière classe de méthodes est fondée sur des critères graphiques de l'analyse des interactions fréquentielle entre les différents sous-systèmes du réseau. Cette méthode est largement utilisée dans le dimensionnement des filtres d'entrée des charges par exemple à partir des spécifications sur les impédances des deux sous-systèmes (charge et filtre d'entrée).

Des méthodes non-linéaires permettant d'obtenir des indicateurs « grand-signal » sur la stabilité ont été présentées par la suite. La première de ces méthodes bien connue consiste à utiliser une fonction de Lyapunov qui admet une dérivée temporelle négative. Son inconvénient majeur réside dans la difficulté de définir dans le cas général une fonction d'énergie adéquate, représentative de l'énergie stockée dans le réseau. La seconde méthode (B&M) permet de pallier à la difficulté de la méthode précédente puisque ses auteurs proposent une démarche générique de construction de la fonction du potentiel mixte. Cette dernière est utilisée pour définir les relations à respecter afin d'assurer la stabilité du système.

La quatrième partie, a exposé les outils de modélisation utilisés dans les réseaux électriques. Suivant la complexité et les objectifs de l'analyse et de la commande, ces méthodes peuvent être classées en deux types :

- Les méthodes classiques sont constituées des équations mathématiques qui traduisent les différents phénomènes physiques du système. Ces approches sont pertinentes pour les systèmes homogènes et de faible dimension.
- Les méthodes graphiques qui sont fondées sur le principe de conservation d'énergie, elles permettent de représenter le transfert d'énergie et de traduire les différentes lois physiques par des schémas graphiques en

utilisant les variables d'énergie. Ces approches ont plus d'intérêt pour les systèmes complexes et hétérogènes.



## Chapitre 2

# Propriétés des réseaux électriques continus

Dans le chapitre précédent des méthodes d'étude de stabilité et de modélisation des réseaux DC linéaires ou non linéaires, ont été présentées. Ce chapitre va présenter l'utilisation de certaines de ces méthodes pour l'analyse de stabilité d'une structure de base d'un réseau type, représentatif d'un cas d'application, dont la topologie et les caractéristiques seront définies dans la suite. Ce réseau est constitué de plusieurs charges différentes avec des filtres d'entrée de type LC.

Le réseau DC étudié est composé de trois charges de natures différentes, toutes asservies en puissance par des commandes respectives. Les trois charges sont les suivantes : une MSAP, un ensemble DC/DC débitant sur une charge résistive et une Supercapacité (SC). Celles-ci sont connectées 'a un même bus DC soit directement (comme la SC) soit par l'intermédiaire d'un filtre LC (MSAP et charge résistive).

Ce chapitre est structuré comme suit, en premier temps le réseau et ses charges vont être présentés. Les lois de commandes propres 'a chaque charge seront détaillées et une modélisation mathématique du réseau sera proposée. Ensuite, une étude de stabilité « petit-signal » sera effectuée pour analyser l'impact de chaque charge sur la stabilité globale du réseau.

Dans un deuxième temps, un aperçu sur les techniques et les approches qui existent dans la littérature pour améliorer la marge de stabilité ou stabiliser un réseau électrique continu sera présenté. Plusieurs travaux proposent des solutions pour contrer l'impact déstabilisant de la CPL sur le bus DC.

- Introduire une légère modification sur la structure du réseau, en adaptant le filtre d'entrée de la CPL (Par exemple amortir le filtre d'entrée).
- Envisager des lois de commande afin d'éviter de modifier la structure du réseau soit sur le bus DC soit sur le profil de la CPL dans le cas où

la commande de celle-ci est accessible.

## 2.1 Gabarit du transitoire de la tension du bus DC

Dans l'étude de stabilité et de stabilisation du réseau, nous avons considéré un gabarit type sur le transitoire de la tension du bus DC (2.1) après une variation de la puissance de la charge. Comme il n'existe pas une norme applicable pour le réseau continu de tension 120V, nous avons adapté la norme appliquée dans certains avions militaires pour un bus DC de 270V [59].

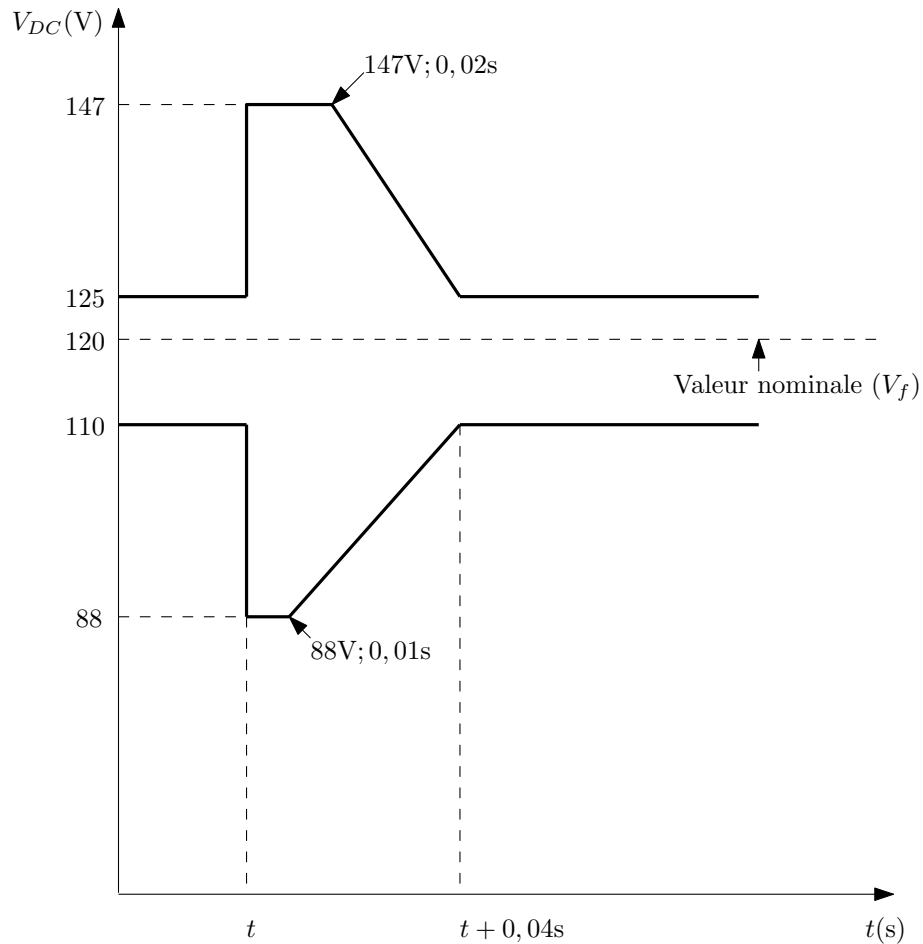


FIGURE 2.1 – Gabarit du régime transitoire de tension pour un réseau de 120V DC après une variation de la puissance de la charge

## 2.2 Définition d'un réseau d'étude

Afin de pouvoir compléter les études théoriques sur la stabilité et de synthétiser des lois de commande stabilisantes adéquates, une structure d'un réseau électrique DC de base est choisie sans prendre en considération la longueur de câbles, les systèmes de protection ni le récupérateur dissipatif. Elle est composée de :

- Une source de tension continue qui peut représenter un système de batterie ou un système triphasé avec un redresseur. Cette source de tension est supposée parfaitement constante et n'est pas régulée en puissance. Elle alimente le bus DC « principal » (aux bornes de  $C_n$ ) (voir fig. 2.2) via un filtre de type LC.
- Deux charges différentes, la première est une charge réversible, elle peut représenter un ensemble {convertisseur DC-AC/ moteur}. Cette charge peut représenter un moteur de traction dans un véhicule électrique, elle fonctionne en moteur (phase d'accélération) ou en alternateur (phase de freinage) et ainsi consomme ou réinjecte de l'énergie dans le réseau (voir fig. 2.2, 2.3). La deuxième est une charge résistive, elle peut représenter, par exemple, les phares, les essuies glaces, le poste radio etc, elle est connecté au réseau à travers un convertisseur DC-DC (voir fig. 2.2, 2.3). Les deux charges sont connectées au réseau à travers un filtre d'entrée de type LC dans l'objectif de filtrer les harmoniques injectées par les convertisseurs sur le réseau.
- Un réservoir d'énergie pour soutenir la source pendant un appel important de puissance (phase d'accélération), et pour accumuler l'énergie restituée, durant la phase de freinage. Ce réservoir est constitué d'un supercondensateur connecté au réseau à travers un convertisseur DC-DC réversible en courant (voir fig. 2.2, 2.3).

Cette structure de réseau présente une structure de base, qu'on peut trouver par exemple dans un véhicule électrique.

Les différentes charges électriques présentées sous forme de bloc dans le schéma précédent (2.2) seront présentées en détaille dans le schéma électrique suivant où les différents blocs des charges seront remplacés par le convertisseur, l'actionneur et le bloc de commande.

## 2.3 Modélisation du réseau

Pour faire une analyse de stabilité ou une synthèse d'une loi de commande d'un système, le développement d'un modèle de celui dans le contexte de ces travaux est nécessaire. Les phénomènes d'instabilité asymptotique appa-

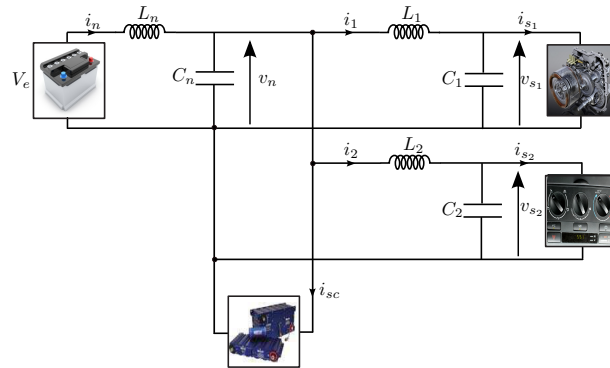


FIGURE 2.2 – Réseau électrique de bord pour un véhicule électrique

Parametre	Valeur
$V_e$	120V
$L_n$	$500\mu\text{H}$
$C_n$	$105\mu\text{F}$
$L_1$	$200\mu\text{H}$
$C_1$	$50\mu\text{F}$
$L_2$	$100\mu\text{H}$
$C_2$	$25\mu\text{F}$
Fréquence de découpage	20kHz

TABLE 2.1 – Paramètres du réseau contenant deux CPLs

raissent généralement à la fréquence de résonance de système. Cette fréquence est définie par les éléments passifs du système tels que les filtres d'entrée des charges. Ces filtres sont conçus pour filtrer les harmoniques générées par les convertisseurs des charges. En prenant comme base une fréquence de découpage de 20kHz et au regard des fréquences de coupure des filtres sont inférieures au kilohertz en générale, on peut alors conclure qu'une modélisation différentielle au sens des valeurs moyennes du réseau est suffisante pour les études de stabilité faites ici.

Dans le cadre de commande des véhicules, l'appui sur la pédale d'accélérateur est interprété généralement comme une demande de puissance. Le système de commande de la machine de traction impose ainsi une consommation de puissance constante (au moins pour l'échelle de temps des dispositifs de conversion d'énergie et des dynamiques du réseau). La même remarque peut être faite sur le système de confort thermique, qui impose un niveau de consommation de puissance dépendant de différents éléments (comme la



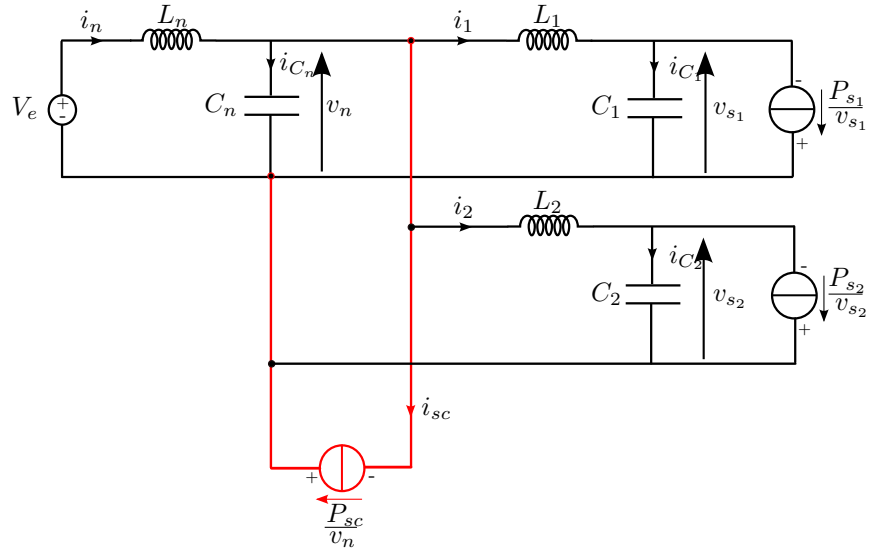


FIGURE 2.4 – Schéma simplifié d'un réseau électrique de bord à deux charges

on obtient les équations dynamiques suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} L_n \frac{di_n}{dt} = -v_n + V_e \\ L_1 \frac{di_1}{dt} = v_n - v_{s1} \\ L_2 \frac{di_2}{dt} = v_n - v_{s2} \\ C_n \frac{dv_n}{dt} = i_n - i_1 - \frac{P_{sc}}{v_n} \\ C_1 \frac{dv_{s1}}{dt} = i_1 - \frac{P_{s1}}{v_{s1}} \\ C_2 \frac{dv_{s2}}{dt} = i_2 - \frac{P_{s2}}{v_{s2}} \end{array} \right. \quad (2.1)$$

Prenons  $x = (i_n, i_1, i_2, v_n, v_{s1}, v_{s2})^T$  comme vecteur d'état et le courant  $\frac{P_{sc}}{v_n}$  injecté par l'élément de stockage comme entrée de commande notée  $u$ , c'est le seul degré de liberté disponible pour stabiliser le réseau, on obtient ainsi

le représentation d'état suivante pour le système (2.1)

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -\frac{x_4}{L_n} + \frac{V_e}{L_n} \\ \dot{x}_2 = \frac{x_4}{L_1} - \frac{x_5}{L_1} \\ \dot{x}_3 = \frac{x_4}{L_2} - \frac{x_6}{L_2} \\ \dot{x}_4 = \frac{x}{C_n} - \frac{x_2}{C_n} - \frac{x_3}{C_n} - \frac{u}{C_n} \\ \dot{x}_5 = \frac{x_2}{C_1} - \frac{P_{s1}}{C_1 x_5} \\ \dot{x}_6 = \frac{x_3}{C_2} - \frac{P_{s2}}{C_2 x_6} \end{cases} \quad (2.2)$$

On remarque que le modèle (2.1) contient trois non linéarités qui sont introduites par les CPLs présentes dans le système.

Le système (2.2) peut être réécrit sous la forme suivante :

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u + dV_e \quad (2.3)$$

avec

$$f(x) = \begin{pmatrix} -\frac{x_4}{L_n} \\ \frac{x_4}{L_1} - \frac{x_5}{L_1} \\ \frac{x_4}{L_2} - \frac{x_6}{L_2} \\ \frac{x_1}{C_n} - \frac{x_2}{C_n} - \frac{x_3}{C_n} \\ \frac{x_2}{C_1} - \frac{P_{s1}}{C_1 x_5} \\ \frac{x_3}{C_2} - \frac{P_{s2}}{C_2 x_6} \end{pmatrix} \quad g(x) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\frac{1}{C_n} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad d = \begin{pmatrix} \frac{1}{L_n} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.4)$$

Pour les raisons de simplicité dans l'étude de stabilité et de synthèse de lois de commande dans la suite, on utilisera le modèle centré autour du point de fonctionnement du système. Celui-ci est obtenu en utilisant le changement de référence donné par la relation (2.5)

$$\begin{cases} \tilde{x} = x - x_0 \\ \tilde{u} = u - u_0 \end{cases} \quad (2.5)$$

où  $(x_0^T, u_0^T)$  représente le point d'équilibre et  $(\tilde{x}^T, \tilde{u}^T)$  représente les variations du vecteur d'état et de la commande autour de ce point avec

$$x_0 = (I_0 \quad I_{10} \quad I_{20} \quad V_{n0} \quad V_{s10} \quad V_{s20})^T, \quad u_0 = 0 \quad (2.6)$$

Avec le changement de repère, le modèle (2.1) devient (2.7).

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}}_1 = -\frac{\tilde{x}_4}{L_n} \\ \dot{\tilde{x}}_2 = \frac{\tilde{x}_4}{L_1} - \frac{\tilde{x}_5}{L_1} \\ \dot{\tilde{x}}_3 = \frac{\tilde{x}_4}{L_2} - \frac{\tilde{x}_6}{L_2} \\ \dot{\tilde{x}}_4 = \frac{\tilde{x}_1}{C_n} - \frac{\tilde{x}_2}{C_n} - \frac{\tilde{x}_3}{C_n} - \frac{\tilde{u}}{C_n} \\ \dot{\tilde{x}}_5 = \frac{\tilde{x}_2}{C_1} + \frac{P_{s1}\tilde{x}_5}{C_1V_{s10}(V_{s10} + \tilde{x}_5)} \\ \dot{\tilde{x}}_6 = \frac{\tilde{x}_3}{C_1} + \frac{P_{s2}\tilde{x}_6}{C_2V_{s20}(V_{s20} + \tilde{x}_6)} \end{cases} \quad (2.7)$$

## 2.4 Commande des charges du réseau

Dans une application finale, l'intérêt principal d'avoir un réseau à récupération d'énergie est de pouvoir utiliser l'organe de stockage afin de soulager la source principale durant les forts appels de puissance sur le réseau ou encore augmenter le rendement du système par récupération d'énergie. Ceci nécessite un algorithme de gestion d'énergie qui tiendra compte de la nature des charges (actionneur, supercapacité, pile à combustible, batterie ...) ainsi que de l'état global du système pour définir la référence de puissance de la source de stockage [54][76][77][78]. Ici, nous n'allons pas intéressé aux algorithme de gestion d'énergie dans le réseau. Notre but principal est d'utiliser l'organe de stockage pour stabiliser le bus DC. Celui-ci oscillera librement après chaque échelon de puissance sur chacune des CPLs. Ainsi, les trois charges du réseau sont toutes uniquement contrôlées individuellement soit par une boucle de couple pour la MSAP soit par une boucle de de puissance pour les deux convertisseurs. Les boucles de régulations vont être présentées dans cette partie.

### 2.4.1 Asservissement en puissance de l'ensemble (convertisseur DC/DC-supercapacité)

#### Modélisation



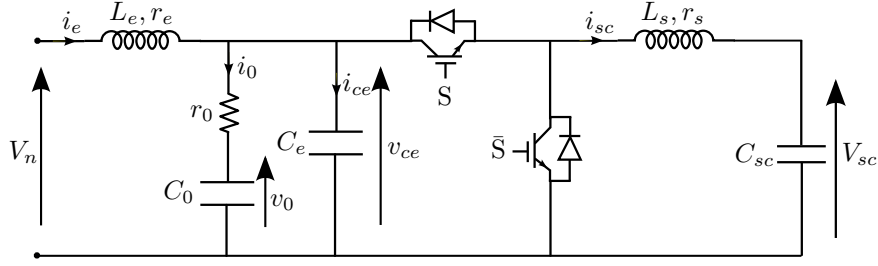


FIGURE 2.5 – Ensemble convertisseur DC/DC réversible-supercapacité

Appliquons les lois de Kirchhoff sur le circuit (2.5), on obtient les équations électriques suivantes :

$$\begin{cases} \frac{di_e}{dt} = -\frac{r_e}{L_e}i_e - \frac{v_{ce}}{L_e} + \frac{V_n}{L_e} \\ \frac{di_s}{dt} = -\frac{r_s}{L_s}i_s + \frac{V_{ce}}{L_s}u - \frac{E}{L_s} \\ \frac{dv_{ce}}{dt} = \frac{i_e}{C_e} - \frac{i_s}{C_e}u - \frac{v_{ce}}{r_0C_e} + \frac{v_0}{r_0C_e} \\ \frac{dv_{ce0}}{dt} = \frac{v_{ce}}{r_0C_0} - \frac{v_0}{r_0C_0} \end{cases} \quad (2.8)$$

Où  $u$  est le rapport cyclique.

Choisissons  $x = (i_e, i_s, v_{ce}, v_0)^T$  comme vecteur d'état,  $y = i_e$  vecteur de sortie et  $u$  la grandeur de commande. On obtient l'équation d'état suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -\frac{r_e}{L_e}x_1 - \frac{1}{L_e}x_3 + \frac{V_n}{L_e} \\ \dot{x}_2 = -\frac{r_s}{L_s}x_2 + \frac{1}{L_s}x_3u - \frac{E}{L_s} \\ \dot{x}_3 = \frac{1}{C_e}x_1 - \frac{1}{C_e}x_2u - \frac{x_3}{r_0C_e} + \frac{x_4}{r_0C_e} \\ \dot{x}_4 = \frac{x_3}{r_0C_0} - \frac{x_4}{r_0C_0} \end{cases} \quad (2.9)$$

Après linéarisation autour du point d'équilibre  $(x_0, u_0)$  on obtient la fonction de transfert qui relie la grandeur de sortie  $i_e$  et la commande  $u$ .

$$H(p) = \frac{I_e(p)}{u(p)} = \frac{n_2p^2 + n_1p + n_0}{p^4 + d_3p^3 + d_2p^2 + d_1p + d_0} \quad (2.10)$$

Les détails de linéarisations sont donnés dans l'annexe (voir. A.1).

### Boucle de régulation du courant d'entrée

L'asservissement en puissance de la charge va être réalisé avec un régulateur proportionnel intégral (PI).

$$R(p) = K_{pe} \left( 1 + \frac{1}{\tau_{ie} p} \right) \quad (2.11)$$

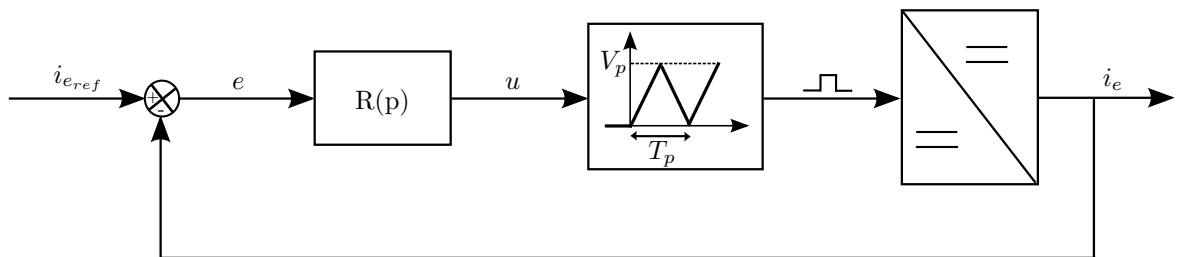


FIGURE 2.6 – Boucle d'asservissement du courant d'entrée

### 2.4.2 Asservissement en puissance de l'ensemble (convertisseur DC/DC-charge résistive)

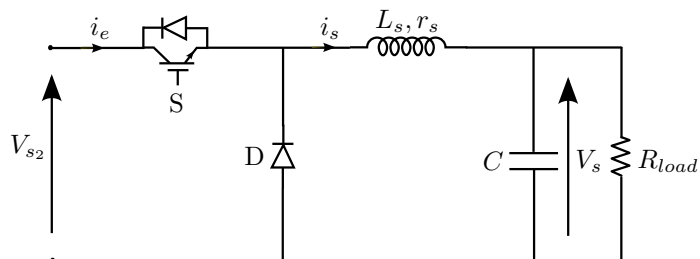


FIGURE 2.7 – Ensemble convertisseur DC/DC-charge résistive

#### Modélisation

Appliquons les lois de Kirchhoff sur le circuit (2.7), on obtient les équations

tions électriques suivantes :

$$\begin{cases} \frac{di_s}{dt} = -\frac{r_s}{L_s}i_s - \frac{V_s}{L_s} + \frac{V_{s2}}{L_s}u \\ \frac{dV_s}{dt} = \frac{i_s}{C} - \frac{V_s}{R_{load}C} \end{cases} \quad (2.12)$$

Où  $u$  est le rapport cyclique.

Prenons  $x = (i_s, V_s)^T$  comme vecteur d'état,  $y = i_s$  vecteur de sortie et  $u$  la grandeur de commande. On obtient l'équation d'état suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -\frac{r_s}{L_s}x_1 - \frac{x_2}{L_s} + \frac{V_{s2}}{L_s}u \\ \dot{x}_2 = \frac{x_1}{C} - \frac{x_2}{R_{load}C} \end{cases} \quad (2.13)$$

En linéarisant autour du point d'équilibre  $(x_0, u_0)$ , on obtient la fonction de transfert qui relie la grandeur de sortie  $i_s$  et la commande  $u$ .

$$H(p) = \frac{I_s(p)}{u(p)} = \frac{n_1p + n_0}{p^2 + d_1p + d_0} \quad (2.14)$$

Les détails de linéarisations sont donnés dans l'annexe (voir. ??).

### Boucle de régulation du courant d'entrée

L'asservissement en puissance de la charge va être réalisé avec un régulateur proportionnel intégral (PI).

$$R_s(p) = K_{p_s} \left( 1 + \frac{1}{\tau_{i_s} p} \right) \quad (2.15)$$

## 2.5 Asservissement de vitesse de l'ensemble convertisseur DC/AC-MSAP

La MSAP va être commandée via un convertisseur DC/AC à l'aide d'une commande vectorielle de vitesse « classique » on se basant sur le modèle d – q de la MSAP [54][56]. Les détails de la modélisation et de la régulation de la MSAP ne sont pas explicités ici, mais l'on pourra se reporter aux références citées pour plus de précisions.

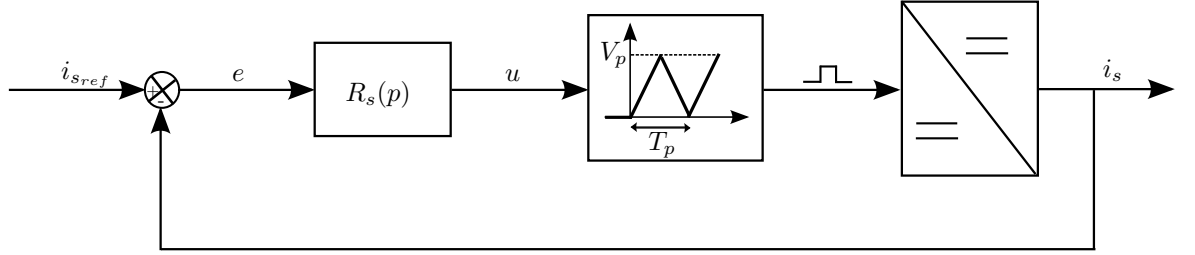


FIGURE 2.8 – Boucle d'asservissement du courant d'entrée

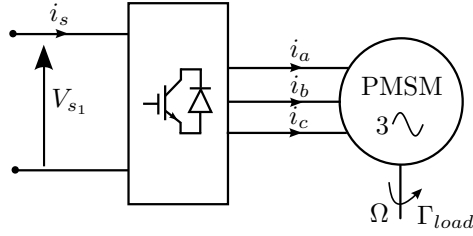


FIGURE 2.9 – Ensemble convertisseur DC/AC-MSAP

En utilisant les transformations de Concordia ( $T_{32}$ ) et de Park ( $P(\theta)$ ) (voir A.3), le modèle d – q de la MSAP est donné par l'équation suivante :

$$\begin{cases} \frac{di_d}{dt} = -\frac{R_s}{L_d}i_d + \frac{L_q}{L_d}i_q\omega + \frac{1}{L_d}u_d \\ \frac{di_q}{dt} = -\frac{R_s}{L_q}i_q - \frac{L_d}{L_q}i_d\omega - \frac{1}{L_q}\psi_f\omega + \frac{1}{L_q}u_q \\ \frac{d\Omega}{dt} = \frac{1}{J}\Gamma_{em} - k_f\Omega - \Gamma_r \\ \Gamma_{em} = \frac{3}{2}p[(L_d - L_q)i_d i_q + \psi_f i_q] \\ \omega = p\Omega \end{cases} \quad (2.16)$$

avec :

- $R_s$  : Résistance d'un enroulement statorique
- $L_d$  : Inductance d'axe  $d$ .
- $L_q$  : Inductance d'axe  $q$ .
- $p$  : Nombre de paire de pôle.
- $\psi_f$  : flux des aimants à travers les bobines statoriques

Dans le cas des MSAP à rotor lisse, les inductances  $L_d$  et  $L_q$  sont iden-

tiques. Ainsi, l'expression du couple se simplifie pour prendre la forme suivante :

$$\Gamma_{em} = \frac{3}{2} p \psi_f i_q \quad (2.17)$$

Le couple est alors directement proportionnel à  $i_q$ . Pour contrôler la machine en vitesse, on asservira donc le courant  $i_d$  à 0 pour ne pas créer de pertes joules supplémentaires et la consigne de courant  $i_q$  sera obtenue à partir de la boucle de vitesse comme le montre le schéma d'asservissement ci-dessous.

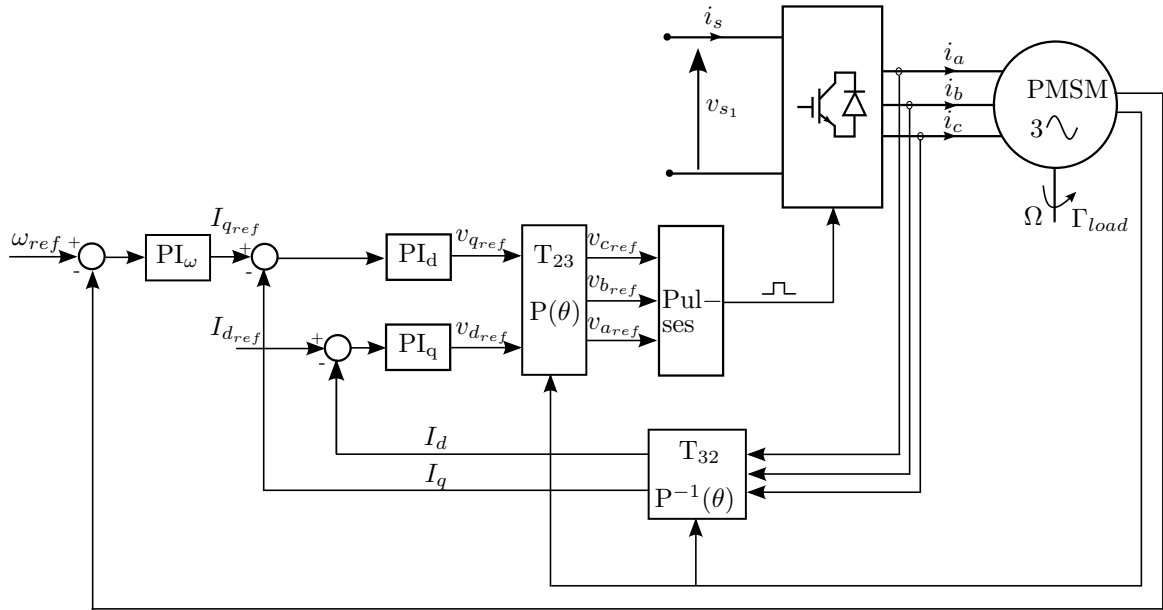


FIGURE 2.10 – Boucle de commande vectorielle de vitesse de la MSAP

## 2.6 Études de stabilité

Afin de procéder à une analyse de stabilité « petit signal » avec les méthodes temporelles pour chaque point de fonctionnement du système caractérisé par les puissances  $(P_{s_1}, P_{s_2})$ , un modèle linéaire du réseau sera développé à partir du modèle non linéaire (2.4) obtenu dans la section précédente.

En utilisant un développement limité à l'ordre 1 autour du point d'équilibre (2.6), on obtient le système linéaire  $\delta \dot{x} = A \delta x + B \delta u$ .

Les figures (2.11, 2.12) représentent les évolutions des valeurs propres du modèle linéarisé en fonction de la variation des puissances consommées par

les charges.

Sur la figure (2.11), on visualise la position des valeurs propres du modèle linéaire pour une variation de puissance  $P_{s_1} \in [-1\text{kW}, 1\text{kW}]$  avec un pas de  $0,2\text{kW}$  et pour  $P_{s_2} = 0,2\text{kW}$ . On observe que :

- Les valeurs propres  $\lambda_3, \lambda_4, \lambda_5$  et  $\lambda_6$  présentent un décalage vers la droite plus important pour devenir finalement instable lorsque  $P_{s_1}$  augmente.
- Les valeurs propres  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$  sont très peu déplacées comparativement aux autres valeurs propres. Ceci peut s’expliquer par la sensibilité des valeurs propres  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$  par rapport aux variations de la puissance  $P_{s_1}$ .

Sur la figure (2.12), on observe l’évolution des valeurs propres du modèle linéaire pour une variation de puissance  $P_{s_2} \in [0\text{kW}; 0,2\text{kW}]$  avec un pas de  $0,02\text{kW}$  et pour  $P_{s_1} = 1\text{kW}$ . On constate que :

- Les valeurs propres  $\lambda_3, \lambda_4, \lambda_5$  et  $\lambda_6$  sont très peu déplacées et elles sont complètement dans la partie droite du plan complexe.
- Les valeurs propres  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$  sont déplacées d’une façon très importante vers la droite par rapport au reste des valeurs propres, ce que traduit la sensibilité des valeurs  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$  par rapport aux variations de la puissance  $P_{s_2}$ .

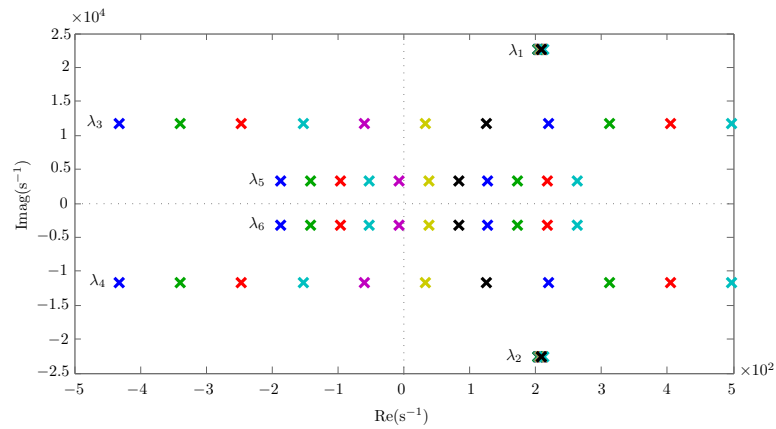


FIGURE 2.11 – Évolution des valeurs propres par rapport aux variations de  $P_{s_1}$  avec  $P_{s_2}$  constante

On note aussi que le système est instable dans les deux cas de variations de puissance des charges.

D’autres méthodes linéaires d’analyse de stabilité (spectroscopie d’impédance) et non linéaire (méthode basée sur la représentation multimodèle) ont été abordées dans les travaux de la thèse de P. Magne ([54]).

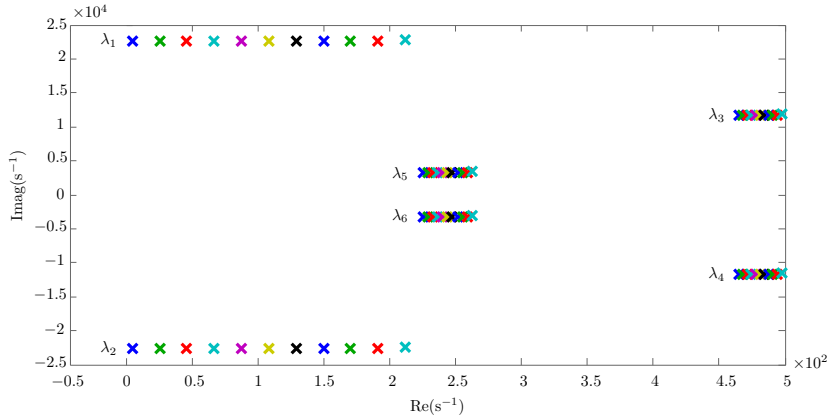


FIGURE 2.12 – Évolution des valeurs propres par rapport aux variations de  $P_{s_2}$  avec  $P_{s_1}$  constante

## 2.7 Méthode de stabilisation des réseaux électriques DC

Comme il l'a été évoqué dans le chapitre précédent, l'interaction autour des bus DC entre les charges électriques ou entre les charges et leurs filtres d'entrée peut amener un réseau à l'instabilité. Afin d'éviter que le réseau ne rentre en instabilité, plusieurs solutions sont envisageables. La première, dite « passive » va consister à dimensionner les éléments passifs du réseau de manière à assurer sa stabilité. Différentes structures de filtre d'entrée pourront aussi être utilisées afin d'améliorer la stabilité du système. Cependant, l'utilisation de telles solutions va engendrer une augmentation de la taille (poids, masse, coût, ...) du système ce qui pourra être très désavantageux pour les applications dans les réseaux électriques embarqués. Une autre solution « active » fondée sur la commande du système est proposée dans plusieurs travaux. Plusieurs stratégies de commande peuvent être utilisées suivant que le bus DC soit régulé ou non.

Cette section va présenter un aperçu sur quelques approches proposées dans la littérature.

### 2.7.1 Méthode de stabilisation passives

La première solution consiste à ajouter une cellule de stabilisation passive au filtre d'entrée. Celle-ci devra ajouter un amortissement au bus DC afin de compenser l'effet de la résistance négative, introduit par l'interaction entre

la CPL et son filtre d'entrée, et d'augmenter ainsi la marge de stabilité du système. Cette solution a été proposée dans [18] où l'auteur propose trois structures différentes de cellule de stabilisation passive à ajouter au filtre d'entrée : RC parallèle, RL parallèle et RL série (Fig ; 2.13, 2.14, 2.15) [24]. Une étude comparative des trois cellules de stabilisation par l'auteur montre que la cellule RC parallèle (Fig. 2.16) est plus efficace que les autres structures proposées. Une procédure de dimensionnement et d'optimisation du filtre

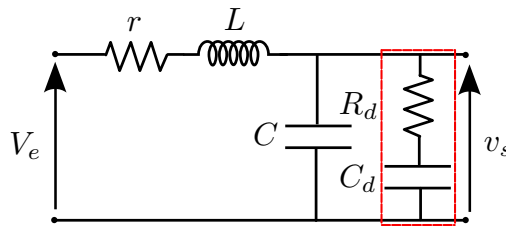


FIGURE 2.13 – Filtre avec une cellule RC parallèle

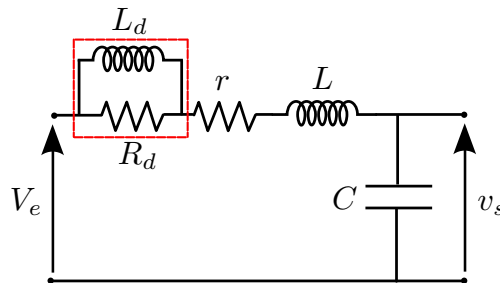


FIGURE 2.14 – Filtre avec une cellule RL série

d'entrée avec une cellule d'amortissement passive est proposée dans [24]. Néanmoins cette solution augmente le poids de l'ensemble et les pertes [32]. Ce qui constitue son principal défaut dans les applications embarquées.

## 2.7.2 Méthodes de stabilisation par la commande

Dans cette approche de stabilisation, on distingue deux cas selon la possibilité, ou non, de réguler le bus DC



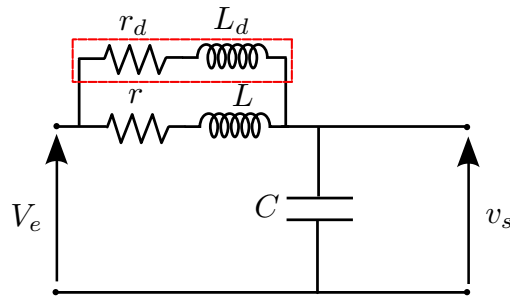


FIGURE 2.15 – Filtre avec une cellule RL parallèle

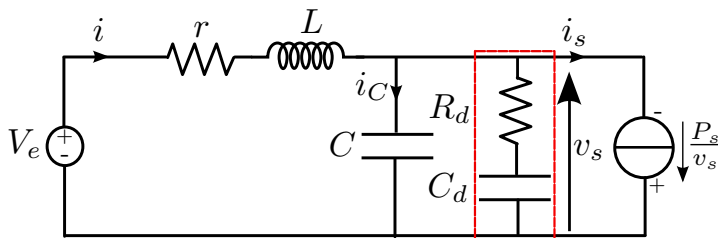


FIGURE 2.16 – Ajout d'une cellule RC Parallèle au filtre d'entrée

### Cas où le bus DC n'est pas régulé

Afin de stabiliser un réseau électrique ou améliorer sa marge de stabilité sans modifier sa structure ni augmenter sa taille et son poids, on peut synthétiser une loi de commande stabilisante sur la charge du réseau. Comme il a été détaillé au début du chapitre précédents, l'impact déstabilisant de la charge est causé par le fait que l'asservissement de la charge est indépendant de l'état électrique du réseau. Cette loi de commande stabilisante sert à générer un signal de commande à partir des grandeurs électriques du réseau, notamment la tension du bus DC, afin de donner une information à la commande de la charge sur l'état du réseau [54]. Ce signal sera additionné à la consigne de puissance demandée par la charge afin d'éviter un profil strictement constant de puissance(2.17). Cette approche a été utilisée dans [55],[52], [6],[5], [50], [51] pour les cas des réseaux contenant un seul bus DC et une CPL et dans [54] où l'auteur a utilisé cette approche pour stabiliser un réseau contenant plusieurs bus DC et plusieurs CPLs sur deux structures différentes.

- Une structure centralisée qui consiste à l'implantation d'un organe de calcul qui, à partir des mesures des grandeurs du réseau, va générer les

- signaux stabilisants pour l'ensemble des charges du système ;
- Une structure décentralisée dont chaque CPL a son propre stabilisateur. Ce dernier génère le signal de commande à partir d'une seule entrée correspondant la tension aux bornes du convertisseur de la charge.

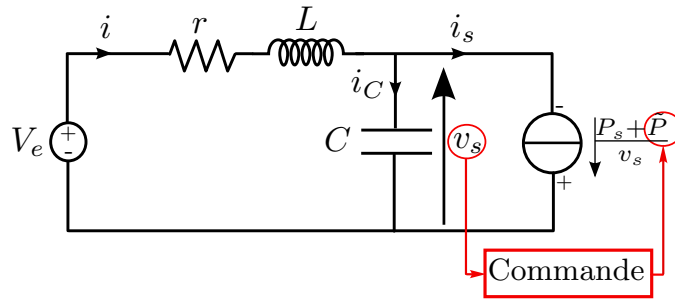


FIGURE 2.17 – Implantation d'une commande stabilisante sur la charge [54]

La modification introduite à la consigne de la CPL doit ainsi être la plus faible possible afin de limiter l'influence possible sur la charge.

### Cas où le bus DC est régulé

Cette approche est envisageable lorsque l'on dispose d'une grandeur de commande comme, par exemple une CPL alimentée par un convertisseur DC/DC, dont la commande est accessible (2.18) ou lorsque l'on dispose d'un organe de stockage qui peut être utilisé comme moyen de commande pour réguler la tension du bus [7][61]. Il est alors possible de prendre en considération l'impact déstabilisant de la CPL dans la synthèse de la loi de commande comme dans [63] et [64] où les auteurs ont proposé l'implantation de l'amortissement actif compensant le terme non-linéaire propre à la CPL et source de l'instabilité. Dans [49] où les auteurs ont exploité les propriétés de passivité du système pour synthétiser une loi de commande par injection d'amortissement qui permet de compenser l'impact de la résistance négative introduit par la CPL avec un amortisseur virtuel injecté par la loi de commande.

Une autre approche proposée dans [9][7] utilisant à la fois l'organe de stockage et la commande du convertisseur pour la régulation du bus DC et la gestion d'énergie dans le système avec des commandes fondées sur la passivité dans [9] et une commande par platitude dans [61].

L'avantage de ces méthodes est qu'il n'est pas nécessaire de modifier la référence de la CPL pour assurer la stabilité du système. On va ajuster la réponse en tension du bus DC afin de pouvoir répondre à l'impact déstabilisant imposé par la CPL. Néanmoins, toutes ces méthodes ne concernent

que les cas des systèmes contenant un seul bus DC et une seule CPL. Leur extension aux systèmes contenant plusieurs bus et plusieurs charges n'a pas encore été abordée.

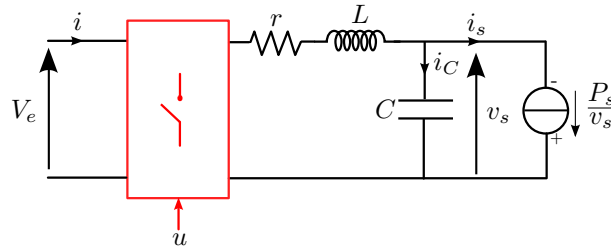


FIGURE 2.18 – CPL alimentée par un convertisseur DC/DC [54]

## 2.8 Conclusion partielles

Ce chapitre est constitué de deux parties, la première partie a présenté la structure d'un réseau électrique DC type, représentatif d'un cas d'application. Ce réseau est composé de trois charges de natures différentes reliées à un bus DC principal via des filtres d'entrée de type  $LC$  pour deux d'entre elles. Ainsi une charge directement connectée à ce bus DC aura un impact limité sur sa stabilité. Les études de stabilité « petit-signal » ont montré l'impact de l'interaction entre le filtres d'entrée et les charges sur la stabilité du réseau.

La deuxième partie a présenté trois méthodes utilisées pour améliorer la stabilité d'un système électrique contenant des CPLs. Chacune présente des avantages et des inconvénients selon le contexte de leur application.

- La première approche consiste à ajouter une cellule d'amortissement réalisée au moyen de composants passifs au filtre d'entrée de la CPL. Elle ne nécessite pas l'accès à la commande, et convient dans le cas où la commande du système n'est pas accessible. Cependant elle introduit une modification dans la structure du réseau, diminue le rendement et ajoute un poids supplémentaire, augmente la taille de ce dernier ;
- La deuxième approche consiste à éviter la nature strictement constante de la consigne de la CPL et à donner une information sur l'état des grandeurs du réseau en introduisant une légère modification sur la consigne de puissance de la CPL. Contrairement à l'approche précédente cette approche nécessite d'avoir accès à la commande de la charge, ce qui n'est pas toujours possible. Elle présente l'avantage de pouvoir être installée de manière décentralisée sur chaque charge du réseau et de

permettre ainsi de compenser localement l'impact déstabilisant de la CPL ;

- La troisième approche s'applique dans le cas où l'on est en présence d'un bus régulé ou d'un accès à la commande des charges. Dans ces cas, il est possible de synthétiser des lois de commande prenant en compte l'impact déstabilisant et la nature non linéaire de la CPL pour améliorer le degré de stabilité du bus DC, mais nécessite de mettre en place des éléments complémentaires comme les éléments de stockage type supercapacité ou batterie.

# Chapitre 3

## Stabilisation du réseau par approche backstepping

### 3.1 Introduction et principes

Dans le chapitre précédent une partie des causes de l'instabilité d'un réseau électrique DC ont été mises en évidence. Ses propriétés de stabilité dépendent de sa structure, des valeurs de ses paramètres (par exemple celles liées aux filtres d'entrée), du type de charge, de son point de fonctionnement, etc. Afin d'éviter que le système ne rentre dans l'instabilité lors de son utilisation, plusieurs approches peuvent être envisagées comme cela a déjà été évoqué dans le premier chapitre. La première, qu'on peut qualifier de « passive » consiste à dimensionner le système de telle sorte qu'il soit stable dans les conditions d'utilisations prévues pour son fonctionnement (par exemple le profil et la puissances de charge maximum). Cette approche se fonde sur une modélisation mathématique du système qui permet de confronter le modèle à des critères de stabilité et d'optimisation des éléments du réseau.

Néanmoins, afin de prendre en compte les incertitudes sur les valeurs des paramètres du système et leurs variations potentielles dans le temps dues aux modifications de l'environnement (température, humidité...) ou au vieillissement, la prise en compte des considérations de marge de sécurité est indispensable. On va de cette manière augmenter le degré de stabilité du système via l'ajout de composants passifs adaptés (par exemple les résistances dans les filtres d'entrée)[18][8] [54] ou l'augmentation de la taille de ceux-ci (par exemple les capacités des filtres d'entrée). Cette approche passive de stabilisation va donc entraîner en général un surdimensionnement des éléments du système et va aussi engendrer un surcout au niveau de la conception du système. Il sera en conséquence plus volumineux, plus lourd et donc, dans le

cas des réseaux embarqués, d'un coût plus élevé.

Afin de remédier aux problèmes d'instabilité des réseaux électriques sans avoir recours à ce type de solution, dans ce chapitre des méthodes de stabilisation « actives », c'est-à-dire fondées sur la commande du système sont proposées. Cette approche, consiste à utiliser des dispositifs de stockage connectés au réseau via des convertisseurs DC-DC. Ce dispositif est le seul degré de liberté accessible pour stabiliser le système, son rôle est de fournir ou absorber de l'énergie en régime transitoire par l'intermédiaire d'un convertisseur DC-DC réversible, afin de compenser les pics de puissance générés par les variations brusques de la charge, mais aussi de stocker l'énergie pendant la phase de récupération.

Dans ce chapitre une loi de commande non linéaire synthétisée par une approche backstepping est proposée. Cette approche va permettre d'amortir les filtres d'entrée présents dans le réseau étudié et ainsi permettre la stabilisation du réseau.

### 3.1.1 Présentation de l'approche backstepping

Dans la théorie de la commande, l'approche backstepping est une technique développée dans [43]. Bien que l'idée de l'intégrateur backstepping peut être implicite dans certains travaux antérieurs, son utilisation comme outil de conception a été initiée par Tsiniias (1989), [17],[67], [45], et [65]. Toutefois, le développement de cette méthode a donné de nouvelles perspectives à la commande des systèmes non linéaires, qui malgré les importants progrès réalisés, manquait d'approches générales. L'approche backstepping se fonde sur la deuxième méthode de Lyapunov, dont elle combine le choix de la fonction de Lyapunov avec celui de la loi de commande. Ceci permet, en plus de la tâche pour laquelle le régulateur est conçu (poursuite et/ou régulation), de garantir, en tout temps, la stabilité globale du système compensé [10].

Dans la synthèse par backstepping, la dérivabilité est la seule contrainte imposée à la caractéristique non linéaire du système. Ce dernier doit, cependant, se présenter sous forme triangulaire inférieur (cascade). La synthèse se fait étape par étape où une entrée de commande fictive est générée pour assurer la convergence de chaque sous système d'ordre 1 caractérisant le suivi des trajectoires vers leurs états d'équilibre. Cette approche assure une stabilité asymptotique globale du système en boucle fermée.

Le choix de l'utilisation d'une telle approche pour stabiliser le réseau est motivé par deux intérêts :

- son application aux systèmes non linéaires ce qui nous permet de conserver les caractéristiques dynamiques du système ;

- sa méthode de synthèse récursive. Elle se fait étape par étape et permet d'imposer la dynamique en boucle fermée pour chaque sous-système, ce qui assure la stabilité asymptotique globale.

## Exemple

Soit le système  $\Sigma$  à stabiliser autour de l'origine [44]

$$\begin{cases} \dot{\eta} = -\eta + \eta^2 \xi & \Sigma_1 \\ \dot{\xi} = u & \Sigma_2 \end{cases} \quad (3.1)$$

- Étape : 1

Le sous-système  $\Sigma_1$  est considéré en premier lieu. Étant donné qu'on stabilise autour de l'origine  $((\eta_0, \xi_0)^T = (0, 0)^T)$ , on prend comme fonction de Lyapunov

$$V_1(\eta) = \frac{1}{2}\eta^2 \quad (3.2)$$

Sa dérivée au long de la trajectoire de  $\Sigma_1$  est donnée par

$$\dot{V}_1 = \eta(-\eta + \eta^2 \xi) \quad (3.3)$$

Avec le choix de  $\xi$  comme grandeur de commande de  $(\Sigma_1)$ , on doit rendre  $\dot{V}_1(\eta)$  négative et assurer ainsi la stabilité de l'origine du sous-système décrit par  $(\Sigma_1)$ . Prenons comme valeur de  $\xi$ , la fonction  $\alpha$  telle que

$$(\xi)_d \triangleq \alpha = -k_1 \eta \quad (3.4)$$

où  $k_1 > 0$  est un paramètre de réglage. Cela conduit à

$$-\eta + \eta^2 \xi = -\eta - k_1 \eta^3 \quad (3.5)$$

et la dérivée de la fonction de Lyapunov  $V_1(\eta)$  s'écrit :

$$\dot{V}_1 = -\eta^2 - k_1 \eta^4 \quad (3.6)$$

Ce qui implique que l'origine du sous système  $(\Sigma_1)$  est globalement asymptotiquement stable.

- Étape : 2

Cette fois le système global  $(\Sigma)$  est considéré et l'on définit la nouvelle variable

$$e = \xi - \alpha \quad (3.7)$$

qui représente l'écart entre la variable  $\xi$  et sa variable désirée  $\alpha$ .

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2}e^2 \quad (3.8)$$

Sa dérivée au long de la trajectoire de  $\Sigma$  est donnée par

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= \eta(-\eta + \eta^2\xi) + e(\dot{\xi} - \dot{\alpha}) \\ &= \eta(-\eta + \eta^2\xi) + e(u - \dot{\alpha}) \\ &= \eta(-\eta + \eta^2\xi + \eta^2\alpha - \eta^2\alpha) + e(u - \dot{\alpha}) \\ &= \eta(-\eta + \eta^2\alpha + \eta^2(\xi - \alpha)) + e(u - \dot{\alpha}) \\ &= \eta(-\eta + \eta^2\alpha) + \eta^3e + e(u - \dot{\alpha}) \\ &= \dot{V}_1 + e(u - \dot{\alpha} + \eta^3) \end{aligned} \quad (3.9)$$

Le choix de la commande de  $u$  est fait comme l'étape précédente, on choisi

$$\begin{aligned} u &= -k_2e + \dot{\alpha} - \eta^3 \\ &= -k_2(\xi + k_1\eta - k_1(-\eta + \eta^2\xi) - \eta^3) \end{aligned} \quad (3.10)$$

où  $k_2 > 0$  est un paramètre de réglage. Avec l'expression choisie de  $u$  donné dans (3.10), la dérivée de la fonction de Lyapunov est

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= -\dot{V}_1 - k_2e^2 \\ &= -\eta^2 - k_1\eta^4 - k_2(\xi + k_1\eta)^2 \end{aligned} \quad (3.11)$$

De cette expression, on conclue que l'origine du système ( $\Sigma$ ) est globalement asymptotiquement stable.

## 3.2 Cas d'un réseau à une charge

### 3.2.1 Modélisation

La figure (3.1) ci-dessus représente le réseau à stabiliser. Les différentes charges du réseau, seront modélisées comme des CPLs (Constant Power Load). Cette modélisation, détaillée dans le premier chapitre, va donner une représentation restrictive des charges du point de vue de la stabilité du réseau. De plus, elle va permettre de découpler les études de stabilité du type de charge utilisé [54]. Les études réalisées seront donc valides pour tout type de charge asservie en puissance, que ce soit des ensembles machines électriques/convertisseurs triphasés ou sources de stockages/convertisseurs continus.



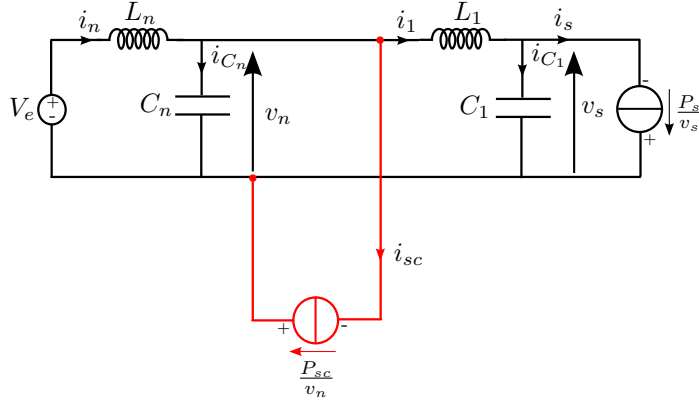


FIGURE 3.1 – Schéma simplifié d'un réseau électrique continu à une seule charge

A partir des lois de Kirchhoff sur le circuit de la figure (3.1) on obtient les équations électriques suivantes :

$$\begin{cases} L_n \frac{di_n}{dt} = -v_n + V_e \\ L_1 \frac{di_1}{dt} = v_n - v_s \\ C_n \frac{dv_n}{dt} = i_n - i_1 - \frac{P_{sc}}{v_n} \\ C_1 \frac{dv_s}{dt} = i_1 - \frac{P_s}{v_s} \end{cases} \quad (3.12)$$

Dans la suite de ce chapitre, pour plus de simplicité, on pourra utiliser le modèle centré autour du point de fonctionnement du système. Celui-ci est obtenu en utilisant le changement de repère donné par la relation (3.13) où les termes d'indice 0 correspondent aux points de fonctionnement des différentes variables d'état et les  $x_i$  leurs variations correspondantes.  $\frac{P_{sc}}{v_n}$  est choisie comme grandeur de commande notée  $u$ . Cette grandeur est le seul moyen d'action disponible pour arriver à l'objectif de stabilisation du réseau.

$$\begin{cases} \tilde{x}_1 = i_n - I_{n0} \\ \tilde{x}_2 = i_1 - I_{10} \\ \tilde{x}_3 = v_n - V_{n0} \\ \tilde{x}_4 = v_s - V_{s0} \end{cases} \quad (3.13)$$

Avec le changement de variable, le modèle (3.12) devient (3.14). Il est important de noter que contrairement à la linéarisation du modèle, le changement

de variable n'a pas supprimé les non-linéarités du système dues aux termes introduits par les CPL.

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}}_1 = -\frac{\tilde{x}_3}{L_n} \\ \dot{\tilde{x}}_2 = \frac{\tilde{x}_3}{L_1} - \frac{\tilde{x}_4}{L_1} \\ \dot{\tilde{x}}_3 = \frac{\tilde{x}_1}{C_n} - \frac{\tilde{x}_2}{C_n} - \frac{u}{C_n} \\ \dot{\tilde{x}}_4 = \frac{\tilde{x}_2}{C_1} + \frac{P_s \tilde{x}_4}{C_1 V_{s_0} (V_{s_0} + \tilde{x}_4)} \end{cases} \quad (3.14)$$

### 3.2.2 Formulation sous forme cascade du modèle

Comme il a déjà été évoqué dans le paragraphe précédent, l'approche backstepping est adaptée à la synthèse des lois de commande pour les systèmes sous forme cascade. Le modèle (3.14) nécessite en conséquence d'être réécrit sous forme cascade en utilisant le changement de variable (3.15) suivant :

$$\begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ z_4 \\ z_{20} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_n \tilde{x}_1 + L_1 \tilde{x}_2 \\ C_1 \tilde{x}_4 \\ L_n \tilde{x}_1 \\ C_n \tilde{x}_3 \\ C_1 V_{s_0} \end{pmatrix} \quad (3.15)$$

On obtient ainsi la forme cascade suivante :

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = -\frac{z_2}{C_1} & \Sigma_1 : \text{sous-système (1)} \\ \dot{z}_2 = \frac{z_1}{L_1} - \frac{z_3}{L_1} + \frac{C_1 P_s z_2}{\bar{z}_2 (\bar{z}_2 + z_2)} & \Sigma_2 : \text{sous-système (2)} \\ \dot{z}_3 = -\frac{z_4}{C_n} & \Sigma_3 : \text{sous-système (3)} \\ \dot{z}_4 = -\frac{z_1}{L_1} + \left(\frac{1}{L_n} + \frac{1}{L_1}\right) z_3 - u & \Sigma_4 : \text{sous système (4)} \end{cases} \quad (3.16)$$

avec :  $\bar{z}_2 = C_1 V_{s_0}$

### 3.2.3 Réglage de la loi de commande

Le système (3.16) peut s'écrire sous forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = \varphi_1(z_1) + \psi_1 z_2 & \Sigma_1 : \text{sous système (1)} \\ \dot{z}_2 = \varphi_2(z_1, z_2) + \psi_2 z_3 & \Sigma_2 : \text{sous système (2)} \\ \dot{z}_3 = \varphi_3(z_1, z_2, z_3) + \psi_3 z_4 & \Sigma_3 : \text{sous système (3)} \\ \dot{z}_4 = \varphi_4(z_1, z_2, z_3, z_4) + \psi_4 u & \Sigma_4 : \text{sous système (4)} \end{cases} \quad (3.17)$$

Avec

$$\begin{cases} \varphi_1(z_1) = 0, & \psi_1 = -\frac{1}{C_1} \\ \varphi_2(z_1, z_2) = \frac{z_1}{L_1} + \frac{C_1 P_s z_2}{\bar{z}_2(\bar{z}_2 + z_2)}, & \psi_2 = -\frac{1}{L_1} \\ \varphi_3(z_1, z_2, z_3) = 0, & \psi_3 = -\frac{1}{C_n} \\ \varphi_4(z_1, z_2, z_3, z_4) = -\frac{z_1}{L_1} + \left(\frac{1}{L_n} + \frac{1}{L_1}\right)z_3, & \psi_4 = -1 \end{cases} \quad (3.18)$$

– Étape : 1

On considère le sous système ( $\Sigma_1$ ) de l'équation (3.17) où la variable d'état  $z_2$  est considérée comme une commande fictive du sous système ( $\Sigma_1$ )

$$\{ \Sigma_1 : \dot{z}_1 = \varphi_1(z_1) + \psi_1 z_2 \quad (3.19)$$

et l'on définit la première valeur désirée.

$$(z_1)_d \triangleq \alpha_1 = 0$$

La première valeur de l'erreur est ainsi définie par :

$$e_1 = z_1 - (z_1)_d \quad (3.20)$$

dont la dérivée temporelle est obtenue en remplaçant l'expression de  $\dot{z}_1$  comme suit :

$$\begin{aligned} \dot{e}_1 &= \dot{z}_1 - \dot{\alpha}_1 \\ &= \varphi_1(z_1) + \psi_1 z_2 - \dot{\alpha}_1 \end{aligned} \quad (3.21)$$

Soit  $V_1(e_1)$  une fonction de Lyapunov définie positive

$$V_1(e_1) = \frac{1}{2L_1} e_1^2$$

la dérivée de la fonction de Lyapunov  $V_1(e_1)$  par rapport au temps s'écrit :

$$\begin{aligned}\dot{V}_1 &= \frac{1}{L_1} e_1 \dot{e}_1 \\ &= \frac{1}{L_1} e_1 (\varphi_1(z_1) + \psi_1 z_2 - \dot{\alpha}_1)\end{aligned}$$

Un choix judicieux de  $z_2$  doit rendre  $\dot{V}_1(e_1)$  négative et assurer ainsi la stabilité de l'origine du sous-système décrit par  $(\Sigma_1)$ . Prenons comme valeur de  $z_2$ , la fonction  $\alpha_1$  telle que

$$\varphi_1(z_1) + \psi_1 z_2 - \dot{\alpha}_1 = -k_1 e_1$$

où  $k_1 > 0$  est un paramètre de réglage. Cela conduit à

$$(z_2)_d \triangleq \alpha_2 = \frac{1}{\psi_1} [-\varphi_1(z_1) + \dot{\alpha}_1 - k_1 e_1] \quad (3.22)$$

et la dérivée de  $V_1(e_1)$  s'écrit :

$$\dot{V}_1(e_1) = -\frac{k_1}{L_1} e_1^2 \leq 0$$

d'où la stabilité asymptotique de l'origine de (3.19)

– Étape : 2

On considère le sous-système  $(\Sigma_{1,2})$

$$\Sigma_{1,2} : \begin{cases} \Sigma_1 : \dot{z}_1 = \varphi_1(z_1) + \psi_1 z_2 \\ \Sigma_2 : \dot{z}_2 = \varphi_2(z_1, z_2) + \psi_2 z_3 \end{cases} \quad (3.23)$$

et l'on définit la nouvelle variable d'erreur

$$e_2 = z_2 - \alpha_2 \quad (3.24)$$

qui représente l'écart entre la variable d'état  $z_2$  et sa valeur désirée  $\alpha_2$ . Comme  $z_2$  ne peut être forcée à prendre instantanément une valeur désirée, l'erreur  $e_2$  n'est pas instantanément nulle. Le principe de synthèse dans cette étape consiste, alors, à la forcer à s'annuler avec une certaine dynamique, choisie au préalable.

Les équations du système à commander, s'écrivent dans l'espace  $(e_1, e_2)$  comme suit :

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = -k_1 e_1 \\ \dot{e}_2 = \varphi_2(z_1, z_2) - \dot{\alpha}_2 + \psi_2 z_3 \end{cases} \quad (3.25)$$

pour lequel on choisit la fonction de Lyapunov

$$V_2(e_1, e_2) = V_1(e_1) + \frac{1}{2C_1}e_2^2$$

cette dernière à comme dérivée par rapport au temps

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(e_1, e_2) &= \dot{V}_1(e_1) + \frac{1}{C_1}e_2\dot{e}_2 \\ &= \frac{1}{L_1}e_1 [\varphi_1(z_1) - \dot{\alpha}_1 + \psi_1(e_1 + \alpha_2)] + \frac{1}{C_1}e_2 [\varphi_2(z_1, z_2) - \dot{\alpha}_2 + \psi_2 z_3] \\ &= \frac{1}{L_1}e_1 [\varphi_1(z_1) - \dot{\alpha}_1 + \psi_1 \alpha_2] + \frac{1}{C_1}e_2 \left[ \varphi_2(z_1, z_2) - \dot{\alpha}_2 + \psi_2 z_3 + \frac{C_1}{L_1} \psi_1 e_1 \right] \\ &= -\frac{k_1}{L_1}e_1^2 + \frac{1}{C_1}e_2 \left[ \varphi_2(z_1, z_2) - \dot{\alpha}_2 + \psi_2 z_3 + \frac{C_1}{L_1} \psi_1 e_1 \right] \end{aligned}$$

Le choix de la valeur désirée de  $z_3$  devient évident. Ce dernier est donné par :

$$(z_3)_d \triangleq \alpha_3 = \frac{1}{\psi_2} \left[ -\varphi_2(z_1, z_2) - \frac{C_1}{L_1} \psi_1 e_1 + \dot{\alpha}_2 - k_2 e_2 \right] \quad (3.26)$$

où  $k_2 > 0$  est un paramètre de réglage.

Un tel choix permet de réduire la dérivée de la fonction de Lyapunov à :

$$\dot{V}_2 = -\frac{k_1}{L_1}e_1^2 - \frac{k_2}{C_1}e_2^2 \leq 0$$

ce qui assure la stabilité asymptotique à l'origine du sous-système (3.23).

– Étape : 3

On considère maintenant le sous-système  $(\Sigma_{1,2,3})$

$$\Sigma_{1,2,3} : \begin{cases} \Sigma_1 : \dot{z}_1 = \varphi_1(z_1) + \psi_1 z_2 \\ \Sigma_2 : \dot{z}_2 = \varphi_2(z_1, z_2) + \psi_2 z_3 \\ \Sigma_3 : \dot{z}_3 = \varphi_3(z_1, z_2, z_3) + \psi_3 z_4 \end{cases} \quad (3.27)$$

et l'on définit la nouvelle variable d'erreur

$$e_3 = z_3 - \alpha_3 \quad (3.28)$$

qui représente l'écart entre la variable d'état  $z_3$  et sa valeur désirée  $\alpha_3$ . Comme l'étape précédente la synthèse dans cette étape consiste à forcer l'erreur  $e_3$  à

s'annuler avec une certaine dynamique, choisie au préalable.

Les équations du système à commander, s'écrivent dans l'espace  $(e_1, e_2, e_3)$  comme suit :

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = -k_1 e_1 \\ \dot{e}_2 = -k_2 e_2 - \frac{C_1}{L_1} \psi_1 e_1 \\ \dot{e}_3 = \varphi_3(z_1, z_2, z_3) - \dot{\alpha}_3 + \psi_3 z_4 \end{cases} \quad (3.29)$$

pour lequel on choisit la fonction de Lyapunov

$$V_3(e_1, e_2, e_3) = V_2(e_1, e_2) + \frac{1}{2L_1} e_3^2$$

cette dernière à comme dérivée par rapport au temps

$$\begin{aligned} \dot{V}_3(e_1, e_2, e_3) &= \dot{V}_2(e_1, e_2) + \frac{1}{L_1} e_3 \dot{e}_3 \\ &= \frac{1}{L_1} e_1 [\varphi_1(z_1) - \dot{\alpha}_1 + \psi_1(e_2 + \alpha_2)] \\ &\quad + \frac{1}{C_1} e_2 [\varphi_2(z_1, z_2) - \dot{\alpha}_2 + \psi_2(e_3 + \alpha_3)] \\ &\quad + \frac{1}{L_1} e_3 [\varphi_3(z_1, z_2, z_3) - \dot{\alpha}_3 + \psi_3 z_4] \\ &= \frac{1}{L_1} e_1 [\varphi_1(z_1) - \dot{\alpha}_1 + \psi_1 \alpha_2] \\ &\quad + \frac{1}{C_1} e_2 \left[ \varphi_2(z_1, z_2) - \dot{\alpha}_2 + \psi_2 \alpha_3 + \frac{C_1}{L_1} \psi_1 e_2 \right] \\ &\quad + \frac{1}{L_1} e_3 \left[ \varphi_3(z_1, z_2, z_3) - \dot{\alpha}_3 + \psi_3 z_4 + \frac{L_1}{C_1} \psi_1 e_2 \right] \\ &= -\frac{k_1}{L_1} e_1^2 - \frac{k_2}{C_1} e_2^2 + \frac{1}{L_1} e_3 \left[ \varphi_3(z_1, z_2, z_3) - \dot{\alpha}_3 + \psi_3 z_4 + \frac{L_1}{C_1} \psi_2 e_2 \right] \end{aligned}$$

Le choix de la valeur désirée de  $z_4$  est également effectuée comme dans l'étape précédente. On pose par cette dernière :

$$(z_4)_d \triangleq \alpha_4 = \frac{1}{\psi_3} \left[ -\varphi_3(z_1, z_2, z_3) - \frac{L_1}{C_1} \psi_2 e_2 + \dot{\alpha}_3 - k_3 e_3 \right] \quad (3.30)$$

où  $k_3 > 0$  est un paramètre de réglage.

Un tel choix permet de réduire la dérivée de la fonction de Lyapunov  $V_3$  à :

$$\dot{V}_3(e_1, e_2, e_3) = -\frac{k_1}{L_1}e_1^2 - \frac{k_2}{C_1}e_2^2 - \frac{k_3}{L_1}e_3^2 \leq 0$$

ce qui assure la stabilité asymptotique à l'origine du sous-système (3.27).

– Étape : 4

Le système (3.17) est maintenant considéré dans sa globalité. La variable d'erreur

$$e_4 = z_4 - \alpha_4 \quad (3.31)$$

représente l'écart entre la variable d'état  $z_4$  et sa valeur désirée  $\alpha_4$ . Les équations du système à commander, s'écrivent dans l'espace  $(e_1, e_2, e_3, e_4)$  comme suit :

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = -k_1 e_1 \\ \dot{e}_2 = -\frac{C_1}{L_1} \psi_1 e_1 - k_2 e_2 \\ \dot{e}_3 = -\frac{L_1}{C_1} \psi_2 e_2 - k_3 e_3 \\ \dot{e}_4 = \varphi_4(z_1, z_2, z_3, z_4) - \dot{\alpha}_4 + \psi_4 u \end{cases} \quad (3.32)$$

pour lequel on choisit la fonction de Lyapunov

$$V_4(e_1, e_2, e_3, e_4) = V_3(e_1, e_2, e_3) + \frac{1}{2C_n} e_4^2$$

cette dernière à comme dérivée par rapport au temps

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_4(e_1, e_2, e_3, e_4) &= \dot{V}_3(e_1, e_2, e_3) + \frac{1}{C_n} e_4 \dot{e}_4 \\
 &= \frac{1}{L_1} e_1 [\varphi_1(z_1) - \dot{\alpha}_1 + \psi_1(e_2 + \alpha_2)] \\
 &\quad + \frac{1}{C_1} e_2 [\varphi_2(z_1, z_2) - \dot{\alpha}_2 + \psi_2(e_3 + \alpha_3)] \\
 &\quad + \frac{1}{L_1} e_3 [\varphi_3(z_1, z_2, z_3) - \dot{\alpha}_3 + \psi_3(e_4 + \alpha_4)] \\
 &\quad + \frac{1}{C_n} e_4 [\varphi_4(z_1, z_2, z_3, z_4) - \dot{\alpha}_4 + \psi_4 u] \\
 &= \frac{1}{L_1} e_1 [\varphi_1(z_1) - \dot{\alpha}_1 + \psi_1 \alpha_2] \\
 &\quad + \frac{1}{C_1} e_2 \left[ \varphi_2(z_1, z_2) - \dot{\alpha}_2 + \psi_2 \alpha_3 + \frac{C_1}{L_1} \psi_1 e_2 \right] \\
 &\quad + \frac{1}{L_1} e_3 \left[ \varphi_3(z_1, z_2, z_3) - \dot{\alpha}_3 + \psi_3 \alpha_4 + \frac{L_1}{C_1} \psi_1 e_2 \right] \\
 &\quad + \frac{1}{C_n} e_4 \left[ \varphi_4(z_1, z_2, z_3, z_4) - \dot{\alpha}_4 + \psi_4 u + \frac{C_n}{L_1} \psi_3 e_3 \right] \\
 &= -\frac{k_1}{L_1} e_2^2 - \frac{k_1}{C_1} e_2^2 - \frac{k_3}{L_1} e_3^2 \\
 &\quad + \frac{1}{C_n} e_4 \left[ \varphi_4(z_1, z_2, z_3, z_4) - \dot{\alpha}_4 + \psi_4 u + \frac{C_n}{L_1} \psi_3 e_3 \right]
 \end{aligned}$$

A présent, on est en présence de la commande physique. Un bon choix de celle-ci est donné par :

$$u = \frac{1}{\psi_4} \left[ -\varphi_4(z_1, z_2, z_3, z_4) - \frac{C_n}{L_1} \psi_3 e_3 + \dot{\alpha}_4 - k_4 e_4 \right] \quad (3.33)$$

où  $k_4 > 0$  est un paramètre de réglage.

Avec ce choix la dérivée de la fonction de Lyapunov  $V_4$  est :

$$\dot{V}_4(e_1, e_2, e_3, e_4) = -\frac{k_1}{L_1} e_1^2 - \frac{k_2}{C_1} e_2^2 - \frac{k_3}{L_1} e_3^2 - \frac{k_4}{C_n} e_4^2 \leq 0$$

d'où la stabilité de l'origine de (3.17).

Finalement, on conclut que le système (3.14) est asymptotiquement globalement stable à l'origine.



Afin de régler les paramètres de commande  $k_i$ ,  $i = 1 \dots 4$ , on va résumer la dynamique des erreurs des différents états en fonction de ces paramètres. Pour cela, on remplace l'expression de la commande  $u$  donnée dans (3.33) et dans (3.32) on obtient ainsi l'équation suivante :

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = -k_1 e_1 \\ \dot{e}_2 = -\frac{C_1}{L_1} \psi_1 e_1 - k_2 e_2 \\ \dot{e}_3 = -\frac{L_1}{C_1} \psi_2 e_2 - k_3 e_3 \\ \dot{e}_4 = -\frac{C_n}{L_1} \psi_3 e_3 - k_4 e_4 \end{cases} \quad (3.34)$$

L'équation (3.34) peut-être écrite sous la forme matricielle suivante :

$$\dot{E} = AE \quad (3.35)$$

avec :

$$E = \begin{pmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \\ e_4 \end{pmatrix}$$

et

$$A = \begin{pmatrix} -k_1 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{C_1}{L_1} \psi_1 & -k_2 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{L_1}{C_1} \psi_2 & -k_3 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{C_n}{L_1} \psi_3 & -k_4 \end{pmatrix}$$

Avec un bon choix des gains  $k_i$  (choix des emplacements polaires par exemple), on peut assurer la stabilité et les performances désirées du système (3.34). Ceci se traduit par la stabilité, en boucle fermée, du système original (3.14) autour de l'origine.

### 3.2.4 Analyse des résultats

Dans cette section la mise en place de la méthode proposée est présentée sur un modèle du réseau fondé sur les modèles simplifiés des charges, en utilisant les fonctionnalités de l'environnement Matlab/Simulink.

La figure (3.2) représente l'évolution des pôles du modèle linéarisé en boucle ouverte en fonction de la puissance consommée par la charge. On constate que pour :

- des valeurs de puissance de la charge négatives (phase de récupération) le système linéaire est stable ;

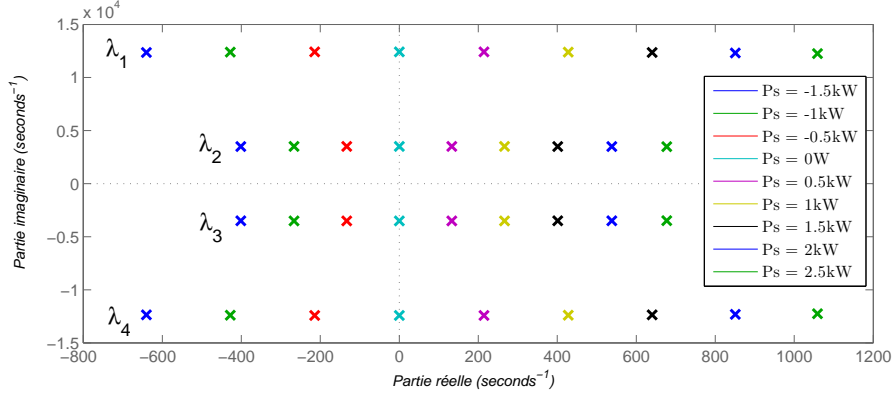


FIGURE 3.2 – Lieu des pôles du modèle linéarisé en boucle ouverte

- des valeurs puissance de la charge positives (phase de consommation), les pôles sont à partie réelle positives c-à-d le modèle linéaire est instable.

Comme il a été expliqué dans la section précédente, la mise en place de la méthode va consister à choisir les paramètres  $k_i$  de la matrice  $A$  qui permettront d'assurer la stabilité globale du système en boucle fermée. Ces paramètres  $k_i$  sont dans ce contexte, pour imposer les emplacements polaires.

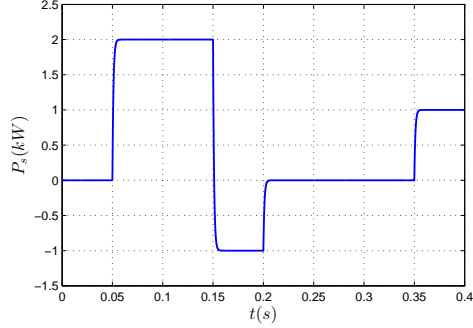
$$\begin{cases} k_1 = 1 \cdot 10^5 \text{s}^{-1} \\ k_2 = 1 \cdot 10^4 \text{s}^{-1} \\ k_3 = 1 \cdot 10^3 \text{s}^{-1} \\ k_4 = 1 \cdot 10^2 \text{s}^{-1} \end{cases} \quad (3.36)$$

La figure (3.3a) montre le profil de puissance consommée par la charge. Ce profil présente trois cas de comportement de la charge au cours du temps selon qu'elle consomme ou elle restitue de l'énergie :

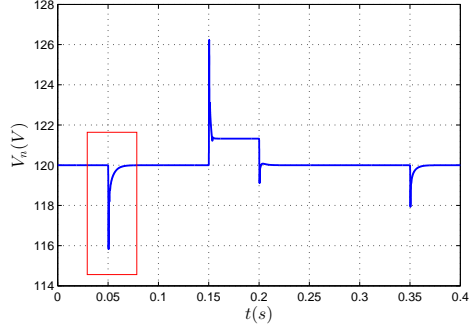
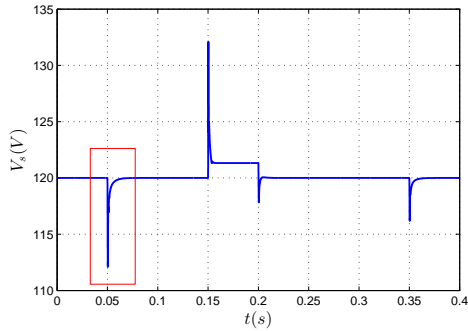
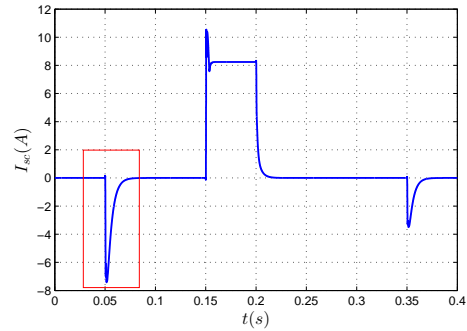
- $[0\text{s}; 0,05\text{s}]$  pas de consommation ;
- $[0,05\text{s}; 0,15\text{s}]$  dans cette phase la charge consomme (2kW) ;
- $[0,15\text{s}; 0,2\text{s}]$  phase de récupération (la charge renvoie de l'énergie au réseau) ;
- $[0,2\text{s}; 0,35\text{s}]$  aucune consommation de la charge ;
- $[0,35\text{s}; 0,4\text{s}]$  deuxième phase de consommation (1kW).

Les résultats obtenus (Fig. 3.3b, 3.3d) attirent les commentaires suivants :

- La figure (3.3b) présente la tension du bus  $C_n$  du réseau. Cette tension est stabilisée autour du point d'équilibre, elle présente des pics dus lors des variations de la puissance consommée par la charge. Le bus continu fournit (resp. absorbe) l'énergie pour compenser la variation



(a) Puissance consommée par la charge


 (b) Tension aux bornes du bus  $C_n$ 

 (c) Tension aux bornes du bus  $C_1$ 


(d) Courant absorbé par la supercapacité

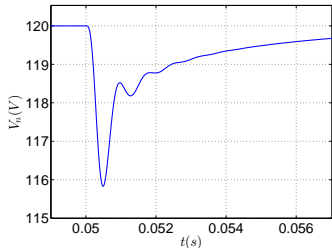
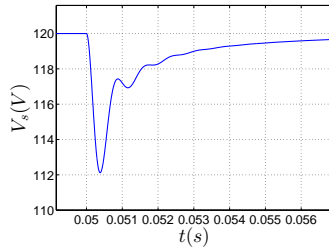
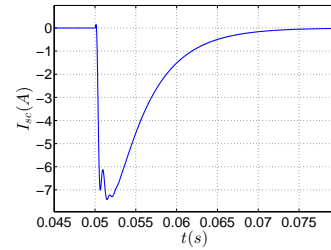

 (e) Zoom sur la tension  $V_n$ 

 (f) Zoom sur la tension  $V_s$ 

 (g) Zoom sur le courant  $I_{sc}$ 

FIGURE 3.3 – Résultats de simulation dans le cas d'un réseau à une seule CPL

de puissance consommée (resp. récupérée) par la charge. La tension du bus  $C_1$  à un comportement similaire à celle de la tension  $V_n$  avec un régime transitoire (Fig. 3.3e) présentant des bonnes performances avec un dépassement de 7% et un temps de réponse environ de 6 ms.

- La figure (3.3d) montre la grandeur de commande qui présente le courant absorbé ou injectée dans le réseau par le dispositif de stockage. On remarque que lors de la phase d'augmentation (resp. diminution)

de la consommation de la charge, le dispositif de stockage injecte de (resp. absorbe) une puissance instantanée pour compenser la chute de tension (resp. de surtension) dans les deux bus continu et il permet aussi le stockage d'énergie dans la phase de récupération de la charge.

Pour tester la robustesse de l'approche par rapport aux variations paramétrique, des variations de 20% sur les paramètres des filtres d'entrées sont introduites. Ces variations peuvent représenter les erreurs de modélisation, vieillissement des composants, la dispersion, etc.

On constate que, quand la variation des paramètres augmente (resp diminue) par rapport aux valeurs nominales, le dépassement de la tension du bus DC augmente (resp diminue) ( voir (Fig. 3.4a et 3.4c)), et le courant injecté ou absorbé par la supercapacité augmente (resp diminue) (voir Fig. 3.4b et 3.4d) pour compenser les variations de la tension du bus. La tension du bus DC reste stable autour du point d'équilibre avec un comportement dynamique similaire à celui avec les paramètres nominaux.

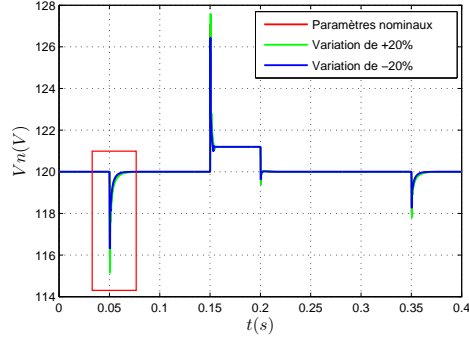
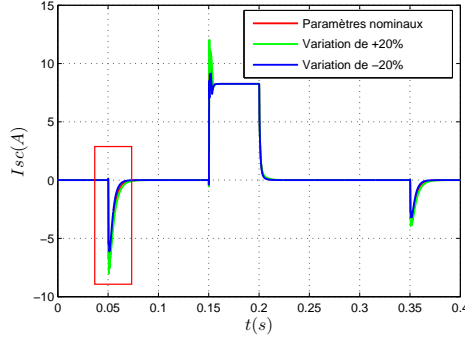
## 3.3 Cas d'un réseau à deux charges

### 3.3.1 Modélisation

Reprenons la structure du réseau à deux charges (Fig. 3.5) présentée dans le chapitre précédent.

Rappelons le modèle centré du réseau donnée déjà dans le chapitre précédent

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\tilde{x}}_1 = -\frac{\tilde{x}_4}{L_n} \\ \dot{\tilde{x}}_2 = \frac{\tilde{x}_4}{L_1} - \frac{\tilde{x}_5}{L_1} \\ \dot{\tilde{x}}_3 = \frac{\tilde{x}_4}{L_2} - \frac{\tilde{x}_6}{L_2} \\ \dot{\tilde{x}}_4 = \frac{\tilde{x}_1}{C_n} - \frac{\tilde{x}_2}{C_n} - \frac{\tilde{x}_3}{C_n} - u \\ \dot{\tilde{x}}_5 = \frac{\tilde{x}_2}{C_1} + \frac{P_{s1}\tilde{x}_5}{C_1 V_{s10}(V_{s10} + \tilde{x}_5)} \\ \dot{\tilde{x}}_6 = \frac{\tilde{x}_3}{C_1} + \frac{P_{s2}\tilde{x}_6}{C_1 V_{s20}(V_{s20} + \tilde{x}_6)} \end{array} \right. \quad (3.37)$$


 (a) La tension aux bornes du bus  $C_n$ 


(b) Courant absorbé par la supercapacité

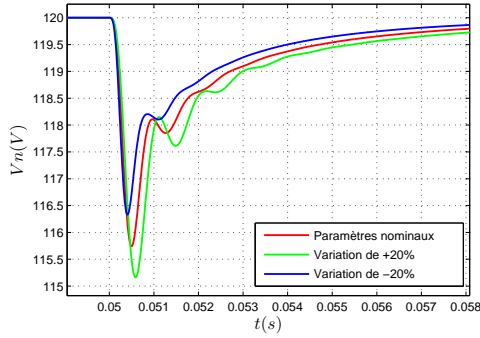
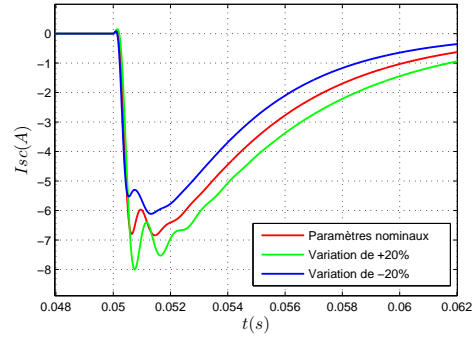

 (c) Zoom sur la tension  $V_n$ 

 (d) Zoom sur le courant  $I_{sc}$ 

FIGURE 3.4 – Test de robustesse par rapport aux variations des paramètres du réseau

### 3.3.2 Formulation sous forme cascade du modèle

Comme précédemment, le modèle (3.37) sera réécrit sous forme cascade en utilisant le changement de variable (3.38) suivant :

$$\begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ z_4 \\ z_5 \\ z_6 \\ z_{30} \\ z_{40} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_n \tilde{x}_1 + L_1 \tilde{x}_2 \\ L_n \tilde{x}_1 + L_2 \tilde{x}_3 \\ C_1 \tilde{x}_5 \\ C_2 \tilde{x}_6 \\ L_n \tilde{x}_1 \\ C_n \tilde{x}_4 \\ C_1 V_{s_{10}} \\ C_2 V_{s_{20}} \end{pmatrix} \quad (3.38)$$

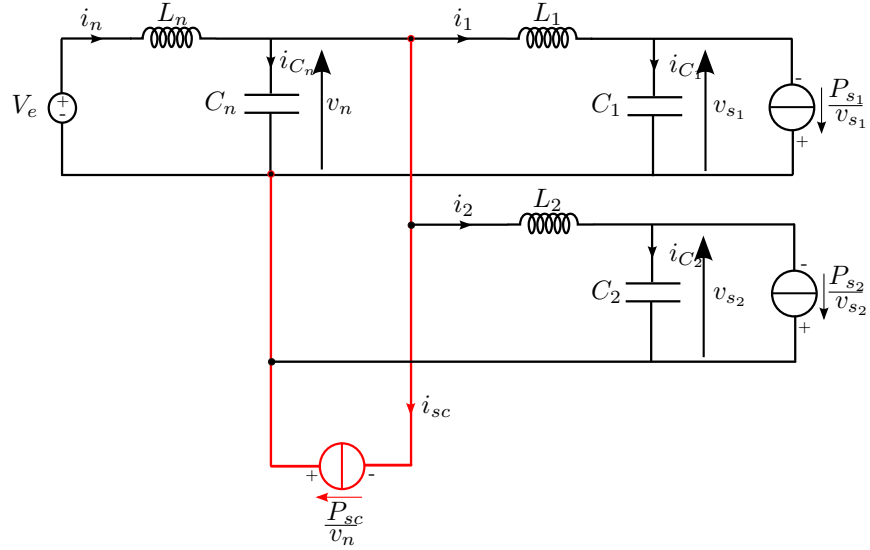


FIGURE 3.5 – Schéma simplifié d'un réseau électrique continu à deux charges

On obtient ainsi la forme cascade donnée par (3.39) :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{z}_1 = -\frac{z_3}{C_1} \quad \Sigma_{11} \\ \dot{z}_2 = -\frac{z_4}{C_2} \quad \Sigma_{12} \\ \dot{z}_3 = \frac{z_1}{L_1} + \frac{C_1 P_{s_1} z_3}{z_{30}(z_{30} + z_3)} - \frac{z_5}{L_1} \quad \Sigma_{21} \\ \dot{z}_4 = \frac{z_2}{L_2} + \frac{C_2 P_{s_2} z_4}{z_{40}(z_{40} + z_4)} - \frac{z_5}{L_2} \quad \Sigma_{22} \\ \dot{z}_5 = -\frac{z_6}{C_n} \quad \Sigma_3 \\ \dot{z}_6 = -\frac{z_1}{L_1} - \frac{z_2}{L_2} + \left(\frac{1}{L_n} + \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}\right)z_5 - u \quad \Sigma_4 \end{array} \right. \quad (3.39)$$

Cette forme cascade est illustrée par le schéma bloc de la figure suivante.

On remarque que dans le cas d'un réseau à deux charges, cette approche ne permet pas d'obtenir la forme cascade nécessaire pour appliquer la méthode de commande par backstepping.

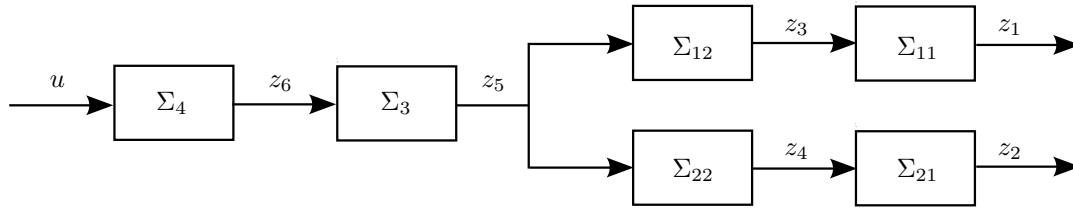


FIGURE 3.6 – schéma bloc

### 3.4 Conclusions partielles

Dans cette section nous avons présenté la stabilisation par l’approche backstepping d’un réseau DC représenté par un modèle non linéaire. Cette approche a comme avantage le fait quelle permet d’assurer la stabilité globale du système et de conduire à une démonstration théorique de la stabilité. Dans la synthèse par backstepping, aucune contrainte n’est imposée à la caractéristique non linéaire du système.

Cette loi de commande, simple à appliquer sur une structure avec une seule charge, permet d’amortir les filtres présents dans le réseau et d’assurer des bonnes performances vis-à-vis du temps de réponse et du dépassement.

Néanmoins, cette approche à aussi ses limites. En effet, le modèle doit pouvoir être mis sous forme triangulaire inférieure (cascade), une propriété qui n’est pas toujours possible pour tous les systèmes ce qui est le cas pour un réseau à plus d’une charge dans le contexte de ses travaux.

#### *3.4. CONCLUSIONS PARTIELLES*

---



# Chapitre 4

## Stabilisation par passivité

### 4.1 Introduction et principes

Dans le chapitre précédent, l'approche backstepping a été utilisée pour stabiliser un réseau électrique continu contenant une charge à puissance constante et un élément de stockage d'énergie. Rappelons que ce dernier est utilisé comme le seul moyen d'action pour stabiliser du réseau. L'inconvénient majeur de cette approche est le fait qu'elle ne peut être envisagée que sous réserve que les modèles de la classe de systèmes considérés puissent être mis sous forme triangulaire (cascade). Cet inconvénient rend l'approche de backstepping peu attractive pour les systèmes plus complexes comme par exemple le cas d'un réseau contenant plusieurs charges.

L'approche présentée dans ce chapitre est fondée sur la notion de passivité avec injection d'amortissement. Cette méthode de commande non linéaire peut être utilisée pour la commande d'un système en façonnant son énergie totale, tout en préservant la structure d'un système hamiltonien commandé par port (HCP) et en utilisant les propriétés des systèmes passifs.

### 4.2 Élément de commande par passivité

#### 4.2.1 Principe

Avant d'introduire la notion de passivité, on doit définir la dissipativité. Bien que le concept de passivité soit apparu dans la littérature en premier, la dissipativité, nous donne une manière plus explicite pour comprendre ce qu'est la passivité et quand un système peut être défini comme passif. La dissipativité est une propriété fondamentale des systèmes physiques, elle est assimilable aux phénomènes de pertes ou de dissipation d'énergie. Un exemple

typique de dissipativité pourrait être un circuit électrique dans lequel une partie des énergies magnétiques et électriques serait dissipée sous forme de chaleur par une ou plusieurs résistances. Pour un système mécanique, le phénomène de frottement joue un rôle similaire. Ces différents concepts sont analysés dans [44], [60],[3].

Pour définir mathématiquement la propriété de dissipativité nous devons introduire deux fonctions, la vitesse d'injection, qui est le débit d'arrivée d'énergie vers le système; et la fonction de stockage qui mesure la quantité d'énergie stockée dans le système. Ces fonctions sont liées par l'inégalité de la dissipation, qui stipule qu'au cours du temps pour un système dissipatif, la vitesse d'injection est supérieure ou égale à l'augmentation de la fonction de stockage. Ceci exprime le fait que un système dissipatif ne peut stocker plus d'énergie qu'il ne lui est fourni, la différence étant l'énergie dissipée. Pour aborder la passivité, il faudra ensuite introduire les notions d'entrée  $u \in \mathbb{R}^m$  et de sortie  $y \in \mathbb{R}^m$  du système car on verra ci après qu'un système est dit passif s'il est dissipatif pour la vitesse d'injection  $w(u, y) = u^T y$ . Au préalable d'introduire les définitions mathématiques nous illustrons le concept de base de la passivité sur un exemple simple.

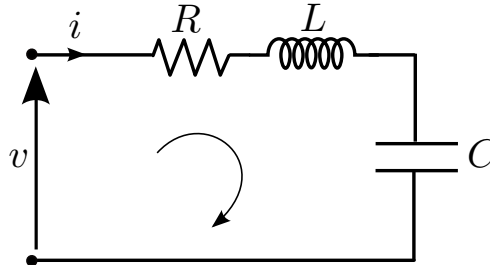


FIGURE 4.1 – Circuit RLC

### 4.2.2 Exemple d'un système passif

On considère le circuit RLC série présenté dans la figure (4.1). En appliquant les lois de Kirchhoff on obtient son comportement dynamique :

$$v(t) = Ri(t) + \frac{1}{C} \int_0^t i(\tau) d\tau + L \frac{di(t)}{dt} \quad (4.1)$$

En multipliant les deux membre de l'équation (4.1) par  $i(t)$  on obtient :

$$v(t)i(t) = Ri^2(t) + \frac{1}{C}i(t) \int_0^t i(\tau)d\tau + Li(t) \frac{di(t)}{dt} \quad (4.2)$$

qui peut être réécrite comme suit :

$$v(t)i(t) - Ri^2(t) = \frac{d}{dt} \left( \underbrace{\frac{1}{2C} \int_0^t (i^2(\tau)d\tau)}_{\mathcal{V}} + \underbrace{\frac{L}{2} i^2}_{\mathcal{T}} \right) \quad (4.3)$$

où les fonctions  $\mathcal{V}$  et  $\mathcal{T}$  représentent respectivement l'énergie électrique stockée dans la capacité et l'énergie magnétique stockée dans l'inductance. En intégrant les deux membres de l'équation (4.3) de 0 à  $t$  on obtient l'équation d'équilibres des énergies

$$\underbrace{\mathcal{H}(t)}_{\text{disponible}} - \underbrace{\mathcal{H}(0)}_{\text{initiale}} = \underbrace{\int_0^t v(\tau)i(\tau)d\tau}_{\text{fournie}} - \underbrace{\int_0^t Ri^2(\tau)d\tau}_{\text{dissipée}} \quad (4.4)$$

La fonction  $\mathcal{H}(t)$  est nommée l'hamiltonien du système, elle représente l'énergie totale du circuit. Dans cet exemple la vitesse d'injection  $v(t)i(t)$  est la puissance fournie par la source externe au circuit RLC série. Ce dernier est donc un système dissipatif par rapport à cette vitesse d'injection. En plus, si on choisit  $u(t) = v(t)$  comme entrée et  $y(t) = i(t)$  comme sortie (ou inversement), nous avons un système  $\Sigma : u \mapsto y$  passif.

### 4.2.3 Définition et propriétés de passivité

Même si le concept de passivité d'un système ne requiert pas la définition d'un modèle d'état de celui-ci, dans le but de simplicité nous allons restreindre la présentation aux systèmes de la forme :

$$\Sigma : \begin{cases} \dot{x} = f(x, u), & x(0) = x_0 \in \mathbb{R}^n \\ y = h(x, u) \end{cases} \quad (4.5)$$

avec  $x \in \mathbb{R}^n$  vecteur d'état,  $u \in \mathbb{R}^m$  entrée et  $y \in \mathbb{R}^m$  sortie du système. Le système  $\Sigma$  défini par (4.5) est passif lorsque la puissance soutirée se fait au détriment du stock interne d'énergie. Ainsi, il ne peut pas y avoir de génération interne de puissance. Pour une compréhension plus facile des concepts de dissipation et de passivité, il est convenable d'imaginer que  $\Sigma$  est un système physique caractérisé par la propriété que son énergie peut être augmentée seulement par l'approvisionnement d'une source externe [44].

**Définition 4.1. (Dissipativité).** Le système  $\Sigma$  défini par (4.5) est dissipatif vis-à-vis de la vitesse d'injection  $w(u, y) : \mathbb{R}^m \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}$  si et seulement s'il existe une fonction de stockage  $\mathcal{H} : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}_+$  telle que :

$$\mathcal{H}(x(T)) \leq \mathcal{H}(x(0)) + \int_0^T w(u(t), y(t)) dt \quad (4.6)$$

$\forall u, T \geq 0$  et  $x_0 \in \mathbb{R}^n$ .

**Définition 4.2. (Passivité).** Le système  $\Sigma$  est passif s'il est dissipatif pour  $w(u, y) = u^T y$ . Il est à entrée strictement passive (ISP) s'il est dissipatif pour  $w(u, y) = u^T y - \delta_i \|u\|^2$ , où  $\delta_i > 0$ . Il est à sortie strictement passive (OSP) s'il est dissipatif pour  $w(u, y) = u^T y - \delta_0 \|y\|^2$ , où  $\delta_0 > 0$ .

**Lemme 4.1. Kalman-Yakubovich-Popov (KYP).** Supposons que le système non linéaire  $\Sigma$  défini dans (4.5) est passif, dérivable  $r$  fois et possède une fonction de stockage  $\mathcal{H}(x)$ , alors par définition :  $\forall x \in \mathbb{R}^n, \forall u \in \mathbb{R}^m$  :  $\dot{\mathcal{H}}(x) \leq u^T \cdot y$ . Or :

$$\begin{aligned} \dot{\mathcal{H}}(x) &= \left( \frac{\partial \mathcal{H}(x)}{\partial x} \right)^T \dot{x} \\ &= \left( \frac{\partial \mathcal{H}(x)}{\partial x} \right)^T f(x) + \left( \frac{\partial \mathcal{H}(x)}{\partial x} \right)^T g(x) \cdot u \leq u^T \cdot h(x) \\ &= \left( \frac{\partial \mathcal{H}(x)}{\partial x} \right)^T f(x) + \left( \left( \frac{\partial \mathcal{H}(x)}{\partial x} \right)^T g(x) - h^T(x) \right) \cdot u \leq 0 \end{aligned} \quad (4.7)$$

Pour satisfaire l'inégalité (4.7), les relations suivantes doivent ainsi être satisfaites :

$$\begin{cases} \left( \frac{\partial \mathcal{H}(x)}{\partial x} \right)^T f(x) \geq 0 \\ \left( \frac{\partial \mathcal{H}(x)}{\partial x} \right)^T g(x) = h^T(x) \end{cases} \quad (4.8)$$

L'expression (4.8) est l'énoncé du lemme de KYP de la passivité pour les systèmes non linéaires.  $\left( \frac{\partial \mathcal{H}(x)}{\partial x} \right)^T f(x) = L_f \mathcal{H}(x)$  représente la dérivée de Lie de  $\mathcal{H}(x)$  le long du champ du vecteur  $f(x)$ . Un système non linéaire, ayant une fonction de stockage qui satisfait la propriétés de KYP est passif et réciproquement.

**Proposition 4.1. (Interconnexion de systèmes passifs).** Soit deux systèmes  $\Sigma_1 : u_1 \mapsto y_1$  et  $\Sigma_2 : u_2 \mapsto y_2$  interconnectés de manière classique

$u_2 = y_1$  et  $u_1 = -y_2$ . Si  $\Sigma_1$  et  $\Sigma_2$  sont passifs, alors le système en boucle fermé  $\Sigma : u = (u_1, u_2)^T \mapsto y = (y_1, y_2)^T$  est aussi passif. De plus, s'ils sont à sortie strictement passive (OSP), alors  $\Sigma$  l'est aussi.

L'interconnexion par rétroaction est un exemple typique de la conservation de puissance par  $(e_1^T y_1 + e_2^T y_2 = u_1^T y_1 + u_2^T y_2)$ .

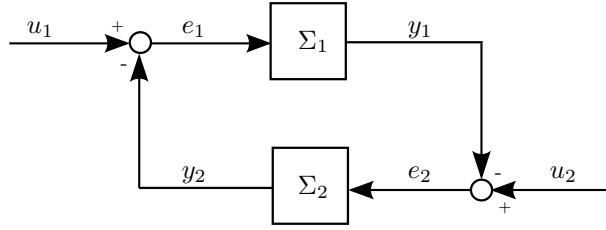


FIGURE 4.2 – Interconnexion des systèmes passifs

Pour simplifier l'étude, on s'intéresse à une classe des systèmes affines en la commande représentés sous la forme suivante :

$$\Sigma_a : \begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x)u, & x(0) = x_0 \in \mathbb{R}^n \\ y = h(x) \end{cases} \quad (4.9)$$

avec  $g(x) \in \mathbb{R}^{n \times m}$ .

**Définition 4.3. (Observabilité et détectabilité de l'état zéro).** Nous considérons le système affine en la commande  $\Sigma_a$  représenté par l'équation (4.9) avec une entrée nulle  $u = 0$ . L'état zéro du système  $\Sigma_a$  est observable depuis la sortie  $y(t)$  si  $\forall x_0 \in \mathbb{R}^n$  nous avons  $y(t) \equiv 0 \implies x(t) \equiv 0$ , et l'état zéro est détectable si  $y(t) \equiv 0 \implies \lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = 0$ .

**Proposition 4.2. (Stabilité des systèmes passifs).** Supposons que le système  $\Sigma_a$  est à sortie strictement passive (OSP) avec une fonction de stockage  $\mathcal{H}$  semi-définie positive.

- (i) Si  $\Sigma_a$  est à état zéro observable, alors  $\mathcal{H}(x) > 0$  pour tout  $x \neq 0$ ;
- (ii) Si  $\mathcal{H}(x) > 0$  pour tout  $x \neq 0$ ,  $\mathcal{H}(0) = 0$  et  $\Sigma_a$  est à état zéro détectable, alors  $x = 0$  est un état d'équilibre localement asymptotiquement stable de  $\dot{x} = f(x)$ . De plus, si  $\mathcal{H}$  est radialement non bornée, alors la stabilité est globale.

La démonstration est donnée dans [44].

### 4.3 Synthèse de lois de commande par passivité

Considérons un système dont la forme générale d'état est donnée par la représentation hamiltonienne suivante

$$\begin{cases} \dot{x} = (\mathcal{J}(x) - \mathcal{R}(x)) \frac{\partial \mathcal{H}(x)}{\partial x} + g(x)u \\ y = g^T(x) \frac{\partial \mathcal{H}(x)}{\partial x} \end{cases} \quad (4.10)$$

où

- $x \in \mathbb{R}^n$  est le vecteur d'état,  $u \in \mathbb{R}^m$  et  $y \in \mathbb{R}^m$  avec  $m < n$  sont respectivement les vecteurs d'entrée et de sortie, leur produit  $u^T \cdot y$  est homogène à une puissance ;
- $\mathcal{H} : \mathbb{R}^n \mapsto \mathbb{R}$  est l'énergie totale emmagasinée par le système qui peut être choisie selon la forme  $H(x) = \frac{1}{2}x^T Qx$ , où  $Q \in \mathbb{R}^{n \times n}$  est diagonale ;
- $\mathcal{J}(x) \in \mathbb{R}^{n \times n}$  antisymétrique et  $\mathcal{R}(x) \in \mathbb{R}^{n \times n}$  symétrique semi-définie positive sont respectivement les matrices d'interconnexion et d'amortissement naturelles.

Pour la simplicité, on utilisera par la suite le modèle centré autour du point de fonctionnement du système. Celui-ci est obtenu en utilisant le changement de repère  $\tilde{x} = x - x_0$  et  $\tilde{u} = u - u_0$ , où  $x_0$  et  $u_0$  sont respectivement les valeurs d'équilibre de  $x$  et de  $u$ .

Le modèle centré du système (4.10) est donné par l'équation suivante

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}} = (\mathcal{J}(\tilde{x}) - \mathcal{R}(\tilde{x})) \frac{\partial \mathcal{H}(\tilde{x})}{\partial \tilde{x}} + g(\tilde{x})\tilde{u} \\ \tilde{y} = g^T(\tilde{x}) \frac{\partial \mathcal{H}(\tilde{x})}{\partial \tilde{x}} \end{cases} \quad (4.11)$$

La méthodologie de la commande par passivité consiste à rendre la boucle fermée (strictement) passive et caractérisée par une fonction de stockage désirée  $\mathcal{H}_d$ .

La commande par injection d'amortissement est un retour de sortie qui peut être interprété physiquement comme une addition par le régulateur d'un certain amortissement dans le système. ce type de commande s'écrit :

$$u = -D\tilde{y} \quad (4.12)$$

où  $D$  est une matrice diagonale définie positive. La fonction de stockage du système en boucle fermée peut être choisie de la même forme que celle en boucle ouverte  $\mathcal{H}_d(\tilde{x}) = \frac{1}{2}\tilde{x}^T Q\tilde{x}$ . La représentation en boucle fermée du

système est alors donnée par l'équation suivante, en remplaçant (4.12) dans (4.11)

$$\begin{aligned} \dot{x} &= (\mathcal{J}(\tilde{x}) - \mathcal{R}(\tilde{x})) \frac{\partial \mathcal{H}(\tilde{x})}{\partial \tilde{x}} - g(\tilde{x}) D\tilde{y} \\ &= (\mathcal{J}(\tilde{x}) - \mathcal{R}(\tilde{x})) \frac{\partial \mathcal{H}(\tilde{x})}{\partial \tilde{x}} - g(\tilde{x}) Dg^T(\tilde{x}) \frac{\partial \mathcal{H}(\tilde{x})}{\partial \tilde{x}} \\ &= (\mathcal{J}(\tilde{x}) - \mathcal{R}(\tilde{x}) - \mathcal{R}_{DI}) \frac{\partial \mathcal{H}(\tilde{x})}{\partial \tilde{x}} \end{aligned} \quad (4.13)$$

avec

$$\mathcal{R}_{DI} = g(\tilde{x}) Dg^T(\tilde{x}) \geq 0 \quad (4.14)$$

Ainsi l'expression (4.14) représente l'amortissement ajouté au système en boucle fermée.

L'injection d'amortissement ajoute une action de dissipation de puissance au système. Elle est modélisée par une matrice diagonale semi-définie positive. L'amortissement injecté permet au système d'évoluer vers une configuration d'énergie minimale [60].

La dérivée de  $\mathcal{H}_d(\tilde{x})$  par rapport au temps le long des trajectoires de (4.13) est donnée par

$$\dot{\mathcal{H}}_d(\tilde{x}) = \left( \frac{\partial \mathcal{H}_d(\tilde{x})}{\partial \tilde{x}} \right)^T (\mathcal{J}(\tilde{x}) - \mathcal{R}(\tilde{x}) - \mathcal{R}_{DI}) \left( \frac{\partial \mathcal{H}_d(\tilde{x})}{\partial \tilde{x}} \right) \quad (4.15)$$

Comme  $\mathcal{J}(\tilde{x})$  est antisymétrique, on obtient

$$\dot{\mathcal{H}}_d(\tilde{x}) = -\tilde{x}^T (\mathcal{R}(\tilde{x}) + \mathcal{R}_{DI}) \tilde{x} \leq -\alpha \mathcal{H}_d(\tilde{x}), \forall \tilde{x} \neq 0 \quad (4.16)$$

et ainsi à partir de cette expression on en déduit que la dynamique du système en boucle fermée (4.13) est exponentiellement stable.

## 4.4 Application au cas d'un réseau à une seule charge

### 4.4.1 Modélisation et commande

Reprenons le réseau (4.3) que nous avons retenue dans la chapitre précédent, et considérer la problématique de la stabilisation d'un réseau contenant une charge à puissance constante et un élément de stockage relié au réseau via un convertisseur DC-DC.

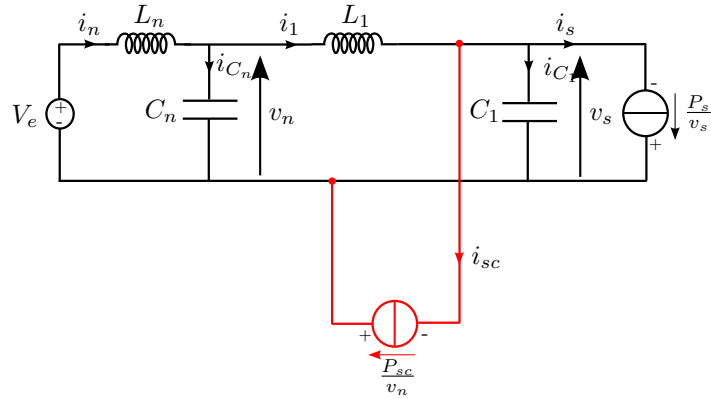


FIGURE 4.3 – Schéma simplifié d'un réseau électrique continu à une seule charge

Appliquons les lois de Kirchhoff sur le réseau représenté dans la figure ci-dessus (4.3), on obtient les équations dynamiques suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} L_n \frac{di_n}{dt} = -v_n + Ve \\ L_1 \frac{di_1}{dt} = v_n - v_{s1} \\ C_n \frac{dv_n}{dt} = i_n - i_1 \\ C_1 \frac{dv_{s1}}{dt} = i_1 - \frac{P_s}{v_s} - i_{sc} \end{array} \right. \quad (4.17)$$

où  $P_{s1}$  est la puissance consommée par la charge. Le courant  $I_{sc} = \frac{P_{sc}}{v_s}$  injecté par l'élément de stockage est choisi comme grandeur de commande. La tension  $V_s$  représente la grandeur de sortie qu'on cherche à stabiliser autour de son point d'équilibre.

$$y_1 = x_4 \quad (4.18)$$

Dans la suite de ce chapitre, pour plus de simplicité, on pourra utiliser le modèle centré autour du point de fonctionnement du système. Celui-ci est obtenu en utilisant le changement de variable donné par la relation (4.19) où les termes d'indice 0 correspondent aux points de fonctionnement des différentes variables d'état et les  $x_i$  leurs variations correspondantes autour



de ce point

$$\begin{cases} \tilde{x}_1 = i_n - I_{n_0} \\ \tilde{x}_2 = i_1 - I_{1_0} \\ \tilde{x}_3 = v_n - V_{n_0} \\ \tilde{x}_4 = v_s - V_{s_0} \end{cases} \quad (4.19)$$

Avec ce changement de variable, le modèle donnée par les équations (4.17) et (4.18) devient (4.20)

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}}_1 = -\frac{\tilde{x}_3}{L_n} \\ \dot{\tilde{x}}_2 = \frac{\tilde{x}_3}{L_1} - \frac{\tilde{x}_4}{L_1} \\ \dot{\tilde{x}}_3 = \frac{\tilde{x}_1}{C_n} - \frac{\tilde{x}_2}{C_n} \\ \dot{\tilde{x}}_4 = \frac{\tilde{x}_2}{C_1} + \frac{P_s \tilde{x}_4}{C_1 V_{s_0} (V_{s_0} + \tilde{x}_4)} - \frac{u}{C_1} \\ \tilde{y} = \tilde{x}_4 \end{cases} \quad (4.20)$$

Comme il a déjà été mentionné précédemment, il est important de noter que contrairement à la linéarisation du modèle, le changement de repère n'a pas supprimé les non-linéarités dues aux termes introduits par les charges à puissance constante (CPL). Pour enlever cette nonlinéarité, on introduit la nouvelle grandeur de commande  $u = -v + \frac{P_s \tilde{x}_4}{V_{s_0} (V_{s_0} + \tilde{x}_4)}$ . Le système (4.20) se réécrit alors comme suit

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}}_1 = -\frac{\tilde{x}_3}{L_n} \\ \dot{\tilde{x}}_2 = \frac{\tilde{x}_3}{L_1} - \frac{\tilde{x}_4}{L_1} \\ \dot{\tilde{x}}_3 = \frac{\tilde{x}_1}{C_n} - \frac{\tilde{x}_2}{C_n} \\ \dot{\tilde{x}}_4 = \frac{\tilde{x}_2}{C_1} + \frac{v}{C_1} \\ \tilde{y} = \tilde{x}_4 \end{cases} \quad (4.21)$$

La forme hamiltonienne de (4.21) est donnée par l'expression suivante

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}} = (\mathcal{J}(\tilde{x}) - \mathcal{R}(\tilde{x})) \frac{\partial \mathcal{H}(\tilde{x})}{\partial \tilde{x}} + g(\tilde{x})v \\ \tilde{y} = g^T(\tilde{x}) \frac{\partial \mathcal{H}(\tilde{x})}{\partial \tilde{x}} \end{cases} \quad (4.22)$$

avec

$$\mathcal{J}(\tilde{x}) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -\frac{1}{L_n C_n} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{L_1 C_n} & -\frac{1}{L_1 C_1} \\ \frac{1}{L_n C_n} & -\frac{1}{L_1 C_n} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_1 C_1} & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (4.23)$$

$$\mathcal{R}(\tilde{x}) = O_4; \quad g(\tilde{x}) = \left(0 \ 0 \ 0 \ \frac{1}{C_1}\right)^T \quad (4.24)$$

et

$$\mathcal{H}(\tilde{x}) = \frac{1}{2} \tilde{x} \mathcal{Q} \tilde{x} \quad (4.25)$$

représente la fonction d'énergie du système (4.21). Avec

$$\frac{\partial \mathcal{H}(\tilde{x})}{\partial \tilde{x}} = \mathcal{Q} \tilde{x} \quad (4.26)$$

où

$$\mathcal{Q} = \text{diag}(L_n, L_1, C_n, C_1) \quad (4.27)$$

En appliquant la méthode de commande par injection d'amortissement détaillée dans la section précédente, la loi de commande est donnée par

$$v = -d\tilde{y} \quad (4.28)$$

où  $d$  est un paramètre de commande. En remplaçant l'expression de  $g(\tilde{x})$  donné (4.22) dans (4.14), la matrice d'amortissement injectée est la suivante

$$\mathcal{R}_{DI} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{d}{C_1^2} \end{pmatrix} \quad (4.29)$$

La dynamique du système (4.22) en boucle fermée est obtenue en remplaçant les expressions de  $\mathcal{J}(\tilde{x})$ , de  $\mathcal{R}(\tilde{x})$ , (4.26) et de  $\mathcal{R}_{DI}$  dans (4.13)

$$\dot{\tilde{x}} = \mathcal{A} \tilde{x} \quad (4.30)$$

où

$$\mathcal{A} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -\frac{1}{L_n} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{L_1} & -\frac{1}{L_1} \\ \frac{1}{C_n} & -\frac{1}{C_n} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{C_1} & 0 & -\frac{d}{C_1} \end{pmatrix} \quad (4.31)$$

A partir de la matrice dynamique  $\mathcal{A}$  du système en boucle fermée (4.30) et du vecteur d'état choisi (4.19), on peut écrire les équations électriques suivantes :

$$\begin{cases} \frac{di_n}{dt} = -\frac{v_n}{L_n} + \frac{V_e}{L_n} \\ \frac{di_1}{dt} = \frac{v_n}{L_1} - \frac{v_s}{L_1} \\ \frac{dv_n}{dt} = \frac{i_n}{C_n} - \frac{i_1}{C_n} \\ \frac{dv_s}{dt} = \frac{i_1}{C_1} - \frac{P_s}{C_1 v_s} - d \frac{v_s}{C_1} \end{cases} \quad (4.32)$$

De (4.32), on déduit que l'amortissement  $d$  injecté par la commande se traduit par l'ajout d'une résistance virtuelle  $R_d = \frac{1}{d}$  en parallèle à la capacité  $C_1$  pour amortir le filtre ( $L_1 C_1$ ), comme le montre la figure suivante :

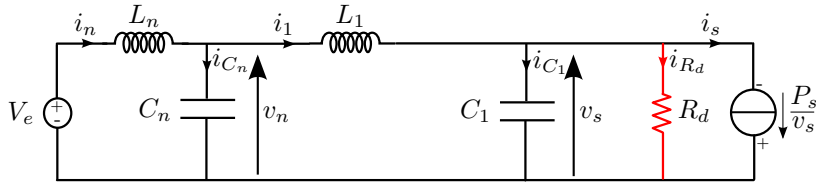


FIGURE 4.4 – Schéma simplifié d'un réseau électrique continu à une seule charge avec un amortisseur virtuel

#### 4.4.2 Analyse des résultats au cas d'un réseau à une seule charge

Cette section va présenter la mise en place de la méthode proposée sur un modèle du réseau fondé sur les modèles simplifiés des charges, en utilisant les fonctionnalités de l'environnement Matlab/Simulink.

La mise en place de la méthode va consister à choisir le paramètre de commande  $d$  de la matrice  $\mathcal{A}$ . Ce paramètre de commande permet d'ajuster l'amortissement du système. Une grande valeur de  $d$  augmentera considérablement l'amortissement au détriment de la rapidité du système. Un compromis devrait être fait pour le bon choix de ce paramètre.

$$d = \frac{1}{R_d} = 4,9\Omega^{-1} \quad (4.33)$$

Pour la valeur d'amortissement virtuels donné dans (4.33), les pôles en boucle fermée du système (4.30) sont :

$$\Lambda = \begin{pmatrix} -0,03 \times 10^4 & \\ & -9,70 \times 10^4 \\ -0,04 \times 10^4 + 8,20 \times 10^4 i & \\ -0,04 \times 10^4 - 8,20 \times 10^4 i & \end{pmatrix} \quad (4.34)$$

Comme dans le chapitre 3, le même profil de puissance (Fig.(4.5a)) est appliqué à la charge. Ce profil présente trois cas de comportement de la charge au cours du temps de simulation :

- [0s; 0,05s] pas de consommation de la charge ;
- [0,05s; 0,15s] dans cette phase la charge consomme (2kW) ;
- [0,15s; 0,2s] phase de récupération (la charge récupère l'énergie et la renvoie au réseau) ;
- [0,2s; 0,35s] aucune consommation de la charge ;
- [0,35s; 0,4s] deuxième phase de consommation (1kW).

La figure (4.5b) montre l'évolution de la tension  $v_n$  du réseau. Cette tension est stabilisée autour du point d'équilibre, elle présente des pics dus aux variations de la puissance consommée par la charge. Le bus continu fournit (resp. absorbe) l'énergie pour compenser la variation de puissance consommée (resp. récupérée) par la charge. Les tensions aux bornes des charges  $V_{s1}$  et  $V_{s2}$  ont un comportement similaire à celui de la tension  $V_n$  caractérisé par un régime transitoire avec une exponentielle décroissante (Fig. 4.5e) présentant des bonnes performances : un dépassement de 2.5% et un temps de réponse d'environ 8 ms.

La figure (4.5d) montre le courant absorbé ou injectée dans le réseau par le dispositif de stockage. Nous notons que lors de la phase d'augmentation (resp. diminution) de la consommation de la charge, le dispositif de stockage injecte de (resp. absorbe) une puissance instantanée pour compenser la chute de tension (resp. de surtension) dans les deux bus continus. Il permet aussi le stockage d'énergie dans la phase de récupération de la charge.

## 4.5 Application au cas d'un réseau à deux charges

### 4.5.1 Modélisation et mise sous forme hamiltonienne

Le réseau électrique présenté dans la figure ci-dessous (4.6) contient trois charges différentes la première peut représenter un ensemble convertisseur DC-AC/Machine, la deuxième charge peut être constituée d'un convertisseur

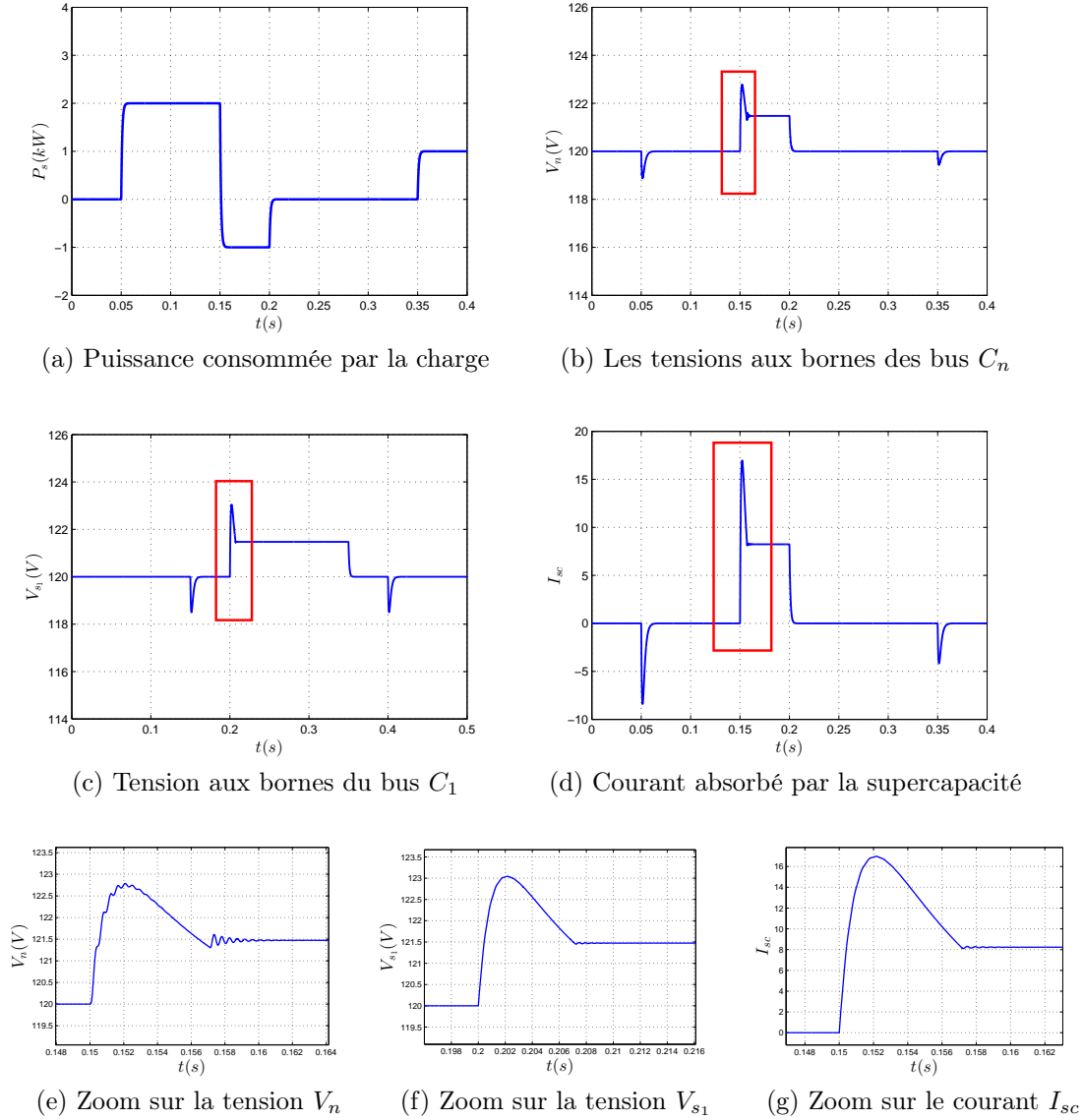


FIGURE 4.5 – Résultats de simulation dans le cas d'un réseau à une seule CPL

monodirectionnel DC-DC régulé en puissance et débitant sur un actionneur résistif et la dernière charge est constituée par exemple d'une super-capacité et d'un convertisseur DC-DC entrelacé à charge commune réversible en courant(4.7). L'ensemble est aussi régulé en puissance et permet d'absorber de l'énergie sur le réseau ainsi que d'en injecter. Les trois charges sont modélisées comme des charges à puissance constante (CPL).

Contrairement à la structure du réseau proposé dans le chapitre 3, dont

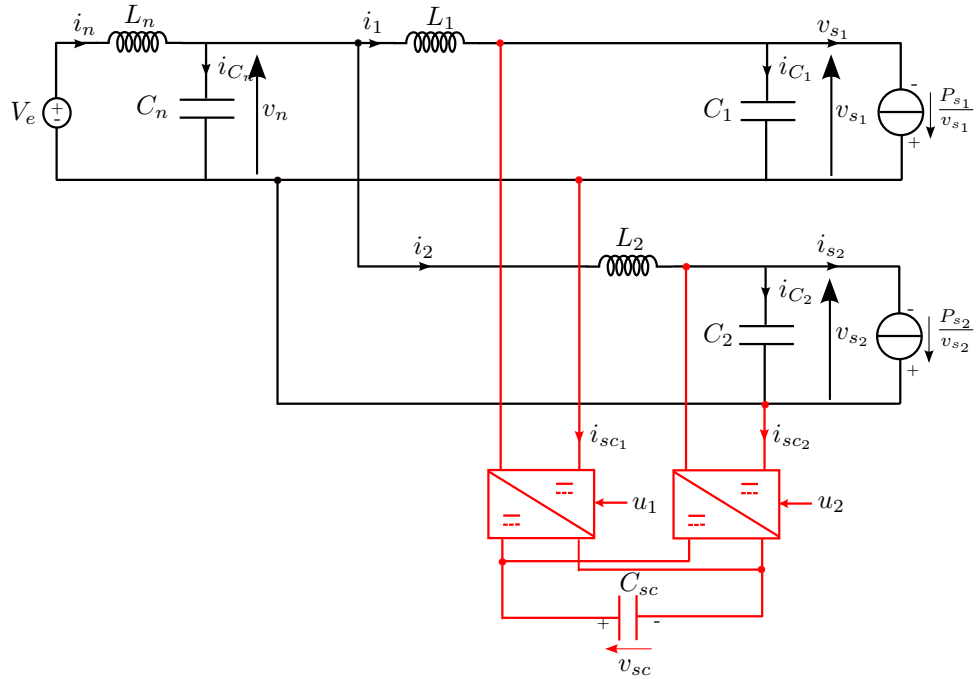


FIGURE 4.6 – Réseau électrique continu contenant deux CPLs

l'élément de stockage utilisé comme moyen de commande est relié au réseau via un convertisseur DC-DC, la structure du réseau, l'élément de stockage est connecté au réseau via un convertisseur DC-DC entrelacé à charge commune, afin de stabiliser le réseau. Le choix de cette structure d'un convertisseur entrelacé à charge commune a pour objectif d'introduire un degré de liberté supplémentaire par rapport à la structure du réseau étudié au chapitre précédent.

Le schéma de principe du convertisseur DC-DC entrelacé à charge commune est représenté sur la figure (4.7). Il est composé de deux convertisseurs classiques de type Buck réversibles en courant, dont les sorties sont reliées à une charge commune, constitué par l'élément de stockage, mais les entrées sont séparées. Dans notre cas chacune de ces entrées est connectée aux bornes du filtre d'entrée de chaque charge. Les commandes des interrupteurs du convertisseur peuvent être synchronisées c-à-d retardées d'une demi-période de commutation l'une par rapport à l'autre afin d'améliorer le filtrage du courant de la super-capacité ( $i_{sc}$ ).

Supposons que les inductances soient couplées et que les chutes de tension dans les résistances  $r_{s1}$  et  $r_{s2}$  peuvent être négligées. La tension aux bornes de la super-capacité est donnée en fonction des tensions d'entrée de chaque

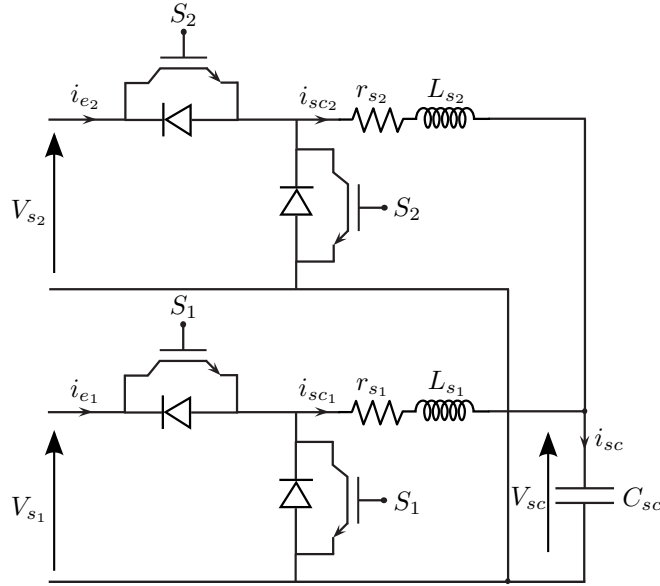


FIGURE 4.7 – Convertisseur DC-DC entrelacé avec une charge commune

convertisseur Buck par l'expression suivante :

$$V_{sc} = \alpha_1 V_{s1} = \alpha_2 V_{s2} \quad (4.35)$$

où  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  représentent les rapports cycliques des deux convertisseurs.

Appliquons les lois de Kirchhoff sur le réseau (4.6), on obtient les équations dynamiques suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} L_n \frac{di_n}{dt} = -v_n + V_e \\ L_1 \frac{di_1}{dt} = v_n - v_{s1} \\ L_2 \frac{di_2}{dt} = v_n - v_{s2} \\ C_n \frac{dv_n}{dt} = i_n - i_1 - i_2 \\ C_1 \frac{dv_{s1}}{dt} = i_1 - \frac{P_{s1}}{v_{s1}} - i_{sc1} \\ C_2 \frac{dv_{s2}}{dt} = i_2 - \frac{P_{s2}}{v_{s2}} - i_{sc2} \end{array} \right. \quad (4.36)$$

où  $P_{s1}$  et  $P_{s2}$  sont les puissances consommées par les deux charges présentes

dans le réseau.

Les courants  $i_{sc_1}$  et  $i_{sc_2}$  injectés par l'élément de stockage au réseau via le convertisseur DC-DC entrelacé sont choisis comme des grandeurs de commande notés  $u_1$  et  $u_2$  respectivement. Les tensions  $v_{s_1}$  et  $v_{s_2}$  représentent les grandeurs de sortie à stabiliser.

$$\begin{cases} y_1 = x_5 \\ y_2 = x_6 \end{cases} \quad (4.37)$$

Comme précédemment, on utilisera le modèle centré autour du point de fonctionnement du système. Celui-ci est obtenu en utilisant le changement de repère donné par la relation (4.38) où les termes d'indice 0 correspondent aux points de fonctionnement des différentes variables d'état et les  $\tilde{x}_i$  leurs variations correspondantes

$$\begin{cases} \tilde{x}_1 = i_n - I_{n_0} \\ \tilde{x}_2 = i_1 - I_{1_0} \\ \tilde{x}_3 = i_2 - I_{2_0} \\ \tilde{x}_4 = v_n - V_{n_0} \\ \tilde{x}_5 = v_{s_1} - V_{s_{10}} \\ \tilde{x}_6 = v_{s_2} - V_{s_{20}} \end{cases} \quad (4.38)$$

Avec le changement de repère, le modèle décrit par (4.36) et (4.37) devient (4.39)

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}}_1 = -\frac{\tilde{x}_4}{L_n} \\ \dot{\tilde{x}}_2 = \frac{\tilde{x}_4}{L_1} - \frac{\tilde{x}_5}{L_1} \\ \dot{\tilde{x}}_3 = \frac{\tilde{x}_4}{L_2} - \frac{\tilde{x}_6}{L_2} \\ \dot{\tilde{x}}_4 = \frac{\tilde{x}_1}{C_n} - \frac{\tilde{x}_2}{C_n} - \frac{\tilde{x}_3}{C_n} \\ \dot{\tilde{x}}_5 = \frac{\tilde{x}_2}{C_1} + \frac{P_{s_1}\tilde{x}_5}{C_1 V_{s_{10}}(V_{s_{10}} + \tilde{x}_5)} - \frac{u_1}{C_1} \\ \dot{\tilde{x}}_6 = \frac{\tilde{x}_3}{C_2} + \frac{P_{s_2}\tilde{x}_6}{C_2 V_{s_{20}}(V_{s_{20}} + \tilde{x}_6)} - \frac{u_2}{C_2} \\ \tilde{y}_1 = \tilde{x}_5 \\ \tilde{y}_2 = \tilde{x}_6 \end{cases} \quad (4.39)$$

Comme précédemment, pour compenser les non-linéarités présentes dans le modèle (4.39), on introduit les nouvelles grandeurs de commande  $u_1 = -v_1 +$



$\frac{P_{s_1}\tilde{x}_5}{V_{s_{10}}(V_{s_{10}} + \tilde{x}_5)}$  et  $u_2 = -v_2 + \frac{P_{s_2}\tilde{x}_6}{V_{s_{20}}(V_{s_{20}} + \tilde{x}_6)}$ . Le système (4.39) peut être réécrit comme suit

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}}_1 = -\frac{\tilde{x}_4}{L_n} \\ \dot{\tilde{x}}_2 = \frac{\tilde{x}_4}{L_1} - \frac{\tilde{x}_5}{L_1} \\ \dot{\tilde{x}}_3 = \frac{\tilde{x}_4}{L_2} - \frac{\tilde{x}_6}{L_2} \\ \dot{\tilde{x}}_4 = \frac{\tilde{x}_1}{C_n} - \frac{\tilde{x}_2}{C_n} - \frac{\tilde{x}_3}{C_n} \\ \dot{\tilde{x}}_5 = \frac{\tilde{x}_2}{C_1} + \frac{v_1}{C_1} \\ \dot{\tilde{x}}_6 = \frac{\tilde{x}_3}{C_2} + \frac{v_2}{C_2} \\ \tilde{y}_1 = \tilde{x}_5 \\ \tilde{y}_2 = \tilde{x}_6 \end{cases} \quad (4.40)$$

et la forme hamiltonienne du système (4.40) est donnée par

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}} = (\mathcal{J}(\tilde{x}) - \mathcal{R}(\tilde{x})) \frac{\partial \mathcal{H}(\tilde{x})}{\partial \tilde{x}} + g(\tilde{x})v \\ \tilde{y} = g^T(\tilde{x}) \frac{\partial \mathcal{H}(\tilde{x})}{\partial \tilde{x}} \end{cases} \quad (4.41)$$

avec

$$\mathcal{J}(\tilde{x}) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{L_n C_n} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{L_1 C_n} & -\frac{1}{L_1 C_1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{L_2 C_n} & 0 & -\frac{1}{L_2 C_2} \\ \frac{1}{L_n C_n} & -\frac{1}{L_1 C_n} & -\frac{1}{L_2 C_n} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_1 C_1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{L_1 C_2} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (4.42)$$

$$\mathcal{R}(\tilde{x}) = O_6; \quad g(\tilde{x}) = \left( 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ \frac{1}{C_1} \ \frac{1}{C_2} \right)^T \quad (4.43)$$

$$v = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} \quad (4.44)$$

et

$$\mathcal{H}(\tilde{x}) = \frac{1}{2} \tilde{x} Q \tilde{x} \quad (4.45)$$

$$\frac{\partial \mathcal{H}(\tilde{x})}{\partial \tilde{x}} = \mathcal{Q}\tilde{x} \quad (4.46)$$

où

$$\mathcal{Q} = \text{diag}(L_n, L_1, L_2, C_n, C_1, C_2) \quad (4.47)$$

Comme dans le cas d'un réseau à une seule charge traité dans la section précédente, on applique la méthode de commande par injection d'amortissement. La loi de commande est donnée par

$$v = -D\tilde{y} \quad (4.48)$$

où

$$D = \text{diag}(d_1, d_2) \quad (4.49)$$

En remplaçant l'expression de  $g(\tilde{x})$  donné par (4.43) dans (4.14) on obtient la matrice d'amortissement injecté suivante

$$\mathcal{R}_{DI} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{d_1}{C_1^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{d_2}{C_2^2} \end{pmatrix} \quad (4.50)$$

La dynamique du système (4.40) en boucle fermée est obtenue en remplaçant les expressions de  $\mathcal{J}(\tilde{x})$  (4.42), de  $\mathcal{R}(\tilde{x})$  (4.43), (4.46) et de  $\mathcal{R}_{DI}$  (4.50) dans (4.13). On obtient alors la forme  $\dot{\tilde{x}} = \mathcal{A}\tilde{x}$  où

$$\mathcal{A} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{L_n} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{L_1} & -\frac{1}{L_1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{L_2} & 0 & -\frac{1}{L_2} \\ \frac{1}{C_n} & -\frac{1}{C_n} & -\frac{1}{C_n} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{C_1} & 0 & 0 & -\frac{d_1}{C_1} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{C_2} & 0 & 0 & -\frac{d_2}{C_2} \end{pmatrix} \quad (4.51)$$

De la matrice dynamique du système (4.51) en boucle fermée et avec le vecteur d'état choisi dans (4.38) on obtient alors les équations électriques du

système en boucle fermée suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{i_n}{dt} = -\frac{v_n}{L_n} + \frac{V_e}{L_n} \\ \frac{i_1}{dt} = \frac{v_n}{L_1} - \frac{v_{s1}}{L_1} \\ \frac{i_2}{dt} = \frac{v_n}{L_2} - \frac{v_{s2}}{L_2} \\ \frac{v_n}{dt} = \frac{i_n}{C_n} - \frac{i_1}{C_n} - \frac{i_2}{C_n} \\ \frac{v_{s1}}{dt} = \frac{i_1}{C_1} - \frac{v_{s1}}{C_1} - d_1 \frac{v_{s1}}{C_1} \\ \frac{v_{s2}}{dt} = \frac{i_2}{C_2} - \frac{v_{s2}}{C_2} - d_2 \frac{v_{s2}}{C_2} \end{array} \right. \quad (4.52)$$

De (4.52), on constate que la commande par injection d'amortissement permet d'injecter deux amortisseurs virtuels  $R_{d1} = \frac{1}{d_1}$  et  $R_{d2} = \frac{1}{d_2}$  en parallèle aux capacités des filtres ( $L_1C_1$ ) et ( $L_2C_2$ ) respectivement. Cette interprétation est illustrée par le schéma électrique de la figure ci-dessous :

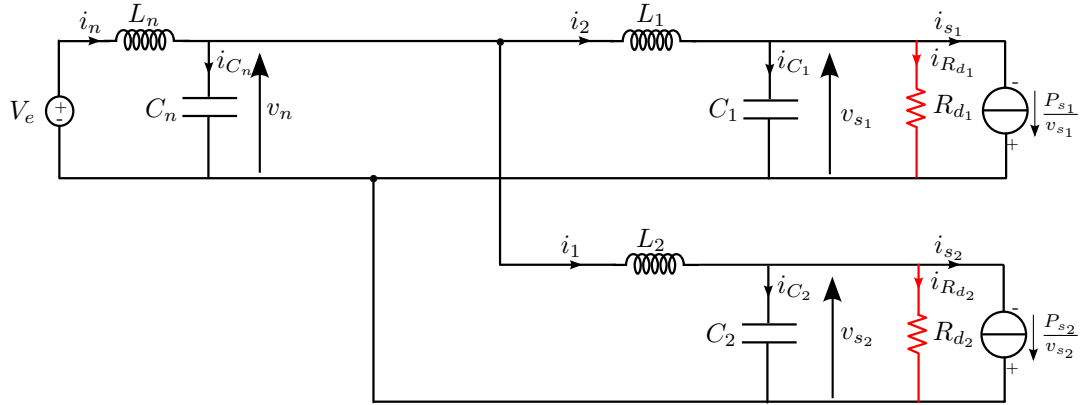


FIGURE 4.8 – Réseau électrique continu contenant deux CPLs avec les deux amortisseurs virtuels

#### 4.5.2 Analyse des résultats au cas d'un réseau à deux charges

Afin de mettre en œuvre la méthode de commande, on va procéder de la même manière que dans le cas traité dans la section précédente (application

au cas d'un réseau à une seule charge). Le choix des paramètres de la matrice de commande  $D$  est un compromis entre la rapidité et l'amortissement du système en boucle fermée. On obtient pour la cas considéré

$$D = \begin{pmatrix} d_1 & 0 \\ 0 & d_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{R_{d_1}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{R_{d_2}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4,9 & 0 \\ 0 & 0,9 \end{pmatrix} \quad (4.53)$$

Pour les valeurs des résistances virtuelles données dans (4.53), les pôles en boucle fermée du système (4.52) sont :

$$\Lambda = \begin{pmatrix} -9,69 \times 10^4 \\ -1,83 \times 10^4 \\ -0,44 \times 10^4 + 1,21 \times 10^4 i \\ -0,44 \times 10^4 - 1,21 \times 10^4 i \\ -0,96 \times 10^4 \\ -0,02 \times 10^4 \end{pmatrix} \quad (4.54)$$

Les deux convertisseurs Buck peuvent jouer le rôle de stabilisateur, étant donné que la première charge est réversible, et par souci d'optimisation de la taille et de coût, le premier convertisseur peut jouer ainsi le rôle de récupération d'énergie. Pour cela le choix de  $d_1 > d_2$  est considéré dans l'objectif que la commande  $i_{sc_1}$  injectée par le premier convertisseur Buck soit la plus sollicitée par rapport à la commande  $i_{sc_2}$  injectée par le deuxième convertisseur Buck.

La figure (4.9a) montre les profils de puissance consommés par les deux charges.

- Pour la charge réversible le profil présente trois cas de comportement au cours du temps de simulation :
  - [0s, 0,05s] pas de consommation ;
  - [0,05s, 0,15s] dans cette phase la charge consomme (2kW) ;
  - [0,15s, 0,2s] phase de récupération (la charge récupère l'énergie et la renvoie au réseau) ;
  - [0,2s, 0,35s] aucune consommation ;
  - [0,35s, 0,4s] deuxième phase de consommation (1kW).
- Pour la charge résistive, non réversible, le profil de puissance présente deux cas de comportement au cours du temps de simulation :
  - [0s, 0,05s] pas de consommation ;
  - [0,12s, 0,4s] dans cette phase la charge consomme (0,2kW).

La figure (4.9b) montre l'évolution de la tension  $v_n$  du réseau. Cette tension est stabilisée autour du point d'équilibre et présente des pics dus aux variations des puissances consommées par les charges. Le bus continu fournit (resp. absorbe) l'énergie pour compenser les variations de puissances consommées

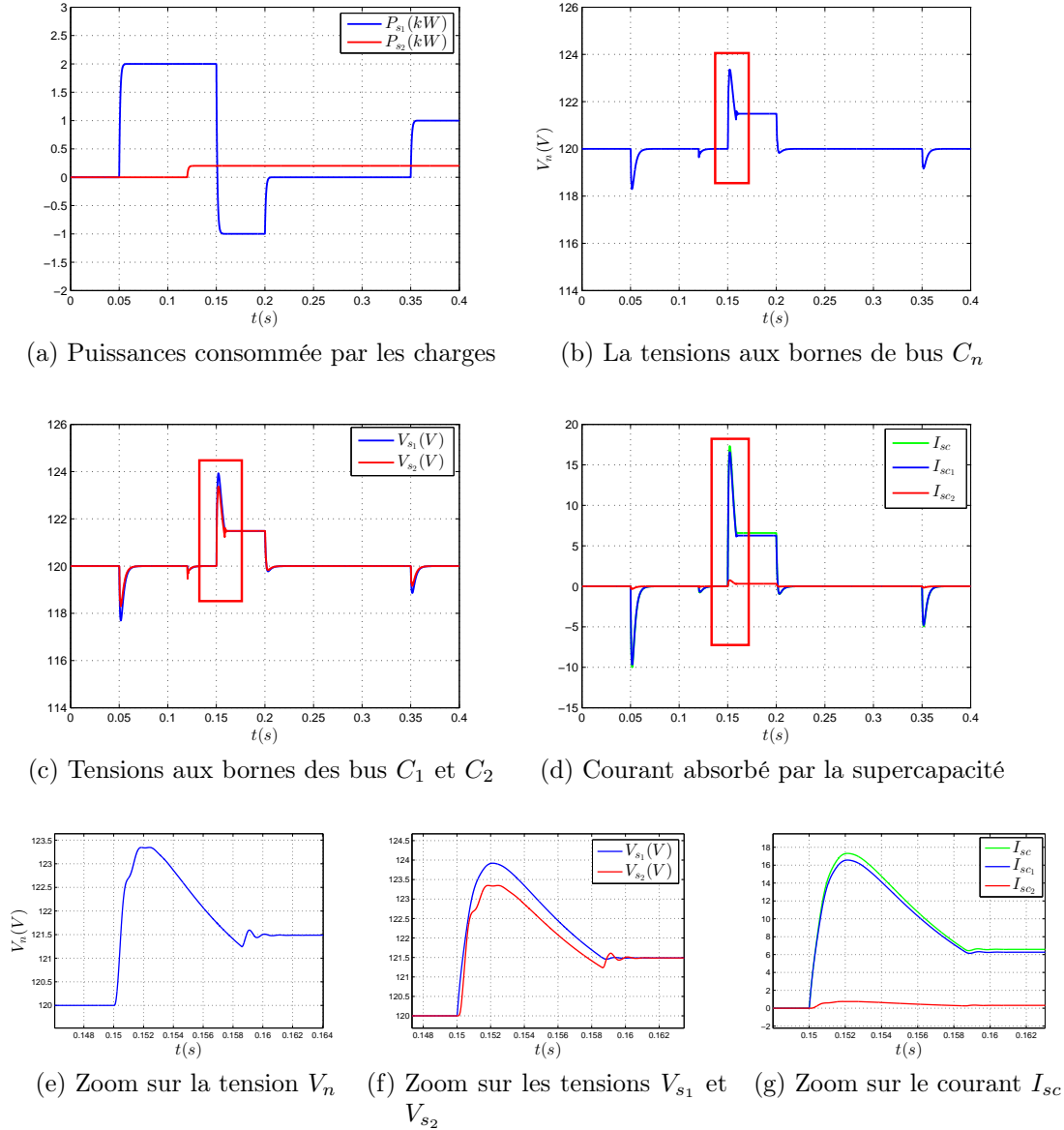


FIGURE 4.9 – Résultats de simulation dans le cas d'un réseau à deux CPLs

(resp. récupérées) par la charge réversible. Les tensions  $V_{s_1}$  et  $V_{s_2}$  à l'entrée des charges ont un comportement similaire à celui de la tension  $V_n$  caractérisé par un régime transitoire avec une exponentielle décroissante (Fig. 4.9e) présentant de bonnes performances : un dépassement de 3.4% et un temps de réponse d'environ 8 ms.

La figure (4.9d) montre les courants absorbés ou injectés dans le réseau

par le dispositif de stockage via les deux convertisseurs DC-DC à charge commune. Nous notons que lors de la phase d'augmentation (resp. diminution) de la consommation de la charge, le dispositif de stockage injecte de (resp. absorbe) une puissance instantanée pour compenser la chute de tension (resp. de surtension) dans les deux bus continu et il permet aussi le stockage d'énergie dans la phase de récupération de la charge.

Pour tester la robustesse de l'approche par rapport aux variations paramétriques, on va procéder de la même manière que dans le cas d'un réseau à une seule charge (section précédente), en introduisant des variations de 20% sur les paramètres des filtres d'entrée.

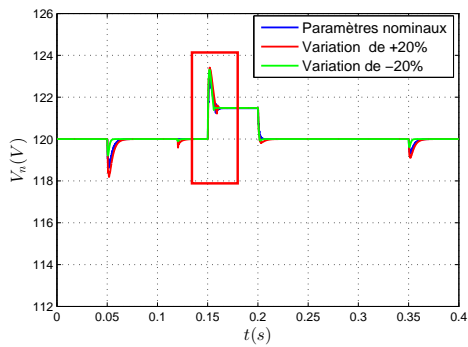
On constate que, lors la phase d'augmentation des valeurs des paramètres (resp diminue) par rapport aux valeurs nominales, le dépassement de la tension du bus DC augmente (resp diminue) (voir Fig. 4.10a et 4.10c), et la courant injecté ou absorbé par la supercapacité augmente (resp diminue) (voir Fig. 4.10b et 4.10d) pour compenser les variations de la tension du bus. celle-ci reste stable autour du point d'équilibre avec un comportement similaire à celui observé avec les paramètres nominaux.

### 4.5.3 Conclusions partielles

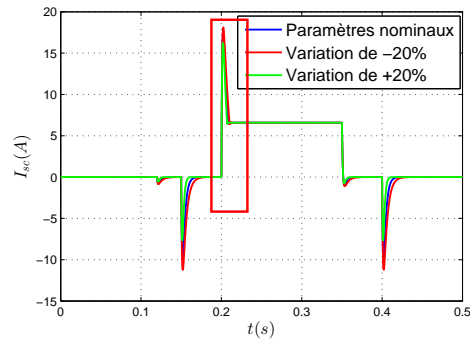
Ce chapitre a présenté une approche de stabilisation par passivité d'un réseau électrique continu dont le modèle est non linéaire en raison de la présence des charges à puissance constante. Cette approche de passivité exploite les propriétés de passivité du système. Elle consiste à ajouter des amortisseurs virtuels d'une loi de commande afin d'amortir les filtres d'entrée des CPLs présents dans le réseau. Un compromis entre la rapidité et l'amortissement du système en boucle fermée doit être cependant trouvé pour le choix des paramètres de commande.

L'utilisation d'un convertisseur DC-DC entrelacé à charge commune permet d'introduire un degré de liberté supplémentaire afin de stabiliser un réseau contenant deux charges. Dans la synthèse de la loi de commande utilisée, deux rôles différents sont donnés aux convertisseur Buck qui composent le convertisseur entrelacé. L'un intervient pour le travail de récupération d'énergie et l'autre intervient seulement pour la stabilisation. Ceci peut permettre par exemple, d'optimiser la taille de convertisseur.

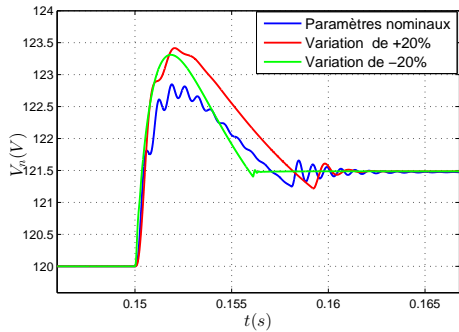
Néanmoins, malgré l'avantage que présente l'approche de commande par injection d'amortissement de permettre d'amortir les filtres du réseau, l'utilisation de cette structure de convertisseur entrelacé à charge commune peut engendrer une augmentation le coût et de la complexité de l'architecture.



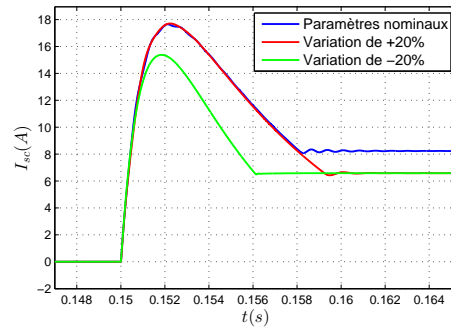
(a) La tension aux bornes du bus  $C_n$



(b) Courant absorbé par la supercapacité



(c) Zoom sur la tension  $V_n$



(d) Zoom sur le courant  $I_{sc}$

FIGURE 4.10 – Test de robustesse par rapport aux variations des paramètres du réseau

*4.5. APPLICATION AU CAS D'UN RÉSEAU À DEUX CHARGES*

---



# Chapitre 5

## Stabilisation par approche multimodèle

### 5.1 Introduction

Dans les deux chapitres précédents deux approches de stabilisation ont été présentées pour stabiliser un réseau dont le modèle est non linéaire en raison de la présence des CPL. Ces deux approches présentent des inconvénients selon la structure du réseau considéré. Pour l'approche de type backstepping, le modèle doit pouvoir être mis sous forme cascade, une propriété qui n'est pas toujours possible pour tous les systèmes. Cette contrainte a été mise en évidence dans le cas d'un réseau à plus d'une charge. Pour la deuxième approche, on a constaté qu'un seul degré de liberté n'est pas suffisant pour un réseau à plus d'une charge. Ceci nous a conduit à utiliser un convertisseur entrelacé à charge commune afin de disposer d'un degré de liberté supplémentaire et qui permet de compenser l'impact déstabilisant des CPLs. Mais cette solution peut engendrer une modification de la structure du réseau et augmenter le poids, le coût ... etc. ce qui peut se révéler pénalisant dans certaines applications.

Afin de pallier à la présence des non linéarités introduites par les CPLs et leur impact déstabilisant sur le réseau, une autre approche de stabilisation est analysée dans ce chapitre. Elle est fondée sur la représentation sous forme multimodèle du procédé à piloter ou le modèle du procédé sera représenté sous forme d'une interpolation de plusieurs modèles locaux. Ensuite des lois de commande locales pour chaque modèle local seront synthétisées à partir de la représentation sous forme multimodèle obtenue. L'interpolation de ces lois de commande locales permettra d'aboutir à une loi de commande globale pour piloter l'élément de stockage considéré comme moyen de commande.

L'utilisation d'une telle approche présente deux avantages : le premier est qu'elle sera valable quelque soient les sous-modèles considérés, et donc quels que soit le modèle non-linéaire original dès lors qu'il aura été représenté sous une forme multimodèle. Le deuxième intérêt est qu'elle permet d'utiliser les outils linéaires pour l'analyse, la commande et l'observation du système.

Dans ce chapitre, des simulations seront faites sur le modèle du réseau en utilisant, dans un premier temps, les modèles simplifiés des charges. Puis, dans un second temps, en utilisant le modèle à commutation des charges.

## 5.2 Développement d'une structure multimodèle

Les formulations multimodèles représentent les systèmes non linéaires sous forme d'une interpolation entre des modèles linéaires (ou affines) locaux. Chaque modèle local est un système dynamique LTI valide autour d'un point de fonctionnement. Selon l'information dont on dispose, trois méthodes distinctes peuvent être utilisées pour l'obtention d'un multimodèle. Soit par identification si on ne dispose que des mesures des entrées et sorties du système [28] [71] en cherchant ou en imposant la structure du multimodèle. Si, en revanche, on dispose d'un modèle non linéaire explicite que l'on souhaite « simplifier », ou rendre plus facilement exploitable, on pourra procéder par linéarisation autour de différents points de fonctionnement ou par transformation polytopique convexe.

Trois méthodes distinctes peuvent être employées pour l'obtention d'un multimodèle. Ces méthodes sont brièvement décrites dans la suite de ce chapitre.

### 5.2.1 Par linéarisation

Dans ce cas, on suppose disposer de la forme analytique du modèle non linéaire du processus physique qu'on linéarise autour de différents points de fonctionnement judicieusement choisis [2][19].

Considérons le système non linéaire suivant :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x, u) \\ y = h(x, u) \end{cases} \quad (5.1)$$

où  $(f, h) \in \mathbb{R}^n$  sont des fonctions non linéaires continues et dérivables,  $x(t) \in \mathbb{R}^n$  est le vecteur d'état,  $u(t) \in \mathbb{R}^m$  est le vecteur d'entrée et  $y(t) \in \mathbb{R}^m$  est le vecteur de sortie. Par la suite, nous représenterons le système non linéaire

(5.1) par un multi-modèle, composé de plusieurs modèles locaux linéaires ou affines, de façon que chaque modèle local est obtenu en linéarisant le système non linéaire autour d'un point de fonctionnement arbitraire  $(x_i, u_i) \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m$  :

$$\begin{cases} \dot{x} = A_i(x - x_i) + B_i(u - u_i) + f(x_i, u_i) \\ y = C_i(x - x_i) + D_i(u - u_i) + h(x_i, u_i) \end{cases} \quad (5.2)$$

que l'on peut réécrire sous la forme

$$\begin{cases} \dot{x} = A_i x + B_i u + d_i \\ y = C_i x + D_i u + n_i \end{cases} \quad (5.3)$$

avec

$$\begin{aligned} A_i &= \frac{\partial f(x, u)}{\partial x} \Big|_{x=x_i}, B_i = \frac{\partial f(x, u)}{\partial u} \Big|_{x=x_i}, d_i = f(x_i, u_i) - A_i x_i - B_i u_i \\ C_i &= \frac{\partial h(x, u)}{\partial x} \Big|_{x=x_i}, D_i = \frac{\partial h(x, u)}{\partial u} \Big|_{x=x_i}, n_i = h(x_i, u_i) - A_i x_i - B_i u_i \end{aligned} \quad (5.4)$$

D'un point de vue mathématique, ceci correspond à approcher une fonction non linéaire par son plan tangent au point  $(x_i, u_i)$ . On suppose que les différents modèles locaux (dits aussi sous-modèles) sont issus d'une linéarisation autour de  $n$  points de fonctionnement  $(x_i, u_i)$ ,  $i \in 1, \dots, n$ . La formulation générale multi-modèle est ainsi la suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^n \mu_i(\zeta(t)) (A_i x(t) + B_i u(t)) \\ y(t) = \sum_{i=1}^n \mu_i(\zeta(t)) (C_i x(t) + D_i u(t)) \end{cases} \quad (5.5)$$

où  $\mu_i(\zeta(t))$ ,  $i = 1, \dots, n$  sont les fonctions d'activation et  $\zeta(t)$  est le vecteur des variables de décision dépendant des variable d'état et éventuellement de la commande  $u(t)$ . Ces fonctions d'activation déterminent le degré d'activation du  $i$ ème modèle local associé et elles vérifient les propriétés suivantes :

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n \mu_i(\zeta(t)) = 1 \\ 0 \leq \mu_i(\zeta(t)) \leq 1 \end{cases} \quad (5.6)$$

Selon la zone où évolue le système, la fonction d'activation  $\mu_i(\zeta(t))$  indique la contribution plus ou moins importante du modèle local correspondant dans la forme multimodèle obtenue.

Notons que dans cette approche, le nombre de modèles locaux ( $n$ ) dépend de la précision de modélisation souhaitée, de la complexité du système non linéaire et du choix de la structure des fonctions d'activation [19].

### 5.2.2 Par identification

L'identification d'un système, en temps réel ou non, est une étape essentielle de toute étape de conception d'un système de commande ou de diagnostic. Les modèles, ou les paramètres, sont identifiés à partir des données d'entrées et de sorties autour de différents points de fonctionnement [4]. Indépendamment du type de modèle choisi, cette identification nécessite la recherche d'une structure optimale, l'estimation des paramètres et la validation du modèle final. Les travaux portant sur l'analyse de stabilité des représentations multimodèles adoptent souvent la représentation d'état au lieu d'un modèle sous forme entrée-sortie [19]. De même, la synthèse de lois de commande (ou d'observateurs) des processus modélisés par l'approche multimodèle utilisent la représentation d'état afin d'étendre au cas non linéaire des techniques de commande linéaire de type retour d'état par exemple ou de synthèse d'observateurs non linéaires dits multi-observateurs en se fondant sur l'observateur de type Luenberger par exemple.

Depuis l'introduction de la notion de logique floue par Zadeh [75], beaucoup de travaux ont montré l'intérêt de cette théorie pour l'identification des systèmes représentés par des multimodèles [39][46] [40].

En représentant un système non linéaire sous forme multimodèle, le problème de l'identification de systèmes non linéaires est réduit à l'identification des sous-systèmes définis par des modèles locaux linéaires [19]. Les méthodes d'estimation fondées sur les méthodes de moindres carrés sont alors utilisées pour identifier les paramètres du modèle recherché, par exemple, et ceux des fonctions d'activation. Les modèles T-S obtenus sont représentés sous forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^n \mu_i(\zeta(t))(A_i x(t) + B_i u(t)) \\ y(t) = \sum_{i=1}^n \mu_i(\zeta(t))(C_i x(t) + D_i u(t)) \end{cases} \quad (5.7)$$

où  $\zeta(t) \in \mathbb{R}^n$  est le vecteur des variables de décision et  $\mu_i(\cdot), i \in 1, \dots, n$  sont les fonctions d'activation vérifiant les propriétés de convexité données dans (5.6).

### 5.2.3 Transformation par secteurs non linéaires

On détaille ici une méthode permettant de réécrire des non-linéarités bornées sous forme polytopique et ainsi de transformer un grand nombre de systèmes non linéaires en systèmes multimodèles.

Reprenons le modèle non linéaire décrit dans la section précédente :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x, u) \\ y = g(x, u) \end{cases} \quad (5.8)$$

avec  $x \in \mathbb{R}^n$  l'état du système,  $u \in \mathbb{R}^p$  la commande et  $y \in \mathbb{R}^m$  la sortie.

La méthode de transformation par secteurs non linéaires considérée dans ce cas a été initiée par Tanaka et al [69][73]. Elle est fondée sur la transformation par secteurs non linéaires des fonctions scalaires non linéaires présentes dans le système. L'avantage de cette méthode est de ne pas engendrer d'erreur d'approximation et de réduire le nombre de modèles locaux par rapport à la méthode de linéarisation [19]. En effet, les outils classiques d'analyse et de synthèse font appel à une formulation sous la forme de contraintes matricielles (LMI ou BMI). Le nombre de ces contraintes dépend alors du nombre de modèles locaux du multimodèle et peut être réduit par la méthode de transformation, ce qui est synonyme de moins de conservatisme.

La méthode présentée est fondée uniquement sur la propriété de pouvoir borner les fonctions non linéaires.

**Lemme 5.1.** [19] Soit  $\zeta(x(t))$  une fonction bornée de  $[-a, b] \mapsto \mathbb{R}$  pour tout  $x \in [-a, b]$  avec  $(a, b) \in \mathbb{R}^+$ . Alors il existe deux fonctions

$$\begin{aligned} \mu_i(\cdot) : [-a, b] &\rightarrow [0, 1], i \in I_2 \\ x(t) &\mapsto \mu_i(x(t)) \end{aligned} \quad (5.9)$$

avec  $\mu_1(x(t)) + \mu_2(x(t)) = 1$  et deux scalaire  $\zeta_{min}$  et  $\zeta_{max}$  tels que

$$\zeta(x(t)) = \mu_1(x(t))\zeta_{max} + \mu_2(x(t))\zeta_{min} \quad (5.10)$$

Bien évidemment, cette décomposition n'est pas unique. Une décomposition évidente de  $\zeta(x(t))$  est de considérer sur  $[-a, b]$

$$\zeta_{min} < \zeta(x(t)) < \zeta_{max} \quad (5.11)$$

avec

$$\zeta_{min} = \min_{[-a,b]}(\zeta(x(t))), \quad \zeta_{max} = \max_{[-a,b]}(\zeta(x(t))) \quad (5.12)$$

$$\mu_1(x(t)) = \frac{\zeta(x(t)) - \zeta_{min}}{\zeta_{max} - \zeta_{min}}, \quad \mu_2(x(t)) = \frac{\zeta_{min} - \zeta(x(t))}{\zeta_{max} - \zeta_{min}} \quad (5.13)$$

Cette méthode de décomposition sera utilisée par la suite du chapitre.

En utilisant le lemme (5.1) et sous l'hypothèse que  $f(x(t), u(t))$  et  $g(x(t), u(t))$  soient continues et bornées sur  $U \subset \mathbb{R}^p$  avec  $f(0) = 0$  et  $g(0) = 0$ , le modèle décrit dans (5.8) peut être réécrit sous forme quasi-LPV suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A(\zeta(t))x(t) + B(\zeta(t))u(t) \\ y(t) = C(\zeta(t))x(t) + D(\zeta(t))u(t) \end{cases} \quad (5.14)$$

Soit  $k$  le nombre de fonctions non linéaires présentes dans le système (4.2). Ces fonctions non linéaires apparaissent dans les matrices d'état  $A(\cdot)$ ,  $B(\cdot)$ ,  $C(\cdot)$  et  $D(\cdot)$ ; elles dépendent généralement de l'état  $x$ , de la commande  $u$ , elles sont notées  $\zeta_i, i = 1, \dots, k$ .

Sous l'hypothèse que les non linéarités  $\zeta_i$  soient continues et bornées, le lemme (5.1) permet de borner chaque terme non constant des matrices  $A(\zeta(t))$ ,  $B(\zeta(t))$ ,  $C(\zeta(t))$  et  $D(\zeta(t))$  et de transformer le système (4.2) sous la forme multimodèle suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^n \mu_i(\zeta(t))(A_i x(t) + B_i u(t)) \\ y(t) = \sum_{i=1}^n \mu_i(\zeta(t))(C_i x(t) + D_i u(t)) \end{cases} \quad (5.15)$$

avec :  $n = 2^k$

### Exemple

Considérons le système non linéaire affine en la commande suivant [19] :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -x_1 + \sin(x_2)x_2 + u \\ \dot{x}_2 = 2x_1 + 3x_2 + u \\ y = x_2 \end{cases} \quad (5.16)$$

On note  $\xi(x)$  la non linéarité présente dans le système (5.16) avec

$$\zeta(x) = \sin(x_2) \quad (5.17)$$

Le système (5.16) s'écrit sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{cases} \dot{x} = A(\zeta(x))x + Bu \\ y = Cx \end{cases} \quad (5.18)$$

où

$$A(\zeta(x)) = \begin{pmatrix} 1 & \zeta(x) \\ 2 & -3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 2 \end{pmatrix} \quad (5.19)$$

La fonction non linéaire  $\zeta(x)$  (5.17) est bornée pour tout  $x$  par

$$\zeta_{min} \leq \zeta(x) \leq \zeta_{max} \quad (5.20)$$

Avec

$$\zeta_{min} = -1, \quad \zeta_{max} = 1 \quad (5.21)$$

D'après le lemme (5.1) énoncé précédemment, la fonction  $\zeta(x)$  peut être écrite en fonction de ses bornes comme suit :

$$\zeta(x) = \mu_1(\zeta(x))\zeta_{min} + \mu_2(\zeta(x))\zeta_{max} \quad (5.22)$$

Avec

$$\mu_1(\zeta(x)) = \frac{\zeta_{max} - \zeta(x)}{\zeta_{max} - \zeta_{min}}, \quad \mu_2(\zeta(x)) = \frac{\zeta(x) - \zeta_{min}}{\zeta_{max} - \zeta_{min}} \quad (5.23)$$

A partir des équations (5.21), (5.22) et (5.23) la matrice dynamique  $A(\xi)$  (5.19) se réécrit aux bornes de la fonction non linéaire  $\zeta(x)$  comme suit :

$$A(\zeta(x)) = \mu_1(\zeta(x))A_1 + \mu_2(\zeta(x))A_2 \quad (5.24)$$

Où

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & \zeta_{min} \\ 2 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 1 & \zeta_{max} \\ 2 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} \quad (5.25)$$

Finalement, la représentation multimodèle du système non linéaire (5.16) est :

$$\begin{cases} \dot{x} = \sum_{i=1}^2 \mu_i(\zeta(x))A_i x + Bu \\ y = Cx \end{cases} \quad (5.26)$$

### 5.3 Stabilisation par retour d'état

Afin de stabiliser un système représenté sous forme multimodèle, on réalise la synthèse d'une loi de commande adéquate. Plusieurs lois de commande floues ont été proposées dans la littérature. Les plus répandues se fondent sur des lois de commande de type compensation parallèle distribuée (PDC, Parallel Distributed Compensation) [73] [69]. Notons, par ailleurs que, suivant la classe de formes multimodèle considérées, d'autres variétés de ce type de loi de commande ont été également proposées dans la littérature, par exemple la PDC proportionnelle (PPDC)[19] ou encore la loi de commande de type compensation et division pour modèles flous (CDF) [33].

### 5.3.1 Loi de commande PDC

L'approche PDC est utilisée pour la synthèse des lois de commande pour les systèmes représentés sous forme multimodèle. L'idée de cette approche, consiste à synthétiser une commande par retour d'état de la forme  $u = -k_i x$  pour chaque sous modèle de type LTI. De façon similaire à la technique pour interpoler les modèles locaux, la loi de commande globale pour le multimodèle est obtenue par l'interpolation des lois de commandes locales en utilisant les mêmes fonctions d'activations que celles du multimodèle. Elle est de la forme :

$$u = - \sum_{i=1}^n \mu_i(\zeta(t)) k_i x \quad (5.27)$$

En considérant le modèle (5.15) la représentation en boucle fermée est alors donnée par :

$$\dot{x} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \mu_i(\zeta(t)) \mu_j(\zeta(t)) F_{ij} x \quad (5.28)$$

avec

$$F_{ij} = A_i - B_i k_j \quad (5.29)$$

Le multimodèle décrit en (5.28) est globalement asymptotiquement stable par la loi de commande PDC (5.27), s'il existe une matrice symétrique définie positive  $P$  et des matrices  $k_i, i = 1, \dots, n$  qui vérifient [19] [70] :

$$\begin{cases} F_{ii}^T P + P F_{ii} < 0, & \forall i \in [1, n] \\ \frac{(F_{ij} + F_{ji})^T}{2} P + P \frac{(F_{ij} + F_{ji})}{2} < 0, & \forall (i, j) \in [1, n]^2, i < j \end{cases} \quad (5.30)$$

La mise en œuvre de cette méthode est relativement simple, elle consiste à résoudre  $\frac{n(n+1)}{2}$  LMIs (5.30). Toutefois cette approche a pour inconvénient de rendre les conditions de stabilité (5.30) assez conservatives en faisant intervenir

- les termes dominants (le modèle local  $(A_i, B_i)$  avec le gain de retour linéaire  $k_i$ );
- les termes croisés (le modèle local  $(A_i, B_i)$  avec le gain de retour linéaire  $k_j$ ).

Des techniques ont été proposées dans [70] afin de réduire le conservatisme de la méthode.

La démonstration de stabilité en boucle fermée du système (5.29) est donnée dans l'annexe (B.1).



### 5.3.2 Loi de commande CDF (Compensation et Division par modèles Flous)

Une autre approche dérivée de l'approche PDC est proposée dans [19] [33] pour les systèmes multimodèles SIMO. Elle est fondée sur la synthèse d'un retour d'état qui a l'avantage d'éviter l'utilisation des modèles croisés. Une condition d'application de cette loi de commande pour les systèmes MIMO est que les matrices d'entrée du système ( $B_i$ ) soient positivement linéairement colinéaires, i.e.  $\exists \delta_i > 0 : B_i = \delta_i B, \forall i \in [1, n]$ . Dans ce cas, la loi de commande CDF pour le système (5.15) est donnée par :

$$u = -\frac{\sum_{i=1}^n \mu_i(\zeta(t)) \delta_i k_i}{\sum_{i=1}^n \mu_i(\zeta(t)) \delta_i} x \quad (5.31)$$

Dans le cas particulier de la colinéarité positive des matrices d'entrée, la boucle fermée s'écrit sans les modèles croisés comme suit :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \sum_{i=1}^n \mu_i(\zeta(t)) \left( A_i x - B \frac{\sum_{j=1}^n \mu_j(\zeta(t)) \delta_j k_j}{\sum_{i=1}^n \mu_j(\zeta(t)) \delta_j} x \right) \\ &= \sum_{i=1}^n \mu_i(\zeta(t)) (A_i - B k_i) x \end{aligned} \quad (5.32)$$

Le multimodèle décrit en (5.32) est globalement asymptotiquement stable par la loi de commande CDF (5.31), s'il existe une matrice symétrique définie positive  $P$  et des matrices  $k_i, i = 1, \dots, n$  qui vérifient [33] :

$$(A_i - B k_i)^T P + P (A_i - B k_i) < 0, \quad \forall i \in [1, n] \quad (5.33)$$

La mise en place de la méthode CDF consiste à résoudre  $n$  LMIs données par (5.33). Ceci permet de diminuer le temps de calcul et de réduire le degré de conservatisme des résultats quadratiques par rapport à la loi de commande PDC.

La démonstration de stabilité en boucle fermée du système (5.32) est donnée dans l'annexe (B.2).

### 5.3.3 Amélioration des performances de la commande (CDF)

Reprenons le système en boucle fermée (5.34) obtenu dans la section précédente

$$\dot{x} = \sum_{i=1}^n \mu_i(\zeta(t)) (A_i - B k_i) x \quad (5.34)$$

rappelons qu'on cherche un retour d'état sous la forme (5.35)

$$u = -\frac{\sum_{i=1}^n \mu_i(\zeta(t)) \delta_i k_i}{\sum_{i=1}^n \mu_i(\zeta(t)) \delta_i} x, \quad (5.35)$$

tel que le système bouclé (5.34) ait toutes ses valeurs propres dans le secteur  $S(-\alpha, -\beta, \theta)$  (5.1) afin de garantir les performances suivantes :

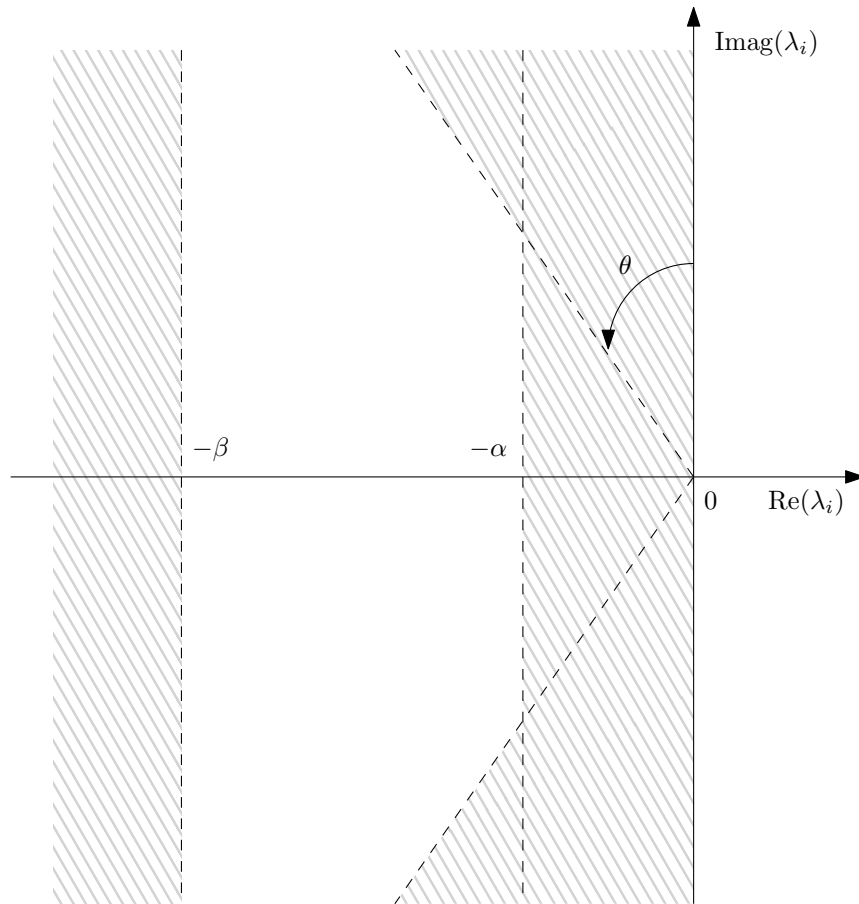


FIGURE 5.1 – Les valeurs propres dans le plan complexe  $S(-\alpha, -\beta, \theta)$

- Un amortissement meilleur que  $m = \sin(\theta)$  ;
- Un temps de réponse  $\frac{3}{\beta} < t_r < \frac{3}{\alpha}$ .

La mise en œuvre de la loi de commande (CDF) avec la méthode de placement de pôles va donc consister à dimensionner les matrices de retour d'état  $k_i$ ,  $i = 1 \dots n$  correspondantes aux  $n$  sous-modèles linéaires du système. Pour cela,

on doit résoudre les  $4 \times n$  LMIs suivantes :

$$\begin{cases} (A_i - Bk_i + \alpha I_n)^T P + P(A_i - Bk_i + \alpha I_n) < 0 \rightarrow (I) \\ (A_i - Bk_i - \beta I_n)^T P + P(A_i - Bk_i - \beta I_n) > 0 \rightarrow (II) \\ \begin{pmatrix} \cos(\theta)((A_i - Bk_i)^T P + P(A_i - Bk_i)) & \sin(\theta)(P(A_i - Bk_i) - (A_i - Bk_i)^T P) \\ \sin(\theta)((A_i - Bk_i)^T P - P(A_i - Bk_i)) & \cos(\theta)((A_i - Bk_i)^T P + P(A_i - Bk_i)) \end{pmatrix} < 0 \rightarrow (III) \end{cases} \quad (5.36)$$

L'inégalité (I) permet de placer les valeurs propres du système en boucle fermée (5.34) à gauche de la droite  $-\alpha$ , l'inégalité (II) permet de les placer à droite de la droite  $-\beta$  et la dernière inégalité (III) permet de placer les valeurs propres dans le secteur  $S$  (Fig.5.1) afin d'avoir un amortissement meilleur que  $m = \sin(\theta)$ .

Les détails de calcul sont développés dans l'annexe (C).

## 5.4 Synthèse d'un multi-observateur

### 5.4.1 Introduction

Les techniques de synthèse de lois de commande fondées sur un retour d'état (lois de commande PDC, CDF) nécessitent souvent de disposer de toutes les variables d'état. Comme cette condition est rarement vérifiée, l'usage d'un observateur pour estimer les grandeurs non mesurées devient indispensable. Dans la littérature abordant la commande des systèmes représentés par des formes multimodèles [4] [36], la conception d'un multiobservateur est fondée sur la même technique que la synthèse des lois de commande. Le multiobservateurs est alors construit par interpolation d'observateurs locaux d'ordre plein (ou réduit) de Luenberger, par exemple, conçus pour chaque sous modèle.

### 5.4.2 Conception du multi-observateur

Les lois de commande proposées dans la section précédente sont fondées sur le calcul d'un retour d'état. Cependant en pratique, les variables d'état ne sont pas toutes mesurées, comme dans le contexte de stabilisation du réseau considéré dans ces travaux, avec les courants de charge. En revanche les variables de décisions qui dépendent uniquement des tensions des bus DC sont généralement mesurées.

Considérons le système multimodèle suivant :

$$\begin{cases} \dot{x} = \sum_{i=1}^n \mu_i(\zeta(t))(A_i x + B u) \\ y = C x \end{cases} \quad (5.37)$$

Supposons que les fonctions d'activation  $\mu_i(\zeta(t))$  sont connues. C'est-à-dire ne dépendent pas des grandeurs à estimer.

Le multiobservateur pour le système (5.37) est obtenu par l'interpolation d'observateurs locaux de type Luenberger de chaque sous modèle comme suit :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = \sum_{i=1}^n \mu_i(\zeta(t))(A_i \hat{x} + Bu + G_i(y - \hat{y})) \\ \hat{y} = C\hat{x} \end{cases} \quad (5.38)$$

où  $\hat{x}$  et  $\hat{y}$  représentent respectivement le vecteur d'état et le vecteur de sortie estimés. Les fonctions d'activation sont les mêmes que celles caractérisant le multimodèle.

L'observateur (5.38) est asymptotiquement stable s'il existe des matrices  $Q$  et  $G_i$ ,  $i = 1 \dots n$  vérifiant les conditions suivantes exprimées sous une forme LMI [4] :

$$(A_i - G_i C)^T Q + Q(A_i - G_i C) < 0, \quad \forall i \in [1, n] \quad (5.39)$$

Comme il a été montré dans l'approche de commande (CDF), afin d'améliorer les performances du multi-observateur, le dimensionnement des gains  $G_i$  peut se faire avec un placement de pôles dans un secteur  $S(-\alpha, -\beta, \theta)$  (5.1) pour garantir des performances exprimées en termes de temps de réponse et d'amortissement, cela aboutit au système d'équations donné sous la forme LMI suivante.

$$\begin{cases} (A_i - G_i C + \alpha I_n)^T Q + Q(A_i - G_i C + \alpha I_n) < 0 \\ (A_i - G_i C - \beta I_n)^T Q + Q(A_i - G_i C - \beta I_n) > 0 \\ \begin{pmatrix} \cos(\theta)((A_i - G_i C)^T Q + Q(A_i - G_i C)) & \sin(\theta)(Q(A_i - G_i C) - (A_i - G_i C)^T Q) \\ \sin(\theta)((A_i - G_i C)^T Q - Q(A_i - G_i C)) & \cos(\theta)((A_i - G_i C)^T Q + Q(A_i - G_i C)) \end{pmatrix} < 0 \end{cases} \quad (5.40)$$

Finalement, la mise en place du multi-observateur défini dans (5.38) avec un placement de pôles revient à dimensionner les gains  $G_i$ ,  $i = 1 \dots n$  et à trouver la matrice  $Q$  vérifiant le système de LMIs (5.40).

La démonstration de stabilité asymptotique de l'observateur (5.38) est détaillé dans l'annexe (B.3)

## 5.5 Application à la stabilisation d'un réseau à une seule charge

Considérons le réseau DC contenant une CPL présenté dans le chapitre 3 donné par la figure (3.1).

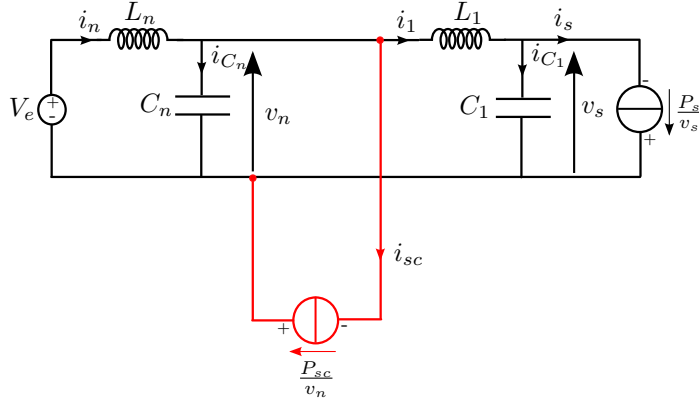


FIGURE 5.2 – Schéma simplifié d'un réseau électrique continu contenant une seule CPL

Reprenons le modèle centré (3.14) du réseau développé dans le chapitre précédent

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}}_1 = -\frac{\tilde{x}_3}{L_n} \\ \dot{\tilde{x}}_2 = \frac{\tilde{x}_3}{L_1} - \frac{\tilde{x}_4}{L_1} \\ \dot{\tilde{x}}_3 = \frac{\tilde{x}_1}{C_n} - \frac{\tilde{x}_2}{C_n} - \frac{u}{C_n} \\ \dot{\tilde{x}}_4 = \frac{\tilde{x}_2}{C_1} + \frac{P_s \tilde{x}_4}{C_1 x_{40} (x_{40} + \tilde{x}_4)} \end{cases} \quad (5.41)$$

Nous supposons dans la suite de cette partie que les tensions des bus DC sont mesurées. Cette hypothèse est justifiée par les arguments suivants :

- La simplicité de la mesure en utilisant un pont diviseur capacitif ou résistif ;
- La disponibilité des mesures de tension dans les réseaux existants pour la surveillance des tensions des bus

$$y = Cx = (x_3, x_4)^T \quad (5.42)$$

Avec :

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (5.43)$$

Posons comme fonction non linéaire

$$\zeta(\tilde{x}) = \frac{P_s}{x_{40}(x_{40} + \tilde{x}_4)} \quad (5.44)$$

le système (5.41) se réécrit sous la forme suivante

$$\dot{\tilde{x}} = A(\zeta(\tilde{x}))\tilde{x} + Bu \quad (5.45)$$

Avec

$$A(\zeta_1(\tilde{x})) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -\frac{1}{L_n} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{L_1} & -\frac{1}{L_1} \\ \frac{1}{C_n} & -\frac{1}{C_n} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{C_1} & 0 & \frac{\zeta(\tilde{x})}{C_1} \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{1}{C_n} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (5.46)$$

### 5.5.1 Mise sous forme multimodèle

Afin d'obtenir la représentation multimodèle correspondante au modèle (5.41), on va considérer la non linéarité  $\zeta(\tilde{x})$  (5.44) due à la CPL. Elle est supposée être contenue dans un intervalle borné qui définit le cadre de l'étude. Cet intervalle est défini par la norme sur la tension du bus donnée précédemment dans le chapitre 2. Le modèle (5.41) contient une non linéarité, la représentation multimodèle correspondante se composera donc de  $2^1 = 2$  sous-modèles. Chaque sous-modèle sera défini en fonction des bornes correspondent aux valeurs extrêmes de la tension du bus  $C_1$  et de la non linéarité  $\zeta_i(\tilde{x})$ .

Supposons que les limites de puissance consommée par la charge sont connues :

$$P_s \in I = [P_{s_{min}}, P_{s_{max}}] \quad (5.47)$$

À partir du gabarit de tension défini dans la section 2.1 du chapitre 2, la variation de la tension du bus  $v_s$  autour de son point d'équilibre notée  $\tilde{x}_4$  est définie dans l'intervalle suivant :

$$\tilde{x}_4 \in I' = [\tilde{x}_{4_{min}}, \tilde{x}_{4_{max}}] \quad (5.48)$$

De (5.47) et (5.48), on peut déduire que la fonction non linéaires  $\zeta(\tilde{x})$  est continue et bornée

$$\zeta_{min} < \zeta(\tilde{x}) < \zeta_{max} \quad (5.49)$$

avec

$$\zeta_{min} = \frac{P_{s_{min}}}{x_{40}(x_{40} + \tilde{x}_{4_{min}})}, \quad \zeta_{max} = \frac{P_{s_{max}}}{x_{40}(x_{40} + \tilde{x}_{4_{min}})} \quad (5.50)$$

Le lemme 1 permet d'écrire la fonction non linéaire  $\zeta(\tilde{x})$  comme une combinaison convexe de ces bornes.

$$\zeta(\tilde{x}) = (1 - \alpha)\zeta_{min} + \alpha\zeta_{max} \quad (5.51)$$

avec

$$\alpha(\zeta(\tilde{x})) = \frac{\zeta(\tilde{x}) - \zeta_{min}}{\zeta_{max} - \zeta_{min}} \quad (5.52)$$

La matrice dynamique du système (5.46) se réécrit comme une combinaison convexe des matrices constantes déterminées aux bornes de la fonction non linéaire  $\zeta(\tilde{x})$ .

Pour la simplicité des notations, on note :  $\alpha(\zeta(\tilde{x})) = \alpha$

$$\begin{aligned} A(\zeta(\tilde{x})) &= A((1 - \alpha)\zeta_{min} + \alpha\zeta_{max}) \\ &= (1 - \alpha)A(\zeta_{min}) + \alpha A(\zeta_{max}) \\ &= \mu_1(\zeta(\tilde{x}))A_1 + \mu_2(\zeta(\tilde{x}))A_2 \\ &= \sum_{i=1}^2 \mu_i(\zeta(\tilde{x}))A_i \end{aligned} \quad (5.53)$$

avec

$$\begin{aligned} \mu_1(\zeta(\tilde{x})) &= (1 - \alpha), \quad \mu_2(\zeta(\tilde{x})) = \alpha \\ A_1 &= A(\zeta_{min}), \quad A_2 = A(\zeta_{max}) \end{aligned} \quad (5.54)$$

Finalement, à partir des équations (5.45) et (5.53) on obtient la forme multimodèle du système non linéaire (5.41)

$$\dot{\tilde{x}} = \sum_{i=1}^2 \mu_i(\zeta(\tilde{x}))A_i\tilde{x} + Bu \quad (5.55)$$

### 5.5.2 Validation du modèle en simulation

Afin de valider la représentation sous forme multimodèle obtenue dans (5.55) du modèle du réseau étudié (5.41), des simulations ont été faites en utilisant l'environnement Matlab-Simulink sur le modèle moyen du réseau pour le profil de puissance donnée dans (5.3) avec des conditions initiales  $x_1 = 1\text{A}; x_2 = 0,8\text{A}; x_3 = 0\text{A}; x_4 = 0\text{V}$  et  $x_5 = 0\text{V}$ .

Pour ces essais, les bornes des intervalles de variation de puissance  $P_s$  et de variation de tension  $\tilde{x}_4$  sont :

$$\begin{cases} P_s \in I = [-1, 2\text{kW}; 2, 5\text{kW}] \\ \tilde{x}_4 \in I' = [-22\text{V}; 22\text{V}] \end{cases} \quad (5.56)$$

Dans les figures (Fig. 5.4a, 5.4b, 5.4c et 5.4d), on observe que les deux modèles conduisent au même comportement dynamique avec des réponses

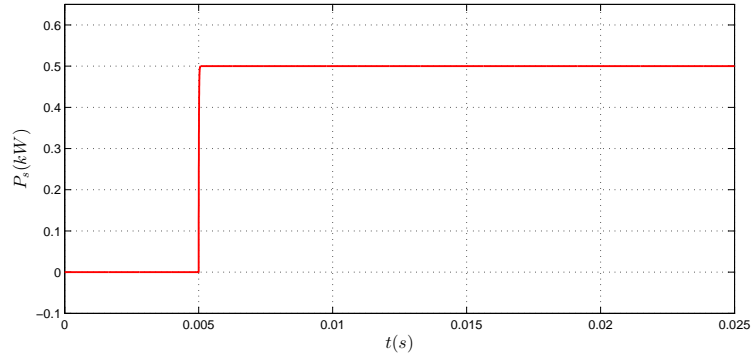


FIGURE 5.3 – Puissances consommées par les charges

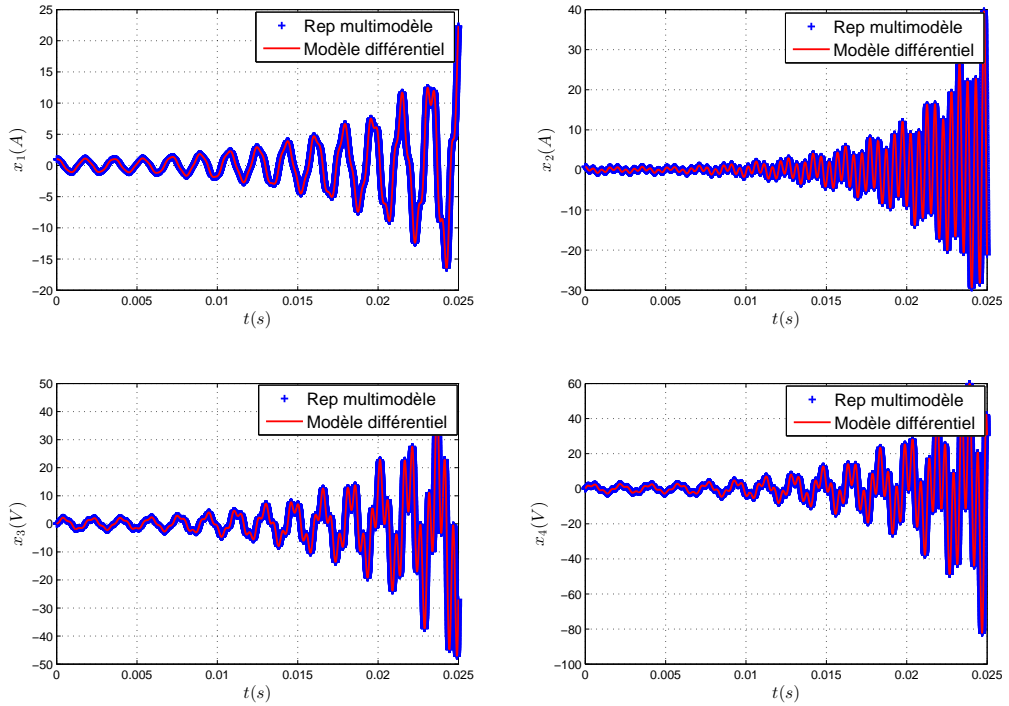


FIGURE 5.4 – Validation de la représentation multimodèle du réseau DC contenant une seule CPL

temporelles oscillantes et divergent pour le cas considéré. Ces observations montrent la cohérence de la représentation multimodèle donnée avec le modèle initial du réseau. La représentation multimodèle obtenue va être ensuite utilisée pour synthétiser la loi de commande stabilisant le système.



### 5.5.3 Analyse des résultats de simulation pour le cas d'un réseau à une seule charge

Cette sous section va présenter le développement d'une commande au moyen de la méthode (CDF) avec un multi-observateur sous la forme :

$$u = -\frac{\sum_{i=1}^n \mu_i(\zeta) \delta_i k_i}{\sum_{i=1}^n \mu_i(\zeta) \delta_i} \hat{x} \quad (5.57)$$

Du modèle du réseau à une seule charge développé dans (5.45), la matrice d'entrée  $B$  est constante. i.e  $B_i = B$ . Donc la loi de commande (5.57) peut être réécrite sous la forme suivante :

$$u = -\sum_{i=1}^n \mu_i(\zeta) k_i \hat{x} \quad (5.58)$$

Comme il l'a été expliqué précédemment, la mise en place de cette méthode va consister à dimensionner les gains des retours d'état  $k_i$  et les gains  $G_i$  des observateurs locaux pour chaque sous modèle. Afin d'améliorer les performances du système en boucle fermée, le dimensionnement des gains  $k_i$  et  $G_i$  sera fait de façon à obtenir un placement de pôles comme il a été préalable défini dans la sous section 5.3.3, en adoptant les secteurs  $S_1(-\alpha_1; -\beta_1; \theta_1)$  pour la commande (CDF) et  $S_2(-\alpha_2; -\beta_2; \theta_2)$  pour le multi-observateur. Ces choix vérifient également que la condition d'une dynamique plus rapide pour le multi-observateur comparativement à celle de la commande (CDF) soit assurée. Une démonstration de stabilité globale du système en boucle fermée a été développé dans l'annexe (B.4).

$$\begin{cases} S_1 : (-1 \cdot 10^2; -2, 4 \cdot 10^4; \frac{\pi}{6}) \\ S_2 : (-1 \cdot 10^3; -1 \cdot 10^5; \frac{\pi}{6}) \end{cases} \quad (5.59)$$

Pour les bornes définies sur  $P_s$  et  $\tilde{x}_4$  données dans la sous-section précédente par l'équation (5.56) et avec les paramètres du réseau et les secteurs de placement de pôles choisis, la résolution des LMIs (5.40) et (5.36) conduit aux gains  $k_i$  du retour d'état et les gains  $G_i$  des observateurs locaux de Luenberger

#### Validation du multi-observateur

Afin de valider la convergence et d'analyser le comportement du multi-observateur synthétisé dans la section 5.4, des simulations ont été faites en utilisant l'environnement Matlab/Simulink sur le modèle (5.41) du réseau

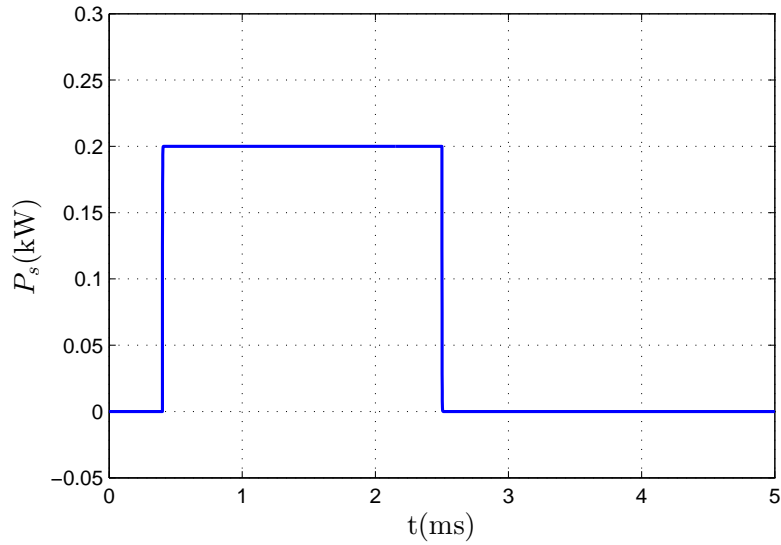
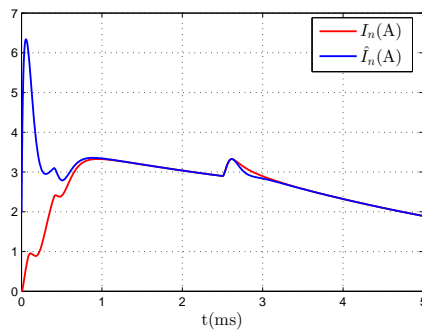


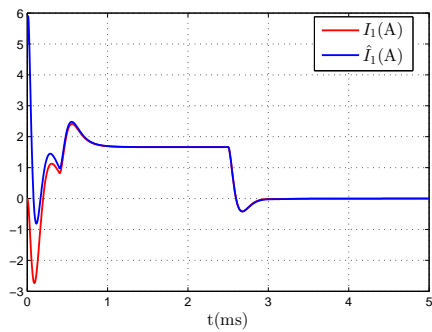
FIGURE 5.5 – Puissance consommée par la charge

étudié. La figure (5.5) montre le profil de puissance consommée par la charge. Ce profil présente deux cas de comportement de la charge au cours du temps :

- $[0\text{ms}; 0, 4\text{ms}]$  pas de consommation ;
- $[0, 4\text{ms}; 0, 9\text{ms}]$  dans cette phase la charge consomme (0.2kW).



(a) Erreur sur le courant fourni par la source  $I_n$



(b) Erreur sur le courant fourni  $I_1$

FIGURE 5.6 – L'estimation des courants du réseau par un multi-observateur pour le cas d'un réseau à une seule CPL

Les figures (5.6a), (5.6b) représentent les courants mesurés et estimés sur  $i_n$  et  $i_1$  respectivement. On remarque les courants estimés tendent vers les courants mesurés avec une dynamique sous forme d'une exponentielle

décroissante avec un temps de réponse de 0,5 ms pour  $i_n$  et de 0.1 ms pour  $i_1$ .

### Commande par retour d'état avec multi-observateur

Pour de valider l'approche de commande (CDF) avec le multi-observateur développés dans les sections précédentes 5.3 et 5.4, des simulations ont été développées sous l'environnement Matlab/Simulink sur le modèle (5.41) du réseau étudié.

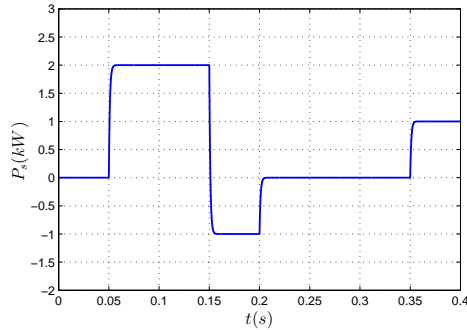
L'équation (5.60) donne les pôles dominants  $\Lambda_i$  de la boucle fermée ( $A_i - Bk_i$ ) de chaque sous système.

$$\Lambda_1 = \begin{pmatrix} -1,75 \cdot 10^4 + 1,18 \cdot 10^4 i \\ -1,75 \cdot 10^4 - 1,183 \cdot 10^4 i \\ -1,23 \cdot 10^4 \\ -1,56 \cdot 10^2 \end{pmatrix}; \quad \Lambda_2 = \begin{pmatrix} -1,78 \cdot 10^4 + 0,87 \cdot 10^2 i \\ -1,78 \cdot 10^4 - 0,87 \cdot 10^4 i \\ -5,26 \cdot 10^2 \\ -47,65 \cdot 10^2 \end{pmatrix} \quad (5.60)$$

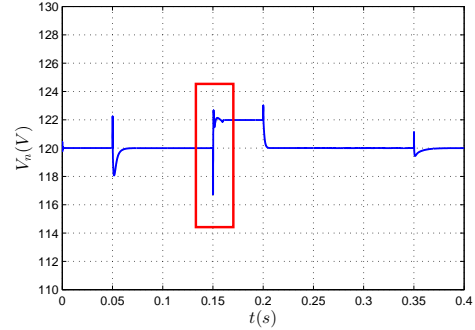
Reprenons le même profil de puissance de la CPL donnée dans les chapitres précédents (Fig. 5.7a).

- La figure (Fig. 5.7b) présente la tension  $v_n$  du réseau. Cette tension est stabilisée autour du point d'équilibre, elle présente toutefois des pics dus aux variations de la puissance consommée par la charge. Le bus continu fournit (resp. absorbe) l'énergie pour compenser la variation de puissance consommée (resp. récupérée) par la charge. Les tensions aux bornes des charges  $V_{s_1}$  et  $V_{s_2}$  ont un comportement similaire à celui de la tension  $V_n$  caractérisé par un régime transitoire avec une exponentielle décroissante (Fig. 5.7e) présentant des bonnes performances avec un dépassement de 5% et temps de réponse d'environ de 5ms.
- La figure (Fig. 5.7d) montre le courant absorbé ou injectée dans le réseau par le dispositif de stockage. Nous notons que lors de la phase d'augmentation (resp. diminution) de la consommation de la charge, le dispositif de stockage injecte (resp. absorbe) une puissance instantanée pour compenser la chute de tension (resp. de surtension) dans les deux bus continus. Il permet aussi le stockage d'énergie dans la phase de récupération de la charge.

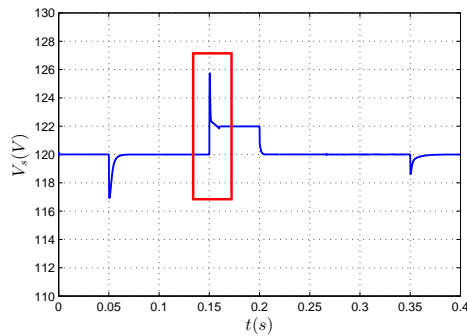
La méthode a été ensuite implémentée sur le modèle du réseau sous SimPowerSystem, en remplaçant les modèles simplifiés de la charge réversible et du réservoir d'énergie (5.2) par leur modèle a commutation. La charge réversible est remplacée par l'ensemble commandé (convertisseur DC/AC-moteur synchrone à aimant permanent (MSAP)). Le réservoir d'énergie est remplacé



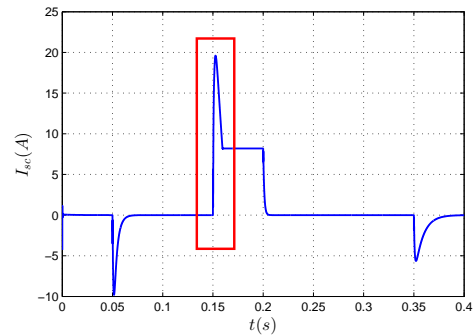
(a) Puissance consommée par la charge



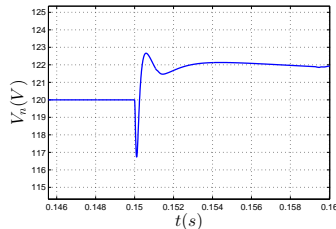
(b) Tension aux bornes du bus  $C_n$



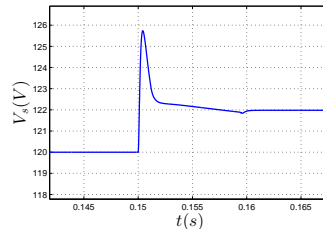
(c) Tension aux bornes du bus  $C_1$



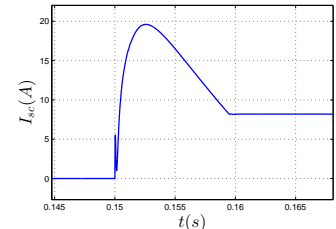
(d) Courant absorbé par la supercapacité



(e) Zoom sur la tension  $V_n$



(f) Zoom sur la tension  $V_s$



(g) Zoom sur le courant  $I_{sc}$

FIGURE 5.7 – Résultats de simulation dans le cas d'un réseau à une seule CPL

par l'ensemble commandé (convertisseur DC/DC réversible-supercapacité), comme illustré dans la figure ci-dessous (5.8).

Pour voir le comportement du réseau en boucle fermée après avoir remplacé les modèles simplifiés de la charge et du réservoir d'énergie (5.2) par leur modèle réel (5.8), des simulations ont été faites sur le modèle du réseau sous SimPowerSystem. Afin de simuler les deux phases (Consommation et récupération) du moteur, des variations dans le couple de charge ont été introduites (Fig. 5.10a).

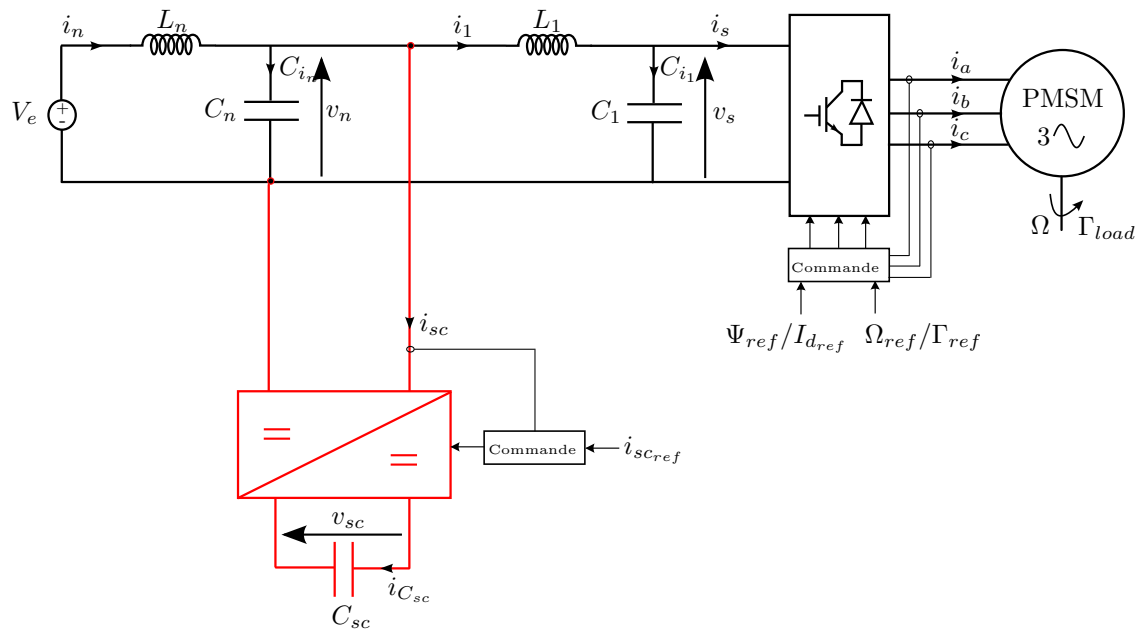


FIGURE 5.8 – Schéma détaillé d'un réseau électrique continu contenant une seule charge

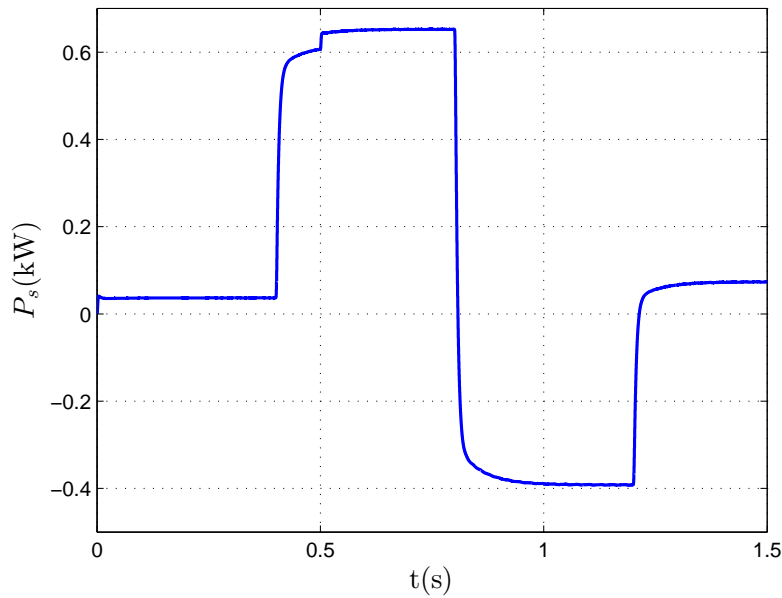
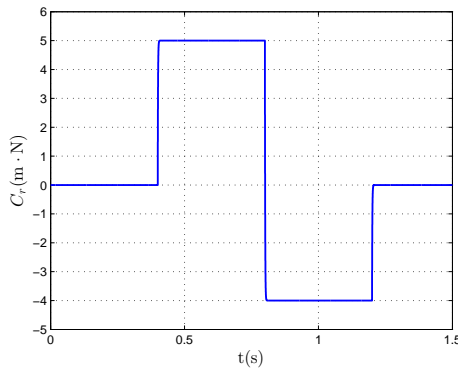


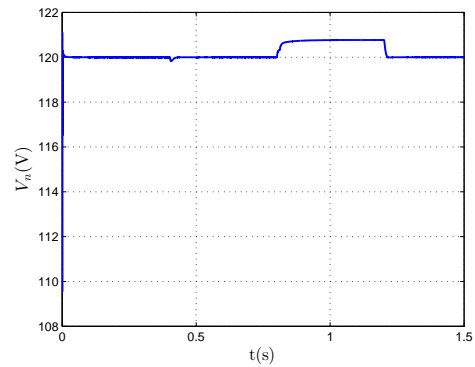
FIGURE 5.9 – Puissance consommée par la charge

La figure (5.9) représente la puissance consommée par le moteur. Elle contient trois phases :

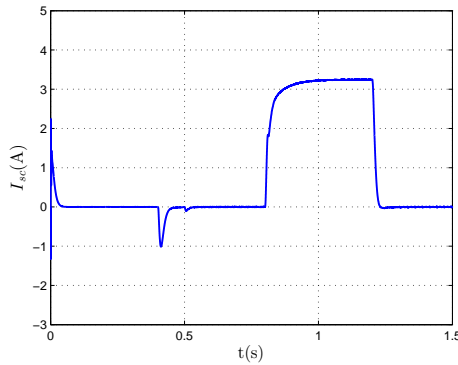
- Phase de consommation  $t \in [0s; 0,8s]$  : le moteur consomme de l'énergie ;
- Phase de récupération  $t \in [0,8s; 1,2s]$  : le moteur injecte de l'énergie au réseau ;
- Phase de consommation  $t \in [1,2s; 1,5s]$  : le moteur consomme de l'énergie.



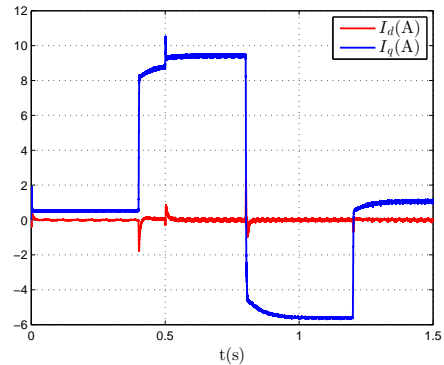
(a) Couple de charge appliqué au moteur



(b) Tension aux bornes du bus  $C_n$



(c) Courant absorbé par la supercapacité



(d) Courants  $I_d$  et  $I_q$  absorbés par le moteur

FIGURE 5.10 – Résultats de simulation dans le cas d'un réseau à une seule CPL avec le modèle à commutation

- Dans la figure (5.10b) on constate que la tension  $V_n$  du bus DC est stable autour du point d'équilibre. Elle présente une surtension d'environ 0,8V dans l'intervalle  $[0,8s; 1,2s]$ . Cette surtension reste acceptable par rapport aux gabarit de tension défini dans la section (2.1) ;

- La figure (5.10c) présente le courant injecté ou absorbé par la supercapacité. Il présente un pic négatif à l'instant  $t = 0,4s$ , à cet instant la supercapacité injecte un courant afin de compenser l'appel de la charge ;
- La figure (5.10d) présente les courants  $I_d$  et  $I_q$  absorbés par le moteur. Le courant  $I_d$  est nul (commande en couple) et le courant  $I_q$  est l'image du couple électromagnétique. Ce dernier est presque égale au couple de charge.

## 5.6 Application sur un réseau à deux charges

Dans les chapitres précédents 3 et 4, on n'a pas pu stabiliser le réseau à deux charges présenté dans la figure (5.11) en utilisant l'organe de stockage comme seul moyen de commande, par la méthode de backstepping. En effet dans ce cas d'étude le modèle du réseau ne peut pas être mis sous forme cascade, ni par la commande par passivité où on a été contraints d'ajouter un degré de liberté supplémentaire, à travers l'utilisation d'un convertisseur DC-DC entrelacé.

Ce chapitre va présenter une autre approche de commande utilisant la représentation du modèle non linéaire du réseau sous forme d'une représentation multimodèle plus facilement exploitable, pour la synthèse des lois de commandes en vue la stabilisation du réseau.

Considérons le réseau DC contenant deux CPLs présenté dans la section 2.2 du chapitre 2.

Reprenons le modèle centré (2.7) du réseau à deux CPLs donnée dans la section 2.3 du chapitre 2

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\tilde{x}}_1 = -\frac{\tilde{x}_4}{L_n} \\ \dot{\tilde{x}}_2 = \frac{\tilde{x}_4}{L_1} - \frac{\tilde{x}_5}{L_1} \\ \dot{\tilde{x}}_3 = \frac{\tilde{x}_4}{L_2} - \frac{\tilde{x}_6}{L_2} \\ \dot{\tilde{x}}_4 = \frac{\tilde{x}_1}{C_n} - \frac{\tilde{x}_2}{C_n} - \frac{\tilde{x}_3}{C_n} - \frac{u}{C_n} \\ \dot{\tilde{x}}_5 = \frac{\tilde{x}_2}{C_1} + \frac{P_{s1}\tilde{x}_5}{x_{50}(x_{50} + \tilde{x}_5)} \\ \dot{\tilde{x}}_6 = \frac{\tilde{x}_3}{C_2} + \frac{P_{s2}\tilde{x}_6}{x_{60}(x_{60} + \tilde{x}_6)} \end{array} \right. \quad (5.61)$$

Nous supposons dans la suite de cette partie que les tensions des bus DC





avec

$$A(\zeta_1(\tilde{x}), \zeta_2(\tilde{x})) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{L_n} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{L_1} & -\frac{1}{L_1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{L_2} & 0 & -\frac{1}{L_2} \\ \frac{1}{C_n} & -\frac{1}{C_n} & -\frac{1}{C_n} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{C_1} & 0 & 0 & \frac{\zeta_1(\tilde{x})}{C_1} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{C_2} & 0 & 0 & \frac{\zeta_2(\tilde{x})}{C_2} \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\frac{1}{C_n} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (5.66)$$

### 5.6.1 Mise sous forme multimodèle

Pour obtenir la représentation multimodèle relative à (5.61), on va appliquer la même procédure que celle utilisée dans le cas traité dans la section précédente. Les deux non linéarités  $\zeta_1(\tilde{x})$  et  $\zeta_2(\tilde{x})$  (5.64) dues aux CPLs sont considérées dans un intervalle borné qui définit le cadre de l'étude. Cet intervalle est déterminé à partir du gabarit de la tension du bus DC définie dans le chapitre 2.

Le modèle (5.61) contient deux non linéarités, la représentation multimodèle correspondante se composera donc de  $2^2 = 4$  sous-modèles. Chaque sous-modèle sera défini en fonction des bornes de chaque non linéarité  $\zeta_i(\tilde{x})$ ;  $i = 1, 2$ . Ces bornes correspondent aux limites extrêmes des puissances consommées par les charges et aux bornes de variations de tension dans les capacités  $C_1$  et  $C_2$ , suivant le gabarit de la tension du bus DC défini dans la section 2.1 du chapitre 2.

Supposons que les limites de la puissance consommée par chaque charge sont connues et données par :

$$\begin{cases} P_{s_1} \in I_1 = [P_{s_{1min}}, P_{s_{1max}}] \\ P_{s_2} \in I_2 = [P_{s_{2min}}, P_{s_{2max}}] \end{cases} \quad (5.67)$$

A partir du gabarit de tension défini dans la section 2.1 du chapitre 2, les variations  $\tilde{x}_5$  et  $\tilde{x}_6$  des tensions des bus  $C_1$  et  $C_2$  autour de leurs points d'équilibre, sont supposées contenues dans les intervalles suivants :

$$\begin{cases} \tilde{x}_5 \in I'_1 = [\tilde{x}_{5min}, \tilde{x}_{5max}] \\ \tilde{x}_6 \in I'_2 = [\tilde{x}_{6min}, \tilde{x}_{6max}] \end{cases} \quad (5.68)$$

Des l'intervalles  $I_1$  et  $I_2$  de variation de puissance de chaque charge donnés par (5.67) et des intervalles  $I'_1$  et  $I'_2$  de variation de  $\tilde{x}_5$  et  $\tilde{x}_6$  définis par (5.68),

on peut déduire que les fonctions non linéaires  $\zeta_1(\tilde{x})$  et  $\zeta_2(\tilde{x})$  soient continues et bornées sous réserve que les profils de puissance sont continus

$$\begin{cases} \zeta_{1_{min}} < \zeta_1(\tilde{x}) < \zeta_{1_{max}} \\ \zeta_{2_{min}} < \zeta_2(\tilde{x}) < \zeta_{2_{max}} \end{cases} \quad (5.69)$$

avec

$$\begin{cases} \zeta_{1_{min}} = \frac{P_{s1_{min}}}{x_{50}(x_{50} + \tilde{x}_{5_{min}})}, & \zeta_{1_{max}} = \frac{P_{s1_{max}}}{x_{50}(x_{50} + \tilde{x}_{5_{min}})} \\ \zeta_{2_{min}} = \frac{P_{s2_{min}}}{x_{60}(x_{60} + \tilde{x}_{6_{min}})}, & \zeta_{2_{max}} = \frac{P_{s2_{max}}}{x_{60}(x_{60} + \tilde{x}_{6_{min}})} \end{cases} \quad (5.70)$$

En utilisant le lemme 1, les non linéarités  $\zeta_1(\tilde{x})$  et  $\zeta_2(\tilde{x})$  peuvent être écrites comme une combinaison convexe de leurs bornes :

$$\begin{cases} \zeta_1(\tilde{x}) = (1 - \alpha_1)\zeta_{1_{min}} + \alpha_1\zeta_{1_{max}} \\ \zeta_2(\tilde{x}) = (1 - \alpha_2)\zeta_{2_{min}} + \alpha_2\zeta_{2_{max}} \end{cases} \quad (5.71)$$

avec

$$\alpha_1(\zeta_1(\tilde{x}) = \frac{\zeta_1(\tilde{x}) - \zeta_{1_{min}}}{\zeta_{1_{max}} - \zeta_{1_{min}}}, \quad \alpha_2(\zeta_2(\tilde{x}) = \frac{\zeta_2(\tilde{x}) - \zeta_{2_{min}}}{\zeta_{2_{max}} - \zeta_{2_{min}}} \quad (5.72)$$

De la même manière que dans le cas traité dans la section (7.5), la matrice dynamique (5.66) du système (5.65) se réécrit comme une combinaison convexe des matrices constantes écrites aux bornes des fonctions non linéaires  $\zeta_1(\tilde{x})$  et  $\zeta_2(\tilde{x})$ . Pour simplifier les notations, on note :  $\alpha_1(\zeta_1(\tilde{x}) = \alpha_1$  et  $\alpha_2(\zeta_2(\tilde{x}) = \alpha_2$

$$\begin{aligned} A(\zeta_1(\tilde{x}), \zeta_2(\tilde{x})) &= A((1 - \alpha_1)\zeta_{1_{min}} + \alpha_1\zeta_{1_{max}}, (1 - \alpha_2)\zeta_{2_{min}} + \alpha_2\zeta_{2_{max}}) \\ &= (1 - \alpha_1)(1 - \alpha_2)A(\zeta_{1_{min}}, \zeta_{2_{min}}) + (1 - \alpha_1)\alpha_2A(\zeta_{1_{min}}, \zeta_{2_{max}}) \\ &\quad + \alpha_1(1 - \alpha_2)A(\zeta_{1_{max}}, \zeta_{2_{min}}) + \alpha_1\alpha_2A(\zeta_{1_{max}}, \zeta_{2_{max}}) \\ &= \mu_1(\zeta(\tilde{x}))A_1 + \mu_2(\zeta(\tilde{x}))A_2 + \mu_3(\zeta(\tilde{x}))A_3 + \mu_4(\zeta(\tilde{x}))A_4 \\ &= \sum_{i=1}^4 \mu_i(\zeta(\tilde{x}))A_i \end{aligned} \quad (5.73)$$

avec

$$\begin{cases} \mu_1(\zeta(\tilde{x})) = (1 - \alpha_1)(1 - \alpha_2), \quad \mu_2(\zeta(\tilde{x})) = (1 - \alpha_1)\alpha_2 \\ \mu_3(\zeta(\tilde{x})) = \alpha_1(1 - \alpha_2), \quad \mu_4(\zeta(\tilde{x})) = \alpha_1\alpha_2 \end{cases} \quad (5.74)$$

et

$$\begin{cases} A_1 = A(\zeta_{1_{min}}, \zeta_{2_{min}}), \quad A_2 = A(\zeta_{1_{min}}, \zeta_{2_{max}}) \\ A_3 = A(\zeta_{1_{max}}, \zeta_{2_{min}}), \quad A_4 = A(\zeta_{1_{max}}, \zeta_{2_{max}}) \end{cases} \quad (5.75)$$

Finalement, à partir des équations (5.65) et (5.73) on obtient la forme multimodèle du système non linéaire (5.61)

$$\dot{\tilde{x}} = \sum_{i=1}^4 \mu_i(\zeta(\tilde{x})) A_i \tilde{x} + B u \quad (5.76)$$

### 5.6.2 Validation en simulation de la représentation multimodèle

Afin valider la représentation multimodèle obtenue dans (5.76) du modèle du réseau à deux charges étudié (5.61), des simulations ont été faites en utilisant l'environnement Matlab-Simulink sur le modèle moyen du réseau pour les profils de puissance donnée dans (5.12) avec des conditions initiales  $x_1 = 1\text{A}$ ;  $x_2 = 0,8\text{A}$ ;  $x_3 = 0\text{A}$ ;  $x_4 = 0\text{V}$ ;  $x_5 = 0\text{V}$  et  $x_6 = 0\text{V}$ .

Pour ces tests de validation, on a considéré les intervalles  $I_1$  et  $I_2$  de variations de puissance de chaque charge  $P_{s_1}$  et  $P_{s_2}$ .

$$P_{s_1} \in I_1 = [-1, 2\text{kW}; 2, 5\text{kW}]; \quad P_{s_2} \in I_2 = [0\text{kW}; 1, 2\text{kW}] \quad (5.77)$$

et les intervalles  $I'_1$  et  $I'_2$  de variations de tension  $\tilde{x}_5$  et  $\tilde{x}_6$  sont définis à partir du gabarit de tension donné dans la section 2.1 du chapitre 2 comme suit :

$$\tilde{x}_5 \in I'_1 = [-22\text{V}; 22\text{V}]; \quad \tilde{x}_6 \in I'_2 = [-22\text{V}; 22\text{V}] \quad (5.78)$$

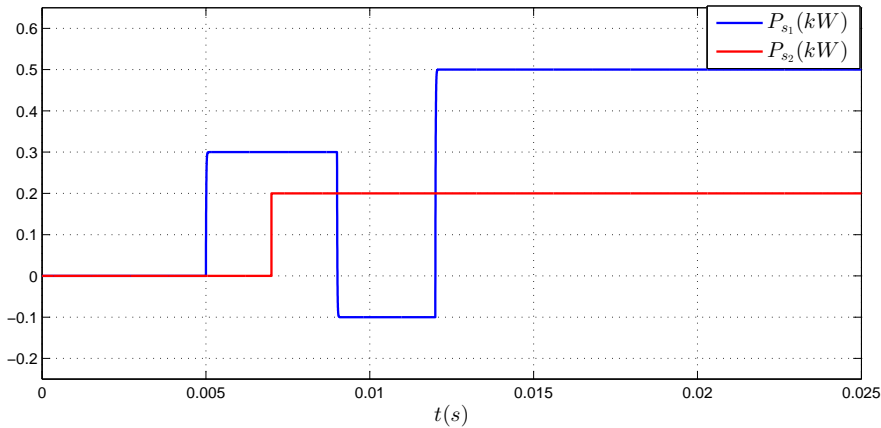


FIGURE 5.12 – Puissances consommées par les charges

Les figures (Fig. 5.13a, 5.13b, 5.13c, 5.13d, 5.13e, et 5.13f) montrent les évolutions des différentes grandeurs caractéristiques du modèle original et de

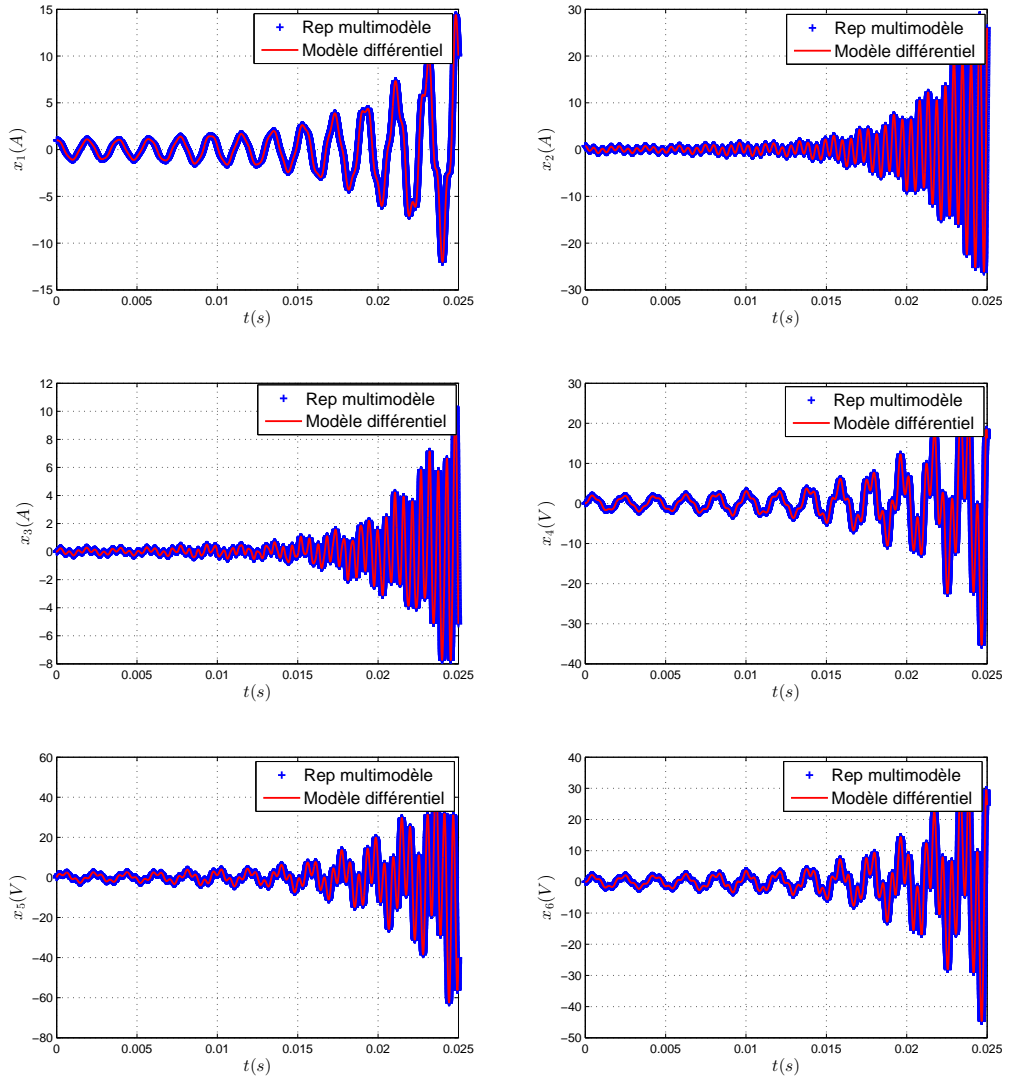


FIGURE 5.13 – Validation de la représentation multimodèle pour un réseau DC à deux CPLs

sa représentation multimodèle. On constate que pour les deux modèles, les réponses temporelles sont identiques avec une même dynamique oscillante et divergente. Pour ce cas de test, cela montre la cohérence de la représentation multimodèle donnée avec le modèle initial du réseau.

### 5.6.3 Analyse des résultats

Cette section va présenter l'extension de l'approche de stabilisation par la loi de commande (CDF) avec le multi-observateur appliqué dans la section précédente à un réseau contenant deux charges à puissance constante. La loi de commande appliquée est donnée sous la forme suivante :

Cette sous section va présenter le développement d'une commande au moyen de la méthode (CDF) avec un multi-observateur sous la forme :

$$u = -\frac{\sum_{i=1}^n \mu_i(\zeta) \delta_i k_i}{\sum_{i=1}^n \mu_i(\zeta) \delta_i} \hat{x} \quad (5.79)$$

A partir du modèle du réseau à deux charges développé dans (5.65), la matrice d'entrée  $B$  est constante. i.e  $B_i = B$ . Donc la loi de commande (5.79) peut être réécrit sous la forme suivante :

$$u = -\sum_{i=1}^n \mu_i(\zeta) k_i \hat{x} \quad (5.80)$$

De la même manière que dans le cas d'un réseau à une seule CPL traité dans la section précédente, deux secteurs  $S_1(-\alpha_1, -\beta_1, \theta_1)$  et  $S_2(-\alpha_2, -\beta_2, \theta_2)$  ont été définis pour l'emplacement des pôles de la loi de commande (CDF), et du multi-observateur respectivement. La dynamique du multi-observateur a été choisie plus rapide que celle de la commande (CDF).

$$\begin{cases} S_1 : \left( -1 \cdot 10^2; -2,9 \cdot 10^4; \frac{\pi}{12} \right) \\ S_2 : \left( -1 \cdot 10^3; -1 \cdot 10^5; \frac{\pi}{6} \right) \end{cases} \quad (5.81)$$

On considère les bornes des profils de puissance consommée par chaque CPL comme suit :

- Pour la première charge, considérée comme réversible, les bornes de puissance sont données par :

$$\begin{cases} P_{s1_{max}} = 2,5 \text{kW} \\ P_{s1_{min}} = -1,2 \text{kW} \end{cases} \quad (5.82)$$

- Pour la deuxième charge, considérée comme non réversible (charge résistive), les bornes de puissance sont données par :

$$\begin{cases} P_{s2_{max}} = 1 \text{kW} \\ P_{s2_{min}} = 0 \text{kW} \end{cases} \quad (5.83)$$

Pour des bornes définies sur  $P_{s_1}$ ,  $P_{s_2}$ ,  $\tilde{x}_5$  et  $\tilde{x}_6$  données dans la sous-section précédente par les relations (5.77), (5.78) respectivement, les paramètres du réseau et les secteurs de placement de pôles choisis (5.81), la résolution des LMIs (5.40) et (5.36) conduit aux 4 gains  $k_i$  du retour d'état et les 4 gains  $G_i$  des observateurs locaux de Luenberger.

L'équation (5.84) donne les pôles dominants  $\Lambda_i$  en boucle fermée ( $A_i - Bk_i$ ) pour chaque sous système.

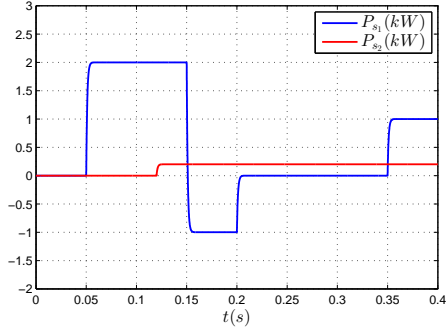
$$\Lambda_1 = \begin{pmatrix} -1,42 \cdot 10^2 \\ -2,20 \cdot 10^4 \\ -2,43 \cdot 10^4 + 3,41 \cdot 10^4 i \\ -2,43 \cdot 10^4 - 3,41 \cdot 10^4 i \\ -1,11 \cdot 10^2 + 1,28 \cdot 10^4 i \\ -1,11 \cdot 10^2 - 1,28 \cdot 10^4 i \end{pmatrix}; \quad \Lambda_2 = \begin{pmatrix} -1,37 \cdot 10^2 \\ -1,87 \cdot 10^4 \\ -2,25 \cdot 10^4 + 3,11 \cdot 10^4 i \\ -2,25 \cdot 10^4 - 3,11 \cdot 10^4 i \\ -1,10 \cdot 10^4 + 1,69 \cdot 10^4 \\ -1,10 \cdot 10^4 - 1,69 \cdot 10^4 \end{pmatrix}$$

$$\Lambda_3 = \begin{pmatrix} -1,45 \cdot 10^3 + 6,09 \cdot 10^2 \\ -1,45 \cdot 10^3 - 6,09 \cdot 10^2 \\ -1,63 \cdot 10^4 + 1,00 \cdot 10^4 i \\ -1,63 \cdot 10^4 - 1,00 \cdot 10^4 i \\ -2,36 \cdot 10^4 + 3,41 \cdot 10^4 \\ -2,36 \cdot 10^4 - 3,41 \cdot 10^4 \end{pmatrix}; \quad \Lambda_4 = \begin{pmatrix} -8,96 \cdot 10^2 \\ -2,57 \cdot 10^3 \\ -2,19 \cdot 10^4 + 3,10 \cdot 10^4 i \\ -2,19 \cdot 10^4 - 3,10 \cdot 10^4 i \\ -1,52 \cdot 10^4 + 1,36 \cdot 10^4 \\ -1,52 \cdot 10^2 - 1,36 \cdot 10^4 \end{pmatrix}$$

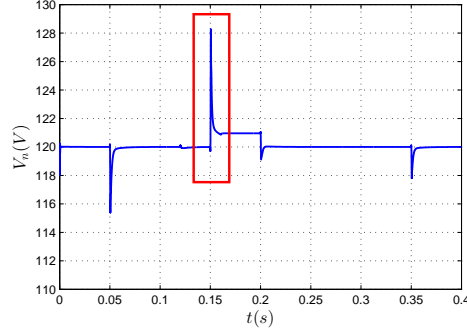
(5.84)

Pour valider l'approche de commande (CDF) avec le multi-observateur développée dans les sections précédentes 5.3 et 5.4 des simulation ont été faites dans l'environnement Matlab/Simulink sur le modèle du réseau étudié. Les résultats obtenus attirent les commentaires suivants :

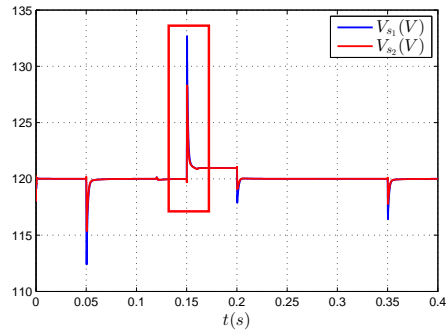
- La figure (Fig.5.14b) présente la tension du bus  $C_n$  du réseau. Cette tension est stabilisée autour du point d'équilibre, elle présente des pics dus aux variations de la puissance consommée par la charge. Le bus continu fournit (resp. absorbe) l'énergie pour compenser la variation de puissance consommée (resp. récupérée) par la charge. Les tensions  $V_{s_1}$  et  $V_{s_2}$  (Fig.5.14c) ont un comportement similaire à celui de la tension  $V_n$  caractérisé par transitoire avec une exponentielle décroissante (Fig. 5.14e) présentant des bonnes performances : dépassement de 10% et un temps de réponse d'environ 10 ms.
- La figure (Fig.5.14d) montre le courant absorbé ou injectée dans le réseau par l'élément de stockage. On note que lors de la phase d'augmentation (resp. diminution) de la consommation de la charge, l'élément de stockage injecte (resp. absorbe) une puissance instantanée pour compenser la chute de tension (resp. de surtension) dans les deux bus



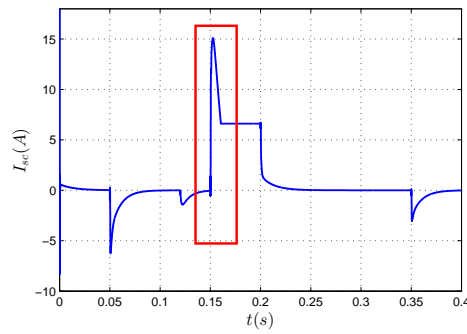
(a) Puissance consommée par la charge



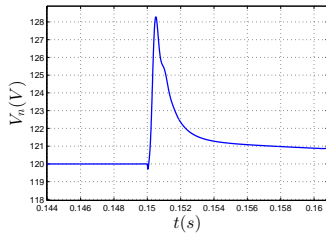
(b) Tension aux bornes du bus  $C_n$



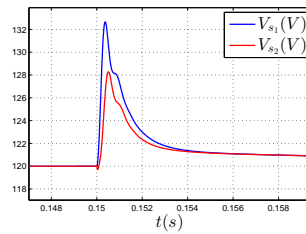
(c) Tension aux bornes du bus  $C_1$



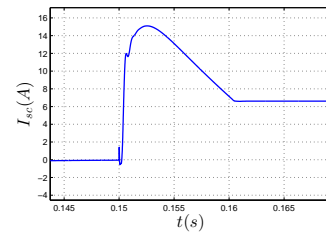
(d) Courant absorbé par la supercapacité



(e) Zoom sur la tension  $V_n$



(f) Zoom sur la tension  $V_s$



(g) Zoom sur le courant  $I_{sc}$

FIGURE 5.14 – Résultats de simulation dans le cas d'un réseau à deux CPLs

continu et permet aussi le stockage d'énergie dans la phase de récupération de la charge.

Dans la suite des tests de robustesse sont également effectués afin de conclure sur les performances de la commande au regard des variations des paramètres du réseau à partir de leurs valeurs nominales. On va procéder de la même manière que dans le cas d'un réseau à une seule charge (section précédente) en introduisant des variations de 20% sur les valeurs des paramètres des filtres d'entrées.

On remarque que'en cas d'augmentation des valeurs des paramètres (resp diminution) par rapport aux valeurs nominales, le dépassement de la tension du bus DC augmente (resp diminue) (voir Fig.5.15a et 5.15c), et la courant injecté ou absorbé par la supercapacité augmente (resp diminue) (voir Fig.5.15b et 5.15d) pour compenser les variations de la tension du bus. La tension du bus DC reste stable autour du point d'équilibre avec un comportement similaire à celui obtenu avec les paramètres nominaux.

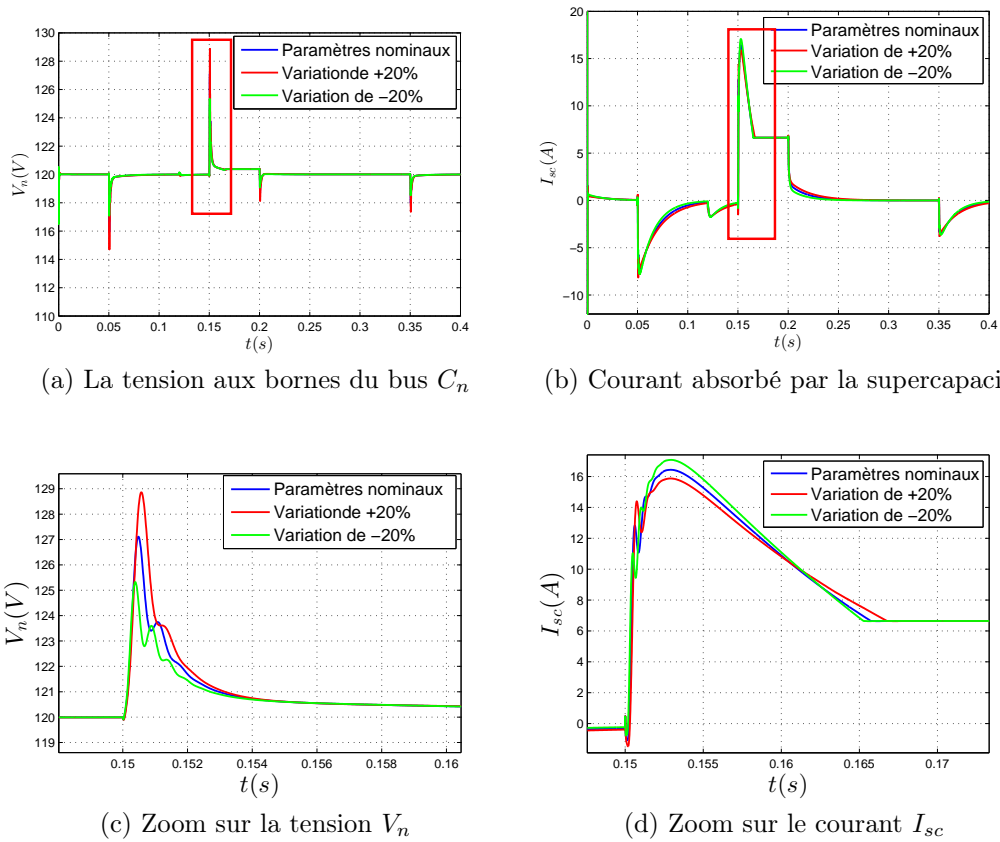


FIGURE 5.15 – Test de robustesse par rapport aux variations des paramètres du réseau

Afin de voir le comportement du réseau avec le modèle à commutation des charges, des simulations ont été développées sous SimPowerSystem, en remplaçant les modèles simplifiés des charges (5.11) par leur modèle à commutation. La première charge (la charge réversible) est remplacée par l'ensemble commandé (convertisseur DC/AC-moteur synchrone à aimant permanent (MSAP)). La deuxième charge (la charge résistive), quant à elle, remplacé par l'ensemble commandé (convertisseur DC/DC-résistance). Le résér-



voir d'énergie est remplacé par l'ensemble commandé (convertisseur DC/DC réversible-supercapacité), comme le montre la figure ci-dessous (5.16).

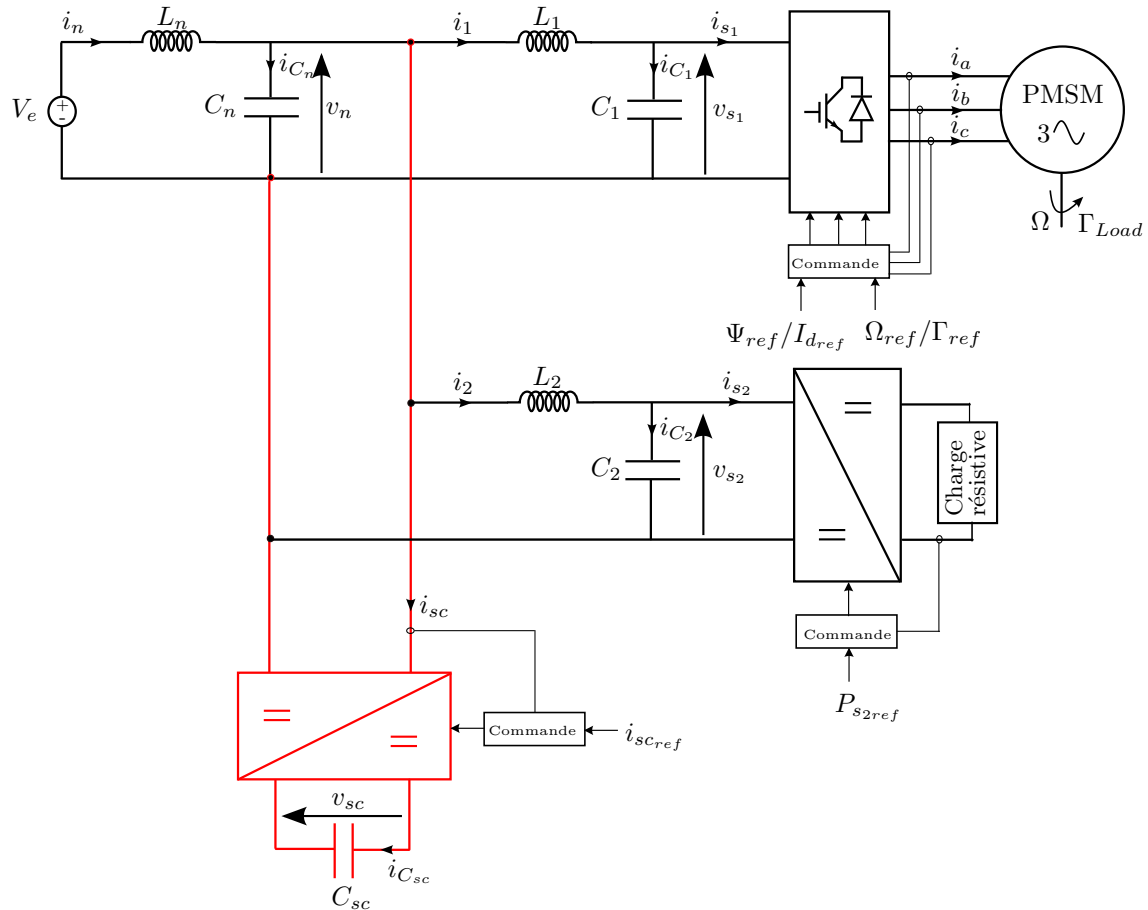
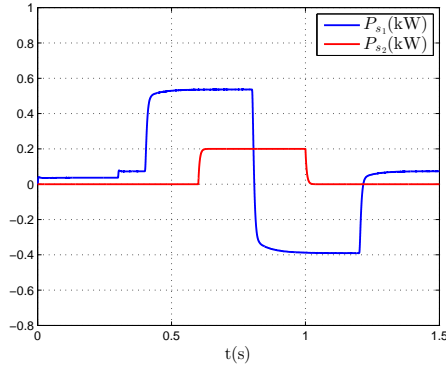


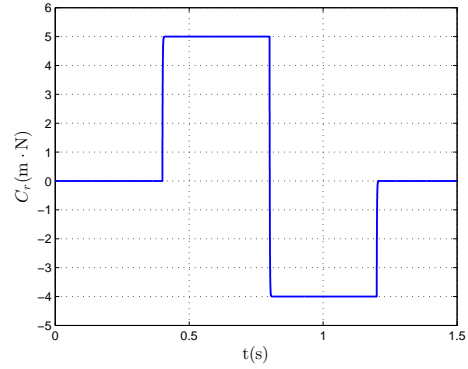
FIGURE 5.16 – Schéma détaillé d'un réseau électrique continu contenant une seule charge

- La figure (5.17a) représente la puissance consommée par le moteur. Elle contient trois phases :
  - Phase de consommation  $t \in [0s; 0,8s]$  : le moteur consomme de l'énergie ;
  - Phase de récupération  $t \in [0,8s; 1,2s]$  : le moteur injecte de l'énergie au réseau ;
  - Phase de consommation  $t \in [1,2s; 1,5s]$  : le moteur consomme de l'énergie.
- La figure (5.17b) représente le couple de charge  $C_r$  appliqué au moteur afin de simuler les deux phases (Consommation et récupération) du

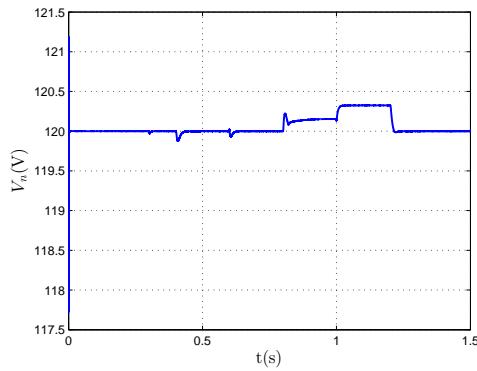
5.6. APPLICATION SUR UN RÉSEAU À DEUX CHARGES



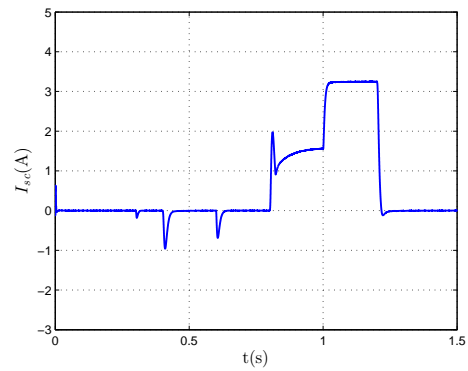
(a) Puissances consommées par les charges



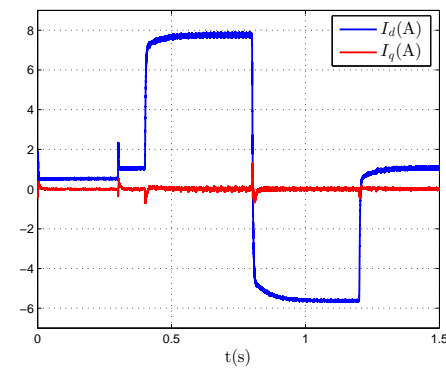
(b) Couple de charge appliqué au moteur



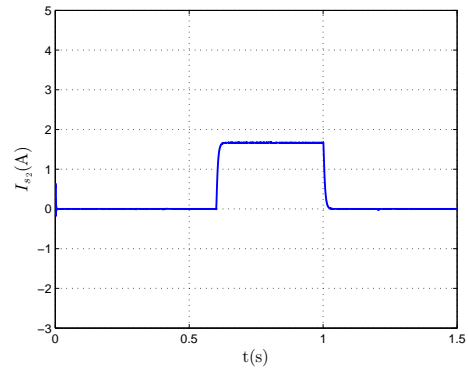
(c) Tension aux bornes du bus  $C_n$



(d) Courant absorbé par la supercapacité



(e) Courants  $I_d$  et  $I_q$  absorbés par le moteur



(f) Courant absorbé par la charge résistive

FIGURE 5.17 – Résultats de simulation dans le cas d'un réseau à une seule CPL avec le modèle à commutation

moteur.

- Dans la figure (5.17c) on constate que la tension  $V_n$  du bus DC est stable autour du point d'équilibre. Elle présente une surtension d'environ 0,8V dans l'intervalle  $[0, 8s; 1, 2s]$ . Cette surtension reste acceptable par rapport aux gabarit de tension défini dans la section (2.1).
- La figure (5.17d) présente le courant injecté ou absorbé par la supercapacité. Il présente un pic négatif à l'instant  $t = 0, 4s$ , a cet instant la supercapacité injecte un courant afin de compenser l'appel de la charge.
- La figure (5.17e) présente les courants  $I_d$  et  $I_q$  absorbés par le moteur. Le courant  $I_d$  est nul (commande en couple) et le courant  $I_q$  est l'image du couple électromagnétique. Ce dernier est presque égale au couple de charge.
- La figure (5.17f) représente le courant absorbé par la charge résistive. Il s'agit de l'image du profil de puissance  $P_{s_2}$  consommée par la charge donnée dans (5.17a).

## 5.7 Conclusions partielles

Cette section a présenté une méthode de stabilisation des systèmes non-linéaires dans le contexte des réseaux électriques DC. La méthodologie de synthèse se fonde sur des résultats portant sur une approche multimodèle. On peut ainsi montrer que l'on peut construire une commande par retour d'état non-linéaire stabilisante à partir de l'interpolation des retours d'état locaux synthétisés pour chaque sous modèle linéaire. Cette commande permet de piloter l'organe de stockage considéré comme moyen de commande. De même pour la conception d'un multi-observateur afin d'estimer les grandeurs non mesurables, une approche semblable est mise en œuvre. Le multi-observateur est construit à partir de l'interpolation d'observateurs locaux de Luenberger conçus pour chaque sous modèle.

Afin d'améliorer les performances en terme de temps de réponse et d'amortissement une technique de placement de pôles pour la commande et le multi-observateur dans un secteur bien défini à été appliquée dans cette approche multimodèle.



# Conclusions et perspectives

## Analyse comparative

Dans les travaux de cette thèse trois approches de stabilisation « active », c'est à dire utilisant des approches fondées sur la commande du système, ont été envisagées. L'efficacité de ces méthodes a été évaluée dans le contexte de leur application au cas d'un réseau électrique DC contenant une charge à puissance constante (CPL), puis sur un réseau à deux charges. Le tableau suivant présente une analyse comparative des performances obtenues avec les trois approches, en considérant des critères, comme le temps de réponse du système en boucle fermée et le dépassement des tensions des bus DC par rapport à la valeur nominale de tension, définie par le gabarit donné dans la section 2.1.

		backstepping	Passivité (DI)	PDC
Réseau à une CPL	Tr (ms)	7	8	5
	D (%)	6	2,5	5
Réseau à deux CPLs	Tr (ms)	/	8	10
	D (%)	/	3,4	10

TABLE 5.1 – Tableau comparatif des performances des approches synthétisées

A partir du tableau (5.1), on constate que :

- Dans le cas d'un réseau à une seule charge, le temps de réponse pour une variation de puissance de 0W à 2kW sur  $P_s$  (la puissance consommée par la charge) appliquée à l'instant 0,05s est plus faible pour le régulateur de type PDC. Pour le dépassement, on note qu'il est plus faible pour l'approche de stabilisation par passivité.
- Dans le cas d'un réseau à deux charges, le temps de réponse pour une variation de puissance de 0W à 2kW sur  $P_{s_1}$  (la puissance consommée par la première charge) appliquée à l'instant 0,05s avec  $P_{s_2} = 0$  (la puissance consommée par la deuxième charge) est moins important pour l'approche de commande par passivité. Pour le dépassement, on

---

remarque qu'il est aussi plus faible pour l'approche de stabilisation par passivité.

On note aussi que dans les trois approches appliquées, la réponse des tensions des bus DC du réseau, pour les deux structures proposées, (réseau à une seule CPL et à deux CPLs) respecte le gabarit de tension défini dans la section 2.1.

Après la comparaison des grandeurs physiques telles que le temps de réponse et le dépassement dans la tableau (5.1) une autre comparaison des avantages et des inconvénients des trois méthodes utilisées est donne le tableau suivant :

	Backstepping	Passivité (DI)	Multimodèle
Avantages	Stabilité globale Synthèse simple	Interprétation énergétique	Méthodes linéaires
Inconvénients	Forme cascade	Besoins d'un moyen moyen d'action supplémentaire en cas de 2 CPLs	Calcul nécessitant des outils de résolution spécifiques

TABLE 5.2 – Tableau comparatif des trois approches synthétisées

- L'approche backstepping : elle assure la stabilité globale avec une méthode de synthèse assez simple, les gains de commande des sous systèmes peuvent être dimensionner pour certain temps de réponse. Par contre elle nécessite d'avoir une forme cascade du modèle du système, ce qui n'est pas le cas dans une structure à multi-charges et selon le type d'actionneur, il n'est pas toujours possible d'obtenir une forme triangulaire.
- L'approche passive (DI) : intéressante parce que on résonne en terme d'amortissement et elle présente une interprétation énergétique. Par contre dans le cas à plusieurs charges on a besoin des moyens d'actions supplémentaire.
- L'approche multimodèle : elle utiliser intuitivement dans l'industrie. La méthode de synthèse utilisée peut être interpréter physiquement et bien appréhendée dans l'industrie du fait de l'utilisation d'un raisonnement avec des emplacements polaires du comportement en boucle fermée (choix d'un secteur de placement des pôles). Son inconvénient est la nécessité d'utiliser d'outils spécifique pour calculer les gains de retour d'état est éventuellement les gains de l'observateur également.

## Conclusions et perspectives

Dans les travaux de cette thèse la problématique des réseaux électriques DC a été abordé. Dans la première partie les risques potentiels d'instabilité dans les réseaux électrique DC ont été présentés. Ces risques sont souvent les conséquences des interactions entre les charges ou entre les charges et leurs filtres d'entrée. Cette dernière interaction a été expliquée et mise en évidence dans un cas illustratif de réseau contenant une charge de à puissance constante.

Plusieurs travaux ont déjà été réalisés pour répondre à la problématique d'instabilité des électriques réseaux DC. Parmi les méthodes envisagées on peut citer par exemple la méthode dite « passive ». Elle consiste à dimensionner les éléments passifs (par exemple la capacité du filtre) du réseau de manière à assurer sa stabilité ou ajouter des résistances de clamp et des amortisseurs afin de stabiliser les filtres d'entrée. Cependant, l'utilisation de telles solutions peut engendrer une augmentation de la taille, (poids, masse, coût, . . .) du système ce qui pourra être très désavantageux pour les applications dans les réseaux électriques embarqués.

L'objectif des travaux de cette thèse est de répondre au problème d'instabilité des réseaux électriques DC par d'autres approches de stabilisation, dont le but est d'éviter un surdimensionnement du réseau ou d'augmenter le coût, le poids, . . . Pour cela des techniques fondées sur la commande du système ont été proposées. Elles ont été déjà abordées à l'occasion de travaux précédents. L'idée de ces approches consiste à éviter la nature strictement constante de la consigne de la CPL et à donner une information sur l'état des grandeurs du réseau en introduisant une légère modification sur la consigne de puissance de la CPL. Elle présente l'avantage de pouvoir être installée de manière décentralisée sur chaque charge du réseau et de permettre ainsi de compenser localement l'impact déstabilisant de la CPL. Contrairement aux approches passives cette structure nécessite d'avoir accès à la commande de la charge, ce qui n'est pas toujours possible.

Après un aperçu des méthodes de stabilisation existantes trois méthodes de stabilisation « actives » ont été développées dans la deuxième partie de la thèse. Elles sont fondées sur la commande du système en utilisant l'organe de stockage comme moyen de commande. Cet organe de stockage présent dans le réseau est le seul degré de liberté utilisé afin de réaliser l'objectif de stabilisation.

Étant donné la nature non linéaire du modèle d'un réseau contenant des CPLs, la première approche de commande choisie est l'approche « backstepping ». Cette méthode a permis de synthétiser une loi de commande stabilisante d'une façon itérative pour le système, elle présente l'avantage d'assurer

---

la stabilité globale en boucle fermée. Néanmoins, elle présente l'inconvénient de n'être applicable que sous réserve que le modèle du procédé puisse être formulé sous forme cascade, une propriété qui n'est pas toujours vérifiée pour les structures d'un réseau à plus d'une charge.

Afin de surmonter l'inconvénient de l'approche backstepping, une autre approche est développée. Elle est fondée sur la commande par injection d'amortissement. Cette approche permet d'ajouter un amortisseur virtuel au filtre d'entrée afin de compenser l'impact d'impédance négative introduit par la CPL. Elle peut être considérée comme une approche décentralisée où on peut connecter aux bornes de chaque filtre d'entrée d'une CPL, un stabilisateur local constitué d'un convertisseur DC-DC et d'une capacité (ou un autre type d'élément de stockage), selon le besoin de récupération. Cette approche a été appliquée sur un réseau à une charge puis à deux charges. Dans la structure d'un réseau à deux charges l'élément de stockage a été connecté au réseau à travers un convertisseur DC-DC entrelacé afin de disposer d'un degré de liberté supplémentaire pour la commande. En revanche cette technique d'utilisation d'un convertisseur entrelacé peut conduire à l'augmentation du coût et de la taille du réseau, ce qui peut être pénalisant dans certaines applications.

La dernière approche présentée est fondée sur la représentation sous forme multimodèle du système. Cette représentation permet de prendre en compte d'une manière plus facile les non linéarités introduites par les CPLs dans le modèle du système. Cette représentation a été utilisée pour synthétiser une commande PDC et un multiobservateur afin d'estimer les courants du réseau. La méthode de synthèse a été orientée afin d'assurer que les pôles de la représentation en boucle fermée soient contenus dans un secteur garantissant le temps de réponse et l'amortissement défini a priori. L'ensemble loi de commande et multi-observateur a été appliqué sur un réseau à une seule charge puis à deux charges. Ainsi, dans un contexte industriel cette approche présente un avantage intéressant du point de vue des paramètres de réglage, qui permet de dimensionner les gains des retours d'état et des gains des observateurs locaux correspondant à un placement de pôles, défini par des paramètres physiques tels que l'amortissement et le temps de réponse en boucle fermée. Ces critères sont facilement interprétables d'un point de vue physique. Dans un objectif de proposer une poursuite de ces travaux de thèse, un ensemble de perspectives peuvent être envisagés :

- Valider expérimentalement les approches évaluées en utilisant un réseau type, par exemple un de ceux utilisés dans ces travaux ;
- Explorer d'autres approches de synthèse de lois de commande, comme la commande par façonnement d'énergie, par exemple la commande IDA-PBC (Injection Damping Assignement-Passivity Based Control).



Cette loi de commande peut permettre d'ajouter des éléments passifs virtuels au système par la grandeur de commande ;

- Extension de l'approche de commande PDC fondée sur la représentation multimodèle sur un réseau plus complexe par exemple un réseau à plusieurs charges et / ou plusieurs sources ;
- Évaluer le comportement en cas de défaut comme le court-circuit par exemple ou en cas de déconnexion de la charge ;
- Ajouter une couche de gestion d'énergie au stabilisateur afin de pouvoir utiliser l'élément de stockage pour soutenir la source principale et alléger le transport de puissance ;
- Synthèse d'un estimateur de puissance consommée par la charge, considérée connue dans ce travail, et ajout d'une analyse de robustesse vis-à-vis d'incertitudes sur l'estimation de la puissance, les paramètres du réseau, ... qui sont considérés connus, dans ce travail.

---

# Liste de publications

## Communication dans des conférences internationales avec actes

- D. HAMACHE, A. FAYAZ, E. GODOY and C. KARIMI " Stabilization of a DC electrical network via backstepping approach ". IEEE 23rd International Symposium of Industrial Electronics (ISIE), Istanbul, Turkey,1-4 June 2014.
- D. HAMACHE, A. FAYAZ, E. GODOY and C. KARIMI " Stabilization of a DC electrical network by damping injection ". IEEE 3rd International Symposium on Environmental Friendly Energies and Applications (EFEA),Paris, France,19-21 November 2014.
- A. FAYAZ, D. HAMACHE " Stabilization and enrgy management in a DC grid by a variable Structure Flatness-based Controller ". IEEE 41st Annual conférence of the IEEE Industrial Electronics Society (IECON),Yokohama, Japon,9-12 November 2015.

## Communications sans actes

- D. HAMACHE, A. FAYAZ, E. GODOY and C. KARIMI " Stabilisation d'un réseau électrique continu avec l'approche PDC ( Parallel Distributed Compensation)", GT/GDR-SEEDS, Paris Tech, 9 Avril 2015.

---

# Bibliographie

- [1] *Régulation automatique*. Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, 1999.
- [2] János Abonyi, Lajos Nagy, and Ferenc Szeifert. Fuzzy model-based predictive control by instantaneous linearization. *Fuzzy Sets and Systems*, 120(1) :109 – 122, 2001.
- [3] A.Jaafar. *Contribution à la modélisation, l'analyse et l'optimisation de lois de commande pour convertisseurs DC-DC de puissance*. PhD thesis, Ecole supérieure d'Electricité (Supélec), 2011.
- [4] A. Akhenak. *Conception d'observateurs non linéaires par approche multimodèle : application au diagnostic*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Lorraine - INPL, 2004.
- [5] A.-B. Awan, B. Nahid-Mobarakeh, S. Pierfederici, and F. Meibody-Tabar. Nonlinear stabilization of a dc-bus supplying a constant power load. In *Industry Applications Society Annual Meeting, 2009. IAS 2009. IEEE*, pages 1–8, Oct 2009.
- [6] A.-B. Awan, S. Pierfederici, B. Nahid-Mobarakeh, and F. Meibody-Tabar. Active stabilization of a poorly damped input filter supplying a constant power load. In *Energy Conversion Congress and Exposition, 2009. ECCE 2009. IEEE*, pages 2991–2997, Sept 2009.
- [7] M. Y. Ayad, M. Becherif, A. Henni, A. Aboubou, M. Wack, and S. Laghrouche. Passivity-based control applied to {DC} hybrid power source using fuel cell and supercapacitors. *Energy Conversion and Management*, 51(7) :1468–1475, July 2010.
- [8] F. Barruel. *Analyse et conception des systèmes électriques embarqués. Application aux réseaux de bord d'avion*. PhD thesis, Université Joseph Fourier, 2005.
- [9] M. Becherif, M. Y. Ayad, and A. Miraoui. Modeling and passivity-based control of hybrid sources : Fuel cell and supercapacitors. In *Industry Applications Conference, 2006. 41st IAS Annual Meeting. Conference Record of the 2006 IEEE*, volume 3, pages 1134–1139, Oct 2006.

- [10] A. R. Benaskeur. *Aspects de l'application du backstepping adaptatif à la commande décentralisée des systèmes non linéaires*. PhD thesis, Université Laval, 2000.
- [11] A. R. Benaskeur. *Formalismes de représentation et de commande appliqués aux systèmes électromécaniques multimachines multiconvertisseurs*. PhD thesis, Université Laval, 2003.
- [12] B Bergeron. *Commande Linéaire de Systèmes Multivariables*. Bordeaux, 2000.
- [13] B.Mehimmedesti. *Application du formalisme Bond Graph à une chaîne de conversion d'énergie photovoltaïque*. PhD thesis, Université Mentouri Constantine, 2007.
- [14] R. K. Brayton and J. K. Moser. Ibm journal. *Stability Criteria for Large Networks*, April 1964.
- [15] R. K. Brayton and J. K. Moser. A theory of nonlinear networks – i. *Quarterly of Applied Mathematics*, XXII(1), April 1964.
- [16] R. K. Brayton and J. K. Moser. uaterly of applied mathematics. *A Theory of Nonlinear Networks – II*, XXII(2), July 1964.
- [17] Christopher I. Byrnes and Alberto Isidori. New results and examples in nonlinear feedback stabilization. *Systems & Control Letters*, 12(5) :437 – 442, 1989.
- [18] M. Cespedes, T. Beechner, Lei Xing, and Jian Sun. Stabilization of constant-power loads by passive impedance damping. In *Applied Power Electronics Conference and Exposition (APEC), 2010 Twenty-Fifth Annual IEEE*, pages 2174–2180, Feb 2010.
- [19] M. Chadli. *Satbilité et commande de système décrit par les multimodèles : Approche LMI*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Lorraine - INPL, 2002.
- [20] M. Charrada, S. Girinon, H. Piquet, and N. Roux. Equipments characterization methods for stability analysis of dc networks. In *Industrial Electronics (ISIE), 2011 IEEE International Symposium on*, pages 263–268, June 2011.
- [21] G. Dauphin-Tanguy. Les bond graphs et leur application en mécatronique. In *Techniques de l'Ingénieur : Informatique Industrielle, Automatique*, Paris, 1999.
- [22] G. Dauphin-Tanguy. *Les Bond Graphs*. Hermès, Paris, 2000.
- [23] A. Emadi, A. Khaligh, C. H. Rivetta, G. A. Williamson, and F. Meibody-Tabar. Constant power loads and negative impedance instability in automotive systems : Definition, modeling, stability, and control of power electronic converters and motr drives. *IEEE*, 55 :1112–1124, 2006.

- 
- [24] R.W. Erickson. Optimal single resistors damping of input filters. In *Applied Power Electronics Conference and Exposition, 1999. APEC '99. Fourteenth Annual*, volume 2, pages 1073–1079, Mar 1999.
- [25] A.M. Fayaz. Analysis of fuzzy t-s observers and controllers from the interpolation perspective. In *Decision and Control, 2000. Proceedings of the 39th IEEE Conference on*, volume 1, pages 382–387 vol.1, 2000.
- [26] Xiaogang Feng, Jinjun Liu, and F.C. Lee. Impedance specifications for stable dc distributed power systems. *Power Electronics, IEEE Transactions on*, 17(2) :157–162, Mar 2002.
- [27] Xiaogang Feng, Zhihong Ye, Kun Xing, F.C. Lee, and D. Borrojevic. Individual load impedance specification for a stable dc distributed power system. In *Applied Power Electronics Conference and Exposition, 1999. APEC '99. Fourteenth Annual*, volume 2, pages 923–929 vol.2, Mar 1999.
- [28] K. Gasso, G. Mourot, and J. Ragot. Identification of an output error takagi-sugeno model. In *Systems, Man, and Cybernetics, 2000 IEEE International Conference on*, volume 1, pages 14–19, 2000.
- [29] P.C Ghosh, B Emonts, H Janßen, J Mergel, and D Stolten. Ten years of operational experience with a hydrogen-based renewable energy supply system. *Solar Energy*, 75(6) :469 – 478, 2003.
- [30] S. Girinon, C. Baumann, H. Piquet, and N. Roux. Analytical modeling of the input admittance of an electric drive for stability analysis purposes. *The European Physical Journal - Applied Physics*, 47, 7 2009.
- [31] A. Griffo, J. Wang, and D. Howe. Large signal stability analysis of dc power systems with constant power loads. In *Vehicle Power and Propulsion Conference, 2008. VPPC '08. IEEE*, pages 1–6, Sept 2008.
- [32] S Grinon. *Etude de la Stabilité et de la Qualité des Réseaux Distribués de Puissance*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Toulouse, 2010.
- [33] Thierry Marie Guerra and Laurent Vermeiren. Control laws for takagi-sugeno fuzzy models. *Fuzzy Sets and Systems*, 120(1) :95 – 108, 2001.
- [34] K. Hartani, Y. Miloud, and A. Miloudi. Méthodologie causal de modélisation et de commande : application aux machines électriques.
- [35] H.NGuyen-Huu. *Méthodes et Outils pour la conception de composants intégrés dans un réseau électrique embarqué*. PhD thesis, Université Joseph Fourier, 2008.
- [36] D. Ichalal, B. Marx, J. Ragot, and D.Maquin. Conception de multi-observateurs à variables de décision non mesurables. In *2èmes Journées Doctorales / Journées Nationales MACS, JD-JN-MACS*.

- [37] Yungtaek Jang and R.W. Erickson. Physical origins of input filter oscillations in current programmed converters. *Power Electronics, IEEE Transactions on*, 7(4) :725–733, Oct 1992.
- [38] D. Jeltsema and J.M.A. Scherpen. On brayton and moser’s missing stability theorem. *Circuits and Systems II : Express Briefs, IEEE Transactions on*, 52(9) :550–552, Sept 2005.
- [39] T.A. Johansen and R. Babuska. Multiobjective identification of takagi-sugeno fuzzy models. *Fuzzy Systems, IEEE Transactions on*, 11(6) :847–860, Dec 2003.
- [40] T.A. Johansen, R. Shorten, and R. Murray-Smith. On the interpretation and identification of dynamic takagi-sugeno fuzzy models. *Fuzzy Systems, IEEE Transactions on*, 8(3) :297–313, Jun 2000.
- [41] J. Faucher J.P. Hautier. Le graphe informationnel causal,. In *Bulletin de l’Union des Physiciens*, volume 90, pages 167–189, Juin 1996.
- [42] J.P. Caron J.P Hautier, J. Faucher. Le graphe informationnel causal, un outil pour analyser, comprendre, représenter. In *Le Graphe Informationnel Causal en Electrotechnique, Journées 3EI, Cachan*, 1999.
- [43] Ioannis Kanellakopoulos, P.V. Kokotovic, and A.S. Morse. Systematic design of adaptive controllers for feedback linearizable systems. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 36(11) :1241–1253, Nov 1991.
- [44] H. Khalil. *Nonlinear systems*. Prentice Hall, Michigan, 2001.
- [45] P.V. Kokotovic and H.J. Sussmann. A positive real condition for global stabilization of nonlinear systems. *Systems & Control Letters*, 13(2) :125 – 133, 1989.
- [46] D. Kukulj and E. Levi. Identification of complex systems based on neural and takagi-sugeno fuzzy model. *Systems, Man, and Cybernetics, Part B : Cybernetics, IEEE Transactions on*, 34(1) :272–282, Feb 2004.
- [47] P. Kundur, J. Paserba, V. Ajjarapu, G. Andersson, A. Bose, C. Canizares, N. Hatziargyriou, D. Hill, A. Stankovic, C. Taylor, T. Van Cutsem, and V. Vittal. Definition and classification of power system stability iee/cigre joint task force on stability terms and definitions. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 19(3) :1387–1401, Aug 2004.
- [48] P. Kundur :94. *Power System Stability and Control*. McGraw-Hill, 1994.
- [49] A. Kwasinski and P.T. Krein. Stabilization of constant power loads in dc-dc converters using passivity-based control. In *Telecommunications Energy Conference, 2007. INTELEC 2007. 29th International*, pages 867–874, Sept 2007.



- 
- [50] Wook-Jin Lee and Seung-Ki Sul. Dc-link voltage stabilization for reduced dc-link capacitor inverter. In *Energy Conversion Congress and Exposition, 2009. ECCE 2009. IEEE*, pages 1740–1744, Sept 2009.
- [51] Xinyun Liu, A.J. Forsyth, and A.M. Cross. Negative input-resistance compensator for a constant power load. *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, 54(6) :3188–3196, Dec 2007.
- [52] P. Liutanakul, A. B. Awan, S. Pierfederici, B. Nahid-Mobarakah, and F. Meibody-Tabar. Linear stabilization of a dc bus supplying a constant power load : A general design approach. *IEEE*, 25 :475–488, 2010.
- [53] B.P. Loop, S.D. Sudhoff, S.H. Zak, and E.L. Zivi. An optimization approach to estimating stability regions using genetic algorithms. In *American Control Conference, 2005. Proceedings of the 2005*, pages 231–236 vol. 1, June 2005.
- [54] P. Magne. *Analyse et conception des systèmes électriques embarqués. Application aux réseaux de bord d'avion*. PhD thesis, Université Lorraine, 2012.
- [55] P. Magne, B. Nahid-Mobarakah, and S. Pierfederici. Dc-link voltage large signal stabilization and transient control using a virtual capacitor. In *Industry Applications Society Annual Meeting (IAS), 2010 IEEE*, pages 1–8, Oct 2010.
- [56] D. Marx. *Contribution à l'Etude de la Stabilité des Systèmes Electro-techniques*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Lorraine, 2009.
- [57] C. Meurer, H. Barthels, W.A. Brocke, B. Emons, and H.G. Groehn. Phoebus—an autonomous supply system with renewable energy : six years of operational experience and advanced concepts. *Solar Energy*, 67(1–3) :131 – 138, 1999.
- [58] R. D. Middlebrook. Input filter considerations in design and application of switching regulators. *IEEE*, page 366–382, 1976.
- [59] Department of defens. Aircraft electric power characteristics. Technical report, 1991.
- [60] R. Ortega, A. Loria, P. J. Nicklasson, and H.Sira-Ramirez. *Passivity-based Control of Euler-Lagrange Systems*. Springer-Verlag, London, 1998.
- [61] A. Payman, S. Pierfederici, and F. Meibody-Tabar. Energy control of supercapacitor/fuel cell hybrid power source. *Energy Conversion and Management*, 49(6) :1637–1644, June 2008.

- [62] A.M. Rahimi and A. Emadi. Active damping in dc/dc power electronic converters : A novel method to overcome the problems of constant power loads. *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, 56(5) :1428–1439, May 2009.
- [63] A.M. Rahimi and A. Emadi. Active damping in dc/dc power electronic converters : A novel method to overcome the problems of constant power loads. *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, 56(5) :1428–1439, May 2009.
- [64] A.M. Rahimi, G.A. Williamson, and A. Emadi. Loop-cancellation technique : A novel nonlinear feedback to overcome the destabilizing effect of constant-power loads. *Vehicular Technology, IEEE Transactions on*, 59(2) :650–661, Feb 2010.
- [65] A. Saberi, P.V. Kokotovic, and H.J. Sussmann. Global stabilization of partially linear composite systems. In *Decision and Control, 1989., Proceedings of the 28th IEEE Conference on*, pages 1385–1391 vol.2, Dec 1989.
- [66] R. Sanchez. *Application des bond graphs à la modélisation et à la commande de réseaux électriques à structure variable*. PhD thesis, Ecole centrale de Lille, 2010.
- [67] Eduardo D. Sontag and Héctor J. Sussmann. Further comments on the stabilizability of the angular velocity of a rigid body. *Systems & Control Letters*, 12(3) :213 – 217, 1989.
- [68] S.D. Sudhoff, S.F. Glover, P.T. Lamm, D.H. Schmucker, and D.E. Delisle. Admittance space stability analysis of power electronic systems. *Aerospace and Electronic Systems, IEEE Transactions on*, 36(3) :965–973, Jul 2000.
- [69] K. Tanaka, T. Ikeda, and H.O. Wang. Robust stabilization of a class of uncertain nonlinear systems via fuzzy control : quadratic stabilizability,  $h_{\infty}$  control theory, and linear matrix inequalities. *Fuzzy Systems, IEEE Transactions on*, 4(1) :1–13, Feb 1996.
- [70] K. Tanaka, T. Ikeda, and H.O. Wang. Fuzzy regulators and fuzzy observers : relaxed stability conditions and lmi-based designs. *Fuzzy Systems, IEEE Transactions on*, 6(2) :250–265, May 1998.
- [71] L. Thiaw. *Identification de syst‘emes dynamiques non-linéaires par réseaux de neurones et multimodèles*. PhD thesis, Université Paris XII Val de Marne, 2008.
- [72] Jean-Noel Verhille. *Représentation énergétique macroscopique du métro VAL 206 et structures de commande déduites par inversion*. PhD thesis, École Nationale Supérieure d’Arts et Métiers, 2007.

- [73] H.O. Wang, K. Tanaka, and M.F. Griffin. An approach to fuzzy control of nonlinear systems : stability and design issues. *Fuzzy Systems, IEEE Transactions on*, 4(1) :14–23, Feb 1996.
- [74] C.M. Wildrick, F.C. Lee, B.H. Cho, and Byungcho Choi. A method of defining the load impedance specification for a stable distributed power system. *Power Electronics, IEEE Transactions on*, 10(3) :280–285, May 1995.
- [75] L.A. Zadeh. Fuzzy sets. *Information and Control*, 8(3) :338 – 353, 1965.
- [76] M. Zandi, A. Payman, J. P. Martin, S. Pierfederici, B. Davat, and F. Meibody-Tabar. Flatness based control of a hybrid power source with fuel cell / supercapacitor / battery. In *2010 IEEE Energy Conversion Congress and Exposition*, pages 1629–1634, Sept 2010.
- [77] M. Zandi, A. Payman, J. P. Martin, S. Pierfederici, B. Davat, and F. Meibody-Tabar. Energy management of a fuel cell/supercapacitor/battery power source for electric vehicular applications. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 60(2) :433–443, Feb 2011.
- [78] H. Zhang, F. Mollet, C. Saudemont, and B. Robyns. Experimental validation of energy storage system management strategies for a local dc distribution system of more electric aircraft. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 57(12) :3905–3916, Dec 2010.

*BIBLIOGRAPHIE*

---

# Annexe A

## Modélisation des charges contenues dans le réseau

### A.1 Modélisation de l'ensemble convertisseur DC/DC réversible-supercapacité

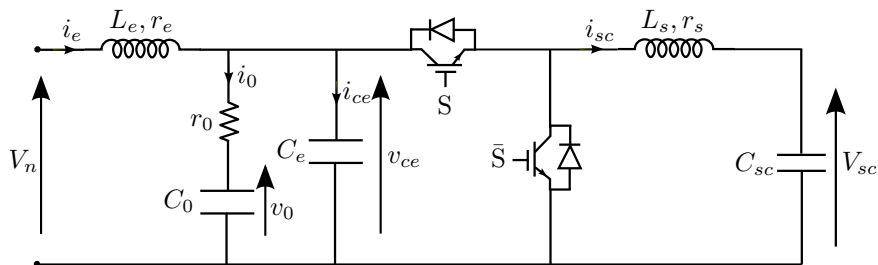


FIGURE A.1 – Ensemble convertisseur DC/DC réversible-supercapacité

Le hacheur réversible en courant son fonctionnement comprend deux séquences (fig. 2.5). Durant première séquence, l'interrupteur S est fermé et l'interrupteur  $\bar{S}$  est ouverte et inversement durant la seconde séquence de fonctionnement S est ouvert et  $\bar{S}$  conduit.

- Premier cas ( $S = 1$  et  $\bar{S} = 0$ )

Appliquons les lois de Kirchhof sur le circuit (A.1) on obtient les équations

suivantes

$$\left\{ \begin{array}{l} V_e = L_e \frac{di_e}{dt} + r_e i_e + v_{ce} \\ v_{ce} = L_s \frac{di_s}{dt} + r_s i_s + E \\ v_{ce} = r_0 i_0 + v_0 \\ v_{ce} = r_0 C_0 \frac{dv_0}{dt} + v_0 \\ i_e = C_e \frac{dv_{ce}}{dt} + i_s + i_0 \end{array} \right. \quad (\text{A.1})$$

– Deuxième cas ( $S = 0$  et  $\bar{S} = 1$ )

Appliquons les lois de Kirchof sur le circuit (A.1) on obtient les équations suivantes

$$\left\{ \begin{array}{l} V_n = L_e \frac{di_e}{dt} + r_e i_e + v_{ce} \\ 0 = L_s \frac{di_s}{dt} + r_s i_s + E \\ v_{ce} = r_0 i_0 + v_0 \\ v_{ce} = r_0 C_0 \frac{dv_0}{dt} + v_0 \\ i_e = C_e \frac{dv_{ce}}{dt} + i_0 \end{array} \right. \quad (\text{A.2})$$

Prenons en compte la tension appliquée dans les deux séquences de fonctionnement. Faisons la relation  $u \times (\text{A.1}) + (1 - u) \times (\text{A.2})$ , on obtient les équations globales du système suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{di_e}{dt} = -\frac{r_e}{L_e} i_e - \frac{v_{ce}}{L_e} + \frac{V_n}{L_e} \\ \frac{di_s}{dt} = -\frac{r_s}{L_s} i_s + \frac{V_{ce}}{L_s} u - \frac{E}{L_s} \\ \frac{dv_{ce}}{dt} = \frac{i_e}{C_e} - \frac{i_s}{C_e} u - \frac{v_{ce}}{r_0 C_e} + \frac{v_0}{r_0 C_e} \\ \frac{dv_{ce0}}{dt} = \frac{v_{ce}}{r_0 C_0} - \frac{v_0}{r_0 C_0} \end{array} \right. \quad (\text{A.3})$$

Où  $u$  est le rapport cyclique.

On prend  $x = (i_e, i_s, v_{ce}, v_0)^T$  comme vecteur d'état,  $y = i_e$  vecteur de

sortie et  $u$  la grandeur de commande. On obtient l'équation d'état suivante

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -\frac{r_e}{L_e}x_1 - \frac{1}{L_e}x_3 + \frac{V_n}{L_e} \\ \dot{x}_2 = -\frac{r_s}{L_s}x_2 + \frac{1}{L_s}x_3u - \frac{E}{L_s} \\ \dot{x}_3 = \frac{1}{C_e}x_1 - \frac{1}{C_e}x_2u - \frac{x_3}{r_0C_e} + \frac{x_4}{r_0C_e} \\ \dot{x}_4 = \frac{x_3}{r_0C_0} - \frac{x_4}{r_0C_0} \end{cases} \quad (\text{A.4})$$

Le système d'état (A.4) sous réécrit sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x, u) + d \\ y = h(x) \end{cases} \quad (\text{A.5})$$

avec :

$$f(x, u) = \begin{pmatrix} -\frac{r_e}{L_e}x_1 - \frac{1}{L_e}x_3 \\ -\frac{r_s}{L_s}x_2 + \frac{1}{L_s}x_3u \\ \frac{1}{C_e}x_1 - \frac{1}{C_e}x_2u - \frac{1}{r_0C_e}x_3 + \frac{1}{r_0C_e}x_4 \\ \frac{1}{r_0C_0}x_3 - \frac{1}{r_0C_0}x_4 \end{pmatrix}, d = \begin{pmatrix} \frac{V_n}{L_e} \\ -\frac{E}{L_s} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, h(x) = x_1 \quad (\text{A.6})$$

Le point d'équilibre  $(x_0, u_0)$  est donné par l'équation  $\dot{x} = f(x, u) + d = 0$

$$\begin{cases} r_ex_{10} + x_{30} = V_n \\ x_{30}u_0 - r_sx_{20} = E \\ r_0x_{10} + x_{40} = r_0x_{20}u_0 + x_{30} \\ x_{30} = x_{40} \end{cases} \quad (\text{A.7})$$

à partir de (A.7) on obtient le vecteur d'état à l'équilibre est donné comme suit

$$x_0 = \begin{pmatrix} u_0 \frac{V_n u_0 - E}{r_s + r_e u_0^2} \\ \frac{V_n u_0 - E}{r_s + r_e u_0^2} \\ V_n + r_e u_0 \frac{V_n u_0 - E}{r_s + r_e u_0^2} \\ V_n + r_e u_0 \frac{V_n u_0 - E}{r_s + r_e u_0^2} \end{pmatrix} \quad (\text{A.8})$$

Les équations précédentes permettent de définir des modèles linéarisés moyens équivalents, prenant en compte les deux séquences de fonctionnement.

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}} = A\tilde{x} + B\tilde{u} \\ y = C\tilde{x} \end{cases} \quad (\text{A.9})$$

Avec :

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{\partial f(x, u)}{\partial x} \Big|_{(x_0, u_0)} = \begin{pmatrix} -\frac{r_e}{L_e} & 0 & -\frac{1}{L_e} & 0 \\ 0 & -\frac{r_s}{L_s} & \frac{u_0}{L_s} & 0 \\ \frac{1}{C_e} & -\frac{u_0}{C_e} & -\frac{r_0}{r_0 C_e} & \frac{1}{r_0 C_e} \\ 0 & 0 & \frac{1}{r_0 C_0} & -\frac{1}{r_0 C_0} \end{pmatrix} \\
 B &= \frac{\partial f(x, u)}{\partial u} \Big|_{(x_0, u_0)} = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{x_{30}}{L_s} \\ -\frac{x_{20}}{C_e} \\ 0 \end{pmatrix} \\
 C &= \frac{\partial h(x, u)}{\partial x} \Big|_{(x_0, u_0)} = (1 \ 0 \ 0 \ 0)
 \end{aligned} \tag{A.10}$$

Le transfert entre l'entrée  $u$  qui est le rapport cyclique et la sortie  $i_e$  est donné par la fonction de transfert suivante :

$$H(p) = \frac{I_e(p)}{u(p)} = C(pI - A)^{-1}B = \frac{n_2 p^2 + n_1 p + n_0}{p^4 + d_3 p^3 + d_2 p^2 + d_1 p + d_0} \tag{A.11}$$

Avec :

$$\begin{aligned}
 n_2 &= \left[ \frac{V_n u_0 - E}{L_e C_e (r_s + r_e u_0)} \right] \\
 n_1 &= \left[ \frac{V_n u_0 - E}{L_e C_e C_0 r_0 (r_s + r_e u_0)} + \frac{V_n u_0 - E}{L_e C_e L_s (r_s + r_e u_0)} + \frac{(2r_e u_0^2 + r_s) V_n - r_e u_0 E}{L_e C_e L_s (r_s + r_e u_0)} \right] \\
 n_0 &= \left[ \frac{V_n u_0 - E}{L_e C_e C_0 L_s r_0 (r_s + r_e u_0)} + u_0 \frac{(2r_e u_0^2 + r_s) V_n - r_e u_0 E}{L_e C_e C_0 L_s r_0 (r_s + r_e u_0)} \right] \\
 d_3 &= \left[ \frac{1}{C_e r_0} + \frac{1}{C_0 r_0} + \frac{r_s}{L_s} + \frac{r_e}{L_e} \right] \\
 d_2 &= \left[ \frac{r_e r_s}{L_e L_s} + \frac{u_0^2}{L_e C_e} + \frac{r_e}{L_e C_0 r_0} + \frac{r_s}{L_s C_0 r_0} + \frac{r_e}{L_e C_e r_0} + \frac{r_s}{L_s C_e r_0} + \frac{1}{L_e C_e} \right] \\
 d_1 &= \left[ \frac{1}{L_e C_e C_0 r_0} + \frac{u_0^2}{L_e C_e L_s r_0} + \frac{r_s}{L_e C_e L_s} + \frac{r_e r_s}{L_e C_e L_s r_0} + \frac{r_e r_s}{L_e C_0 L_s r_0} + \frac{r_e u_0^2}{L_e C_e L_s} \right] \\
 d_0 &= \left[ \frac{r_s}{L_e C_e L_s C_0 r_0} \right]
 \end{aligned}$$

Table.A.1 contient les valeurs des différents paramètres de l'ensemble convertisseur DC/DC réversible-supercapacité



Parametre	$V_n$	$L_e$	$r_e$	$C_0$	$r_0$	$C_e$	$L_s$	$r_s$	$C_{sc}$
Valeur	120V	445 $\mu$ H	1 $\Omega$	220 $\mu$ F	1 $\Omega$	94 $\mu$ F	450 $\mu$ H	0.85 $\Omega$	165F

TABLE A.1 – Paramètres de l'ensemble convertisseur DC/DC réversible-supercapacité

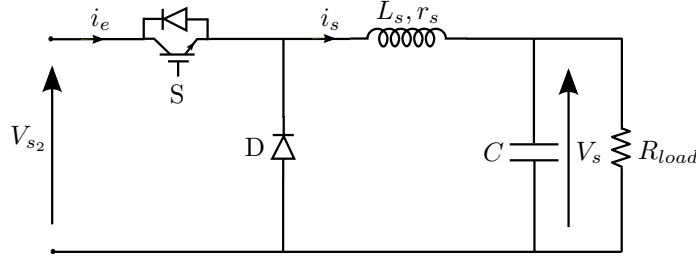


FIGURE A.2 – Ensemble convertisseur DC/DC-charge résistive

## A.2 Modélisation de l'ensemble convertisseur DC/DC-résistance

Appliquons les lois de Kirchhoff sur le circuit (A.2), on obtient les équations électriques suivantes :

$$\begin{cases} \frac{di_s}{dt} = -\frac{r_s}{L_s}i_s - \frac{V_s}{L_s} + \frac{V_{s2}}{L_s}u \\ \frac{dV_s}{dt} = \frac{i_s}{C} - \frac{V_s}{R_{load}C} \end{cases} \quad (\text{A.12})$$

Où  $u$  est le rapport cyclique.

Prenons  $x = (i_s, V_s)^T$  comme vecteur d'état,  $y = i_s$  vecteur de sortie et  $u$  la grandeur de commande. On obtient l'équation d'état suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -\frac{r_s}{L_s}x_1 - \frac{x_2}{L_s} + \frac{V_{s2}}{L_s}u \\ \dot{x}_2 = \frac{x_1}{C} - \frac{x_2}{R_{load}C} \end{cases} \quad (\text{A.13})$$

En linéarisant autour du point d'équilibre  $(x_0, u_0)$ , on obtient la fonction de transfert qui relie la grandeur de sortie  $i_s$  et la commande  $u$ .

$$H(p) = \frac{I_s(p)}{u(p)} = \frac{n_1p + n_0}{p^2 + d_1p + d_0} \quad (\text{A.14})$$

Avec :

$$\begin{aligned} n_1 &= \left[ \frac{V_{s_2}}{L_s} \right] \\ n_0 &= \left[ \frac{V_{s_2}}{R_{load}L_sC} \right] \\ d_1 &= \left[ \frac{1}{R_{load}C} + \frac{r_s}{L_s} \right] \\ d_0 &= \left[ \frac{r_s}{R_{load}L_sC} + \frac{1}{L_sC} \right] \end{aligned}$$

Table.A.2 contient les valeurs des différents paramètres de l'ensemble convertisseur DC/DC-résistance

Parametre	$V_{s_2}$	$L_s$	$r_s$	C	$R_{load}$
Valeur	120V	450 $\mu$ H	0.85 $\Omega$	100 $\mu$ F	50 $\Omega$

TABLE A.2 – Paramètres de l'ensemble convertisseur DC/DC-résistance

### A.3 Modélisation de la machine synchrone à aimants permanents

$$\begin{cases} V_a = R_s i_a + L_{sc} \frac{di_a}{dt} + \frac{d\psi_{fa}}{dt} \\ V_b = R_s i_b + L_{sc} \frac{di_b}{dt} + \frac{d\psi_{fb}}{dt} \\ V_c = R_s i_c + L_{sc} \frac{di_c}{dt} + \frac{d\psi_{fc}}{dt} \\ \frac{d\Omega}{dt} = \frac{1}{J} \Gamma_{em} - k_f \Omega - \Gamma_r \\ \omega = p\Omega \end{cases} \quad (A.15)$$

où

$$\begin{cases} \phi_{fa} = \phi_f \cos(\theta(t)) \\ \phi_{fb} = \phi_f \cos(\theta(t) - \frac{2\pi}{3}) \\ \phi_{fc} = \phi_f \cos(\theta(t) + \frac{2\pi}{3}) \end{cases} \quad (A.16)$$

avec :

- $R_s$  : Résistance d'un enroulement statorique
- $L_{sc} = (L_s - M_s)$  : Inductance cyclique d'un enroulement statorique.
- $L_s$  : Inductance propre d'une phase statorique.
- $M_s$  : Mutuelle inductance entre phases du stator.
- $k_f$  : Coefficient de frottement visqueux.
- $p$  : Nombre de paire de pôle.
- $\psi_a, \psi_b, \psi_c$  : Les flux induits par les aimants sur les enroulements statoriques.

$$T_{32} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{2} & \sqrt{\frac{3}{2}} \\ -\frac{1}{2} & -\sqrt{\frac{3}{2}} \end{pmatrix}; \quad P_\theta = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix} \quad (\text{A.17})$$

Table.A.3 contient les valeurs des différents paramètres de la MSAP

Parametre	$R_s$	$L_d$	$L_q$	$\psi_f$	$k_f$	$p$	$J$
Valeur	$2.35\Omega$	$6,5\text{mH}$	$6,5\text{mH}$	$0,0665\text{V} \cdot \text{s}$	$2,024 \cdot 10^{-3} \text{Nm s}\Omega^{-1}$	4	$62 \cdot 10^{-6} \text{kgm}^2$

TABLE A.3 – Paramètres de la machine synchrone à aimant permanent



# Annexe B

## Commande PDC (Parallel Distributed Compensation) avec multiobservateur

### B.1 Loi de commande PDC

Considérons le système (B.1) donnée sous la forme multimodèle suivante :

$$\begin{cases} \dot{x} = \sum_{i=1}^n \mu_i(\zeta) (A_i x + B_i u) \\ y = \sum_{i=1}^n \mu_i(\zeta) (C_i x + D_i u) \end{cases} \quad (\text{B.1})$$

où les termes  $\mu_i(\zeta)$ ,  $i = 1 \dots n$  représentent des fonctions de pondérations vérifiant les propriétés suivantes :

$$\begin{cases} 0 \leq \mu_i(\zeta) \leq 1 \\ \sum_{i=1}^n \mu_i(\zeta) = 1 \end{cases} \quad (\text{B.2})$$

Supposons que les paires  $(A_i, B_i)$ ,  $i = 1 \dots n$  sont commandables (stabilisables) et les paires  $(A_i, C_i)$ ,  $i = 1 \dots n$  sont observables (détectables).

La loi de commande PDC pour le système (B.1), est obtenue à partir de l'interpolation de commandes locales  $u_i = -k_i x$  pour chaque sous modèle comme suit [19] :

$$u = - \sum_{i=1}^n \mu_i(\zeta) k_i x \quad (\text{B.3})$$

Remplaçons l'expression de la loi de commande (B.3) dans (B.1)

$$\begin{aligned}
 \dot{x} &= \sum_{i=1}^n \mu_i(\zeta) \left( A_i x - B_i \sum_{j=1}^n \mu_j(\zeta) k_j x \right) \\
 &= \sum_{i=1}^n \mu_i(\zeta) A_i x - \sum_{i=1}^n \mu_i(\zeta) \sum_{j=1}^n \mu_j(\zeta) B_i k_j x \\
 &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \mu_i(\zeta) \mu_j(\zeta) (A_i - B_i k_j) x
 \end{aligned} \tag{B.4}$$

En utilisant la propriétés  $\sum_{i=1}^n \mu_i(\zeta) = 1$ , on obtient finalement

$$\dot{x} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \mu_i(\zeta) \mu_j(\zeta) (A_i - B_i k_j) x \tag{B.5}$$

Posons  $F_{ij} = (A_i - B_i k_j)$ . De (B.5), le système (B.1) en boucle fermée est donnée par

$$\dot{x} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \mu_i(\zeta) \mu_j(\zeta) F_{ij} x \tag{B.6}$$

qui peut encore s'écrire sous la forme suivante :

$$\dot{x} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=i}^n \mu_i(\zeta) \mu_j(\zeta) F_{ij} x + 2 \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \mu_i(\zeta) \mu_j(\zeta) \left( \frac{F_{ij} + F_{ji}}{2} \right) x \tag{B.7}$$

**Theoreme B.1.** [19] *Soit le système  $(\Sigma)$  suivant :*

$$\dot{x} = \sum_{i=1}^n R_i x \tag{B.8}$$

*Le point d'équilibre du système décrit par  $(\Sigma)$  est globalement asymptotiquement stable s'il existe une matrice  $P$  symétrique et définie positive telle que :*

$$R_i^T P + P R_i < 0, \quad i \in [1, n] \tag{B.9}$$

Appliquons le théorème B.1 sur le système (B.7), on obtient alors les conditions de stabilité en boucle fermée sous forme LMI comme suit [19]

$$\begin{cases} F_{ii}^T P + P F_{ii} < 0 \\ \left( \frac{F_{ij} + F_{ji}}{2} \right)^T P + P \left( \frac{F_{ij} + F_{ji}}{2} \right) < 0, \quad i < j \end{cases} \tag{B.10}$$

La synthèse d'une loi de commande PDC revient à dimensionner les gains du retour d'état ( $k_i, i = 1 \dots n$ ) et de déterminer la matrice  $P$  qui vérifient les LMIs données dans (B.10).

## B.2 Loi de commande CDF

Rappelons le système (B.1) représenté sous forme multimodèle dans la section précédente.

$$\begin{cases} \dot{x} = \sum_{i=1}^n \mu_i(\zeta) (A_i x + B_i u) \\ y = \sum_{i=1}^n \mu_i(\zeta) (C_i x + D_i u) \end{cases} \quad (\text{B.11})$$

Supposons que les matrices d'entrée ( $B_i$ ) du système (B.11) sont positivement linéairement dépendantes, i.e  $\exists \delta_i > 0 : B_i = \delta_i B, \forall i \in [1, n]$  Dans ce cas la loi de commande CDF pour le système (B.11) est posée sous la forme suivante [19] :

$$u = - \frac{\sum_{i=1}^n \mu_i(\zeta) \delta_i k_i}{\sum_{i=1}^n \mu_i(\zeta) \delta_i} x \quad (\text{B.12})$$

Remplaçons dans (B.11) l'expression de la loi de commande (B.12). On obtient alors :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \sum_{i=1}^n \mu_i(\zeta) \left( A_i x - B_i \frac{\sum_{j=1}^n \mu_j(\zeta) \delta_j k_j}{\sum_{j=1}^n \mu_j(\zeta) \delta_j} \right) x \\ &= \sum_{i=1}^n \mu_i(\zeta) A_i x - B \sum_{i=1}^n \mu_i(\zeta) \delta_i \frac{\sum_{j=1}^n \mu_j(\zeta) \delta_j k_j}{\sum_{j=1}^n \mu_j(\zeta) \delta_j} x \end{aligned} \quad (\text{B.13})$$

Après manipulaion des équations (B.13) on obtient

$$\dot{x} = \sum_{i=1}^n \mu_i(\zeta) A_i x - \sum_{i=1}^n \mu_i(\zeta) \delta_i B k_i x \quad (\text{B.14})$$

Finalement de (B.14) la représentation en boucle fermée du système (B.11) est donnée par l'équation suivante (en notant que  $B_i = \delta_i B$ ) :

$$\dot{x} = \sum_{i=1}^n \mu_i(\zeta) (A_i - B_i k_i) x \quad (\text{B.15})$$

L'objectif est de dimensionner les gains  $k_i$  de la commande par retour d'état (B.12) afin de stabiliser le système (B.11) .

Considérons la fonction de Lyapunov quadratique  $V(x)$  pour le système (B.1) :

$$V(x) = x^T P x \quad (\text{B.16})$$

La dérivée par rapport au temps de  $V(x)$  est donnée par  $\dot{V}(x) = x^T P \dot{x} + \dot{x}^T P x$ . Remplaçons dans (B.17) l'expression de  $\dot{x}$  donnée par (B.15) on obtient

$$\begin{aligned} \dot{V}(x) &= x^T P \left( \sum_{i=1}^n \mu_i(\zeta) (A_i - B_i k_i) \right) x + x^T \left( \sum_{i=1}^n \mu_i(\zeta) (A_i - B_i k_i) \right)^T P x \\ &= x^T \left( \sum_{i=1}^n \mu_i(\zeta) \left( (A_i - B_i k_i)^T P + P (A_i - B_i k_i) \right) \right) x \end{aligned} \quad (\text{B.17})$$

Les gains  $k_i$  sont calculés au moyen d'un placement de pôles aux différents sommets du modèle, les matrices  $A_i$ ,  $B_i$  et les gains des retour d'état locaux  $k_i$  vérifient les contraintes LMI suivantes [19] :

$$(A_i - B_i k_i)^T P + P (A_i - B_i k_i) < 0 \quad i \in [1, n] \quad (\text{B.18})$$

où  $P = P^T > 0$ .

Multiplions les deux membres de l'équation (B.18) par  $\mu_i(\zeta)$ , avec  $0 \leq \mu_i(\zeta) \leq 1$ , on obtient

$$\mu_i(\zeta) \left( (A_i - B_i k_i)^T P + P (A_i - B_i k_i) \right) < 0 \quad i \in [1, n] \quad (\text{B.19})$$

Faisons la somme des membres de l'équation (B.19) de 1 à  $n$ , comme suit :

$$\sum_{i=1}^n \mu_i(\zeta) \left( (A_i - B_i k_i)^T P + P (A_i - B_i k_i) \right) < 0 \quad (\text{B.20})$$

Finalement, on peut conclure que le système en boucle fermée, au moyen de la loi de commande (B.12) représentée par (B.17) est asymptotiquement stable si et seulement s'il existe une matrice  $P = P^T > 0$  et des gains  $k_i$ ,  $i = 1 \dots n$  qui vérifient les LMIs données dans (B.20).

Dans les deux cas étudiés dans le chapitre 5 : réseau à une seule charge 5.5 et réseau à deux charges 5.5 le modèle s'écrit sous la forme :

$$\begin{cases} \dot{x} = \sum_{i=1}^n \mu_i(\zeta) (A_i x + B u) \\ y = C x \end{cases} \quad (\text{B.21})$$



La synthèse de la loi de commande CDF et la démonstration de stabilité de cette loi de commande peut être effectuée par la même démarche. Il suffit juste de remplacer par  $B_i = B$  et  $\delta_i = 1$  (la matrice  $B$  est constante dans le modèle (B.21)). Dans ce cas la loi de commande (B.12) s'écrit sous la forme simplifiée suivante :

$$u = -\frac{\sum_{i=1}^n \mu_i(\zeta) \delta_i k_i}{\sum_{i=1}^n \mu_i(\zeta) \delta_i} x \quad (\text{B.22})$$

Comme  $\sum_{i=1}^n \mu_i(\zeta) \delta_i = 1$ , la commande  $u$  se simplifie sous la forme

$$u = -\sum_{i=1}^n \mu_i(\zeta) k_i x \quad (\text{B.23})$$

### B.3 Synthèse d'un multi-observateur

Reprenons le système représenté sous forme multimodèle (B.21) donné dans la section (B.2) :

$$\begin{cases} \dot{x} = \sum_{i=1}^n \mu_i(\zeta) (A_i x + B u) \\ y = C x \end{cases} \quad (\text{B.24})$$

où  $\mu_i(\zeta)$ ,  $i = 1, \dots, n$  représentent les fonctions d'activation. Elles vérifient les conditions données dans (B.2).

Le multiobservateur pour le système (B.24) est obtenu à partir de l'interpolation d'observateurs locaux de type Luenberger de chaque sous modèle comme suit :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = \sum_{i=1}^n \mu_i(\zeta) (A_i \hat{x} + B u + G_i (y - \hat{y})) \\ \hat{y} = C \hat{x} \end{cases} \quad (\text{B.25})$$

où  $\hat{x}$  et  $\hat{y}$  représentent le vecteur d'état et le vecteur de sortie estimées.

En définissant l'erreur d'estimation  $e$  comme suit :

$$e = x - \hat{x} \quad (\text{B.26})$$

la dynamique de l'erreur d'estimation  $\dot{e}$  est donnée par

$$\dot{e} = \sum_{i=1}^n \mu_i(\zeta) (A_i x + B u) - \sum_{i=1}^n \mu_i(\zeta) (A_i \hat{x} + B u + G_i (y - \hat{y})) \quad (\text{B.27})$$

Remplaçons l'expression de  $y$  et  $\hat{y}$  dans l'équation (B.27), on obtient alors

$$\begin{aligned}\dot{e} &= \sum_{i=1}^n \mu_i(\zeta) (A_i x + Bu - A_i \hat{x} - Bu - G_i C (x - \hat{x})) \\ &= \sum_{i=1}^n \mu_i(\zeta) (A_i - G_i C) e\end{aligned}\tag{B.28}$$

Considérons la fonction de Lyapunov quadratique  $W(e)$  pour le système (B.28)

$$W(e) = e^T Q e\tag{B.29}$$

La dérivée par rapport au temps de cette expression est donnée par :

$$\dot{W}(e) = e^T Q \dot{e} + \dot{e}^T Q e\tag{B.30}$$

Remplaçons dans (B.30) l'expression de  $\dot{e}$  donnée par (B.28). On obtient :

$$\begin{aligned}\dot{W}(e) &= e^T Q \left( \sum_{i=1}^n \mu_i(\zeta) (A_i - G_i C) \right) e + \left( \sum_{i=1}^n \mu_i(\zeta) (A_i - G_i C) \right)^T Q e \\ &= e^T \left( \sum_{i=1}^n \mu_i(\zeta) \left( (A_i - G_i C)^T Q + Q (A_i - G_i C) \right) \right) e\end{aligned}\tag{B.31}$$

En utilisant le même principe que dans la synthèse de loi de commande, on peut effectuer un placement de pôles aux différents sommets du système ( $\dot{e} = (A_i - G_i C)e$ ), les matrices  $A_i$ ,  $C$  et les gains  $G_i$  des observateurs de Luenberger locaux vérifient les contraintes LMIs suivantes [4] :

$$(A_i - G_i C)^T Q + Q (A_i - G_i C) < 0, \quad i \in [1, n]\tag{B.32}$$

où  $Q = Q^T > 0$ .

Avec le même raisonnement que la synthèse de la loi de commande CDF, le système (B.28) est asymptotiquement stable si et seulement s'il existe une matrice  $Q = Q^T > 0$  et des gains  $G_i$ ,  $i = 1 \dots n$  qui vérifient les LMIs suivantes :

$$\sum_{i=1}^n \mu_i(\zeta) \left( (A_i - G_i C)^T Q + Q (A_i - G_i C) \right) < 0\tag{B.33}$$

La conception du multiobservateur (B.26) consiste alors à dimensionner les gains  $(G_i, i = 1, \dots, n)$  des observateurs locaux de type Luenberger et de trouver une matrice  $Q$  symétrique définie positive qui vérifie les conditions (B.33) données sous forme LMIs.

## B.4 Commande par retour d'état avec un multi-observateur

Dans cette section, l'objectif est de démontrer la stabilité du système en boucle fermée avec une commande synthétisée par un retour d'état, où les variables d'état sont estimés par un multi-observateur. Rappelons le modèle donné dans la section précédente B.3

$$\begin{cases} \dot{x} = \sum_{i=1}^n \mu_i(\zeta) (A_i x + B u) \\ y = C x \end{cases} \quad (\text{B.34})$$

Appliquons la loi de commande CDF calculée dans la section B.2 avec le multi-observateur synthétisé dans la section B.3, soit :

$$u = - \sum_{i=1}^n \mu_i(\zeta) k_i \hat{x} \quad (\text{B.35})$$

La représentation en boucle fermée du système (B.35) est obtenue en remplaçant l'expression de  $u$  donnée par (B.35) dans le système (B.34)

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \sum_{i=1}^n \mu_i(\zeta) A_i x - \sum_{i=1}^n \mu_i(\zeta) B k_i \hat{x} \\ &= \sum_{i=1}^n \mu_i(\zeta) (A_i x - B k_i \hat{x}) \end{aligned} \quad (\text{B.36})$$

## B.5 Démonstration du stabilité du système en boucle fermée

### B.5.1 Preuve de stabilité du système en boucle fermée

A partir de l'équation (B.26), on a :  $\hat{x} = x - e$ . Remplaçons l'expression de  $\hat{x}$  dans (B.36) on obtient :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \sum_{i=1}^n \mu_i(\zeta) (A_i x - Bk_i(x - e)) \\ &= \sum_{i=1}^n \mu_i(\zeta) (A_i - Bk_i) x + \sum_{i=1}^n \mu_i(\zeta) Bk_i e \end{aligned} \quad (\text{B.37})$$

Rappelons l'expression de la dynamique de l'erreur d'estimation donnée dans l'équation (B.28) dans la section B.3

$$\dot{e} = \sum_{i=1}^n \mu_i(\zeta) (A_i - G_i C) e \quad (\text{B.38})$$

En utilisant (B.37) et (B.38) on écrit alors la représentation augmentée avec le nouveau vecteur d'état  $z = (x, e)^T$  comme suit :

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{e} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^n \mu_i(\zeta) (A_i - Bk_i) & \sum_{i=1}^n \mu_i(\zeta) Bk_i \\ 0 & \sum_{i=1}^n \mu_i(\zeta) (A_i - G_i C) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ e \end{pmatrix} \quad (\text{B.39})$$

Le système (B.39) peut être réécrit sous forme matricielle suivante :

$$\dot{z} = \Gamma z \quad (\text{B.40})$$

Avec :

$$\Gamma = \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^n \mu_i(\zeta) (A_i - Bk_i) & \sum_{i=1}^n \mu_i(\zeta) Bk_i \\ 0 & \sum_{i=1}^n \mu_i(\zeta) (A_i - G_i C) \end{pmatrix} \quad (\text{B.41})$$

Considérons la fonction de Lyapunov suivante :

$$V(z) = z^T M z \quad (\text{B.42})$$

où

$$M = \begin{pmatrix} P & 0 \\ 0 & \alpha Q^{-1} \end{pmatrix} \quad (\text{B.43})$$

et  $P$  et  $Q$  sont des matrices symétriques et définies positives obtenues dans les équations (B.18) et (B.32) respectivement, et  $\alpha > 0$ . On peut noter que  $M = M^T > 0$ .

La dérivée de la fonction de Lypunov  $\dot{V}(z)$  est donnée par :  $\dot{V}(z) = z^T M \dot{z} + \dot{z}^T M z$

En reprenant l'équation (B.40),  $\dot{V}(z)$  s'écrit comme suit :

$$\begin{aligned}\dot{V}(z) &= z^T M \Gamma z + (\Gamma z)^T M z \\ &= z^T (\Gamma^T M + M \Gamma) z \\ &= z^T H z\end{aligned}\tag{B.44}$$

où  $H$  est une matrice  $2 \times 2$  écrite en colonnes ci dessous :

$$H = \begin{bmatrix} (\sum_{i=1}^n \mu_i(\zeta) (A_i - Bk_i))^T P + P (\sum_{i=1}^n \mu_i(\zeta) (A_i - Bk_i)) & \\ (\sum_{i=1}^n \mu_i(\zeta) Bk_i)^T P & \\ P (\sum_{i=1}^n \mu_i(\zeta) Bk_i) & \\ \alpha (\sum_{i=1}^n \mu_i(\zeta) (A_i - G_i C))^T Q^{-1} + \alpha Q^{-1} (\sum_{i=1}^n \mu_i(\zeta) (A_i - G_i C)) & \end{bmatrix}\tag{B.45}$$

La matrice  $H$  peut être réécrit (en colonnes) comme suit :

$$H = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n \mu_i(\zeta) \left( (A_i - Bk_i)^T P + P (A_i - Bk_i) \right) & \\ \sum_{i=1}^n \mu_i(\zeta) (Bk_i P)^T & \\ \sum_{i=1}^n \mu_i(\zeta) (PBk_i) & \\ \alpha \sum_{i=1}^n \mu_i(\zeta) \left( (A_i - G_i C)^T Q^{-1} + Q^{-1} (A_i - G_i C) \right) & \end{bmatrix}\tag{B.46}$$

après simplification la matrice  $H$  se réécrit :

$$H = \sum_{i=1}^n \mu_i(\zeta) \begin{bmatrix} \left( (A_i - Bk_i)^T P + P (A_i - Bk_i) \right) & \\ (Bk_i P)^T & \\ (PBk_i) & \\ \left( (A_i - G_i C)^T Q^{-1} + Q^{-1} (A_i - G_i C) \right) & \end{bmatrix}\tag{B.47}$$

Nous supposons que les variations des fonctions d'activation  $\mu_i(\zeta)$ ,  $i = 1 \dots n$  est faible. (c'est à dire la fréquence de commutation entre les modèles est « faible »), dans le sens où entre deux commutation successives, le système contrôlé a suffisamment de temps pour atteindre son état d'équilibre. Pour les réseaux contenant une charge réversible, par exemple, les réseaux de bord des voitures électriques, il est difficile d'imaginer de commutation à haute fréquence, entre l'accélération et phases de freinage.

$H < 0$  si et seulement si les conditions suivantes sont vérifiées :

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n \mu_i(\zeta) \left( (A_i - Bk_i)^T P + P (A_i - Bk_i) \right) < 0; \quad i \in [1, n] \\ \sum_{i=1}^n \mu_i(\zeta) \left( \alpha (PBk_i) \left( (A_i - G_i C)^T Q^{-1} + Q^{-1} (A_i - G_i C) \right)^{-1} (Bk_i P)^T \right) \\ - \sum_{i=1}^n \mu_i(\zeta) \left( (A_i - Bk_i)^T P + P (A_i - Bk_i) \right) < 0 \end{cases} \quad (\text{B.48})$$

La première inégalité est vérifiée par la synthèse de loi de commande (B.18), et la deuxième inégalité est assurée si [25] :

$$\lambda_M < \lambda_m \quad (\text{B.49})$$

avec :

$$\begin{aligned} \lambda_m &= \inf_{1 \leq l \leq n} \text{eig} \left( (A_l - Bk_l)^T P + P (A_l - Bk_l) \right) \\ \lambda_M &= \sup_{1 \leq l \leq n} \text{eig} \left( \alpha (PBk_l) \left( (A_l - G_l C)^T Q^{-1} + Q^{-1} (A_l - G_l C) \right)^{-1} (Bk_l P)^T \right) \end{aligned} \quad (\text{B.50})$$

On peut trouver un  $\alpha$  suffisamment faible pour que la deuxième inégalité soit vérifiée. Ceci est souvent vérifié en choisissant la dynamique de l'observateur suffisamment rapide en regard de la dynamique du contrôleur.

## B.5.2 Analyse qualitative

De la matrice dynamique  $\Gamma$  donnée dans (B.41), on remarque que :

- Le sous système  $\dot{x} = \sum_{i=1}^n \mu_i(\zeta) (A_i - Bk_i) x$  est asymptotiquement stable. Cette propriétés de stabilité est assurée par la synthèse de la loi de commande donnée dans la section B.2 ;
- Le sous système  $\dot{x} = \sum_{i=1}^n \mu_i(\zeta) (A_i - G_i C) e$  est asymptotiquement stable aussi. Cette propriétés est vérifiée dans la synthèse du multi-observateur donnée dans B.3s ;
- Le sous système de couplage  $\dot{x} = \sum_{i=1}^n \mu_i(\zeta) Bk_i e$  est stable

**Justification :** On note  $Bk_i = N^i$

$$\begin{aligned} N^i &\leq \|N^i\|_\infty \\ &\leq \max_{1 \leq l \leq n} \sum_{m=1}^n |n_{lm}^i| \\ &\leq \gamma_i \end{aligned} \tag{B.51}$$

De l'équation (B.51), on peut déduire que :

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n \mu_i(\zeta) Bk_i &\leq \sum_{i=1}^n \mu_i(\zeta) \gamma_i \\ &\leq \beta \end{aligned} \tag{B.52}$$

Finalement, on peut conclure que la matrice  $\sum_{i=1}^n \mu_i(\zeta) Bk_i$  est bornée

$$\left\| \sum_{i=1}^n \mu_i(\zeta) Bk_i \right\|_\infty \leq \beta \tag{B.53}$$

Comme le terme  $\sum_{i=1}^n \mu_i(\zeta) Bk_i$  est bornée et la dynamique de l'observateur est plus rapide que la dynamique de la commande, on peut conclure que le système  $\dot{x} = \sum_{i=1}^n \mu_i(\zeta) (A_i - Bk_i) x + \sum_{i=1}^n \mu_i(\zeta) Bk_i e$  est asymptotiquement stable.

*B.5. DÉMONSTRATION DU STABILITÉ DU SYSTÈME EN BOUCLE FERMÉE*

---



# Annexe C

## Placement de pôles avec contraintes sectorielles

Dans cette section, on va détailler la méthode de placement de pôles avec contraintes sectorielles dont l'objectif est d'imposer certaines performances sous forme de contraintes LMI pour la synthèse de la loi de commande et de l'observateur.

**Définition C.1.** [4] : Une région  $S$  du plan complexe est appelée une région LMI si il existe deux matrices symétriques  $\gamma, \lambda \in \mathbb{R}^{n \times n}$  telles que :

$$S = \{z \in \mathbb{C} : f_S(z) < 0\} \quad (\text{C.1})$$

avec  $f_S = \gamma + z * \lambda + z^* \lambda^T$  où  $z^*$  désigne le conjugué de  $z$ .  $f_S$  est appelée la fonction caractéristiques de  $S$ .

En d'autres termes, une région LMI est une région du plan complexe caractérisée par une LMI en fonction de  $z$  et  $z^*$ .

L'objectif est de synthétiser une loi de commande par retour d'état avec un multi-observateur satisfaisant certaines performances comme :

- La rapidité définie par la droite  $\text{Real}(z) = -\alpha$  ;
- La sollicitation de la commande définie par la droite  $\text{Real}(z) = -\beta$  ;
- L'amortissement défini par la droite  $\tan(\theta) = -\frac{|\text{Im}(z)|}{\text{Real}(z)}$

Le secteur  $S$  (Fig. C.1) est défini par l'interconnexion de deux régions LMI ( $S = S_1 \cap S_2$ ) du plan complexe définies comme suit :

- La première région  $S_1$  du plan complexe définie par  $-\beta < \text{Real}(z) < -\alpha$ , est une région LMI caractérisée par la fonction  $f_{S_1}$  suivante :

$$f_{S_1}(z) = \begin{cases} z^* + z + 2\alpha \\ z^* + z + 2\beta \end{cases} \quad (\text{C.2})$$

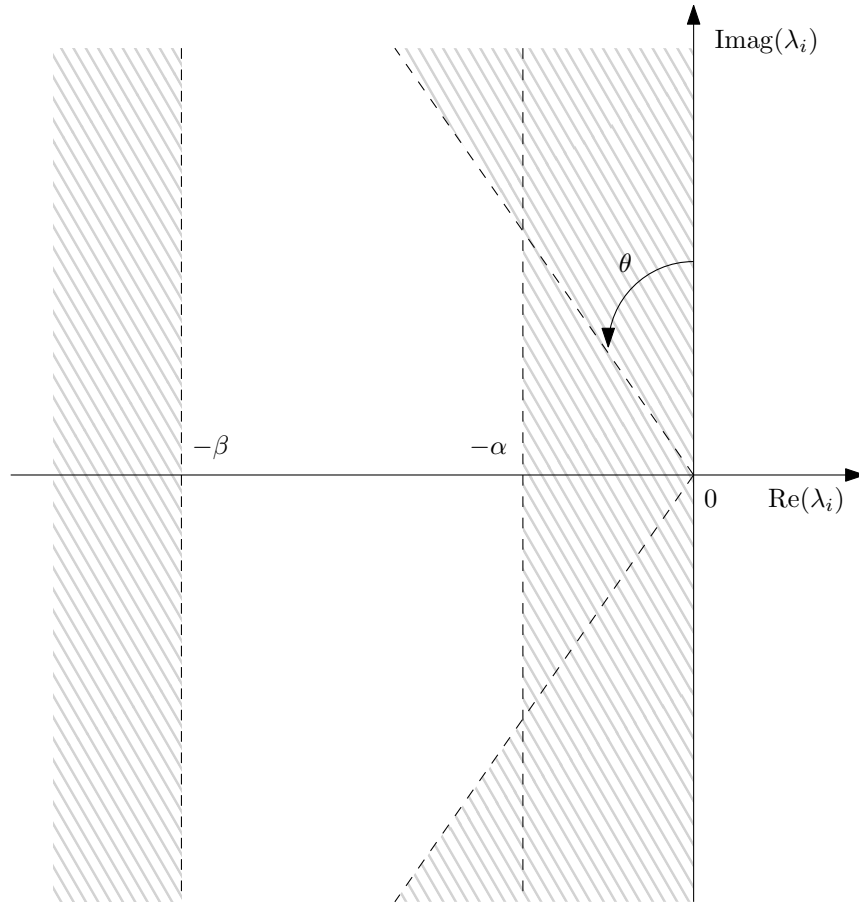


FIGURE C.1 – Secteur de placement de pôles

- La deuxième région  $S_2$  du plan complexe définie par  $\tan(\theta) < -\frac{|\text{Im}g(z)|}{\text{Real}(z)}$ , est une région LMI caractérisée par la fonction  $f_{S_2}(z)$  suivante (en utilisant le complément de Schur) :

$$f_{S_2}(z) = \begin{pmatrix} \sin(\theta)(z + z^*) & \cos(\theta)(z - z^*) \\ \cos(\theta)(z^* - z) & \sin(\theta)(z + z^*) \end{pmatrix} \quad (\text{C.3})$$

**Définition C.2.** [4] : Les valeurs propres d'une matrice réelle  $A$  sont contenues dans une région LMI  $S$  (C.1) du plans complexe si, et seulement si, il existe une matrice symétrique  $X$  telle que :

$$M_S(A, X) = \gamma \otimes X + \lambda \otimes AX + \lambda^T \otimes XA^T \quad (\text{C.4})$$

où  $\otimes$  dénote le produit matriciel de Kronecker.

Cette définition stipule que les valeurs propres d'une matrice réelle  $A$  sont contenues dans une région du plan complexe, s'il existe une matrice symétrique  $X > 0$  telle que la LMI  $M_S(A, X) < 0$  soit réalisable, où  $M_S(A, X)$  est déterminée en effectuant la substitution suivante dans la fonction caractéristique  $S$  [4] :

$$(1, z, z^*) \longleftrightarrow (X, AX, XA^T) \quad (\text{C.5})$$

Les valeurs propres de la matrice  $A$  sont donc toutes dans la région  $S$  (définie dans par  $S_1 \cap S_2$ ) du plan complexe si et seulement si Akhenak :04 :

$$\exists X > 0 : \begin{cases} (A + \alpha I_n)^T X + X (A + \alpha I_n) < 0 \\ (-A - \beta I_n)^T X + X (-A - \beta I_n) < 0 \\ \begin{pmatrix} \sin(\theta)(AX + XA^T) & \cos(\theta)(AX - XA^T) \\ \cos(\theta)(XA^T - AX) & \sin(\theta)(AX + XA^T) \end{pmatrix} < 0 \end{cases} \quad (\text{C.6})$$

Afin d'obtenir le placement de pôles souhaité lors de la synthèse de la loi de commande, et de l'observateur, dans la région  $S$  donnée dans la figure (C.1), il suffit de substituer les matrices  $(A_i - Bk_i)$  et  $(A_i - G_i C)$  respectivement dans l'équation (C.6).

**Titre :** Modélisation et commande d'un réseau électrique continu

**Mots clés :** Réseau DC, charge à puissance constante (CPL), électronique de puissance, modélisation, stabilisation, Multimodèle.

**Résumé :** Les travaux de cette thèse portent sur l'investigation d'approches de commande permettant d'aborder la stabilisation des réseaux électriques continus. En effet les interactions entre les différents éléments du réseau : sources, filtres et charges peuvent conduire à son instabilité. Ces interactions peuvent simplement être mises en évidence au moyen d'un cas d'étude de réseau contenant des charges à puissance constante (CPLs). Pour pallier les problèmes induits par les interconnexion de ces éléments, différentes approches de commande ont été évaluées afin d'assurer la stabilité et maintenir les performances du réseau dans tout son domaine de fonctionnement.

La première approche concerne la synthèse par la méthode « backstepping », qui nécessite de reformuler le modèle du réseau sous une structure cascade. Toutefois, selon le moyen d'action disponible, cette approche

peut se révéler difficile à mettre en œuvre lorsque plusieurs charges à puissance sont présentes. La deuxième approche fondée sur les méthodes de passivité synthétisant une commande par « injection d'amortissement ». Cette commande permet d'ajouter un amortisseur virtuel aux filtres d'entrée des charges afin de compenser l'effet d'impédance négative introduit par la CPL. Enfin, pour proposer une solution intégrée permettant de mieux répondre à la problématique de la stabilisation du réseau, une approche fondée sur une représentation sous forme multimodèle du système a été étudiée. Cette méthode permet aussi d'envisager la synthèse d'un observateur lorsque l'ensemble du vecteur d'état n'est pas mesuré.

Afin de valider et de comparer les performances des différentes méthodes de commande, un réseau électrique DC type caractérisé par deux charges de nature différente et d'un organe de stockage réversible, a été défini où le seul actionneur considéré est l'organe de stockage utilisé ici dans un contexte de stabilisation.

**Titre :** Modeling and control of a DC electrical network

**Keywords :** DC network, constant power load (CPL), power electronics, stabilization, modeling, multiple-model.

**Abstract :** This work investigates control approaches for the stabilization of DC electrical networks. Interactions between different elements of a network i.e., sources, filters and loads may lead to instability. These interactions may be identified by studying a network containing constant power loads (CPLs). To address the problems caused by the interconnection of these elements, different control methods could be evaluated to ensure the stability and maintain network performances throughout its operating range.

The first approach uses « backstepping » method, which requires cascade structure models. However, according to available control input, this approach may

be difficult to implement when multiple power loads are present. The second approach is based on passivity theory using « damping injection » control. This control law adds a virtual damper to the input filter loads in order to compensate the negative impedance effect introduced by the CPL. Finally, in order to provide an integrated solution for the problem of network stabilization, an approach based on multiple model representation of the system was investigated. This method also allows to consider the design of an observer when the entire state vector is not measured.

To validate and compare the performance of different control methods, a DC electrical network characterized by two loads of different natures and a reversible storage device was defined. The storage device is the only control input considered for the stabilization.



